فصلنامــه علمی پژوهشی دانش سرمایه‌گــذاری
سال دوم/ شماره پنجم/ بهار ۱۳۹۲

طراحی مدل تخصیص بهینه منابع در بانک‌ها با استفاده از مدل‌های سیستم‌های تولیدی با خطوط تولید موازی

سهراب کردرستمی
دانشیار و عضو هیات علمی دانشگاه آزاد اسلامی واحد لاهیجان، گروه ریاضی کاربردی
krostami@guilan.ac.ir

علیرضا امیر تیموری
دانشیار و عضو هیات علمی دانشگاه آزاد اسلامی، واحد رشت، گروه ریاضی کاربردی
teimoori@guilan.ac.ir

عاطفه معصوم زاده
دانشگاه آزاد اسلامی، واحد لاهیجان ، گروه ریاضی کاربردی
a_masoumzadeh2@yahoo.com

تاریخ دریافت: ۹۱/۱۰/۲۰ تاریخ پذیرش: ۹۱/۱۲/۱۸

چکیده

صنعت بانکداری در دنیا و به ویژه در ایران ،جزو آن دسته از سازمانهای رقابتی هستندکه در آنها فعالیتهایی به صورت موازی و سری در جهت تحقق اهداف صورت می گیرد. جهت نیل به این اهداف ، هدف گذاری برای دوره بعدی فعالیت از موضوعات بسیار حساس و با اهمیت می باشد. تصمیماتی که مدیران اجرائی شرکت‌ها در زمینه افزایش ثروت سهامداران می‌گیرند تا حدی در گرو پیش‌بینی‌هائی است که از وقایع آینده می‌کنند. آنان با پیش‌بینی‌های کوتاه‌مدت و بلندمدت، برنامه‌های مالی شرکت را تهیه می‌کنند.

این مقاله یک روش برای طراحی تولید و تخصیص بهینه منابع برای یک واحد تصمیم گیرنده مرکزی با چندین واحد تولیدی که هریک شامل خطوط موازی تولید هستند را مورد مطالعه قرار می دهد. برای این منظور، میزان ورودی مصرف شده و خروجی تولید شده در فصل قبلی تولید و همچنین ظرفیت ورودی و خروجی ها مفروض هستند. به عبارت دیگر ، برنامه ارائه شده جدید باید به گونه ای تدوین گردد که میزان کارایی نسبی همه خطوط تولید در فصل بعدی تولید بهبود یابند. در این مقاله، فرض شده است که با افزایش مقادیر ورودی ، خروجی های هریک از خطوط تولید در فصل بعدی تولید ، افزایش بیابند. در انتها به منظور نشان دادن قابلیتهای روش اشاره شده ، یک مثال کاربردی روی داده های یکی از بانکهای تجاری کشور ارائه خواهد شد.

واژه‌های کلیدی: تحلیل پوششی داده ها ، تخصیص بهینه منابع ، طراحی تولید ، سیستم های تولید موازی.

۱- مقدمه

طی سالهای گذشته مدیران سازمانها وظیفه تدوین برنامه های بانک را برعهده داشته و براساس اهداف کلان برای هر یک از واحدهای بانک اهداف سالانه تعیین و به آنها ابلاغ می نمایند. در نتیجه آن مدیریت ها و واحدهای بانک ارزیابی می شوند که تا چه میزان به اهداف خود دست یافته اند. در این بین نکته مهمی که همیشه خلأ وجود آن احساس می شود بررسی این موضوع است که هر یک از برنامه های بانک با چه هزینه ای انجام شده و چه درآمدی را برای بانک در پی داشته است. به تعبیر دیگر به دلیل فقدان ارتباط برنامه ها با بودجه بانک عملاً اندازه گیری، کارائی و اثربخشی اجرای برنامه‌ها را در سطح بانک امکان پذیر نمی باشد . پس از انجام بررسی های لازم مشخص شد که نظام بودجه ریزی صحیح می تواند ارتباط منطقی بین این دو مقوله برقرار کند.

یکی از پرکاربردترین شاخه های برنامه ریزی خطی مسائل تخصیص می باشد. هر جا که نیاز به تخصیص منابع محدود به مجموعه ای از فعالیتها یا تیمها وجود داشته باشد به گونه ای که از ترکیبهای مختلف تخصیص حالتی انتخاب شود که به بیشترین بازده منجر گردد می توان از رویکرد تحقیق در عملیات و مسائل تخصیص منابع استفاده کرد. گاهی اوقات برنامه ریزان به جهت مواجه بودن با حجم زیاد اطلاعات و نا آشنایی با تکنیکهای بهینه سازی صرفا به دنبال یافتن یک جواب شدنی برای مساله تخصیص منابع هستند به گونه ای که همه شرایط و محدودیتهای موجود برقرار باشد و پس از سعی و خطاهای زیاد ممکن است بتوانند یک جواب بیابند ولی لزوما این جواب بهینه نبوده و چه بسا می شد جواب بهتر با بازدهی بیشتر یافت. استفاده از مدلهای بهینه سازی این امکان را می دهد که همه حالتهای مختلف تخصیص بررسی شده و بهینه ترین آنها بر اساس تابع هدف تعیین شده انتخاب می گردد.

در این راستا استفاده از ابزارهای نوین علمی همچون برنامه ریزی ریاضی می تواند سازمانها را در رسیدن به یک برنامه ریزی استراتژیک و عملیاتی یاری رساند بطوریکه با اجرای این برنامه عملیاتی کارایی هر واحد نسبت به مرحله قبل افزایش یافته و همچنین اهداف سازمان نیز برآورده گردد. در این مقاله با بکار بردن روش تحلیل پوششی داده ها یک مدل جهت تخصیص بهینه منابع و طراحی یک برنامه استراتژیک ارائه خواهیم داد که بر اساس آن کارایی واحدهای سازمان و در نهایت کل سیستم افزایش یافته و همچنین اهداف سازمان برآورده گردد.

سازماندهی بخشهای بعدی این مقاله بصورت زیر خواهد بود: در بخش بعدی روش تحلیل پوششی داده ها شرح داده خواهد شد و مدلهای اولیه آن بیان می شود . سپس در بخش ۳ مدلهای طراحی تولید موجود معرفی و سپس مدلهایی جهت طراحی تولید در سازمانهایی با سیستم موازی ارائه خواهد

شد. یک مثال کاربردی جهت نشان دادن قابلیتهای مدل ارائه شده بر روی داده های یکی از بانکهای تجاری در بخش ۴ ارائه می شود . نتیجه گیری نیز در بخش ۵ آمده است .

۲- مبانی نظری پژوهش

تحلیل پوششی داده ها یک روش برنامه ریزی خطی برای ارزیابی یک تعداد واحد تصمیم گیری با ورودی و خروجی های چند گانه است . n واحد تصمیم گیری $DMU_j(j=1,..,n)$ را در نظر بگیرید . هر واحد m ورودی $x_{ij}: i=1,...,m$ را جهت تولید s خروجی $y_{rj}: r=1,...,s$ مصرف می کنند . برای محاسبه کارایی نسبی واحد تحت ارزیابی DMU_o با استفاده از روش های تحلیل پوششی داده ها (DEA) و بر اساس میزان ناکارایی مدل زیر را خواهیم داشت که این مدل ناشی از مدل CCR است :

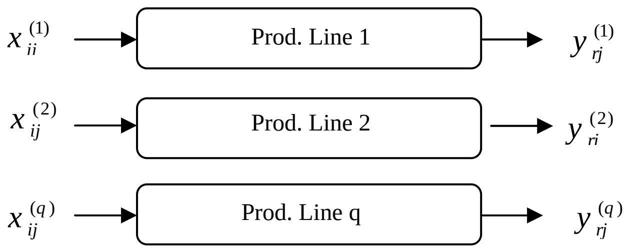
$$
\begin{aligned}
& Min \quad s_o \\
& s.t \quad \sum_{i=1}^{m} v_i x_{io} = 1, \\
& \qquad \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} + s_j = 0, \qquad j = 1,...,n, \\
& \qquad u_r, v_i \geq \varepsilon, \quad for\ all\ r, i.
\end{aligned}
\tag{1}
$$

در این مدل داریم :

$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{ro} = 1 - s_o$$

که در آن s_o مقدار ناکارایی واحد تحت ارزیابی DMU_o است. لذا در تابع هدف مدل فوق میزان ناکارایی واحد تحت ارزیابی را مینیمم می نماییم .

همانطور که قبلاً بیان شد، در دنیای واقعی سیستم های تولید با خطوط تولید موازی وجود دارند. یک واحد تصمیم گیرنده مرکزی را در نظر بگیرید که شامل n واحد تصمیم گیری همگن با m ورودی و s خروجی باشد. به علاوه هر DMU_j شامل $p:(p=1,..,q)$ خط تولید موازی مطابق شکل زیر باشد .



شکل ۱ – سیستم تولید با خطوط موازی

هر خط تولید $p:(p=1,..,q)$ از واحد تصمیم گیری $DMU_j\,(j=1,..,n)$ ، m ورودی $x_{ij}^p : i=1,...,m$ را جهت تولید s خروجی $y_{rj}^p : r=1,...,s$ بطور مستقل مصرف می کند . کاو ( ) Kao (2009) یک مدل مبتنی بر تحلیل پوششی داده ها برای ارزیابی چنین واحدهایی ارائه نمود.

$$
\begin{aligned}
Min \quad & \sum_{p=1}^{q} s_k^p \\
s.t \quad & \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ik} = 1, \\
& \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rk}^p - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ik}^p + s_k^p = 0, \quad p = 1,...,q, \\
& \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj}^p - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij}^p \le 0, \qquad p = 1,..,q \;\;,\;\; j = 1,...,n,\; j \ne k\,, \\
& u_r, v_i \ge \varepsilon, \quad for\ all\ r,\, i\,.
\end{aligned} \tag{۲}
$$

یک ویژگی مهم در این مدل این است که متغیر کمکی مربوط به ناکارایی کل سیستم ، مجموع متغیرهای ناکارایی هر خط تولید واحد مربوطه بود . و این روش به تصمیم گیرنده مرکزی این امکان را می دهد که مولفه های ناکارایی را شناسایی نموده و دلیل اصلی ناکارایی سیستم را تشخیص دهد و در نتیجه در جهت اصلاح آن اقدام نماید.

لذا برای تعیین کارایی همه واحدهای تصمیم گیری ، مسئله برنامه ریزی خطی فوق می بایست n بار حل شود . هر بار برای یک واحد تصمیم گیری $(k=1,...,n)$. در این مدل DMU_k کارا نامیده می شود اگر و تنها اگر مجموع متغیرهای کمکی ناکارایی برای تک تک خطوط تولید صفر باشد . یا به عبارت دیگر :

$$\sum_{p=1}^{q} s_k^p = 0$$

اگر برای واحد تصمیم گیری k ام داشته باشیم $s_k^p = 0$ ، گفته می شود این واحد در خط تولید k ام کارا است . لذا DMU_k کارا است اگر تمام خطوط تولید آن کارا باشد. مدل ارائه شده بر اساس دیدگاه ناکارایی ساخته شده است . در حالیکه ما یک مدل جهت ارزیابی هر زیر واحد (خطوط تولید) از دیدگاه کارایی ارائه خواهیم داد . بدین منظور جهت ارزیابی هر واحد تصمیم گیری ، میانگین وزنی کارایی همه زیر واحدها ($\sum_{p=1}^{q} w_p \theta_p$) را مینیمم می کنیم مشروط به شدنی بودن قیدهای ناحیه شدنی .

برای دستیابی به این هدف می بایست مسئله برنامه ریزی خطی زیر را حل کنیم :

$$\begin{aligned}
Min \quad & \sum_{p=1}^{q} w_p \theta_p \\
s.t \quad & \sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_{ij}^p \le \theta_p x_{io}^p, && i=1,..,m \ , \ p=1,...,q, \\
& \sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_{rj}^p \ge y_{ro}^p, && r=1,..,s \ , \ p=1,...,q, \\
& \theta_p \le 1, && p=1,...,q, \\
& \lambda_j \ge 0, && j=1,...,n.
\end{aligned} \qquad (3)$$

فرم مضربی مدل فوق بصورت زیر است :

$$\begin{aligned}
\max \quad & \sum_{p=1}^{q} \sum_{r=1}^{s} u_r^p y_{ro}^p \\
s.t \quad & \sum_{p=1}^{q} \sum_{i=1}^{m} v_i^p x_{io}^p - \rho^p \le w^p, && p=1,..,q \ , \\
& \sum_{p=1}^{q} \sum_{r=1}^{s} u_r^p y_{rj}^p - \sum_{p=1}^{q} \sum_{i=1}^{m} v_i^p x_{ij}^p \le 0, && j=1,...,n, \\
& u_r^p, v_i^p \ge \varepsilon, \quad for\ all\ r, i, p.
\end{aligned} \qquad (۴)$$

در بخش بعد ، ما یک روش برای تعیین طراحی تولید بهینه در سیستم های موازی و با واحد تصمیم گیرنده مرکزی ارائه خواهیم داد . بطوریکه با این طراحی تولید از کارایی هیچیک از زیر واحدها در مرحله بعدی تولید کاسته نشود .

۳- روش‌شناسی پژوهش

طراحی تولید در یک محیط عملیاتی با واحد تصمیم گیرنده مرکزی معمولاً شامل بیش از یک واحد منحصر به فرد جهت تولید یک قسمت از تولید نهایی است . مسئله طراحی تولید توسط واحد

تصمیم گیرنده مرکزی معمولا با مرتب نمودن ورودی و خروجی های جدید برای تک تک واحدها در فصل بعدی تولید روبرو است بطوریکه تغییرات تقاضا برای کل سیستم از قبل قابل پیش بینی باشد . در این بخش مسئله طراحی تولید با یک واحد تصمیم گیرنده مرکزی در سیستم های تولید با ساختار موازی مورد مطالعه قرار می گیرد. ما فرض می کنیم تغییرات ورودی و خروجی ها برای فصل بعدی تولید قابل پیش بینی بوده و از قبل مشخص باشد. همچنین فرض می کنیم در فصل بعدی تولید افزایش تولید خروجی تنها با افزایش مصرف ورودی امکان پذیر باشد.

برای این منظور فرض کنید n واحد تصمیم گیری مستقل $DMU_j : (j=1,\cdots,n)$ هریک با q خط تولید موازی موجود باشد . هر خط تولید $(p=1,...,q)$ p ، m ورودی $x_{ij}^{(p)} : (i=1,\cdots,m)$ را جهت تولید s خروجی $y_{rj}^{(p)} : (r=1,\cdots,s)$ مصرف می کند. فرض کنید میزان تغییرات در ورودی های کل سیستم در فصل بعدی تولید به صورت C_i قابل پیش بینی باشد . به علاوه بطور مشابه مقدار تغییرات در خروجی های کل سیستم در فصل بعدی تولید را با D_r نشان خواهیم داد . هیچگونه محدودیتی برای C_i, D_r وجود ندارد آنها می توانند مثبت ، منفی و یا صفر باشند. هدف تعیین بهترین برنامه تخصیص منابع و طراحی تولید برای همه واحدهای تصمیم گیری در فصل بعدی تولید است . لذا جهت شناسایی میزان تغییرات در خروجی ها برای هر خط تولید موازی p از DMU_j در فصل بعدی تولید متغیر $d_{rj}^{(p)},\ \ r=1,\cdots,s,\ j=1,\cdots,n$ را معرفی می نماییم . بطور مشابه ما متغیر $c_{ij}^{(p)},\ \ i=1,\cdots,m,\ j=1,\cdots,n$ را جهت تعیین میزان تغییرات در ورودی i از DMU_j در فصل بعدی تولید در نظر می گیریم . و بنابراین $\bar{x}_{ij}^{p} = x_{ij}^{p} + c_{ij}^{p}$ مقدار I امین ورودی از DMU_j در فصل بعدی تولید است . واضح است که داریم :

$$\sum_{j=1}^{n} c_{ij}^{p} = C_i \qquad i=1,...,m\ ,\ p=1,...,q \qquad (۵)$$
$$\sum_{j=1}^{n} d_{rj}^{p} = D_r \qquad r=1,...,s\ ,\ p=1,...,q$$

لذا به منظور طراحی تولید بهینه در سیستم های تولید موازی باید به گونه ای عمل نماییم که میزان کارایی هر زیر واحد DMU_j در فصل بعدی تولید نسبت به فصل جاری کاهش نیابد . لذا باید داشته باشیم :

$$\frac{\sum_{r=1}^{s} u_r (y_{rj}^p + d_{rj}^p)}{\sum_{i=1}^{m} v_i (x_{ij}^p + c_{ij}^p)} \le 1 \qquad p = 1,\dots,q,\ j = 1,\dots,n$$

$$\frac{\sum_{r=1}^{s} u_r (y_{rj}^p + d_{rj}^p)}{\sum_{i=1}^{m} v_i (x_{ij}^p + c_{ij}^p)} \ge \theta_j^{p*} \qquad p = 1,\dots,q,\ j = 1,\dots,n$$

$$\sum_{j=1}^{n} c_{ij}^p = C_i \qquad i = 1,\dots,m\ ,\ p = 1,\dots,q$$

$$\sum_{j=1}^{n} d_{rj}^p = D_r \qquad r = 1,\dots,s\ ,\ p = 1,\dots,q$$

$$u_r, v_i \ge 0, \quad for\ all\ r,\ i,$$

$$\begin{cases} d_{rj}^p \ge 0 & when \quad D_r \ge 0, \\ d_{rj}^p \le 0 & when \quad D_r \le 0, \\ c_{ij}^p \ge 0 & when \quad C_i \ge 0, \\ c_{ij}^p \le 0 & when \quad C_i \le 0, \end{cases}$$

که در آن θ_j^{p*} و $\sum_{p=1}^{q} w_t \theta_j^{p*}$ مقدار کارایی نسبی p امین خط تولید و میزان کارایی DMU_j محاسبه شده توسط مدل (۵) است . نامساوی اول مدل (۶) بیان می کند که کارایی همه زیر واحدهای تولید موازی یک خواهد بود . و این میزان از یک نمی تواند تجاوز کند . نامساوی دوم تضمین می کند که میزان کارایی هر خط تولید و در نتیجه هر واحد تصمیم گیری در فصل بعدی تولید کاهش نمی یابد. سیستم غیر خطی فوق می تواند با تغییر متغیر های زیر تبدیل به یک مسئله برنامه ریزی خطی مطابق سیستم (۷) گردد.

$$u_r d_{rj}^{(p)} = \bar{d}_{rj}^{(p)}\ , \qquad v_i c_{ij}^{(p)} = \bar{c}_{ij}^{(p)}$$

با تغییر متغیرهای فوق داریم :

$$
\begin{aligned}
&\sum_{r=1}^{s}(u_r y_{rj}^{p}+\bar{d}_{rj}^{p})-(\sum_{i=1}^{m}v_i x_{ij}^{p}+\bar{c}_{ij}^{p})\le 0 \qquad p\\
&\sum_{r=1}^{s}(u_r y_{rj}^{p}+\bar{d}_{rj}^{p})-\theta_j^{p*}(\sum_{i=1}^{m}v_i x_{ij}^{p}+\bar{c}_{ij}^{p})\ge 0 \qquad p\\
&\sum_{j=1}^{n}c_{ij}^{p}=C_i \qquad i=1,\dots,m\ ,p=1,\dots,q \\
&\sum_{j=1}^{n}d_{rj}^{p}=D_r \qquad r=1,\dots,s\ ,p=1,\dots,q \\
&u_r,v_i\ge 0,\quad for\ all\ r,\ i,\\
&\begin{cases}\bar{d}_{rj}^{p}\ge 0 & when\quad D_r\ge 0,\\ \bar{d}_{rj}^{p}\le 0 & when\quad D_r\le 0,\\ \bar{c}_{ij}^{p}\ge 0 & when\quad C_i\ge 0,\\ \bar{c}_{ij}^{p}\le 0 & when\quad C_i\le 0,\end{cases}
\end{aligned}
\qquad (7)
$$

مطابق سیستم (۷) ، هدف برای فصل بعدی تولید برای خروجی r ام خط تولید p در DMU_j بصورت $\alpha_j^p D_r$ است. علاوه بر آن مقدار ورودی پیش بینی شده برای ورودی i ام $\beta_j^p C_i$ است . α_j^p و β_j^p نیز می بایست متناسب با سایز خط تولید p از واحد تصمیم گیری j ام (DMU_j) تعیین گردد. لذا تعریف می کنیم :

$$
\alpha_{rj}^{p}=\frac{y_{rj}^{p}}{\sum_{t=1}^{n}y_{rt}^{p}} \quad ,r=1,\dots,s,\ p=1,\dots,q
$$

$$
\beta_{ij}^{p}=\frac{x_{ij}^{p}}{\sum_{t=1}^{n}x_{it}^{p}} \quad ,i=1,\dots,m,\ p=1,\dots,q
$$

بطوری که

$$
\sum_{j=1}^{n}\alpha_{rj}^{p}=1 \qquad ,\ r=1,\dots,s\ ,p=1,\dots,q
$$

$$
\sum_{j=1}^{n}\beta_{ij}^{p}=1 \qquad ,\ i=1,\dots,m\ ,p=1,\dots,q
$$

با این ویژگی ها ، میزان مصرف ورودی ها و تولید خروجی ها برای هر خط تولید و برای تمامی واحدهای در فصل بعدی تولید مورد انتظار می باشد. چون ممکن است مقدار این تغییرات $\bar{d}_{rj}$ و $\bar{c}_{ij}$

برای سیستم (۶) نشدنی باشد . لذا ما برای تابع هدف آرمان تعریف کرده و با بکار بردن متغیرهای ایده آل تلاش می کنیم تمامی اهداف را تا حد امکان به آرمان نزدیک نماییم . برای این منظور قرار می دهیم :

$$\bar{d}_{rj}^{p} - \alpha_{rj}^{p} u_r D_r = b_j^{p+} - b_j^{p-}$$
$$\bar{c}_{ij}^{p} - \beta_{ij}^{p} v_i C_i = a_j^{p+} - a_j^{p-}$$

متغیرهای نامنفی $b_j^{p+}, b_j^{p-}, a_j^{p+}, a_j^{p-}, t_j^{p+}$ و t_j^{p-} ، متغیرهای انحرافی نامیده می شوند که میزان انحراف از بالا و یا پایین را به اهداف (آرمان) نشان می دهند.

برای تضمین شدنی بودن و برای اینکه مطمئن باشیم هر خط تولید در DMU_j بتواند در مطلوب ترین سطح کارایی خود قرار گیرد ، سیستم زیر پیشنهاد خواهد شد:

$$\begin{aligned}
&\sum_{i=1}^{m}(v_i x_{ij}^{p} + \bar{c}_{ij}^{p}) \geq 1 \quad , && p=1,\dots,q,\ j=1,\dots,n,\\
&\sum_{r=1}^{s}(u_r y_{rj}^{p} + \bar{d}_{rj}^{p}) - \sum_{i=1}^{m}(v_i x_{ij}^{p} + \bar{c}_{ij}^{p}) = t_j^{p+} - t_j^{p-}, && p=1,\dots,q,\ j=1,\dots,n,\\
&\sum_{r=1}^{s}(u_r y_{rj}^{p} + \bar{d}_{rj}^{p}) - \theta_j^{p*}(\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij}^{p} + \bar{c}_{ij}^{p}) \geq 0 , && p=1,\dots,q,\ j=1,\dots,n\\
&\sum_{j=1}^{n}\bar{c}_{ij}^{p} = v_i C_i , \qquad i=1,\dots,m\ , p=1,\dots,q\\
&\sum_{j=1}^{n}\bar{d}_{rj}^{p} = u_r D_r , \qquad r=1,\dots,s\ , p=1,\dots,q\\
&\bar{d}_{rj}^{p} - \alpha_{rj}^{p} u_r D_r = b_j^{p+} - b_j^{p-} \quad p=1,\dots,q,\ \ j=1,\dots,n,\\
&\bar{c}_{ij}^{p} - \beta_{ij}^{p} v_i C_i = a_j^{p+} - a_j^{p-} \quad p=1,\dots,q,\ \ j=1,\dots,n,\\
&u_r, v_i \geq 0, \quad for\ all\ r, i,\\
&\begin{cases}
\bar{d}_{rj}^{p} \geq 0 \quad when \quad D_r \geq 0,\\
\bar{d}_{rj}^{p} \leq 0 \quad when \quad D_r \leq 0,\\
\bar{c}_{ij}^{p} \geq 0 \quad when \quad C_i \geq 0,\\
\bar{c}_{ij}^{p} \leq 0 \quad when \quad C_i \leq 0,
\end{cases} && (8)
\end{aligned}$$

شدنی بودن سیستم (۸) واضح است . لذا برای طراحی یک برنامه بهینه تولید ، مدل چند هدفه خطی (MOLP) زیر پسشنهاد می گردد :

$$
\begin{aligned}
&Min \quad \sum_{p=1}^{q}\sum_{j=1}^{n}[t_j^{p+}+t_j^{p-}]\\
&Min \quad \sum_{p=1}^{q}\sum_{j=1}^{n}[b_j^{p+}+b_j^{p-}]\\
&Min \quad \sum_{p=1}^{q}\sum_{j=1}^{n}[a_j^{p+}+a_j^{p-}]\\
&s.t \quad \sum_{i=1}^{m}(v_i x_{ij}^p+\bar{c}_{ij}^p)\ge 1 \quad , \qquad p=1,\dots,q,\ j=1,\dots,n,\\
&\sum_{r=1}^{s}(u_r y_{rj}^p+\bar{d}_{rj}^p)-\sum_{i=1}^{m}(v_i x_{ij}^p+\bar{c}_{ij}^p)=t_j^{p+}-t_j^{p-}, \qquad p=1,\dots,q,\ j=1,\dots,n,\\
&\sum_{r=1}^{s}(u_r y_{rj}^p+\bar{d}_{rj}^p)-\theta_j^{p*}(\sum_{i=1}^{m}v_i x_{ij}^p+\bar{c}_{ij}^p)\ge 0, \qquad p=1,\dots,q,\ j=1,\dots,n,\\
&\sum_{j=1}^{n}\bar{c}_{ij}^p=v_i C_i, \qquad i=1,\dots,m\ ,\ p=1,\dots,q\\
&\sum_{j=1}^{n}\bar{d}_{rj}^p=u_r D_r, \qquad r=1,\dots,s\ ,\ p=1,\dots,q\\
&\bar{d}_{rj}^p-\alpha_{rj}^p u_r D_r=b_j^{p+}-b_j^{p-} \quad p=1,\dots,q,\ j=1,\dots,n,\\
&\bar{c}_{ij}^p-\beta_{ij}^p v_i C_i=a_j^{p+}-a_j^{p-} \quad p=1,\dots,q,\ j=1,\dots,n,\\
&u_r, v_i\ge 0, \quad for\ all\ r,i,\\
&\begin{cases}\bar{d}_{rj}^p\ge 0 & when \quad D_r\ge 0,\\ \bar{d}_{rj}^p\le 0 & when \quad D_r\le 0,\\ \bar{c}_{ij}^p\ge 0 & when \quad C_i\ge 0,\\ \bar{c}_{ij}^p\le 0 & when \quad C_i\le 0,\end{cases}
\end{aligned}
\tag{9}
$$

مینیمم نمودن مجموع متغیرهای b_j^{p+} و b_j^{p-} بدین معنی است که میزان انحرافات $\bar{d}_{rj}^p$ را از $\alpha_{rj}^p D_r u_r$ مینیمم نماییم . بنابراین در صورت امکان برای DMU_j بایستی داشته باشیم $d_{rj}^p=\alpha_{rj}^p D_r$. آنگاه اولین تابع هدف در مدل فوق میزان کارایی هر خط تولید را تا جایی که امکان

دارد افزایش داده و به یک نزدیک می کند. با در نظر گرفتن اهمیت اهداف در مدل (۹) مدل برنامه ریزی خطی زیر را خواهیم داشت :

$$
\begin{aligned}
Min \quad & \varepsilon_1 \sum_{p=1}^{q}\sum_{j=1}^{n}[t_j^{p+} + t_j^{p-}] + \varepsilon_2 \sum_{p=1}^{q}\sum_{j=1}^{n}[b_j^{p+} + b_j^{p-}] + \varepsilon_3 \sum_{p=1}^{q}\sum_{j=1}^{n}[a_j^{p+} + a_j^{p-}] \\
s.t \quad & \sum_{i=1}^{m}(v_i x_{ij}^{p} + \bar{c}_{ij}^{p}) \geq 1 \quad , \qquad p=1,...,q,\ j=1,...,n, \\
& \sum_{r=1}^{s}(u_r y_{rj}^{p} + \bar{d}_{rj}^{p}) - \sum_{i=1}^{m}(v_i x_{ij}^{p} + \bar{c}_{ij}^{p}) = t_j^{p+} - t_j^{p-}, \qquad p=1,...,q,\ j=1,...,n, \\
& \sum_{r=1}^{s}(u_r y_{rj}^{p} + \bar{d}_{rj}^{p}) - \theta_j^{p^*}(\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij}^{p} + \bar{c}_{ij}^{p}) \geq 0 , \qquad p=1,...,q,\ j=1,...,n \\
& \sum_{j=1}^{n}\bar{c}_{ij}^{p} = v_i C_i , \qquad i=1,...,m \ , p=1,...,q \\
& \sum_{j=1}^{n}\bar{d}_{rj}^{p} = u_r D_r , \qquad r=1,...,s \ , p=1,...,q \\
& \bar{d}_{rj}^{p} - \alpha_{rj}^{p} u_r D_r = b_j^{p+} - b_j^{p-} \qquad p=1,...,q,\ j=1,...,n, \\
& \bar{c}_{ij}^{p} - \beta_{ij}^{p} v_i C_i = a_j^{p+} - a_j^{p-} \qquad p=1,...,q,\ j=1,...,n, \\
& u_r, v_i \geq 0, \quad for\ all\ r, i , \\
& \begin{cases} \bar{d}_{rj}^{p} \geq 0 \quad when \quad D_r \geq 0, \\ \bar{d}_{rj}^{p} \leq 0 \quad when \quad D_r \leq 0, \\ \bar{c}_{ij}^{p} \geq 0 \quad when \quad C_i \geq 0, \\ \bar{c}_{ij}^{p} \leq 0 \quad when \quad C_i \leq 0, \end{cases}
\end{aligned}
\tag{10}
$$

که در آن $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ و ε_3 مقادیر تعیین شده توسط کاربر و نشان دهنده میزان اهمیت هر یک از اهداف می باشد ، بطوریکه $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 1$.

با در نظر گرفتن قیود مدل (۱۰) ، به آسانی می توان ملاحظه کرد که با بکار بردن برنامه طراحی شده توسط مدل (۱۰) ، میزان کارایی شعاعی و جدید همه خطوط تولید برای همه واحدهای تصمیم گیری کاهش نمی یابد .

۴- نتایج پژوهش

در این بخش برای نشان دادن قابلیتهای مدل ارائه شده در این فصل ، ۱۰ شعبه از یکی از بانکهای تجاری استان گیلان را در نظر می گیریم . هر شعبه شامل دو زیر واحد : زیر واحد فروش و زیر واحد خدمات است.

بخش خدمات بخشی است که به ارائه خدمات بانکی و جذب سپردههای مشتریان در شعبه می پردازد و بخش فروش بخشی است که در آن به تجهیز منابع بانکی و پرداخت انواع تسهیلات بانکی (مضاربه ، مشارکت ، فروش اقساطی و ....) وصول مطالبات بانکی می پردازند. ورودی های زیر واحدها شامل هزینه جاری و تعداد کارمندان هر بخش می باشد . خروجی یا محصولات بخش فروش شامل انواع تسهیلات (وام ها) و سود دریافتی از تسهیلات و محصولات بخش خدمات شامل مقدار سپرده های مشتریان و کارمزد ارائه خدمات بانکی است . (همه شاخص ها بجز پرسنل بر اساس واحد پولی ایران بر حسب میلیون ریال در نظر گرفته شده اند) . مقادیر ورودی ها و خروجی ها در جدول ۱ نشان داده شده است .

جدول ۱ : مقادیر ورودی و خروجی زیر واحدهای ۱۰ شعبه از یکی از بانکهای تجاری گیلان

شعبه	زیر واحد فروش				زیر واحد خدمات			
	ورودی		خروجی		ورودی		خروجی	
	پرسنل	هزینه	سود دریافتی	وام ها	پرسنل	هزینه	سپرده ها	کارمزد خدمات بانکی
1	8	7032	1401	102808	11	10531	13850	154351
2	7	6654	1311	75509	10	9058	10664	134349
3	8	8756	2455	119860	10	11650	9669	117645
4	7	6342	434	56757	9	8893	6411	98200
5	6	5439	824	96734	8	7436	7564	140578
6	7	7462	928	84631	10	6316	7894	89304
7	3	9236	612	92354	6	11193	5698	136744
8	4	3873	495	38575	9	8021	9451	128755
9	3	4531	530	54628	4	4271	2395	167478
10	3	5387	655	30398	6	2523	6032	140413

با بکار بردن مدل (۵) ، میزان کارایی زیر واحدها برای تمامی واحدهای تصمیم گیری در فصل جاری تولید تعیین می گردد. میزان کارایی زیر واحدها و شعب بانک در جدول ۲ ارائه شده است .

همانطور که از این جدول مشاهده می گردد زیر واحد فروش از شعبه ۷ و زیر واحد خدمات در شعبه های ۱و۹و ۱۰ کارا بوده و بقیه زیر واحدها و تمامی شعب ناکارا هستند .

جدول ۲ : میزان کارایی زیر واحدها و شعب بانک تجاری در فصل جاری تولید

شعبه	زیر واحد فروش	زیر واحد خدمات	کارایی
1	0.2142	1	0.6071
2	0.2869	0.819	0.553
3	0.3355	0.6828	0.5092
4	0.1709	0.5028	0.3369
5	0.4314	0.8388	0.6351
6	0.2684	0.4912	0.3798
7	1	0.9204	0.9602
8	0.5599	0.8414	0.7007
9	0.7307	1	0.8654
10	0.6862	1	0.8431

مدیریت مرکزی در بانک ، میزان تغییرات در خروجی های کل شعب (میزان تولید) را در دوره مالی بعد برای هر یک از زیر واحدها بصورت زیر در نظر گرفته است (میزان تغییرات مورد انتظار) :

$$D_{11} = 1000\,,\ D_{12} = 75000\,,\ D_{21} = 260000\,,\ D_{22} = 15000$$

برای رسیدن به این مقدار از خروجی در دوره مالی بعد ، میزان افزایش در ورودی ها بصورت $C_1 = 20\ ,\ \ C_2 = 26000$ پیش بینی شده است . هدف تخصیص بهینه منابع و طراحی تولید بهینه برای خروجی هاست به گونه ای که میزان کارایی هر یک زیر واحدها و در نتیجه همه واحدهای تصمیم گیری در دوره مالی بعد کاهش نیابد. با در نظر گرفتن اهمیت یکسان برای اهداف در مدل (۱۰) داریم : $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \frac{1}{3}$. لذا با بکاربردن مدل (۱۰) بر روی مجموعه داده های ارائه شده میزان ورودی و خروجی های جدید دو بخش فروش و خدمات برای کلیه شعب در جدول ۳خلاصه شده است

جدول ۳ : میزان ورودی و خروجی های مورد انتظار در دوره مالی جدید

شعبه	زیر واحد فروش				زیر واحد خدمات			
	ورودی		خروجی		ورودی		خروجی	
	پرسنل	هزینه	سود دریافتی	وام ها	پرسنل	هزینه	سپرده ها	کارمزد خدمات بانکی
1	8.68	6932.00	1851.00	112785.13	11.01	9531.00	187679.00	41510.73
2	7.44	6358.00	1451.00	82780.27	10.14	9084.00	124349.00	32506.65
3	8.15	10040.00	2455.00	161327.09	10.00	13208.95	132071.86	38652.38
4	7.54	6100.00	434.00	61333.17	9.00	7917.87	99070.72	30934.19
5	6.46	6320.00	824.00	116220.85	9.13	9807.82	150026.00	32776.28
6	7.19	4422.00	1128.00	92889.33	10.83	6316.00	94752.37	33330.69
7	3.00	8414.37	1611.89	113380.86	6.99	15242.39	160138.00	27827.79
8	4.23	3565.00	295.00	42124.72	11.17	10631.78	149820.45	35685.31
9	3.00	1380.68	230.00	19972.48	10.18	9438.35	88358.00	34847.07
10	3.00	2157.66	641.00	23299.70	11.85	9316.44	140413.00	27770.02

میزان کارایی هر زیر واحد و در نتیجه میزان کارایی هر شعبه با بکار بردن مدل (۵) در جدول ۴ ارائه شده است . همانطور که مشاهده می کنید کارایی نسبی همه واحدهای تصمیم گیری افزایش یافته است .

جدول ۴ : میزان کارایی زیر واحدها و شعب در دوره مالی جدید

شعبه	زیر واحد فروش	زیر واحد خدمات	کارایی
1	0.8811	1	0.94055
2	0.8119	0.7852	0.79855
3	0.9676	0.6352	0.8014
4	0.7186	0.7862	0.7524
5	1	0.8751	0.93755
6	0.9651	0.8017	0.8834
7	1	0.683	0.8415
8	0.8708	0.7766	0.8237
9	0.9211	0.6485	0.7848
10	0.8983	0.7505	0.8244

قابل ذکر است که $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ و ε_3 نقش مهمی را در نتایج مدل (۱۰) بازی می کنند . بطوریکه مقادیر مختلف آنها منجر به نتایج متفاوتی خواهد شد.

۵- نتیجه گیری و بحث

برنامه های مالی سازمانها در جهت نیل به اهداف سازمان در گرو پیش‌بینی‌هائی است که از وقایع آینده صورت می گیرد. مدیران اجرائی شرکت‌ها با پیش‌بینی‌های کوتاه‌مدت و بلندمدت، برنامه‌های مالی شرکت را تهیه می‌کنند. بانکها یکی از سازمانهای رقابتی هستند که دارای ساختار تولید موازی هستند.

در این مقاله ، تخصیص منابع و طراحی تولید بهینه در سیستم های تولید با خطوط تولیدی موازی که تحت نظارت یک واحد مرکزی می باشند مورد مطالعه قرار گرفت . در مدلهای ارائه شده قبلی در سیستم های تولید موازی جهت ارائه طراحی تولید بهینه ، توانایی خطوط تولید در نظر گرفته نشده بود. همچنین ممکن بود طرح تولید ارائه شده اهداف غیر ممکن را پایه ریزی نموده و نشدنی باشند . لذا در این مقاله با در نظر گرفتن توانایی خطوط تولید در تولید خروجی ها مدلی ارائه شد که کارایی هر واحد تصمیم گیری با ورودی و خروجی های مورد انتظار نسبت به دوره قبل کاهش نیابد . سپس مدلها بر روی یک سیستم تولید موازی (شعب یکی از بانک های تجاری استان گیلان) اجرا و با استفاده از مدلهای برنامه ریزی ریاضی یک برنامه استراتژیک تدوین نموده که با اجرای این برنامه کارایی شعب در مرحله بعدی تولید افزایش یابد.

فهرست منابع

1) Amirteimoori A. and Kordrostami. S. (2012), Production planning in data envelopment analysis, International Journal of Production Economics, http://dx.doi.org/10.1016/j.ijpe.2011.09.025.
2) Amirteimoori A. and Emrouznejad. A. (2012), Optimal input/output reduction in production processes, Decision Support Systems, .52 742-747.
3) Bi, G. J. Ding, Y. Luo, L. Liang, (2011) Resource allocation and target setting for parallel production system based on DEA, Applied Mathematical Modeling, 35 4270-4280.
4) Charnes , A. and Cooper. W. W. (1962), Programming with Linear Fractional Functions. Naval Res. Logist. Quart. 9, 181-186.
5) Charnes, A. Cooper, W.W. and Rhodes. E. (1978), Measuring the efficiency of decision making units. European Journal of Operational Research 2, 429–44.
6) Du, J. L. Liang L, Y. Chen, and Bi. G. (2010), DEA-based production planning. OMEGA, 38, 105-112.

7) Golany. B. (1988), An interactive MOLP procedure for the extension of DEA to effectiveness analysis. Journal of the Operational Research Society, 39(8), 725–734.
8) Kao. C. (2009) Efficiency measurement for parallel production systems. European Journal of Operational Research 196 1107-1112