



فصلنامه علمی پژوهشی دانش سرمایه‌گذاری  
سال سوم / شماره یازدهم / پاییز ۱۳۹۳

## مقایسه مدل های نوسان پذیری چندمتغیره در برآورد رابطه بین نرخ ارز و شاخص سهام

حسین عباسی نژاد

استاد دانشکده اقتصاد دانشگاه تهران  
habasi@ut.ac.ir

شاپور محمدی

دانشیار دانشکده مدیریت دانشگاه تهران  
shmohammadi@gmail.com

سجاد ابراهیمی

دانشجوی دکترای اقتصاد دانشگاه تهران  
ebrahimi\_s@ut.ac.ir

تاریخ دریافت: ۹۲/۸/۱۵ تاریخ پذیرش: ۹۳/۱/۱۹

### چکیده

نوسانات متغیرهای مالی به عنوان یکی از مولفه های اصلی قیمت گذاری دارایی های مالی مورد توجه بسیاری از مطالعات بوده است. علاوه بر مدل GARCH که مدل مرسوم در برآورد نوسانات است، مدل نوسان پذیری تصادفی (SV) به عنوان رهیافت دیگری در این زمینه است که کمتر مورد توجه قرار گرفته است. در این مطالعه بر پایه داده های روزانه از سال ۱۳۸۱ تا ۱۳۹۲ و با بکارگیری مدل نوسان پذیری تصادفی (SV) دو متغیره، نوسان پذیری نرخ ارز و شاخص بورس اوراق بهادار تهران برآورد می شود. سپس به منظور ارزیابی نتایج مدل، تابع زبانی بر پایه ارزش در معرض خطر (VaR) تشکیل می شود و نتایج مدل های نوسان پذیری (شامل مدل نوسان پذیری تصادفی (SV) و مدل های چندمتغیره GARCH) با هم مقایسه می شوند. بر اساس ارزیابی توابع زیان مدل BEKK-GARCH که توزیع جملات اخلاص را  $t$  استیوودنت در نظر می گیرد، برآورد دقیقتری از نوسان پذیری نرخ ارز و شاخص سهام ارائه می دهد. نتایج مدل بهینه نشان می دهد افزایش در رشد نرخ ارز باعث افزایش در رشد شاخص سهام می شود ولی تغییرات بازار سهام اثر معنی داری بر رشد نرخ ارز ندارد. همچنین افزایش نوسانات در یک بازار باعث افزایش در نوسانات بازار دیگر می شود.

**واژه های کلیدی:** نوسان پذیری تصادفی (SV)، ارزش در معرض خطر (VaR) مدل GARCH، شاخص سهام، نرخ ارز.

## ۱- مقدمه

بررسی رفتار متغیرهای اقتصادی و مالی یکی از حوزه‌های مهم در مطالعات اقتصادی به حساب می‌آید. علاوه بر جهت تغییرات متغیرهای اقتصادی و مالی میزان تغییرات و شدت نوسانات آنها نیز اطلاعات ارزشمندی از نوع رفتار متغیر و اثرگذاری آن دارد. ناطمینانی ناشی از شدت نوسانات متغیرهای اقتصادی باعث شده مدل‌های اقتصادی به مقوله تصمیم‌گیری در شرایط ناطمینانی توجه خاصی داشته باشند. از این رو بر اساس تئوری‌های اقتصادی ناطمینانی قیمت‌های مهم در اقتصاد (ارز خارجی، نفت، مواد اولیه و ...) و ناطمینانی سطح عمومی قیمت‌ها اثرگذاری قابل ملاحظه بر شاخص‌های اقتصادی می‌گذارد.

نوسانات در بازارهای مالی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. بطوری که بسیاری از مدل‌های تخصیص پورتنفو، قیمت‌گذاری دارایی‌های مالی و مدیریت ریسک، بر پایه میزان نوسانات و برآوردی که از نوسان‌پذیری هر متغیر بدست می‌آید برپا شده‌اند.<sup>۱</sup> از این رو چه از نظر اقتصادی و چه مالی برآورد و تعیین مناسب‌متغیری که بتواند تغییرات سری‌های زمانی مالی و اقتصادی را نمایندگی کند از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است (این متغیر در ادبیات اقتصادی نوسان‌پذیری<sup>۲</sup> نامیده می‌شود).

با توجه به اهمیت برآورد نوسان‌پذیری، روش‌های متفاوتی برای برآورد نوسان‌پذیری مورد استفاده قرار گرفت و مدلسازی نوسان‌پذیری مورد توجه قرار گرفت. مدل‌های نوسان‌پذیری توسط مطالعات مختلفی مانند بولرسو (۱۹۸۶)، بلسو چو و کرونر (۱۹۹۲)، نلسون (۱۹۹۱) برا و هیگینز (۱۹۹۳)، بلسو، انگل و نلسون (۱۹۹۴) و پون و گرنجر (۲۰۰۲)<sup>۳</sup> توسعه داده شد، اما مطالعه ابتدایی در این زمینه مطالعه انگل (۱۹۸۲) بوده که مدل‌های ARCH را معرفی کرد که سپس توسط بولرسو (۱۹۸۶) به مدل GARCH ارتقا پیدا کرد. پس از آن طیف وسیعی از مدل‌های GARCH مورد استفاده قرار گرفت. اما طیف دیگری از مدل‌های نوسان‌پذیری مدل نوسان‌پذیری تصادفی (SV)<sup>۴</sup> است که توسط تیلور (۱۹۸۲ و ۱۹۸۶) معرفی شد و توسط مطالعاتی مانند میلینو و ترنبال<sup>۵</sup> (۱۹۹۰)، هاور و همکاران (۱۹۹۴)، گوپسل و همکاران<sup>۶</sup> (۱۹۹۸) کیم و همکاران<sup>۷</sup> (۱۹۹۸) و جکوار و همکاران<sup>۸</sup> (۲۰۰۲) توسعه و بسط داده شد. مدل‌های نوسان‌پذیری تصادفی، نوسان‌پذیری را متغیر پنهان در نظر می‌گیرد و برای نوسان‌پذیری جزء تصادفی نیز لحاظ می‌شود.

علاوه بر اهمیت نوسان‌پذیری و برآورد آن بررسی رابطه متقابل نوسانات بین متغیرهای مالی مانند نرخ ارز و بازار سهام از اهمیت خاص خود برخوردار است. شناسایی رابطه بین دو بازار سهام و بازار ارز چه در سطح متغیرها و چه بین نوسانات متغیرها و نحوه تاثیرپذیری این متغیرها از یکدیگر، برای شکل‌گیری استراتژی‌های مطلوب سرمایه‌گذاری مفید است. از این رو در این مطالعه مدل‌هایی برای

برآورد نوسان‌پذیری در نظر گرفته شده، مدل‌های دو متغیره است که علاوه بر در نظر گرفتن پویایی خود متغیر در برآورد نوسان‌پذیری متغیر، اثر متغیر دیگر را نیز مورد نظر قرار داده شود و رابطه بین نوسانات متغیرها را نیز برآورد می‌کند.

سوال اساسی که در این مقاله به آن جواب داده خواهد شد این است که کدام مدل نوسان‌پذیری چند متغیره می‌تواند برآورد بهتری از نوسان‌پذیری و رابطه بین متغیرها ارائه دهد. با توجه به اینکه هر یک از مدل‌های نوسان‌پذیری دارای ویژگی‌های مختص به خود است و نمی‌توان بطور تئوریک اثبات کرد که کدامیک از مدل‌های GARCH و SV بطور مطلق بر دیگری ترجیح دارد. از این رو باید برآوردهای نوسان‌پذیری هر یک از مدلها بطور تجربی مورد آزمون قرار گیرد. در این مطالعه با استفاده از روش‌های ارزیابی مدل‌های نوسان‌پذیری، بهترین مدل چندمتغیره را برای برآورد نوسان‌پذیری و رابطه متغیرهای نرخ ارز و بازار سهام انتخاب می‌شود.

بخش دوم که مروری بر ادبیات و مطالعات موضوع اختصاص یافته در دو زیربخش ارائه می‌شود که در ابتدا به ادبیات رابطه نوسان‌پذیری نرخ ارز و بازده سهام پرداخته می‌شود و سپس مطالعات ارزیابی مدل‌های نوسان‌پذیری بررسی می‌شود. در بخش سوم مدل‌های چند متغیره GARCH و مدل چند متغیره SV معرفی می‌شود و نتایج برآورد از پارمترهای مدل‌های ارائه شده و برآورد از نوسان‌پذیری متغیرها ارائه می‌شود. در بخش چهارم روش‌های ارزیابی مدل‌های نوسان‌پذیری در ادبیات مرور می‌شود و نتایج آزمون ارزیابی ارائه می‌شود و در انتها نیز اشاره‌ای به نتیجه‌گیری مطالعه می‌شود.

## ۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

### ۲-۱- رابطه نوسان‌پذیری نرخ ارز و شاخص قیمت سهام

رابطه بین نرخ ارز و قیمت سهام توسط مطالعات مختلف بررسی شده است. دورنبوش و فیشر<sup>۱</sup> (۱۹۸۰) بر اثرگذاری نرخ ارز بر قیمت سهام از طریق اثرگذاری نرخ ارز بر رقابت‌پذیری و تراز تجاری اشاره دارد. افزایش نرخ ارز (تقویت پول ملی داخلی) به معنی افزایش هزینه صادرات و کاهش هزینه واردات می‌شود و این تغییرات بر سودآوری شرکت‌هایی که واردات مواد اولیه و یا صادرات محصول دارند، اثرگذار خواهد بود. بنابراین قیمت سهام که ارزش فعلی جریان نقدی آتی شرکت است نیز تحت تاثیر قرار می‌گیرد. پبلیس و ویلسون<sup>۲</sup> (۱۹۹۶) و بیلسون و همکاران<sup>۱۱</sup> (۲۰۰۱) با توجه به همین مکانیسم اثرگذاری، اثر تقویت نرخ ارز داخلی بر قیمت را مثبت ارزیابی کردند. این مدل به تئوری جریان‌گرا<sup>۱۲</sup> معروف است که عامل تعیین‌کننده نرخ ارز را حساب جاری دانسته و رابطه بین قیمت سهام و نرخ ارز را نیز بر این اساس مثبت ارزیابی می‌کنند.

یکی دیگر از کانال‌های اثرگذاری نرخ ارز بر قیمت سهام از طریق حساب سرمایه است که در قالب مدل سهام‌گرا<sup>۱۳</sup> بررسی می‌شود بر این اساس وجه سرمایه‌ای ارزش‌های خارجی و دارایی‌های خارجی (و به عبارت دیگر ورود و خروج سرمایه) تعیین‌کننده نرخ ارز و رابطه بین قیمت ارز و قیمت سهام است. با در نظر گرفتن ارزش‌های خارجی و سهام شرکت‌ها به عنوان بخشی از پورتفوی سرمایه‌گذاری و دو دارایی سرمایه‌ای جانشین همدیگر، افزایش تقاضا برای ارز به معنی کاهش تقاضا برای سهام خواهد بود. بنابراین بازار ارز و بازار سهام به عنوان دو بازار جانشین یکدیگر در جذب پس‌اندازهای جامعه خواهد بود. از این رو رونق در بازار ارز به معنی کاهش قیمت سهام خواهد بود. بنابراین رابطه بین نوسانات نرخ ارز و قیمت سهام بر اساس این تئوری معکوس است.

بر اساس مطالعات تجربی مختلف مانند پن و همکاران (۲۰۰۷) در کشورهای آسیای شرقی و آژمن و همکاران (۲۰۰۶) در مالزی، آلابیده و همکاران (۲۰۱۰) در کشور های توسعه یافته به این نتیجه رسیدند که رابطه معنی‌داری بین نرخ ارز و قیمت سهام از طرف نرخ ارز به قیمت سهام وجود دارد. اما برخی از مطالعات مانند مورلی (۲۰۰۹) رابطه بین نرخ ارز و قیمت سهام را مثبت برآورد کردند و مطالعات دیگری مانند آجاسی و همکاران (۲۰۰۸) اثر منفی نرخ ارز بر قیمت سهام را شناسایی کردند.

## ۲-۲- مقایسه مدل‌های نوسان‌پذیری

از آنجا که نوسان‌پذیری یک متغیر غیر قابل مشاهده است از این رو در مطالعات مختلف مدل‌های متفاوتی برای برآورد این متغیر معرفی و مورد استفاده قرار گرفته است. با توجه به اینکه مهم‌ترین و متداول‌ترین مدل‌های نوسان‌پذیری مدل‌های SV و GARCH هستند، بیشتر مطالعات این حوزه نوسان‌پذیری را با استفاده از مدل‌های مختلف این دو گروه مدل برآورد کرده‌اند. برخی از مطالعات برای اینکه مشخص شود کدام مدل برآورد بهتری از نوسان‌پذیری می‌دهد، معیارهایی معرفی کرده و مدل‌ها را با یکدیگر مقایسه کرده‌اند.

تساروا<sup>۱۴</sup> (۲۰۱۲) دو مدل GARCH و نوسان‌پذیری تصادفی SV را بر اساس معیار ارزش در معرض خطر VaR مقایسه کرد بدین منظور این مدل‌ها را برای پیش‌بینی پنج شاخص S&P و NADAQ و CAC و DAX و FTSE بکار برد. نتایج مدل‌ها نشان می‌دهد که روش نوسان‌پذیری تصادفی SV حداقل به خوبی مدل GARCH می‌باشد.

کاپورین و مکالیر<sup>۱۵</sup> (۲۰۱۰) بر روی انتخاب و مقایسه مدل‌های نوسان‌پذیری غیر متداخل تمرکز کردند. آنها مقایسه مدل‌ها را از روش درون نمونه‌ای و روش خارج نمونه‌ای دنبال کردند. همچنین در این مقاله تابع زیان‌هایی که برای پیش‌بینی ارزش در معرض خطر VaR در نظر گرفته می‌شود

گسترش دادند و در نهایت هم کاربرد تجربی مدل‌های نوسان‌پذیری تصادفی SV، GARCH، EGARCH، GJR مقایسه شدند.

مپا، مرکادر و تولینتنو (۲۰۱۰) نیز به مقایسه مدل GARCH و نوسان‌پذیری تصادفی (SV) پرداختند. با استفاده از مدل state space واریانس پنهان مدل SV را برآورد می‌کنند. فرآیند برآورد متغیر وضعیت با استفاده از مدل کالمن فیلتر برآورد شد. عملکرد پیش‌بینی مدل GARCH و SV در دوره خارج از نمونه با استفاده از بازار بورس فیلیپین ارزیابی شده‌اند. نتایج نشان می‌دهد پیش‌بینی نوسان‌پذیری بر اساس مدل SV بطور کلی خطای پیش‌بینی پایین‌تری نسبت به GARCH دارد. پدرزولی<sup>۱۶</sup> (۲۰۰۶) با استفاده از داده‌های روزانه بازار سهام لندن، دو مدل نوسان‌پذیری تصادفی SV را با مدل GARCH بطور تئوریک و تجربی مقایسه کردند. در واقع مدل GARCH(1,1)، EGARCH(1,1) و مدل SV در نظر گرفته شده‌اند. بدین منظور از شاخص FTSE100 برای برآورد پارامترهای مربوطه مدلها استفاده می‌شود. همچنین مدل‌ها با معیار ارزش در معرض خطر VaR مقایسه کردند. نتایج هیچ ترجیحی را بین مدل‌های مورد مقایسه نشان نمی‌دهد.

بلوم و یو<sup>۱۷</sup> (۲۰۰۱) در این مطالعه از تکنیک‌های تک‌متغیره و چندمتغیره برای مقایسه مدل‌های نوسان‌پذیری استفاده شده است. بر اساس نتایج مشکل می‌توان مدلی را ارجح بر سایر مدلها دانست. زمانی که معیار قیمت‌گذاری اختیار معامله باشد مدل SV بهتر جواب می‌دهد اما زمانی که معیار VaR باشد، مدل‌های GARCH بهتر جواب می‌دهد.

در مجموع مطالعات مختلف نتایج متفاوتی را از مقایسه مدل‌ها بدست آوردند و با مرور مطالعات نمی‌توان نتیجه گرفت که کدام مدل برآورد بهتری از نوسان‌پذیری می‌دهد و باید برای هر سری زمانی بطور تجربی مدل‌های مختلف را استفاده و نتیجه بهتر را مورد استفاده قرار گرفت. مطالعات صورت گرفته در حوزه مقایسه مدل‌های نوسان‌پذیری یک‌متغیره را پوشش می‌دهد. در این مطالعه با استفاده از معیارهای رایج برای مقایسه مدل‌های نوسان‌پذیری، مدل‌های دو متغیره نوسان‌پذیری GARCH و مدل دو متغیره نوسان‌پذیری تصادفی SV با همدیگر مقایسه شده‌اند.

### ۳- معرفی و برآورد مدل‌های نوسان‌پذیری

نوسان‌پذیری در سری‌های زمانی مالی دو ویژگی اصلی دارند اول اینکه نوسان‌پذیری در طول زمان متغیر هستند و همچنین در نوسان‌پذیری متغیرهای مالی پدیده خوشه‌ای<sup>۱۸</sup> وجود دارد. مدل‌های نوسان‌پذیری تصادفی برای در نظر گرفتن همین ویژگی‌ها در مالی مورد استفاده قرار گرفت. در این قسمت اثر متقابل نوسان‌پذیری نرخ ارز به عنوان متغیر کلان‌منتخب و بازار سهام مورد بررسی قرار می‌گیرد.

گیرد. مدل های نوسان پذیری تصادفی و مدل های GARCH از متداول ترین مدلها برای برآورد نوسان پذیری است که رهیافت های متفاوتی را برای برآورد نوسان پذیری در نظر می گیرد. در این بخش مدلهای چند متغیره نوسان پذیری تصادفی و مدل های چند متغیره GARCH با دو رویکرد BEKK-GARCH و DCC-GARCH توضیح داده شده و نتایج برآورد پارامترهای آن آورده شده است.

برای برآوردهای مدلهای زیر از داده های روزانه نرخ ارز اسمی بازار و شاخص بورس اوراق بهادار تهران (TEPIX) از ۱۰ دی ماه ۱۳۸۱ تا ۳۰ مهر ۱۳۹۲ استفاده شده است. با توجه به از موم ریشه واحد انجام شده بر روی سطح این متغیرها و رد نشدن داشتن ریشه واحد، نرخ رشد روزانه نرخ ارز (ex) و نرخ رشد روزانه شاخص بورس اوراق بهادار تهران (tepix) به عنوان متغیرهای ورودی مدل ها در نظر گرفته شده اند.<sup>۱۹</sup>

### ۳-۱- مدل نوسان‌پذیری تصادفی چند متغیره (SV)<sup>۲۰</sup>

نوسان پذیری در سری های زمانی مالی دو ویژگی اصلی دارند اول اینکه نوسان‌پذیری در طول زمان متغیر هستند و همچنین در نوسان‌پذیری متغیرهای مالی پدیده خوشه‌ای<sup>۲۱</sup> وجود دارد. مدل های نوسان‌پذیری تصادفی برای در نظر گرفتن همین ویژگی ها در مالی مورد استفاده قرار گرفت. مدل نوسان‌پذیری تصادفی (SV) که توسط تیلور<sup>۲۲</sup> (۱۹۸۶) معرفی شد نسخه گسسته مدلهای پیوسته زمانی تئوری مالی در خصوص مدل قیمت گذاری اختیار معامله<sup>۲۳</sup> است (هول و وایت (۱۹۸۷)<sup>۲۴</sup>). در واقع این تبدیل را می توان به عنوان گسسته سازی اولر<sup>۲۵</sup> یک انتشار<sup>۲۶</sup> ملاحظه کرد. مدل نوسان‌پذیری تصادفی تصادفی آلترناتیو خوبی برای مجموعه مدل های ARCH می باشد که دارای خصوصیات تئوریک است که با ویژگی های مشاهدات بازارهای مالی تطابق بیشتری دارد.

مدل SV زمانی ایجاد می شود که گشتاور دوم شرطی فقط یک متغیر محسوب نمی شود؛ بلکه دارای یک پویایی درونی نیز می باشد. با این رویکرد، به هنگامی که یک نوبه اضافی برای توضیح معادله واریانس شرطی به مدل اضافه می شود، مزایای اقتصادسنجی مهمی به ارمغان می آورد.<sup>۲۷</sup> بنابراین مدل SV شامل دو فرآیند تصادفی جداگانه است: یکی مربوط به میانگین شرطی که بر بازده اثر می گذارد و دومی مربوط به فرآیند نوسان‌پذیری است. بر اساس مدل هاوری و همکاران (۱۹۹۴) مدل نوسان پذیری تصادفی چند متغیره به این صورت است:

$$y_t - \mu_t = Z_t \quad (1)$$

$$\mu_t = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{1t} \\ y_{2t} \end{bmatrix}$$

$y_t$  رشد نرخ ارز و رشد شاخص بازار بورس است. در واقع با استفاده از معادله (۱) ابتدا میانگین و روندی که در متغیرهای رشد نرخ ارز و رشد شاخص سهام است وجود دارد از دل متغیر بیرون کشیده

می‌شود و سری  $Z_t$  که جز اخلاص معادله اول است. در واقع از این معادله متغیر روند زادی و میانگین زادی شده است حاصل می‌شود تا در معادله بعدی مورد استفاده قرار گیرد.  $\mu_t$  نیز با توجه به داده های نرخ ارز و شاخص سهام، یک فرآیند  $AR(1)$  در نظر گرفته شده است. به عبارت دیگر با توجه به برآورد معادله (۱)  $Z_t$  بدست می‌آید. حال بر اساس مطالعات مختلف داریم:

$$Z_t = H_t^{\frac{1}{2}} \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim iid \mathcal{N}_2(0, I_2) \quad (2)$$

که  $H_t$  عبارت است از:

$$H_t = \begin{pmatrix} \exp\{h_{1t}\} & 0 \\ 0 & \exp\{h_{2t}\} \end{pmatrix}$$

که در  $Z_{it}$  متغیر مربوط به نوسان‌پذیری متغیر  $i$  در دوره  $t$  است. اگر هر یک از معادله  $Z_t$  را بطور جداگانه نوشته و لگاریتم گرفته شود به این صورت تبدیل می‌شود.

$$\log(z_{it}) = 0.5h_{it} + e_{it} \quad e_t \sim iid \mathcal{N}_2(0, I_2) \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} h_{1t+1} \\ h_{2t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix} + \begin{pmatrix} \phi_{11} & 0 \\ 0 & \phi_{22} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} h_{1t} \\ h_{2t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \eta_{1t} \\ \eta_{2t} \end{bmatrix}, \quad \eta_t \sim iid \mathcal{N}_2\left(0, \begin{pmatrix} \sigma_{\eta_1}^2 & \sigma_{\eta_{12}}^2 \\ \sigma_{\eta_{12}}^2 & \sigma_{\eta_2}^2 \end{pmatrix}\right) \quad (4)$$

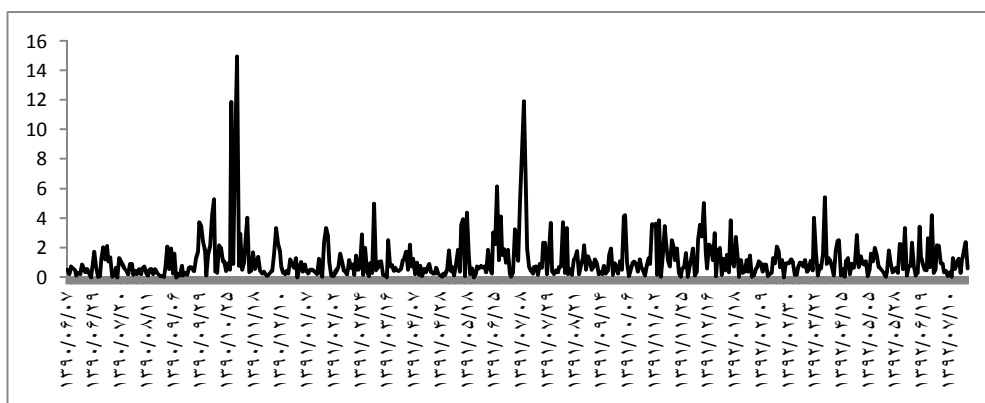
متغیر  $h_{it}$  متغیر غیر قابل مشاهده است. از این رو این متغیر را به عنوان یک متغیر حالت<sup>۲۸</sup> و معادله (۴) را معادله حالت در نظر می‌گیریم. یکی از روش‌ها برای برآورد معادله‌ها در فضای حالت<sup>۲۹</sup> استفاده از روش کالمن فیلتر<sup>۳۰</sup> و رهیافت برآورد شبه حداکثر راستنمایی گاوسی<sup>۳۱</sup> که توسط هاروی، رویز و شفارد (۱۹۹۴) برای برآورد این مدل (نوسان‌پذیری تصادفی) معرفی شد.

جدول ۱- نتایج برآورد مدل نوسان‌پذیری تصادفی دو متغیره

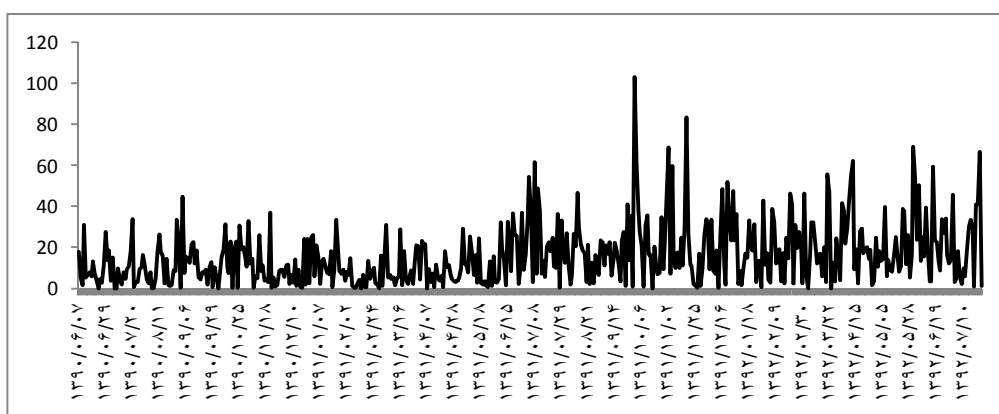
	معادله واریانس			معادله میانگین			
	$\sigma_{\eta_{12}}^2$	$\sigma_{\eta_1}^2$	$\phi_{11}$	$\lambda_1$	$b_2$	$b_1$	
شاخص بورس	۰,۰۸	۱,۲۲	-۰,۰۰۶	۰,۳۴	۰,۰۱۷ (۰,۰۰۹)	۰,۰۴ (۰,۰۱)	۰,۰۰۶ (۰,۰۱)
		$\sigma_{\eta_2}^2$	$\phi_{22}$	$\lambda_2$	$b_4$	$b_3$	$a_2$
نرخ ارز		۱۷,۵	۰,۱۱	-۳,۶	-۰,۱۲ (۰,۰۲)	-۰,۰۳۶ (۰,۰۴)	۰,۰۷۲ (۰,۰۳)

اعداد داخل پرانتز انحراف معیار است.

بر اساس نتایج برآورد مدل SV دو متغیره نوسان پذیری برآورد شده برای دو متغیر نرخ ارز و شاخص بورس به صورت زیر برآورد می‌شود. همچنین با توجه به برآورد کوواریانس بین جز اخلاص می‌توان گفت که رابطه بین نوسان پذیری نرخ ارز و بازار سرمایه مثبت اما ضعیف است. بدین معنی که افزایش در نوسان پذیری در هر یک از بازارها باعث افزایش تلاطم در بازار دیگر می‌شود.



نمودار ۱- نوسان پذیری برآورد شده نرخ ارز توسط مدل دو متغیره SV



نمودار ۲- نوسان پذیری برآورد شده شاخص بورس توسط مدل دو متغیره SV

بر اساس نتایج برآورد نوسان پذیری تصادفی، رشد در نرخ ارز باعث افزایش در نرخ رشد شاخص بورس می‌شود اما تغییر در رشد شاخص بورس اثری بر رشد نرخ ارز ندارد. کوواریانس نوسانات نرخ ارز



و نوسانات شاخص سهام مثبت بوده و افزایش نوسانات در هر یک از این بازارها با افزایش در نوسانات در بازار دیگر همراه خواهد بود.

### ۳-۲- برآورد نوسان‌پذیری با مدل‌های GARCH چند متغیره

یکی از مدل‌هایی که برای بررسی رابطه نوسان‌پذیری بین متغیرها مدل چند متغیره GARCH است. مدل‌های GARCH چند متغیره در قالب‌های مختلفی DCC, CCC, BEKK و VEC ارائه شده است. در اینجا از مدل‌های DCC و BEKK استفاده شده است.

#### ۳-۲-۱- مدل‌های BEKK-GARCH

پارامترهای معادله میانگین برای متغیرهای نرخ ارز و شاخص بورس به این صورت است:

$$\begin{bmatrix} tepix \\ ex \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varphi_1 & \varphi_2 \\ \varphi_3 & \varphi_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} tepix_{t-1} \\ ex_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{bmatrix} \quad (5)$$

همچنین معادله واریانس برای مدل BEKK-GARCH(1,1) به صورت زیر است:

$$\begin{bmatrix} h_{11t} & h_{12t} \\ h_{21t} & h_{22t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & 0 \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{11} & c_{21} \\ 0 & c_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \varepsilon'_{t-1} \varepsilon_{t-1} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{11t-1} & h_{12t-1} \\ h_{21t-1} & h_{22t-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{21} \\ b_{12} & b_{22} \end{bmatrix} \quad (6)$$

در اینجا معادله (۶) با لحاظ قطری بودن ماتریس ضرایب  $b$  (صفر بودن  $a_{12}, a_{21}, b_{12}, b_{21}$ ) برآورد شده است. روش برآوردی برای این مدل روش حداکثر راستنمایی است. برای این منظور تابع راستنمایی با یک توزیع مشخص باید تصریح شود. در اینجا برای دو توزیع نرمال (گاوسی) و توزیع  $t$  استیودنت برآورد‌هایی از پارامترها و نوسان‌پذیری ارائه می‌شود که به ترتیب به عنوان مدل BEKK-GARCH و مدل BEKK-t-GARCH معرفی شده است. نتایج برآورد این مدل‌ها در جدول ۲ ارائه شده است.

جدول ۲- نتایج برآورد مدل BEKK-GARCH و مدل BEKK-t-GARCH

BEKK-t-GARCH		BEKK-GARCH			
آماره t	ضریب	آماره t	ضریب		
5.1	0.06	5.1	0.06	$\mu_1$	معادله میانگین
2.7	0.07	2.7	0.07	$\mu_2$	
21.6	0.4	21.6	0.4	$\varphi_1$	
1.85	0.017	1.85	0.017	$\varphi_2$	
-0.9	-0.036	-0.9	-0.036	$\varphi_3$	
-5.9	-0.11	-5.9	-0.11	$\varphi_4$	

BEKK-t-GARCH		BEKK-GARCH			
آماره t	ضریب	آماره t	ضریب		
3.4	0.049	4.9	0.52	$c_{11}$	معادله واریانس
7.1	0.067	0.02	0.0001	$c_{21}$	
1.7	0.00000	0.44	0.05	$c_{22}$	
7.2	0.23	1.5	0.53	$a_{11}$	
7.9	0.52	0.62	0.39	$a_{22}$	
130.5	0.97	0	0.000	$b_{11}$	
-22.6	-0.85	-3.4	-0.92	$b_{22}$	

همانطور که در جدول ۲ مشخص است بر اساس معادله میانگین افزایش رشد در نرخ ارز باعث افزایش معنی دار در رشد شاخص می شود اما افزایش در رشد شاخص بورس اثر معنی داری بر رشد نرخ ارز ندارد با استفاده از پارامترهای معادله واریانس کوواریانس شرطی رشد نرخ ارز و شاخص سهام بدست می آید که در نمودار ۳ و نمودار ۴ نشان داده شده است.

### ۳-۲-۲- مدل DCC-GARCH

مدل همبستگی شرطی پویا<sup>۳۲</sup> GARCH یا DCC-GARCH که اولین بار در مطالعات انگل و شپارد<sup>۳۳</sup> (۲۰۰۱) و انگل<sup>۳۴</sup> (۲۰۰۲) مطرح شد همبستگی بین نوسان پذیری متغیرها را در قالب پویا و متغیر در زمان بررسی می کند. معادله واریانس یک مدل GARCH چند متغیره در حالت کلی بصورت زیر است:

$$z_t = H_t^{1/2} \varepsilon_t \quad (7)$$

که در آن  $z_t$  ماتریس  $n \times T$  است که  $n$  تعداد متغیرهای مدل و  $T$  دوره سری زمانی متغیرها را نشان می دهد.  $z_t$  جزء خطای باقیمانده از معادله میانگین متغیرهای مدل است (در این پژوهش جملات باقیمانده از برآورد معادله (۵) است) که میانگین آن صفر و ماتریس واریانس و کوواریانس شرطی آن  $H_t$  است.  $\varepsilon_t$  هم بردار خطای iid است. مدل‌های GARCH چند متغیره در واقع در نحوه تصریح  $H_t$  است. یک گروه از این مدل‌ها،  $H_t$  را در قالب واریانس شرطی و همبستگی شرطی مدلسازی می کنند که مدل DCC-GARCH از جمله آن است. بر طبق این مدل داریم:

$$H_t = D_t R_t D_t \quad (8)$$

که در آن  $D_t = \text{diag}(h_{1t}^2, h_{2t}^2, \dots, h_{nt}^2)$  انحراف معیار شرطی جملات اخلاص معادلات میانگین یا همان نوسان‌پذیری است،  $R_t$  ماتریس همبستگی بین نوسان‌پذیری متغیرهای مختلف است. زمانی که ماتریس همبستگی وابسته به زمان باشد، مدل DCC-GARCH خواهد بود. در این مدل داریم:

$$h_{it} = \alpha_{i0} + \sum_{q=1}^Q \alpha_{iq} \varepsilon_{i,t-q}^2 + \sum_{p=1}^P \beta_{ip} h_{i,t-p} \quad (9)$$

از آنجایی که  $R_t$  ماتریس همبستگی است می‌توان آن را به صورت ماتریس متقارن زیر نشان داد:

$$R_t = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12,t} & \dots & \rho_{1n,t} \\ \rho_{12,t} & 1 & \dots & \rho_{2n,t} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{1n,t} & \rho_{2n,t} & \dots & \rho_{n-1,n,t} & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

با توجه به  $R_t$  که در بالا تعریف شد خواهیم داشت که:

$$[H_t]_{ij} = \sqrt{h_{it} h_{jt} \rho_{ij}} \quad (11)$$

با توجه به اینکه  $H_t$  ماتریس کواریانس است، باید مثبت معین باشد. بدین منظور باید  $R_t$  هم مثبت معین باشد. همچنین تمام درایه‌های  $R_t$  باید کوچکتر و مساوی یک باشد. برای برقراری این شرط‌ها در مدل DCC-GARCH ماتریس  $R_t$  به شکل زیر تجزیه می‌شود:

$$R_t = Q_t^{*-1} Q_t Q_t^{*-1} \quad (12)$$

$$Q_t = (1 - a - b) \bar{Q} + a \varepsilon_{t-1} \varepsilon_{t-1}^T + b Q_{t-1} \quad (13)$$

که در آن داریم

$$\varepsilon_t = D_t^{-1} \varepsilon_t \sim N(0, R_t) \quad (14)$$

که  $\varepsilon_t$  جمله اخلاص استاندارد شده است. همچنین  $\bar{Q}$  ماتریس کواریانس غیر شرطی از خطای استاندارد شده  $\varepsilon_t$  است.

$$\bar{Q} = \text{cov}[\varepsilon_t \varepsilon_t^T] = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \varepsilon_t \varepsilon_t^T \quad (15)$$

بعلاوه پارامترهای  $a$  و  $b$  اسکالر هستند و  $Q_t^*$  ماتریس قطری با جذر درایه‌های قطر اصلی  $Q_t$  است:

$$Q_t^* = \begin{bmatrix} \sqrt{q_{11t}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sqrt{q_{22t}} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \sqrt{q_{nnt}} \end{bmatrix} \quad (16)$$

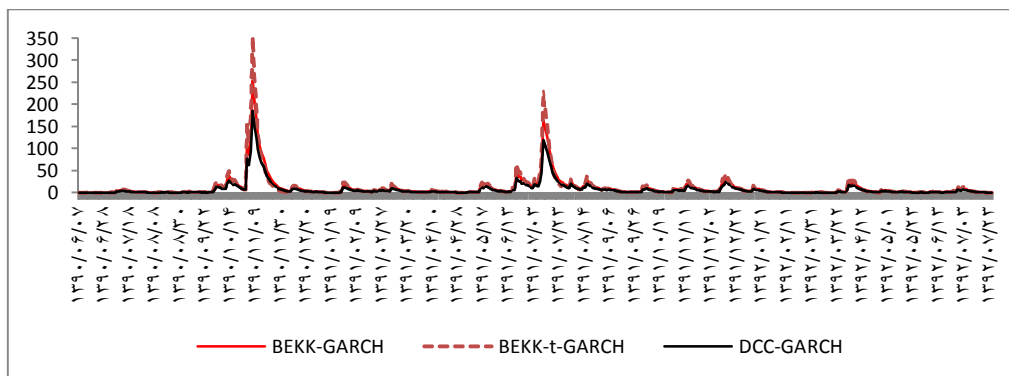
برای اینکه  $H_t$  مثبت معین باشد باید پارامترهای  $a$  و  $b$  مثبت باشد و جمع آنها کوچکتر از یک باشد. برای تخمین پارامترهای این مدل از روش حداکثر راستنمایی استفاده می‌کنیم. بدین منظور تابع لگاریتم راستنمایی<sup>۳۵</sup> را تشکیل می‌دهیم برای اینکه تخمین پارامترها امکان پذیر باشد. برآورد در دو مرحله انجام می‌شود. در مرحله اول در تابع لگاریتم راستنمایی بجای ماتریس  $R_t$  ماتریس واحد  $I_n$  قرار داده و سایر پارامترهای مدل را برآورد می‌کنیم. در مرحله بعدی با قرار دادن برآوردهای پارامترها در تابع راستنمایی، در تابع راستنمایی ماتریس  $R_t$  را وارد تابع راستنمایی می‌کنیم و پارامترهای  $DCC$  یعنی  $a$  و  $b$  را در این مرحله برآورد می‌کنیم که با برآورد این متغیرها،  $R_t$  و  $Q_t$  نیز برآورد می‌شود. از این رو برای برآورد این مدل لازم است که برآوردی از پارامترهای معادله‌های (۹) برای نرخ ارز و شاخص بورس و پارامترهای معادله (۱۳) داشته باشیم. جدول ۳ نتایج برآورد این مدل را نشان می‌دهد.

جدول ۳- نتایج برآورد مدل DCC-GARCH

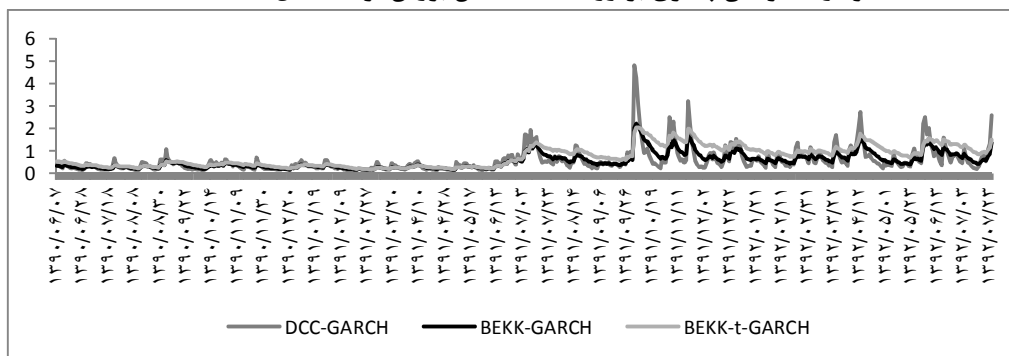
DCC-GARCH			
آماره t	ضریب		
5.1	0.06	$\mu_1$	معادله میانگین
2.7	0.07	$\mu_2$	
21.6	0.4	$\varphi_1$	
1.85	0.017	$\varphi_2$	
-0.9	-0.036	$\varphi_3$	معادله (۹) واریانس نرخ ارز
-5.9	-0.11	$\varphi_4$	
1.7	0.003	$\alpha_{10}$	
4.5	0.29	$\alpha_{11}$	
17.9	0.76	$\beta_{11}$	معادله (۹) واریانس شاخص بورس
3.1	0.05	$\alpha_{20}$	
3.9	0.31	$\alpha_{21}$	پارامترهای DCC معادله (۱۳)
6.8	0.58	$\beta_{21}$	
0.5	0.009	a	
7.3	0.82	b	

بر اساس برآوردهای مدل مختلف چند متغیره  $GARCH$  می‌توان از هر یک از این مدل‌ها علاوه بر اینکه برآوردی از نوسان‌پذیری متغیرها گرفت، کوواریانس شرطی متغیرهای نرخ ارز و شاخص بازار

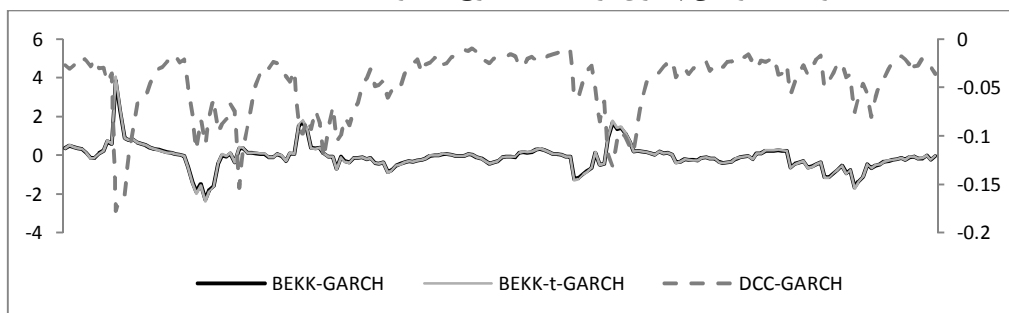
سهام را نیز مشخص کرد. نمودارهای زیر برآورد ها را از این مدل ها نشان می دهد. متوسط کوواریانس در روش *DCC* منفی بوده ولی کوواریانس در روش *BEKK* مثبت بدست می‌آید.



نمودار ۳- نوسان پذیری برآورد شده شاخص بورس توسط مدل GARCH



نمودار ۴- نوسان پذیری برآورد شده نرخ ارز توسط مدل GARCH



نمودار ۵- کواریانس شرطی نوسان پذیری نرخ ارز و شاخص بورس اوراق بهادار

## ۴- نتایج روش های ارزیابی مدل های نوسان پذیری

با توجه به اینکه برآورد مدل های مختلف (SV و GARCH) از نوسان پذیری نرخ ارز و شاخص سهام و کوواریانس بین آنها متفاوت بدست آمده است، ضروریست که بهترین مدل برای برآورد نوسان پذیری این متغیرها انتخاب و نتایج آن مورد تحلیل قرار گیرد. برای انتخاب مدل بهینه برای برآورد نوسان‌پذیری روش های مختلفی وجود دارد که در مطالعات مختلف استفاده می شود. در مجموع روش های مقایسه مدل‌های نوسان‌پذیری به روش های بر پایه معیارهای درون نمونه ای<sup>۳۶</sup> و معیارهای خارج از نمونه‌ای<sup>۳۷</sup> تقسیم می شود. برای بدست آوردن مدل بهینه به هر دو روش باید توجه کرد (کاپورین و مکالیر<sup>۳۸</sup> (۲۰۱۲)). در این بخش ابتدا این روش های ارزیابی معرفی شده و سپس با توجه به نتایج برآورد مدل های مختلف، ارزیابی از عملکرد این مدل ها ارائه می شود.

## مقایسه های درون نمونه ای

اگر مدلهایی که مقایسه می کنیم با ویژگی های مجانبی و خاصی شناخته می شود (مانند نرمال بودن مجانبی برآورد گر یا مانایی متغیر) در این روش ما می توانیم شرایط این مدل را با این خواص بررسی کنیم که داشتن این ویژگی ها را بررسی کنیم. طبیعی است که اگر این شرایط وجود نداشت، این مدل باید کنار گذاشته شود. یکی دیگر از مصادیق این روش به این صورت است که ما مدل ها را بر حسب خصوصیتی که مدلها بوجود می آورند. برای مثال ممکن است مدل های نوسان‌پذیری با عدم تقارن را ترجیح دهیم. به علاوه برای تمام مدل ها یک مجموعه ای آزمون های تشخیصی انجام می شود که طبیعی است که نتایج آزمون های تشخیصی مدل منتخب باید مورد تایید باشد. جدول ۴ نتایج آزمون های مختلف برای مدل های نوسان پذیری را نشان می دهد بر اساس معیارهای اطلاعات (آکائیک و شوارتز) و مقدار حداکثر لگاریتم راستنمایی (Log-Likelihood) مدل BEKK-t-GARCH در بین مدل های GARCH مدل بهینه است. همچنین نتایج آزمون نرمال بودن و خود همبستگی تفاوتی بین مدل ها شناسایی نمی کند.

جدول ۴- مقایسه درون نمونه ای مدل های دو متغیره نوسان پذیری با استفاده از آزمون های مختلف

DCC-GARCH		BEKK-t-GARCH		BEKK-GARCH		MSV		
ex	bi	Ex	bi	ex	bi	ex	bi	
6.7	16.2	10.2	19.2	6.03	18.27	2498	2499	Excess kurtosis
4693 (0.0)	27340 (0.00)	10856 (0.00)	38655 (0.001)	3795.1 (0.001)	34872 (0.001)	652282 (0.00)	6522 (0.00)	Jarque-Bera
253.4 (0.0)	101.7 (0.00)	202.6 (0.00)	94.1 (0.00)	200 (0.00)	90.5 (0.000)	0.007 (0.00)	0.00007 (0.00)	Ljung-Box
30.9 (0.06)	7.44 (0.99)	45 (0.001)	4.3 (0.99)	29.6 (0.08)	10.5 (0.96)	0.0004 (0.00)	0.0004 (0.00)	Ljung-Box (y2)

DCC-GARCH		BEKK-t-GARCH		BEKK-GARCH		MSV		
ex	bi	Ex	bi	ex	bi	ex	bi	
-3385		-2743.4		-3440.16		-0.0195		Log-Likelihood
6832		558		6966.4		109.6		BIC
6785		510		6902.31		28		AIC

### مقایسه خارج نمونه ای

برای مقایسه مدل های GARCH و SV در محدوده خارج از نمونه دو رهیافت مختلف پیش گرفته می شود. این دو رهیافت، مقایسه مستقیم واریانس و مقایسه غیر مستقیم واریانس هستند. در روش مستقیم، پیش بینی از نوسان پذیری انجام شود و سپس یک متغیر به عنوان متغیر جایگزین برای نوسان پذیری انتخاب می شود و سپس آماره های متعارف برای خطای پیش بینی مانند MSE و RMSFE محاسبه می شود. مدلی که کمترین خطای پیش بینی را دارد، به عنوان مدل بهینه انتخاب می شود. اما مشکلی که این روش ارزیابی دارد، این است که نوسان پذیری یک متغیر غیر قابل مشاهده است و نمی توان به راحتی یک متغیر جایگزین مناسب برای نوسان پذیری ارائه کرد. اما در روش غیر مستقیم با استفاده از ارزش در معرض خطر (VaR) پیش بینی نوسان پذیری با استفاده از یک متغیر قابل مشاهده (بازده دارایی) ارزیابی می شود. بنابراین روش غیر مستقیم از اطمینان بیشتری برای ارزیابی مدل ها مورد توجه قرار می گیرد و در این قسمت بر آن تاکید می شود.

### روش غیرمستقیم

یکی از متداول ترین روش های مقایسه بین مدل های نوسان‌پذیری استفاده از مفهوم ارزش در معرض خطر<sup>۳۹</sup> (VaR) است. موضوع اصلی در تخمین VaR تعریف توزیع یک گام جلوی بازده پورتفو است. به عبارت دیگر VaR یک بازده ای را تعریف می کند که متغیر (بازده) با سطح اطمینان  $\alpha$  درصد در این بازه قرار می گیرد.

$$\Pr(\Delta V_{t+1} \leq -VaR_{t+1} | I_t) = \alpha\% \quad (17)$$

که در آن  $\Delta V_{t+1}$  تغییرات در ارزش پورتفو در زمان  $t+1$  است که در خصوص متغیرهای قیمتی همان رشد قیمت یا بازده  $r_t$  می باشد. VaR را می توان با استفاده از نوسان‌پذیری که مدلها تخمین زده‌اند محاسبه کنیم:

$$VaR_{t+1} \cong -\Phi^{-1}(\alpha) \times \sigma_{t+1} \quad (18)$$

که در سطح ۹۰ درصد اطمینان  $\Phi^{-1}(\alpha) = -1.65$  می باشد و  $\sigma_{t+1}$  نوسان‌پذیری برآورد شده توسط مدل‌های نوسان‌پذیری مانند GARCH و SV است. پس از برآورد VaR برای دوره خارج از نمونه آن را با بازده تحقق یافته مقایسه می کنیم و بدست می آوریم که در هر بار که VaR را از یک مدل

بدست آوردیم چند درصد از بازده های تحقق یافته از فاصله اطمینانی که توسط VaR تعیین شده است خارج شده است. مدلی مدل منتخب خواهد بود که وقتی VaR با سطح اطمینان ۹۵ درصد را با آن محاسبه می‌کنیم، ۵ درصد از بازده ها خارج از فاصله اطمینان قرار داشته باشند.<sup>۴۰</sup>

یکی از رهیافت‌هایی که در این راستا مورد استفاده قرار می‌گیرد این است که از VaR برای مقایسه مدل‌های نوسان‌پذیری استفاده می‌شود، اما در قالب توابع زیانی که تعریف می‌شود. توابع زیان مختلفی بر پایه پیش بینی VaR ارائه شده اند. برای مثال بر اساس مطالعات لویز<sup>۴۱</sup> (۱۹۹۹) و کاپورین<sup>۴۲</sup> (۲۰۰۸) و کاپورین و مکالیر<sup>۴۳</sup> (۲۰۱۲) توابع زیان زیر را تصریح کردند:

$$IF = I(r_t < VaR(r_t; \alpha)); \quad (19)$$

$$PIF_t = I(r_t < VaR(r_t; \alpha))(1 + (r_t - VaR(r_t; \alpha))^2) \quad (20)$$

مدلی مدل بهینه خواهد بود که تابع زیان فوق را حداقل کرده باشد. تابع زیان IF در واقع یک تابع نشانگر<sup>۴۴</sup> است که دارای دو دامنه است. در دامنه ای که بازده محقق شده پورترفو (نرخ رشد متغیر) از مقدار ارزش در معرض خطر (که در دوره قبل با پیش بینی نوسان پذیری محاسبه شده) بیشتر باشد عدد صفر و برای دامنه ای که کمتر از ارزش در معرض خطر بوده عدد یک می‌گیرد. اما تابع زیان PIF علاوه بر اینکه این تابع نشان گر را در نظر می‌گیرد، به اختلاف بین بازده و ارزش در معرض خطر نیز توجه می‌کند. به عبارت دیگر در این تابع زیان برای مشاهداتی که کمتر از ارزش در معرض خطر هستند، فاصله تا ارزش در معرض خطر نیز مورد توجه قرار می‌گیرد و هرچه فاصله بین بازده محقق شده و ارزش در معرض خطر بیشتر باشد زیان بیشتر خواهد بود.

در واقع برای ارزیابی عملکرد مدل های نوسان پذیری، پیش بینی یک گام به جلو از نوسان پذیری متغیرها صورت می‌گیرد. سپس با استفاده از معادله (۱۸) ارزش در معرض خطر (VaR) را محاسبه می‌کنیم بطوریکه نوسان پذیری پیش بینی شده به عنوان  $\sigma_{t+1}$  وارد معادله می‌شود. در ادامه بازده محقق شده در دوره  $t+1$  با ارزش در معرض خطر (VaR) پیش‌بینی شده مقایسه کرده و توابع زیان را محاسبه می‌کنیم. مدلی که در آن تابع زیان حداقل باشد، مدل بهینه برای برآورد نوسان پذیری خواهد بود.

برای محاسبه توابع زیان برای هر یک از مدل های نوسان پذیری تصادفی (SV)، BEKK-GARCH، BEKK-t-GARCH و DCC-GARCH، این مدل ها را ۲۰۰ بار در بازه های زمانی متفاوت تخمین زده<sup>۴۵</sup> و در هر بار برآورد یک پیش‌بینی یک گام به جلو از نوسان‌پذیری بدست می‌آید. توابع زیان محاسبه شده بر اساس این پیش بینی ها در جدول ۵ آورده شده است.



جدول ۵- مقایسه برون نمونه ای غیر مستقیم مدل های نوسان پذیری بر پایه محاسبه ارزش در معرض خطر

DCC-GARCH		BEKK-t-GARCH		BEKK-GARCH		MSV		
ex	tepix	Ex	tepix	ex	tepix	ex	tepix	
۱۷,۷	۳,۰	۱۳,۶*	۱,۰*	۱۳,۶	۱,۰	۳۵,۴	۱۲,۱	IF ۵ درصد
۲۷,۳	۵,۱	۲۰,۲*	۳,۵*	۲۳,۲	۳,۵	۳۹,۹	۱۷,۷	IF ۱۰ درصد
۱۷۳,۲	۳۹,۲	۱۶۸,۲*	۳۲,۲*	۱۸۶,۶	۴۸,۴	۲۸۶۷,۶	۶۰,۹	PIF ۵ درصد
۲۳۹,۱	۴۶,۸*	۲۰۷,۸*	۷۴,۴	۲۲۲	۷۴,۶	۳۱۶,۳	۷۴	PIF ۱۰ درصد

توابع زیان IF و PIF برای ارزش در معرض خطر (VaR) ۵ درصد و ۱۰ درصد برای مدل های مختلف و برای متغیرهای مدل یعنی نرخ ارز و شاخص سهام محاسبه شده است. تقریباً در هر دو تابع زیان و در هر دو فاصله اطمینان و هر دو متغیر (نرخ ارز و شاخص سهام) مدل BEKK-t-GARCH توابع زیان را نسبت به سایر مدل‌ها حداقل می‌کند. از این رو می‌توان گفت که مدل BEKK-t-GARCH با توجه به اینکه توابع زیان را حداقل می‌کند عملکرد بهتری در برآورد نوسان پذیری متغیرهای نرخ ارز و شاخص سهام دارد. با توجه به اینکه این مدل توزیع تابع راستنمایی را گاوسی (نرمال) در نظر نمی‌گیرد و توزیع t استیوودنت در نظر می‌گیرد. می‌توان اینگونه نتیجه گرفت که در نظر گرفتن توزیع t توانسته برآوردهای کاراتری از نوسان پذیری ارائه کند.

از این رو با توجه به بررسی های صورت گرفته مدل بهینه برای برآورد روابط بین نرخ ارز و شاخص بازار سهام، مدل BEKK-t-GARCH بدست آمد. بر اساس نتایج این مدل، تغییر در شاخص بازار سهام نمی‌تواند بر نرخ ارز بازار اثر معنی داری بگذارد اما تغییر در نرخ رشد روزانه بازار ارز باعث تغییر در شاخص سهام می‌شود و این رابطه مثبت برآورد شده است. همچنین افزایش نوسانات و نااطمینانی در بازار ارز و سهام اثر مثبت و متقابلی بر نوسانات و نااطمینانی در بازار دیگر دارد. به عبارت دیگر اگر شاهد افزایش ریسک در یک بازار ناشی از افزایش نوسانات و تلاطم در آن بازار باشیم، این ریسک به بازار دیگر نیز خواهد شد و نوسانات آن بازار را نیز افزایش خواهد داد.

### ۵- نتیجه گیری و بحث

میزان نوسانات متغیرها به عنوان متغیر ریسک دارایی‌ها به حساب می‌آید و در نتیجه عامل مهم در قیمت گذاری دارایی های مالی بحساب می‌آید. نوسان پذیری به عنوان یک متغیر جایگزین برای مشخص کردن میزان نوسانات متغیرها، یک متغیر غیرقابل مشاهده است. مدل های نوسان پذیری

متفاوت با توجه به ویژگی‌های مختلفی که در تصریح مدل در نظر می‌گیرند، برآورد متفاوتی از نوسان پذیری ارائه می‌دهند.

مدل‌های نوسان پذیری GARCH و مدل‌های نوسان پذیری تصادفی SV از جمله مهمترین مدل‌های نوسان پذیری هستند که نوسان پذیری را از دو رهیافت متفاوت برآورد می‌کند. در این مطالعه به منظور برآورد نوسان پذیری نرخ ارز و شاخص بازار سهام و رابطه نوسانات بین این دو متغیر از مدل‌های دو متغیره BEKK-GARCH، BEKK-t-GARCH، DCC-GARCH و مدل دو متغیره نوسان پذیری تصادفی (SV) استفاده شده است. از هر یک از این مدل‌ها برآوردی از نوسان پذیری نرخ ارز و شاخص سهام و رابطه بین نوسانات این دو متغیر بدست می‌آید. برای اینکه مشخص شود کدام برآورد نوسان پذیری، بهتر است، با استفاده از آزمون‌های تشخیصی و روش مقایسه ای خارج نمونه ای غیر مستقیم بهترین مدل انتخاب می‌شود.

در روش مقایسه ای خارج نمونه ای غیر مستقیم، ارزش در معرض خطر (VaR) را با استفاده نوسان پذیری پیش بینی شده از مدل‌ها برای دوره بعد محاسبه کرده و بازده محقق شده (در قالب یک تابع زیان) مقایسه می‌کنیم. هرچه ارزش در معرض خطر پیش‌بینی شده حاصل از برآورد مدلی بهتر عمل کند، آن مدل به عنوان مدل بهینه برآورد نوسان پذیری انتخاب می‌شود. این ارزیابی در قالب توابع زیان انجام می‌شود.

بر اساس ارزیابی‌های انجام شده مدل نوسان پذیری تصادفی برآورد بهتری از تمام انواع GARCH ارائه نمی‌کند، بلکه مدل BEKK-t-GARCH که جملات اخلاص را با توزیع غیر گاوسی (توزیع  $t$ ) در نظر می‌گیرد، برآورد بهتری از نوسان پذیری نرخ ارز و شاخص سهام ارائه می‌دهد. همچنین بر اساس مقایسه درون نمونه ای (آزمون‌های تشخیصی) نیز این مدل به عنوان مدل بهینه بین مدل‌های GARCH انتخاب می‌شود. با توجه به اینکه در مقایسه بین دو مدل GARCH و SV نتایج مختلفی بدست آمده است، نتیجه این پژوهش مبنی بر ترجیح مدل GARCH بر SV در مدل‌های چند متغیره مطابق با نتیجه برخی مطالعات انجام شده در این زمینه (بلوم و یو (۲۰۰۱) و ...) و برخلاف نتیجه بدست آمده در برخی دیگر از مطالعات است.

بر اساس نتایج مدل بهینه نوسان پذیری (BEKK-t-GARCH) افزایش در نرخ رشد ارز بازار غیر رسمی اثر مثبتی بر بازده شاخص بورس اوراق بهادار تهران دارد ولی افزایش در بازده بورس اثر معنی داری بر بازده نرخ ارز ندارد. همچنین بر اساس این مدل کوواریانس نوسانات نرخ ارز و بازار سهام مثبت نزدیک به صفر است. به این معنی که افزایش در نوسانات در یکی از بازارها اثر مثبتی در افزایش در تلاطم بازار دیگر دارد.

نتیجه بدست آمده از رابطه بین نرخ ارز و شاخص بازار سهام، تایید کننده تئوری جریان گرا در این زمینه است که رابطه بین نرخ ارز و قیمت سهام را رابطه مثبت ارزیابی کرده است. همچنین رابطه مثبت بدست آمده یک طرفه از بازار نرخ ارز به بازار سهام با مطالعات انجام شده در این زمینه (آلاجیدده و همکاران (۲۰۱۰)) تطابق دارد. از طرف دیگر رابطه بین نوسانات و نااطمینانی نرخ ارز و بازار سهام مطابق با مطالعات انجام شده مثبت برآورد شده است.

### فهرست منابع

- \* Dornbusch, R., Fischer, S., (1980). Exchange rates and the current account. *Am. Econ. Rev.* 70 (5), 960-971.
- \* Bilson, C. M., Brailsford, T. J., & Hooper, V. J. (2001). Selecting macroeconomic variables as explanatory factors of emerging stock market returns. *Pacific-Basin Finance Journal*, 9, 401-426.
- \* Bluhm, H.H.W., Yu, J., 2001. Forecasting volatility: Evidence from the German stock
- \* Bollerslev, T., Chou, R. Y., & Kroner, K. F. (1992). ARCH modeling in finance: a review of the theory and empirical evidence. *Journal of econometrics*, 52(1), 5-59.
- \* Caporin, M., (2008), Evaluating value-at-risk measures in presence of long memory conditional volatility, *Journal of Risk*, 10-3, 79-110.
- \* Engle, R & Sheppard, K (2001), "Theoretical and Empirical properties of Dynamic Conditional Correlation Multivariate GARCH", National Bureau of Economic Research, Working Paper.
- \* Engle, R. F (2002), "Dynamic Conditional Correlation a Simple Class of Multivariate GARCH Models", *Journal of Business and Economic Statistics*, 20, 339-350.
- \* Ericsson, N. R. (2001). Forecast uncertainty in economic modeling (Vol. 697). Board of Governors of the Federal Reserve System.
- \* Ghysels, E., Gouriéroux, C., & Jasiak, J. (1998). Stochastic volatility duration models.
- \* González-Rivera, G., Lee, T. H., & Mishra, S. (2004). Forecasting volatility: A reality check based on option pricing, utility function, value-at-risk, and predictive likelihood. *International Journal of Forecasting*, 20(4), 629-645.
- \* Hull, J., White, A., (1987). The pricing of options on assets with stochastic volatilities. *Journal of Finance* 42, 281-300.
- \* Jacquier, E., Polson, N. G., & Rossi, P. E. (2002). Bayesian analysis of stochastic volatility models. *Journal of Business & Economic Statistics*, 20(1), 69-87.
- \* Kim, S., Shephard, N., & Chib, S. (1998). Stochastic volatility: likelihood inference and comparison with ARCH models. *The Review of Economic Studies*, 65(3), 361-393.
- \* Lopez, J.A., 1999, Regulatory evaluation of value-at-risk models, *Journal of Risk*, 1, 37-64.
- \* Massimiliano Caporin & Michael McAleer, (2010). "Model Selection and Testing of Conditional and Stochastic Volatility Models," Working Papers in Economics 10/58, University of Canterbury, Department of Economics and Finance.

- \* McAleer, M., Chan, F. & Marinova, D. (2007). An econometric analysis of asymmetric volatility: theory and application to patents. *Journal of Econometrics*, 139(2), 259-284.
- \* Melino, A., & Turnbull, S. M. (1990). Pricing foreign currency options with stochastic volatility. *Journal of Econometrics*, 45(1), 239-265.
- \* Pebbles, G. Wilson P., (1996) *The Singapore economy* Edward Elgar, Cheltenham, UK.
- \* Pederzoli, C. (2006). Stochastic volatility and GARCH: a comparison based on UK stock data. *European Journal of Finance*, 12(1), 41-59

## یادداشت‌ها

- <sup>1</sup> González-Rivera, G., Lee, T. H., & Mishra, S.
  - <sup>2</sup> volatility
  - <sup>3</sup> Bollerslev, Chou, and Kroner (1992), Bera and Higgins (1993), Bollerslev, Engle, and Nelson (1994), and Poon and Granger (2002)
  - <sup>4</sup> Stochastic volatility
  - <sup>5</sup> Melino and Turnbull
  - <sup>6</sup> Ghysels et al.
  - <sup>7</sup> Kim, S., Shephard, N., & Chib, S.
  - <sup>8</sup> Jacquier, E., Polson, N. G., & Rossi, P. E.
  - <sup>9</sup> Dornbusch, R., Fischer, S
  - <sup>10</sup> Pebbles, G., & Wilson, P
  - <sup>11</sup> Bilson, C. M., Brailsford, T. J., & Hooper, V. J.
  - <sup>12</sup> Flow-oriented models
  - <sup>13</sup> Stock-oriented models
  - <sup>14</sup> Tesarova V
  - <sup>15</sup> Caporin & Michael McAleer,
  - <sup>16</sup> Pederzoli
  - <sup>17</sup> Bluhm, and Yu, J
  - <sup>18</sup> clustering phenomena
- <sup>19</sup> برای بررسی نوسان پذیری داده های با تواتر بالا کاربرد بیشتری دارند، نتایج برای داده های ماهانه نیز برآورد شده است ولی در این مقاله مورد قرار گرفته نشده است و تنها از خروجی های داده های روزانه ارائه شده است.
- <sup>20</sup> Multivariate Stochastic Volatility Model
  - <sup>21</sup> clustering phenomena
  - <sup>22</sup> Taylor, S.J.,
  - <sup>23</sup> Option
  - <sup>24</sup> Hull, J., White, A.,
  - <sup>25</sup> Euler discretisation
  - <sup>26</sup> diffusion
  - <sup>27</sup> Barnes, Michelle, and Pedro De Lema
  - <sup>28</sup> State variable
  - <sup>29</sup> State space
  - <sup>30</sup> Kalman filter
  - <sup>31</sup> Gaussian quasi maximum likelihood estimation(QMLE)
  - <sup>32</sup> Dynamic Conditional Correlation
  - <sup>33</sup> Engle & Sheppard

<sup>34</sup> Engle

<sup>35</sup> Log-likelihood

<sup>36</sup> In- sample

<sup>37</sup> Out of sample

<sup>38</sup> Caporin, M. and M. McAleer

<sup>39</sup> Value at risk (VaR)

<sup>40</sup> عملکرد مطلوب ارزش در معرض خطر بصورتی است که به عنوان مثال ارزش در معرض خطر ۹۵ درصد، تنها در ۵ درصد مشاهدات، بازده کمتر از ارزش در معرض خطر است. هر چه تعداد مشاهداتی در آن بازده کمتر از ارزش در معرض خطر بیشتر شود نشان می‌دهد که نوسان‌پذیری برآورد شده خطای زیادی دارد.

<sup>41</sup> Lopez, J. A.,

<sup>42</sup> Caporin, M.,

<sup>43</sup> Caporin, M. and M. McAleer

<sup>44</sup> Indicator function

<sup>45</sup> برای این مرحله ۲۰۰ مشاهده را از انتهای داده‌ها (از مجموع ۲۵۰۴ مشاهده) حذف می‌کنیم و در هر بار برآورد یک مشاهده به داده‌های برآورد اضافه کرده و دوره برآورد را به این صورت تغییر داده و در هر بار برآورد یک پیش‌بینی یک گام به جلو بدست می‌آوریم.