فصلنامــه علمی پژوهشی دانش سرمایه‌گــذاری
سال دهم/ شماره چهل‌ام/ زمستان ۱۴۰۰

بهینه سازی پورتفوی با استفاده از رویکرد کاپولا و ارزش در معرض ریسک شرطی چند متغیره در بورس اوراق بهادار تهران

میرفیض فلاح شمس
دانشیار و عضو هیئت علمی دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران مرکزی، گروه مدیریت مالی، تهران، ایران.
(گروه پژوهشی مخاطرات مالی نوین)
fallahshams@gmail.com

امیر صادقی
استادیار و عضو هیئت علمی دانشگاه آزاد اسلامی، واحد پرند و رباط کریم، گروه ریاضی کاربردی، تهران، ایران. (نویسنده مسئول)
drsadeghi.iau@gmail.com

تاریخ دریافت: ۹۸/۰۵/۲۴ تاریخ پذیرش: ۹۸/۰۸/۱۱

چکیده

یکی از عمده ترین مشکلات سهامداران در بورس اوراق بهادار استفاده از روش مناسب در کمی سازی و محاسبه دقیق ریسک پورتفوی و بهینه سازی پورتفوی سرمایه گذاری برمبنای ریسک–بازده می باشد. در بسیاری از پژوهش های صورت گرفته، از توزیع های یک متغیره برای برآورد سنجه های ریسک استفاده می شود که معمولاً نتایج قابل اطمینانی به سرمایه گذار نمی دهد. زیرا عموماً توزیع دارایی ها، دنباله پهن می باشد و در نظر گرفتن توزیع نرمال تک متغیره و استفاده از روش های پارامتریک، نتایج محاسبات قابل قبول نمی باشد. در این مقاله، با استفاده از نظریه کاپولا، به محاسبه ارزش در معرض ریسک شرطی (CVaR) پرداخته می شود. پس از برآورد کاپولای چند متغیره تی استیودنت و توزیع نرمال چند متغیره، از روش مونت کارلو برای تولید سناریو به منظور محاسبه واریانس پورتفوی و همچنین تخمین ریسک استفاده می شود. سپس با استفاده از روش تابع زیان، صحت تقریب ها تأیید می گردد و در نهایت، مقدار کمینه کاپولا را بر اساس واریانس پورتفوی و نیز مقدار CVaR آن، به عنوان تابع هدف برنامه ریزی پورتفوی در نظر گرفته و با در نظر گرفتن وزن بهینه برای هر سهم، پورتفوی بهینه بدست آورده می شود. نتایج بدست آمده از کارآمدی و قابل اطمینان بودن شبیه سازی مونت کارلو توسط کاپولای تی استیودنت در مقابل توزیع نرمال چند متغیره دارد.

واژه‌های کلیدی: ریسک، ارزش در معرض ریسک (شرطی) چند متغیره، توابع کاپولا، بهینه سازی پورتفوی.

۱- مقدمه

نظر به گسترش روز افزون علاقه مندان به ورود به بازار سهام اعم از بورس، فرابورس و غیره در ایران، به منظور کسب بازدهی بیشتر از سرمایه گذاری خود، مطالعه و بررسی ریسک های موجود در این بازار امری اجتناب ناپذیر خواهد بود. لذا اگر سهامداران آگاهی کاملی از انواع ریسک های موجود در این بازار داشته باشند، قطعاً با مدیریت ریسک و همچنین موازنه بین آن ها و بازدهی می توانند به درآمدهای مورد نظر دست پیدا کنند. انتخاب سبد سهام بهینه یکی از مسائلی بوده است که از دیرباز ذهن متخصصان امور سرمایه گذاری را به خود مشغول کرده است. به عبارتی همه سرمایه گذاران درصدد هستند تا بتوانند با رعایت معیارهای مؤثر در تصمیم سرمایه گذاری و با توجه به ترجیحات شخصی خود حتی الامکان به بهترین انتخاب های ممکن برسند تا ضمن حداقل کردن ریسک به ازای بازده مشخص، تا حدی هم ترجیحات خود مانند درجه ریسک گریزی را لحاظ کرده باشند. سرمایه گذارانی که نظریه نوین سبد سهام را پذیرفته اند و به کار می بندند بر این باورند که "حریف بازار" نیستند. بنابراین انواع گوناگونی از اوراق بهادار را نگهداری می نمایند، تا بازده شان با متوسط بازده بازار برابر شود. از آنجا که آنان توانایی پیش بینی ندارند، بنابراین می کوشند"مجموعه ای متنوع" از اوراق بهادار نگهداری کنند، تا بتوانند به نرخ بازدهی مطلوب خود، که نزدیک به نرخ بازده بازار است، دست یابند (پیش بهار و عابدی، ۱۳۹۶).

در تجزیه و تحلیل مالی نوین، شواهدی زیادی بر غیر نرمال بودن توزیع بازدهی سهام و دارایی های مالی در بورس اوراق بهادار دارد. همان طور که می دانیم در رویکرد های سنتی مثل روش میانگین - واریانس مارکویتز و رویکرد ارزش در معرض ریسک پارامتریک، همگی به فرضیه نرمال بودن تابع توزیع بستگی دارد (مارکویتز، ۱۹۵۲). از آن جا که توزیع نرمال چند متغیره برای توزیع مشترک بسیاری از متغیرهای مالی مناسب نیست، به دنبال آن هستیم که مدل های چند متغیره مناسب تری را برای این منظور بیابیم. یکی از ابزار کاربردی مناسب که جایگزین مشخصات نرمال بودن بین متغیرها می شود و در مدیریت ریسک، مدیریت نمونه کارها، قیمت گذاری دارایی و سایر برنامه ها توجه بیشتری را به خود جلب کرده است، استفاده از توابع کاپولا است که در این مقاله مورد استفاده قرار می گیرد (آنگ و چن، ۲۰۰۲).

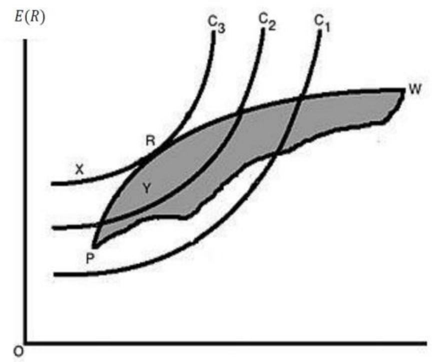
۲- مبانی نظری و پیشینه پژوهش

۲-۱- مبانی نظری

تا قبل از توسعه مدل های جدید سرمایه گذاری و مدیریت پورتفوی، سرمایه گذاران در پی افزایش سود حاصل از سرمایه گذاری بودند و توجهی به خطرات و ریسک های موجود در این زمینه نمی کردند. در واقع در رویکرد سنتی نظریه پورتفوی، فرد سرمایه گذار بازده مورد انتظار اوراق مختلف را تخمین می زد و سپس در اوراق بهاداری که بیشترین بازده مورد انتظار را داشتند، سرمایه گذاری می نمود. از نظر مارکویتز این روش غیرعقلایی است چرا که سرمایه گذار علاوه بر به حداکثر رساندن بازده، می بایست تا حد ممکن نسبت به تحقق این بازدهی مطمئن باشد. وی پیشنهاد نمود سرمایه گذار علاوه بر در نظر گرفتن بازده سرمایه گذاری، معیار

ریسک را نیز در انتخاب دارایی ها جهت سرمایه گذاری در نظر گیرد. لذا مارکویتز در مدل خود تلاش کرد میانگین بازده دارایی ها را افزایش دهد و از طرف دیگر ریسک بازدهی دارایی ها را کمینه کند (راغفر و آجرلو، ۱۳۹۵).

نظر به ریسک موجود در اوراق بهادار، مسئله اصلی هر سرمایه گذار، تعیین سبدی از اوراق بهادار است که مطلوبیت آن حداکثر شود. این مسئله معادل انتخاب سبد سهام بهینه از مجموعه سبد سهام های ممکن می باشد که تحت عنوان مسئله انتخاب سبد سهام از آن یاد می شود. پیدایش تئوری مدرن سبد سهام به سال ۱۹۵۲ بر می گردد یعنی زمانی که هری مارکوتیز مقاله ای تحت عنوان "انتخاب سبد سهام"را منتشر کرد. رویکرد مارکوتیز برای انتخاب پورتقوی با این فرض شروع می شود که شخصی، مقدار معینی پول برای سرمایه گذاری در اختیار دارد. این مبلغ برای یک مدت زمان مشخص که "دوره نگهداری سرمایه" نامیده می شود، سرمایه گذاری خواهد شد. سپس مبلغ مورد نظر، مصرف و یا سرمایه گذاری مجدد خواهد شد. بنابراین رویکرد مارکوتیز را می توان"رویکرد تک دوره ای"در سرمایه گذاری نامید که در آن آغاز دوره با t =۰ و انتهای دوره با t=۱ نمایش داده می شود. در t=۰ سرمایه گذار بایستی تصمیم بگیرد کدام ورقه را خریداری و تا زمان t=۱ نگهداری کند. وی بیان می کند که سرمایه گذاران به صورت همزمان به دو پدیده ریسک و بازده توجه می کنند. ریسک با نوسانات بازده مرتبط است و نوسانات توسط واریانس بازده اندازه گیری می شود. مطابق نظریه مدرن سبد سهام، سرمایه گذاری که در پی حداکثر نمودن بازده مورد انتظار و حداقل کردن عدم اطمینان یا ریسک است، دو هدف متضاد در پیش رو دارد که بایستی آنها را با متنوع سازی و تشکیل سبد سهام در برابر یکدیگر موزانه نماید. از دیدگاه مارکوتیز، تنوع بخشی شامل ترکیب اوراق با حداقل همبستگی مثبت به منظور کاهش ریسک در سبد سهام، بدون از دست دادن بازده سبد سهام است. همانطور که در **شکل ۱** ملاحظه می گردد، ترکیب بهینه پورتفوی برای هر سرمایه گذار نوعی نقطه ای بروی مرز کارآ است که با یکی از منحنی های بی تفاوتی وی مماس باشد.



شکل ۱: انتخاب پرتفوی بهینه سرمایه گذاری نوعی براساس منحنی بی تفاوتی سرمایه گذار.

در مدل مارکوتیز هر سرمایه گذار می خواهد "بازه مورد انتظار" را که مطلوب است، در سطح "عدم اطمینان بازده" یا ریسک مشخص که نامطلوب است، حداکثر نماید. معیارهای انتخاب بهینه سبد سهام در مدل مارکویتز میانگین بازده دارایی ها به عنوان بازده مورد انتظار و واریانس بازده دارایی ها می باشد. مدل کلی میانگین– واریانس مارکویتز برای یافتن مرز کارا بصورت زیر است:

$$\begin{aligned} &\text{maximize}\;\; U = \gamma E\left(R_p\right) + \left(1-\gamma\right)\sigma_p \\ &\quad s.t \qquad \textstyle\sum_{i=1}^{N} x_i = 1 \\ &\qquad\qquad\quad 0 \le \gamma \le 1 \end{aligned} \tag{۱}$$

ارزش در معرض ریسک یا همان VaR یک معیار اندازه‌گیری ریسک است که حداکثر زیان مورد انتظار را در یک موقعیت سرمایه‌گذاری خاص و برای سطح اطمینان خاصی تخمین می‌زند. بیان دیگر با سطح اطمینان α-1، VaR کوچک‌ترین عدد ℓی است به طوری که احتمال ضرر L از ℓ تجاوز کند، حداکثر برابر با $1-\alpha$ است (لارسن و همکاران، ۲۰۰۸) به عبارت دیگر خواهیم داشت:

$$\mathrm{VaR}_\alpha = \inf\left\{\ell \in \mathbb{R} : P\left(L \ge \ell\right) \le 1-\alpha\right\} = F^{-1}\left(\alpha\right) \tag{۲}$$

دو رویکرد عمده برای تقریب ارزش در معرض ریسک وجود دارد: نخست رویکرد پارامتریک که شامل روش واریانس-کواریانس، روش تقریب کورنش-فیشر، روش میانگین متحرک، روش میانگین متحرک وزنی و خانواده GARCH و غیره می باشد (این روش دارای محدودیت‌ها مانند فرض نرمال بودن توزیع بازده دارد) و دیگر رویکرد ناپارامتریک است که شامل روش های شبیه سازی تاریخی و روش مونت کارلو می باشد. اخیراً روشهای نیمه پارامتریک هم تبیین شده که با استفاده از توزیع پارتو به روش های تئوری حدی مشهور هستند.

از محدودیت های ارزش در معرض خطر می توان به عدم در نظر گرفتن خاصیت تنوع بخشی اشاره کرد. به این معنی که VaR پورتفوی از مجموع VaR دارایی های تشکیل دهنده آن پورتفوی بیشتر می باشد، به بیان دیگر $\mathrm{VaR}(\mathrm{X+Y}) > \mathrm{VaR}(\mathrm{X}) + \mathrm{VaR}(\mathrm{Y})$. بنابراین VaR به دلیل فقدان ویژگی جمع پذیری جزئی همیشه نمی تواند به عنوان یک شاخص ریسک منسجم مورد استفاده قرار گیرد (اگر چه هنوز به عنوان اندازه ریسک قابل قبول است). یکی از سنجه هایی که مشکل فوق را شامل نمی شود، ارزش در معرض ریسک شرطی است. این سنجه، در واقع میانگین ارزش های در معرض ریسک در سطح اطمینان تعیین شده یا به عبارت دیگر میانگین حداکثر زیانهای انتظاری در یک سطح اطمینان تعیین شده را برآورد می کند. CVaR یک متغیر تصادفی X، که نمایشگر زیان است در سطح معنی داری α به صورت زیر می باشد:

$$\mathrm{CVaR}_\alpha\left(\mathrm{X}\right) = \tfrac{1}{(1-\alpha)} \int_\alpha^1 \mathrm{VaR}_\beta \, d\beta \tag{۳}$$

که در آن $\beta \in \left[\alpha, 1\right]$.

همانطور که می دانیم کاپولا یک تکنیک ریاضی انعطاف‌پذیر است که مجموعه‌ای از توابع احتمال تجمعی حاشیه‌ای تک متغیره را به یکدیگر متصل و یک تابع احتمال تجمعی چند متغیره را تولید می‌کند. در واقع کاپولا مبتنی بر ارتباط و وابستگی غیرخطی بین متغیرها بوده و پیوند دهنده توزیع توأم و توابع حاشیه‌ای است. استفاده از کاپولاها مزایای فراوانی دارد منجمله اینکه کاپولاها علاوه بر بیان وابستگی خطی، توانایی بیان وابستگی را هم دارند، این اجازه را می دهند که هر توزیع حاشیه ای برای هر متغیر انتخاب شود، در برابر تغییرات زیاد و سریع، ثابت می باشند و همچنین با استفاده از آنها می توان وابستگی را در هر دو طرف توزیع با استفاده از وابستگی دمی به دست آورد. نکته‌ای که محدودیتی برای کاپولاهای ناپارامتریک محسوب می‌شود این است که پارامترها نماینده شدت وابستگی متغیرها می‌باشند و رابطه ریاضی معینی با آن دارند. بنا به استفاده از پارامترهای متفاوت در کاپولاهای پارامتریک مختلف، نتایج نیز با هم متفاوت خواهند بود.

کاپولاها انواع گوناگونی دارند که به طور کلی در دو دسته پارامتریک و ناپارامتریک تقسیم بندی می‌شوند. ارجحیت کاپولاهای پارامتریک در استفاده از پارامتر بوده، از این رو در این تحقیق مورد توجه قرار گرفته‌اند. در واقع برازش کاپولا با داده‌های ورودی به کمک تخمین این پارامترها امکان پذیر است. از انواع کاپولاها می توان به کاپولای گاوسی و تی کاپولا و نیز خانواده کاپولای ارشمیدسی که شامل کاپولاهای کلایتون، گامبل و فرانک می باشد، اشاره کرد که تابع توزیع آنها را می توان در جدول ۱ ملاحظه کرد. همچنین برای برآورد کاپولاها، دو رویکرد عمده وجود دارد: اولاً روش حداکثر درستنمایی و ثانیاً روش استنتاج حاشیه ها.

یکی از قضایای معروف در نظریه کاپولا که در اکثر مراجع یافت می شود، قضیه اسکلار است که نشان می دهد هر تابع توزیع احتمال چند متغیره می تواند یک توزیع حاشیه ای و یک ساختار وابستگی داشته باشد (اسکلار، ۱۹۵۹). در واقع قضیه اسکلار نشان می دهد، زمانی که متغیرها پیوسته باشند، هر تابع توزیع احتمال چند متغیره می تواند با استفاده از یک توزیع حاشیه ای و یک ساختار وابسته نشان داده شود. روش معمول برای اندازه گیری استقلال انجام آزمون مقیاس بدون تغییر می باشد. بدین مفهوم که آنها تحت تبدیل اکیداً صعودی از متغیرهای تصادفی، بدون تغییر باقی می مانند. (گانی و زه تابیان، ۱۳۹۷)

جدول۱: برخی کاپولاهای معروف به همراه تابع توزیع و مولد آنها

نام کاپولا	تابع توزیع کاپولا
کلایتون	$C_C(u_1,u_2)=\left[\max\left\{u_1^{-\theta}+u_2^{-\theta}-1,0\right\}\right]^{-\frac{1}{\theta}},\quad \theta\in[-1,\infty)\setminus\{0\}$
گامبل	$C_G(u_1,u_2)=\exp\left[-\left(\left(-\log(u_1)\right)^{\theta}+\left(-\log(u_2)\right)^{\theta}\right)^{-\frac{1}{\theta}}\right],\quad \theta\in[1,\infty)$
فرانک	$C_F(u_1,u_2)=-\frac{1}{\theta}\ln\left(1+\frac{\left(e^{-\theta u_1}-1\right)\left(e^{-\theta u_2}-1\right)}{e^{-\theta}-1}\right),\quad \theta\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$
گاوسی	$C_{Ga}(u)=\int_{-\infty}^{\phi^{-1}(u_1)}\cdots\int_{-\infty}^{\phi^{-1}(u_n)}\frac{1}{2\pi^{\frac{\pi}{2}}\lvert\mathbf{R}\rvert}\exp\left(-\frac{1}{2}\mathbf{x}^T\mathbf{R}^{-1}\mathbf{x}\right)dx_1\cdots dx_n$

نام کاپولا	تابع توزیع کاپولا
تی	$C_T = \left\|\mathbf{R}\right\|^{-\frac{1}{2}} \frac{\Gamma\left(\frac{\nu+n}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)} \left(\frac{\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right)}\right)^{n} \frac{\left(1+\frac{1}{\nu}\boldsymbol{\delta}^{T}\mathbf{R}^{-1}\boldsymbol{\delta}\right)^{-\frac{\nu+n}{2}}}{\prod_{i=1}^{n}\left(1+\frac{\delta_i^2}{\nu}\right)^{-\frac{\nu+1}{2}}}$

۲-۲- پیشینه پژوهش

در راستای پژوهش های داخلی انجام گرفته، نیکو مرام و همکاران (۱۳۹۷) به ارائه یک مدل بهینه سازی پرتفوی براساس ریسک نامطلوب و پتانسیل مطلوب و عوامل روانشناختی پرداختند. در این تحقیق به بررسی بازده ۱۸ صنعت از صنایع پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران در یک بازه ۱۲ ساله پرداخته شده است. نتایج تحقیق نشان می دهد که بازده پورتفوی بهینه مبتنی بر ریسک نامطلوب و پتانسیل مطلوب در حالتی که سرمایه گذار از ریسک نامطلوب گریزان و از پتانسیل مطلوب نیز گریزان می باشد و یا زمانیکه سرمایه گذار از ریسک نامطلوب گریزان و نسبت به پتانسیل مطلوب بی تفاوت (خنثی) می باشد، تفاوت معنی داری با بازده مدل کلاسیک ندارند. در حالی که بازده پورتفوی بهینه در حالتی که سرمایه گذار از ریسک نامطلوب گریزان و در جستجوی پتانسیل مطلوب می باشد از بازده مدل کلاسیک بالاتر می باشد.

صالح آبادی و همکاران (۱۳۹۷) به ارائه مدلLMP-Upm در سطوح مختلف ریسک و پتانسایل پذیری با استفاده از شاخص های تمام صنایع جهت بهینه سازی پورتفوی پرداختند. دوره زمانی بهینه سازی از سال ۱۳۸۹ تا ۱۳۹۲ در نظر گرفته شده است و دوره پس از آن (۱۳۹۲ تا ۱۳۹۵)روند پورتفوی بهینه شده با مدل میانگین – واریانس مقایسه گردید و عملکرد با استفاده از نسبت شارپ مقایسه گردید. نتایج پژوهش نشان می دهد مرز کارآ مدل LMP-Upm عملکرد بهتری دارد.

رهنمای رودپشتی و همکاران (۱۳۹۶) به ارائه یک مدل بهینه سازی پرتفوی براساس نسبت شارپ پایدار در بورس اوراق بهادار تهران پرداختند. نتایج این تحقیق حاکی از آن است که بازده واقعی در مدل شارپ تفاوت معنی داری با مدل مارکویتز ندارد.

دولو و دشتی (۱۳۹۶) در تحقیقی به بررسی و برآورد صرف ریسک نامطلوب حدی با استفاده از نظریه ارزش حدی پرداخت. یافته ها نشان می دهد که وجود ریسک نامطلوب در ایران تأیید می شود. و بطور کلی می توان بیان داشت که قیمت گذاری در بسیاری از موارد با استفاده از حد ارزش و ریسک نامطلوب صورت می گیرد.

فلاح شمس و غضنفری (۱۳۹۵) در تحقیقی به بررسی ریسک نامطلوب (مقدار ارزش حدی) و بازده در بورس اوراق بهادارتهران با رویکرد تئوری ارزش حدی پرداختند. مدل مورد استفاده برای تخمین مقدارارزش حدی"مدل تئوری ارزش حدی"می باشد. از مدل GARCH و مدل AR وروش حداکثر درست نمایی به منظور تخمین پارامترهای مدل تئوری ارزش حدی استفاده گردید. همچنین از مدل چهار عامله کارهارت برای بدست آوردن بازده اضافی استفاده شد. برای انجام تحقیق از داده های ارزش روزانه بازار سهام در فاصله زمانی ۱۳۸۲- ۱۳۹۲ استفاده شد. در این تحقیق معناداربودن رابطه بین مقدارارزش حدی و بازده توسط مدل پنل دیتا انجام

پذیرفت. در نهایت نتایج آزمون فرضیه بیانگر وجود ارتباط مثبت و معنادار بین بازده اضافی و مقدار ارزش حدی (ریسک نامطلوب) برای نمونه مورد پژوهش راتأیید کرد. همچنین نتایج رگرسیون پنل دیتا نشان داد که بین بازده مورد انتظار و مقدار ارزش حدی از نظرآماری رابطه معناداری وجود دارد.

پویان فر و موسوی (۱۳۹۵) با ترکیب نظریه ارزش فرین و کاپولاها ارزش در معرض ریسک سبدی متشکل از سه نماد با بالاترین نقدشوندگی در صنعت پتروشیمی بورس اوراق بهادار تهران اندازه گیری و نتایج حاصل با مدل های دیگر مقایسه شد و نشان داده شد که مدل ترکیبی نسبت به مدل های شبیه سازی تاریخی، پارامتریک و مدل ترکیبی واریانس ناهمسان شرطی تعمیم یافته کارآمدتر است.

راغفر و آجورلو (۱۳۹۵) ارزش در معرض ریسک پورتفوی ارزی بانک با روش GARCH-EVT-Copula محاسبه و در کنار این روش، از روش های واریانس-کوواریانس و شبیه سازی تاریخی نیز استفاده شده است. براساس نتایج به دست آمده از آزمون کوپیک، اعتبار مدل GARCH-EVT-Copula نسبت به دو مدل دیگر بیشتر می باشد.

همچنین در راستای تحقیقات بین المللی انجام گرفته، کارماکار و پائول، (۲۰۱۸) به مطالعه پیش بینی و مدیریت ریسک پورتفوی روزانه با استفاده از ارزش در معرض ریسک شرطی و ارزش در معرض ریسک توسط سه رویکرد CGARCH-EVT-Copula پرداختند، به این گونه که از سه بازار مختلف سه شاخص قیمت سهام گرفته و آن ها را با یکدیگر مقایسه می کنند. با استفاده از روش پس آزمایی، در آخر مشخص شد که رویکرد CGARCHنتایج بهتری نسبت به سایر رویکردها داشته است.

لطفی و زنیئوس (۲۰۱۸) مدل‌هایی مفید برای بهینه‌سازی ارزش در معرض ریسک و ارزش شرطی در معرض ریسک با حداقل محدودیت بازگشتی مورد انتظار، تحت ابهام مشترک در توزیع، بازده میانگین و ماتریس کواریانس ارائه کرده اند. این مدل‌ها چندین مدل موجود را با یکدیگر متحد و یا آن ها را گسترش می‌دهند. این مدل برای مدیریت فعال اوراق بهادار پیش فرض اعتبار از مرکز منطقه یورو و حاشیه کاربرد بسزایی دارد به گونه ای که با در نظر گرفتن استراتژی خرید و نگهداری و مدیریت فعال نشان می دهند که با استفاده از مدل‌های بهینه‌سازی مقاوم در خارج از نمونه، حتی در طول بحران منطقه یورو انجام می‌دهند.

ژو و همکاران (۲۰۱۷) یک رویکرد تحلیل پوششی داده ها تحت چارچوب میانگین-واریانس جهت بهبود مرز کارایی پورتفوی پیشنهاد نمودند. در این مدل سرمایهگذار از مزیت استراتژی متوازن سازی مجدد پورتفوی نیز برخوردار خواهد بود که درنتیجه آن مرز کارا بهینه تر از حالت سنتی خود خواهد بود. همچنین نشان دادند که استراتژیهای متوازن سازی مجدد می تواند به نسبتهای بالاتری از نرخ شارپ و نرخ سورتینو نسبت به مقدار اصلی خود دست یابد درنهایت، آنها روش پیشنهادی را برای ارزیابی عملکرد صندوقهای سرمایه گذاری در چین با توجه به افشای اطلاعات پایداری ارائه نمودند. نتایج نشان داد که رویکرد پیشنهادی نه تنها پیشنهادهای سرمایه گذاری بلکه منابع مالی برای ایجاد صندوق های سرمایه گذاری را نیز فراهم می کند.

مقوانی و تاکور (۲۰۱۷) یک مدل متوازن سازی مجدد پرتفوی سه هدفه با توابع هدف ریسک، بازده و هزینه معامله پیشنهاد نمودند. در سه مدل مجزا معیار متفاوتی برای ریسک تحت عنوان واریانس، ارزش در معرض

ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی را مورد بحث قرار دادند. برای بررسی اثربخشی رویکرد پیشنهادی از بهینه سازی تکاملی چندهدفه استفاده نمودند.

کومار و همکاران (۲۰۱۵) مدل متوازن سازی مجدد پرتفوی را با در نظر گرفتن پارامترهای نظیر بازده مورد انتظار، ریسک، هزینه معامله و ... در افقهای زمانی مشخص توسعه دادند .هدف آنها از ارائه رویکردشان دستیابی به پرتفوی کاراتر می باشد که بوسیله داده های تجربی مورد بررسی قرار گرفت.

کلودیا فرونی و همکاران (۲۰۱۴) در مقاله ای با عنوان "مدل های ارزش در معرض خطر برای داده های با فراوانی ترکیبی" پارامترهای ارزش در معرض خطر را برای داده های با فراوانی ترکیبی به خصوص MSMF-VAR معرفی نمودند .نتایج نشان می دهد که مدل به منظور برآورد وضعیت فعالیت اقتصادی مفید است.

جوپتا و همکاران (۲۰۱۳) یک مدل چند معیاره فازی انتخاب سبد سرمایه گذاری با بیشینه سازی بازده و نقدشوندگی و در نظر گرفتن ریسک به صورت فازی و به عنوان محدودیت ارائه دادند. در این مدل بودجه، محدودیتهای کاردینالیتی و در نظر گرفتن حد بالا و پایین برای سرمایه گذاری در هر سهم در نظر گرفته شده است که آن را با یک الگوریتم هیبریدی که شبیه سازی فازی را با الگوریتم ژنتیک ترکیب کرده است حل شده است.

۳- فرضیه‌های پژوهش

با توجه به مطرح شدن رتبه بندی صندوق های قابل معامله در بورس اوراق بهادار بر اساس معیار ارزش در معرض ریسک، فرضیه ها در این پژوهش به صورت زیر است:

- ترکیب روش کاپولا و ارزش در معرض ریسک شرطی توانایی لازم جهت محاسبه ریسک صندوق های قابل معامله را دارد.
- مرز کارآی استخراج شده از مدل ارزش در معرض ریسک شرطی با استفاده از نظریه کاپولا عملکرد بهتری از لحاظ ریسک و بازده نسبت به مرز کارآی مدل ارزش در معرض ریسک شرطی نرمال خواهد داشت.

۴- روش شناسی پژوهش

۴-۱- ارزش در معرض ریسک چند متغیره

در این قسمت اقدام به تصریح الگوی کاپولا برای ارزش در معرض برای یک سبد دارایی می کنیم. درصورتی که سبد دارایی متشکل از n دارایی با بازدهی $\{r_{1t}, r_{2t}, ..., r_{nt}\}_{t=1}^{T}$ باشد و وزن هرسهم با w_i مشخص شود، ارزش در معرض خطر به صورت زیرمحاسبه می شود (بای و سون، ۲۰۰۷):

$$p\{w_1 r_{1t} + w_2 r_{2t} + ... + w_n r_{nt} \le -\mathrm{VaR}_t(\alpha, k) \;|\Omega_{t-1}\} = \alpha \qquad (۴)$$

و یا

$$p\left\{r_{1t} \le \left(-\mathrm{VaR}_t w_1 - \left(w_2 r_{2t} + \ldots + w_n r_{nt}\right)/w_1\right) \middle| \Omega_{t-1}\right\} = \alpha \quad (۵)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \ldots \int_{-\infty}^{-\mathrm{VaR}_t w_1 - \left(w_2 r_2 + \ldots + w_n r_{nt}\right)/w_1} f\left(r_{1t}, r_{2t}, \ldots, r_{nt} \middle| \Omega_{t-1}\right) dr_{1t} \ldots dr_{nt} = \alpha \quad (۶)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \ldots \int_{-\infty}^{-\mathrm{VaR}_t w_1 - \left(w_2 rt + \ldots + w_n r_{nt}/w_1\right)} c\left(u_1, \ldots, u_n \middle| \Omega_{t-1}\right) x \times \prod_{i=1}^{n} f_i\left(r_{it} \middle| \Omega_{t-1}\right) dr_{1t} \ldots dr_{nt} = \alpha \quad (۷)$$

با داشتن پارامترهای توزیع های حاشیه ای f_i برای هر سهم و پارامترهای تابع چگالی شرطی کاپولا، ارزش در معرض ریسک از رابطه بالا استخراج می شود. در ادامه به چگونگی مدل سازی توزیع های حاشیه ای وبرآورد پارامترهای تابع کاپولای گوسی (ماتریس همبستگی $\mathbf{R}$) پرداخته می شود.

۴-۲- ارزش در معرض ریسک شرطی چند متغیره

همانطور که اشاره شد ارزش در معرض ریسک شرطی یک روش جایگزین برای ارزش در معرض ریسک می باشد. به عبارت دیگر CVaR به عنوان میانگین وزنی VaR و زیان های مورد انتظاری است که به طور اکید بیشتر از VaR هستند، تعریف می شود. برای پورتفوی چند متغیره، زیان چند متغیره از داده های مالی به صورت بردار $(\mathrm{x}_1, \mathrm{x}_2, \ldots, \mathrm{x}_\mathrm{n})$ در نظر گرفته می شود. همچنین، بردار $\mathrm{C}(w_1, w_2, \ldots, w_\mathrm{n})$ نسبت های متغیرهای زیان می باشند که در آن خواهیم داشت $\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$. آنگاه زیان پورتفوی با $x_p = \sum_{i=1}^{n} w_i x_i$ نشان داده می شود و CVaR آن توسط رابطه زیر محاسبه می گردد (بای و سون، ۲۰۰۷):

$$\mathrm{CVaR}_\alpha = \min_{\alpha \in \mathbb{R}} \left\{ \alpha + \frac{1}{1-\beta} \iint_{x_i \in \mathbb{R}} \left[\sum_{i=1}^{n} w_i x_i - \alpha \right]^2 \right\} f(\mathrm{x}_1, \mathrm{x}_2, \ldots, \mathrm{x}_\mathrm{n}) \, \mathrm{dx}_1, \mathrm{dx}_2 \ldots \mathrm{dx}_\mathrm{n} \quad (۸)$$

که $f(\mathrm{x}_1, \mathrm{x}_2, \ldots, \mathrm{x}_\mathrm{n})$ تابع توزیع احتمال توأم از متغیرهای $(\mathrm{x}_1, \mathrm{x}_2, \ldots, \mathrm{x}_\mathrm{n})$، و $[x-\alpha]^+ = \max(x-\alpha, 0)$ می باشد. در طول شبیه سازی سناریو $(\mathrm{x}_{1\mathrm{j}}, \mathrm{x}_{2\mathrm{j}}, \ldots, \mathrm{x}_{\mathrm{nj}})_{j=1:m}$، می توان ارزش در معرض ریسک شرطی را از عبارت برنامه ریزی خطی زیر بدست آورد:

$$\mathrm{CVaR}_\alpha = \min_{\alpha \in \mathbb{R}} \left\{ \alpha + \frac{1}{1-\beta} \sum_{j=1}^{m} \left[\sum_{i=1}^{n} w_i x_{ij} - \alpha \right]^+ \right\} \quad (۹)$$

وقتی n تعداد متغیرهای زیان، و m تعداد نمونه های سناریو می باشد. توجه شود زمانی که $n=1$، ارزش در معرض ریسک شرطی برای موقعیت تک متغیره بدست می آید. همچنین سناریو را می توان با روش های گوناگونی به دست آورد که در این مقاله شبیه سازی مونت کارلو مبتنی بر کاپولا را برای به دست آوردن تعداد سناریوها به کار برده می شود، که این روش به نام کاپولا- CVaR معرفی می شود.

۴-۳- شبیه سازی مونت کارلوی تابع کاپولا

از کاربردهای اصلی کاپولا در این مقاله، تقریب ارزش در معرض ریسک و نسخه شرطی آن با استفاده از شبیه سازی مونت کارلو می باشد. در این بخش، روشی کلی برای طراحی شبیه سازی یک کاپولای منتخب با استفاده از ایده شرطی توصیف می گردد. $U_1,\dots,U_d$

$C(u_1,\dots,u_d)$

۱. $u_1 \sim U(0,1)$

۲.

$$G_2(U_2|U_1=u_1)=P(U_2\le u_2|U_1=u_1)=\frac{\partial C(u_1,u_2,1,\dots,1)}{\partial u_1}$$

$$u_2 \sim U(0,1) \quad u_2=G_2^{-1}(u_2|u_1)$$

۳.

$$G_k(U_k|u_1,\dots,u_{k-1})=P(U_k\le u_k|U_1=u_1,\dots,U_{k-1}=u_{k-1})$$

$$=\frac{\partial C(u_1,\dots,u_k,1,\dots,1)}{\partial u_1\dots\partial u_k}\Big/\frac{\partial C(u_1,\dots,u_{k-1},1,\dots,1)}{\partial u_1\dots\partial u_{k-1}}$$

$$u_k \sim U(0,1) \quad u_k=G_k^{-1}(U_k|u_1,\dots,u_{k-1})$$

حال با داشتن تابع توزیع ها، به طور جداگانه توسط شبیه سازی مونت کارلو VaR و CVaR آن توسط گام های الگوریتم زیر محاسبه می شود:

گام اول: با داشتن قیمت سهام، آنها را به بازدهی لگاریتمی برای سهام گوناگون تبدیل می کنیم. سپس بازده ها را برای بدست آوردن باقیمانده ها و حالت استاندارد شده آنها توسط انحراف معیار های متناظر بدست می آوریم.

گام دوم: توزیع های حاشیه ای F_i را از باقیمانده های استاندارد شده مدل سازی می کنیم و تابع توزیع حاشیه ای تجربی را با روش هسته گاوسی برای درون توزیع و روش تابع پارتوی تعمیم یافته برای دنباله ها تقریب زده می شود.

گام سوم: باقیمانده های استاندارد را برای هر سهم در گام اول به یک کاپولا با در نظر گرفتن باقیمانده های F_i تبدیل می کنیم.

گام چهارم: یک کاپولای مناسب بر توزیعات حاشیه ای در گام ۳ برازش می کنیم و پارامتر های کاپولا را تقریب می زنیم.

گام پنجم: از تقریب پارامترهای کاپولا برای تولید N عدد تصادفی با استفاده از تابع احتمال تقریب زده شده استفاده کنید. سپس همانطور که اشاره شد ماتریس $U=\begin{bmatrix}U_1 & U_2 & U_3 & U_4 & U_5 & U_6\end{bmatrix}$ وقتی هریک از U_iها یک بردار از اعداد شبیه سازی شده حاشیه ای باشند.

گام ششم: حال هر U_i را با مقیاس های حاشیه ای از بازدهی لگاریتمی با استفاده از تابع معکوس چارک توزیع ها یا $F_i^{-1}\left(U_i\right)$ تبدیل می کنیم.

گام هفتم: خودهمبستگی های مشاهده شده در بازدهی های اصلی به منظور بدست آوردن R_i که متناظر با بازدهی های شبیه سازی شده برای هر تابع توزیع حاشیه ای می باشد را تعیین می کنیم.

گام هشتم: چون $r_{ij}=\ln\left(\frac{P_{ij}}{P_{ij-1}}\right)$، آنگاه خواهیم داشت $P_{ij}=P_{ij-1}e^{r_{ij}}$ وقتی که P_{ij} در واقع iامین قیمت شاخص سهم در زمان j باشد. پورتفوی را با وزن های مساوی انتخاب می کنیم. مقدار ارزش پورتفوی در زمان t برابر با $V_t=\sum_{i=1}^{N}W_iP_{it}$ در نظر گرفته می شود. همچنین با استفاده از آن مقدار پورتفوی در زمان $t+1$ به صورت $V_{t+1,j}=\sum_{i=1}^{N}W_iP_{ij-1}e^{r_{ij}}$ داده می شود. به علاوه زیان پورتفوی در زمان t به صورت $L_{t,j}=V_t-V_{t+1,j}$ تعریف می شود. تابع توزیع سری $\left\{L_{tj}\right\}_{j=1}^{N}$ در واقع تابع توزیع تابع زیان در بازه زمانی $\left[t,t+1\right]$ می باشد.

گام نهم: ارزش در معرض ریسک یک روزه در زمان t با سطح اطمینان α مقدار VaR_t را فقط در $\left(1-\alpha\right)$چارک توزیع از سری های زیان $\left\{L_{tj}\right\}_{j=1}^{N}$ محاسبه می کند.

۴-۴- روش کاپولا-CVaR در بهینه سازی پورتفوی

به منظور اندازه گیری دقیق تر ریسک، کاپولاها را می توان در بهینه سازی پورتفوی با استفاده از ویژگی های واریانس و بدون فرض نرمال بودن تابع توزیع به کار برد. برای اینکه بتوان واریانس پورتفوی را بوسیله کاپولا ارائه کرد، واریانس در سناریوها از طریق شبیه سازی مبتنی بر کاپولا به صورت تحلیلی محاسبه می شود. می

دانیم تابع توزیع احتمال (pdf) توأم چند متغیره می تواند توسط تابع کاپولا به صورت زیر نمایش داده شود (بای و سون، ۲۰۰۷):

$$f(x_1, \ldots, x_n) = c(u_1, \ldots, u_n).f(x_1)\ldots.f(x_n) \quad (۱۰)$$

که در آن $c(u_1, \ldots, u_n) = \frac{\partial C(u_1, \ldots, u_n)}{\partial u_1, \ldots, \partial u_n}$ ، pdf توأم کاپولا در فرمول و تابع $f(x_i)$ در واقع iامین متغیر pdf می باشد. حال فرض کنید $f(\mathbf{r})=f(r_1, \ldots, r_n)$، آنگاه واریانس پورتفوی از رابطه زیر حاصل می شود:

$$\sigma_p^2 = \int_{-\infty}^{\infty}\left[r_p - E\left(r_p\right)\right]^2 f\left(r_p\right)dr_p = \oint\left[r_p - E\left(r_p\right)\right]^2 f\left(r\right)dr_1\, dr_2 \ldots dr_n \quad (۱۱)$$

برای اجتناب از محاسبه آنالیز مختلط، نمونه های گسسته به صورت ذیل می توانند به کار گرفته شوند:

$$\sigma_p^2 = \tfrac{1}{m}\sum_{j=1}^{m}\left[\sum_{i=1}^{n} w_i r_{ij} - E\left(r_p\right)\right]^2 = \tfrac{1}{m}\sum_{j=1}^{m}\left[w_1 r_{1j} + \ldots + w_n r_{nj} - E\left(r_p\right)\right]^2 \quad (۱۲)$$

وقتی n تعداد متغیرهای زیان و n تعداد نمونه های گسسته می باشد که توسط کاپولا بر اساس شبیه سازی مونت کارلو بدست می آیند. حال با استفاده از روابط فوق، مسأله بهینه سازی بر اساس کاپولا برای مدیریت یک پورتفوی به صورت زیر می باشد:

$$\begin{aligned} &\min \;\; \sigma_p^2 = \tfrac{1}{m}\sum_{j=1}^{m}\left[\sum_{i=1}^{n} w_i r_{ij} - E\left(r_p\right)\right]^2 \\ &s.t \quad E\left(r_p\right) = \sum_{i=1}^{n} w_i E\left(r_i\right) = k, \quad \sum_{i=1}^{n} w_i = 1 \end{aligned} \quad (۱۳)$$

که در آن k بازدهی هدف پورتفوی می باشد. با داشتن سری بازدهی های هدف، می توان مرز کارای میانگین-واریانس را بدست آورد. به علاوه نسبت های بهینه را توسط رابطه زیر می توان محاسبه کرد:

$$\begin{aligned} &\max \;\; \frac{E\left(r_p\right) - r_f}{\sigma_p} = \frac{E\left(r_p\right) - r_f}{\sqrt{\frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m}\left[\sum_{i=1}^{n} w_i r_{ij} - E\left(r_p\right)\right]^2}} \\ &s.t \quad \sum_{i=1}^{n} w_i = 1,\;\; w_i > 0 \end{aligned} \quad (۱۴)$$

همان طور که مارکویتز پیشنهاد داد، دیگر اندازه های ریسک می توانند از رویکرد میانگین-واریانس همانند ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی استفاده کنند. نظر به خاصیت تحدب و مناسب بودن برای شبیه سازی سناریو، در مبحث مدیریت پورتفوی ارزش در معرض ریسک شرطی از ارزش در معرض ریسک کارآمدتر است. همچنین، رابطه برنامه ریزی میانگین-CVaR برای بهینه سازی پورتفوی به صورت زیر داده می شود:

$$\begin{aligned} &\min \quad \mathrm{CVaR}; \\ &s.t \qquad E\left(r_p\right) = -k, \ \sum_{i=1}^{n} w_i = 1, \ w_i > 0 \end{aligned} \tag{۱۵}$$

وقتی که در آن k بازدهی هدف پورتفوی و $-k$ زیان هدف آن می باشد. با در نظر گرفتن سری زیان های هدف $-k$، مرز کارای میانگین-CVaR توسط سری های بهینه سازی بدست می آیند. به علاوه، نسبت بهینه تحت سهام بدون ریسک می تواند توسط مسأله برنامه ریزی زیر محاسبه گردد:

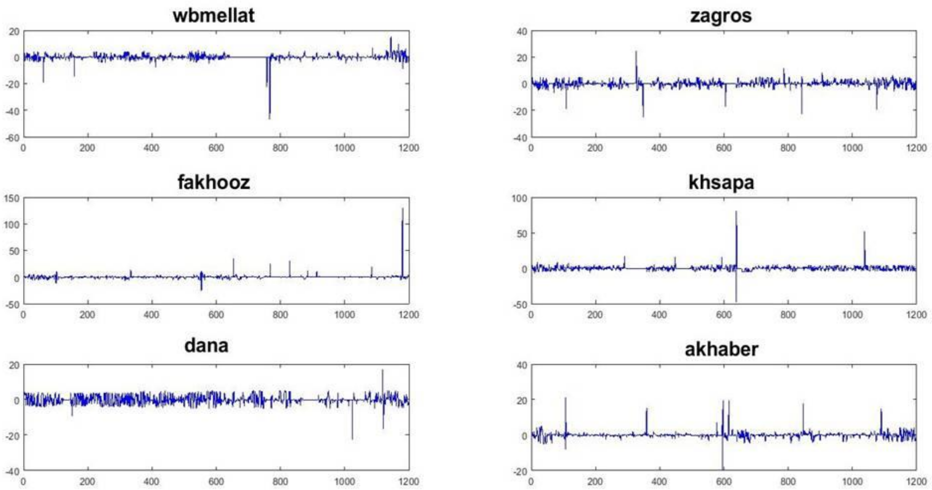
$$\begin{aligned} &\max \ \frac{E\left(r_p\right)-r_f}{CVaR}; \\ &s.t \qquad \sum_{i=1}^{n} w_i = 1, \ w_i > 0 \end{aligned} \tag{۱۶}$$

۵- یافته های پژوهش

در این بخش به مطالعات تجربی در مورد تئوری های ارائه شده با در نظر گرفتن سری زمانی قیمت برخی سهام در بازار اوراق بهادار تهران می پردازیم. بدین منظور، یک پورتفوی متشکل از سهام نماینده گروه بانکی، گروه فرآورده های پتروشیمی، گروه فلزات، گروه خودرو، گروه بیمه و شرکت مخابرات در نظر گرفتیم. بنابراین، سری زمانی قیمت روزانه بسته شده سهام بانک ملت (وبملت)، پتروشیمی زاگرس (زاگرس)، فولاد خوزستان (فخوز)، خودروسازی سایپا (خساپا)، بیمه دانا (دانا) و مخابرات (اخابر) در یک بازه زمانی ۵ ساله مابین اول دی ۱۳۹۲ تا اول دی ۱۳۹۷ به عنوان نماینده بازار سهام ایران به عنوان پورتفوی نمونه انتخاب شده اند. داده ها را از پایگاه داده مرکز مدیریت فناوری بورس تهران جمع آوری کردیم و پس از تعدیل سازی و پر کردن داده های از دست رفته توسط روش های آنالیز عددی، تجزیه و تحلیل داده ها را با استفاده از نرم افزار MATLAB و Excel انجام دادیم. به علاوه، نرخ بازدهی به صورت زیر تعریف شده است:

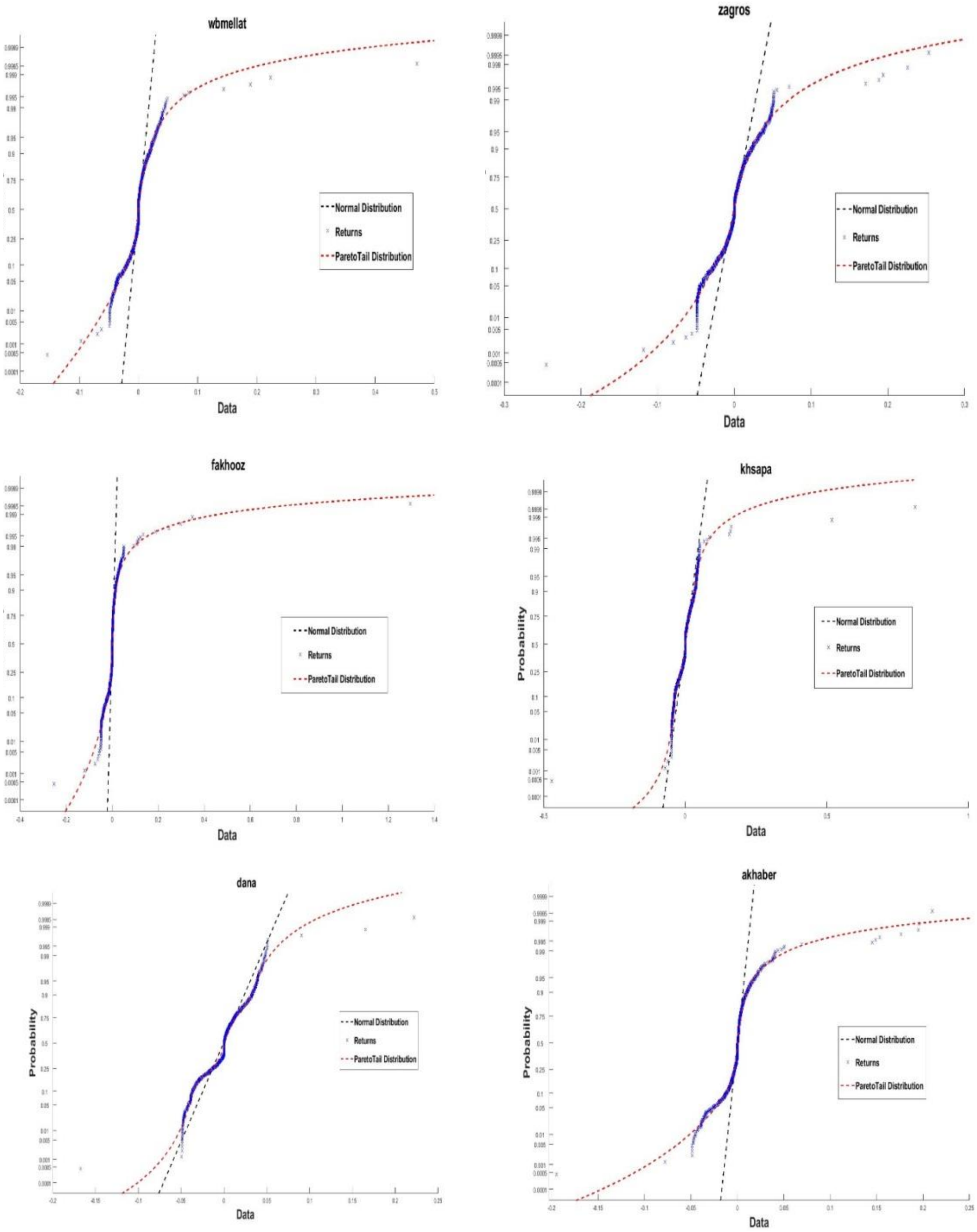
$$X_t = \left(\ln P_t - \ln P_{t-1}\right) \times 100 \tag{۱۷}$$

که در آن P_t قیمت سهم در زمان روز tام می باشد. نمودار نوسانات بازدهی سهام در شکل ۲ رسم شده است. تغیییرات بازدهی در مهر و شهریور ماه ۱۳۹۷ به علت رشد فزآینده قیمت سهام در بازار بورس مشهود است.



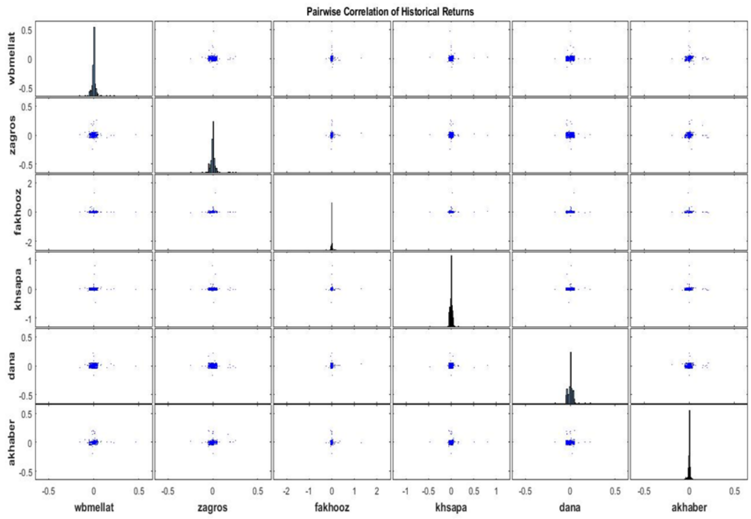
شکل ۲: بازدهی سهام پورتفوی در نظر گرفته شده

در ادامه نمودار بازدهی سهام، نمودار توزیع نرمال و تابع احتمال پارتوی تعمیم یافته را ترسیم می کنیم. اگر نمودار بازدهی خطی باشد، گوییم توزیع پیشنهادی دارای برازش خوبی است، در غیر اینصورت بایستی خانواده های پارامتریک را در نظر گرفت. در شکل ۳ ملاحظه می شود که دنباله ها به طور کامل توسط توزیع نرمال مدل سازی نمی شوند و استفاده از روش های شبیه سازی اجتناب ناپذیر است.



شکل ۳: مقایسه برازش داده ها توسط دم های توزیع پارتوی تعمیم یافته و توزیع نرمال

حال آماده محاسبه ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی برای یک پورتفوی با استفاده از کاپولاهای چند متغیره با توزیع حاشیه ای دم پهن می شویم. در ادامه، شبیه سازی هایی به منظور محاسبه مرز کارای پورتفوی بهینه های ریسک-بازده استفاده شده است. برای مدل سازی کاپولا، ابتدا بایستی توزیع بازدهی هر سهم را تعیین کنیم. اگر چه ممکن است توزیع هریک از سری های زمانی بازده ها به صورت پارامتریک تعیین گردد، برازش یک مدل نیمه پارامتریک با استفاده از یک توزیع قطعه وار توسط دم های پارتوی تعمیم یافته، بسیار سودمند است. بدین منظور می توان از نظریه ارزش فرین برای تحلیل بهتر رفتار هر دنباله بهره برد. این مسأله در شکل ۴ به خوبی مشخص شده است و همبستگی بین سهام گوناگون ترسیم شده است.



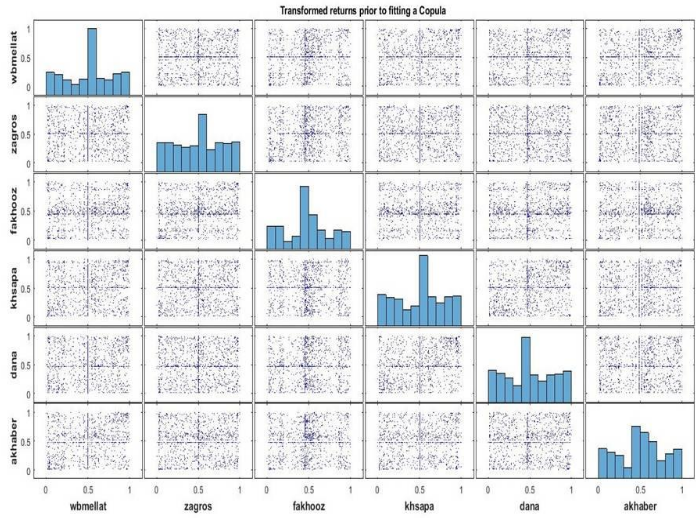
شکل ۴: همبستگی دوتایی داده های تاریخی از سهام مختلف

همچنین، یک هدف از نوع دم های پارتو برای هر سهم توسط کدنویسی در نرم افزار متلب ارائه شده است. این اهداف که دارای دم پارتو می باشند، در واقع پارامترهای دم پایینی پارتو، هسته ناپارامتریک هموار شده داخلی و دم بالایی پارتو را به منظور ساختن یک تابع توزیع نیمه پارامتریک برای هر سهم تقریب می زنند.

از نتایج توزیع قطعه وار هدف، آن است که اجازه درونیابی داخل تابع توزیع تجمعی و برونیابی در هر دم را می دهد. برونیابی در واقع چارک های خارجی داده های تاریخی را که برای کاربرد در مدیریت ریسک ارزش آنچنانی ندارد تقریب می زند. با استفاده از بازدهی شاخص روزانه، پارامترهای کاپولای گاوسی و تی کاپولا با استفاده از تابع copulafit بدست آمده است. چون یک تی کاپولا می تواند به یک کاپولای گاوسی برای برخی درجه های آزادی بسیار بزرگ تبدیل شود، بنابراین می توان نتیجه گرفت که این دو کاپولا از یک خانواده می باشند و در نتیجه یک ماتریس همبستگی خطی را به عنوان پارامتر اصلی به اشتراک می گذارند. اگرچه کالیبره

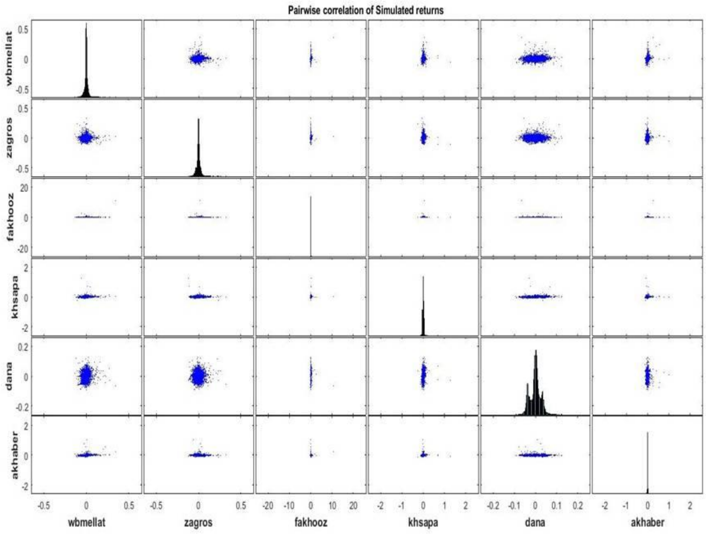
کردن ماتریس همبستگی خطی از یک کاپولای گاوسی امری واضح می باشد، اما برای تی کاپولا با چنین وضعی روبرو نیستیم. به همین علت، استفاده از Statistics Toolbox software عملاً دو روش برای کالیبره کردن تی کاپولا پیشنهاد می دهد. نخست اینکه داده های بازدهی روزانه که با استفاده از تابع توزیع های نیمه پارامتریکی حاصل شدند به متغیرهای یکنواخت تبدیل می شوند. سپس کاپولاهای گاوسی و تی کاپولا بر داده های تبدیل شده برازش می شوند.

توجه شود که مرتبه های پایینی درجه آزادی پارامترهای بدست آمده از تی کاپولا، به طور واضح اشاره بر این مطلب دارد که برگرفته از یک کاپولای گاوسی می باشند. با استفاده از نرم افزار متلب ماتریس همبستگی بدست می آید و ملاحظه می شود که در قطر اصلی ماتریس ها عدد واحد ظاهر می گردد.



شکل ۵: بازده های تبدیل یافته به منظور برازش کاپولا

حال که پارامترهای کاپولا تخمین زده شده اند، متغیرهای یکنواخت مستقل با استفاده از تابع copularnd شبیه سازی می شوند. سپس با استفاده از برونیابی دم های پارتو و درونیابی داده های copularnd تعدیل شده، داده های یکنواخت بدست آمده به بازدهی های متمرکز روزانه توسط تابع توزیع چگالی از هر شاخص تبدیل می شود. این بازدهی های متمرکز شده کاملاً با آنهایی که از داده های تاریخی بدست آمده اند سازگاری دارد. همچنین، بازدهی ها مستقل از زمان در نظر گرفته می شوند در حالی که در هر نقطه از زمان، استقلال و رتبه همبستگی از کاپولای داده شده را در نظر می گیرد. این مسأله در شکل ۶ به خوبی برای ارتباط بین همبستگی سهام مختلف به نمایش در آمده است.



شکل ۶: بازده های تبدیل یافته به منظور برازش کاپولا

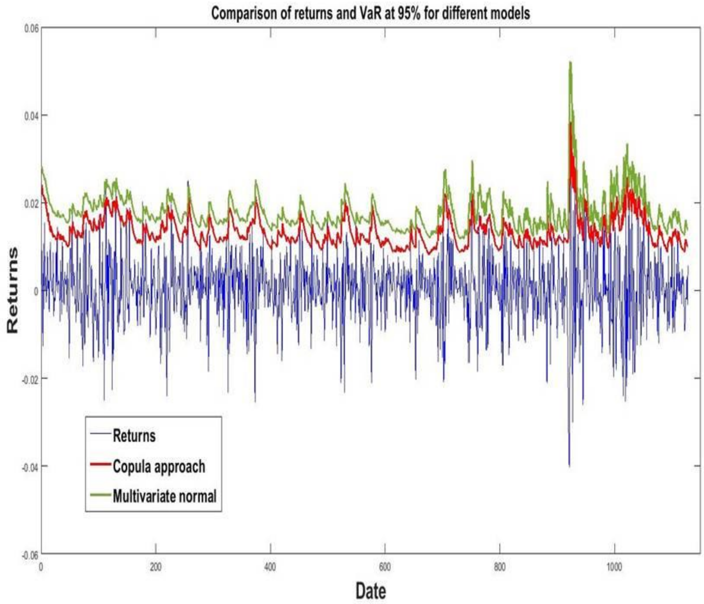
همچنین شبیه سازی های چندمتغیره از مدل های کاپولا می تواند برای محاسبه ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی مورد استفاده قرار گیرد. بدین منظور وزن های پورتفوی را به دلخواه و برای آزمایش روش ارائه شده، به صورت $w=[0.2\quad 0.3\quad 0.2\quad 0.1\quad 0.1\quad 0.1]$ در نظر می گیریم. با اجرای برنامه نوشته شده مقادیر ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی پورتفوی با سطح اطمینان ۹۵ درصد به صورت خروجی زیر حاصل می شود:

```
Copula VaR and Copula CVaR values:
95%  VaR: 1.84%
95% CVaR: 2.63%

Multivariate Normal VaR and CVaR values:
95%  VaR: 2.47%
95% CVaR: 3.12%
```

و در نهایت برای سطح اطمینان ۹۹ درصد برابرست با:

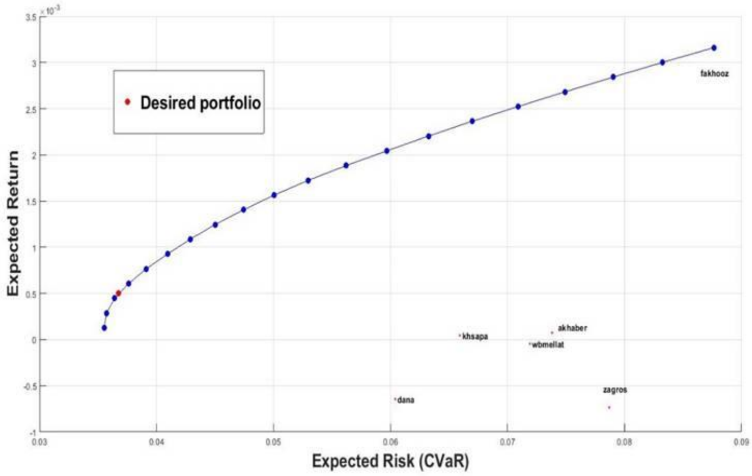
```
Copula VaR and Copula CVaR values:
99%  VaR: 3.14%
99% CVaR: 3.93%

Multivariate Normal VaR and CVaR values:
99%  VaR: 3.52%
99% CVaR: 4.03%
```

همچنین با انجام آزمون پس آزمایی کوپیک، صحت اطلاعات بدست آمده آزمون شد که در **شکل ۷** نتایج آن ملاحظه می گردد. همانطور که ملاحظه می شود، نتایج برای کاپولای گاوسی بسیار قابل قبول تر از روش توزیع نرمال چند متغیره می باشد.



شکل ۷: انجام آزمون پس آزمایی به دو روش مقایسه شده

در این قسمت می خواهیم پورتفوی بهینه را با توجه به وزن های داده شده تعیین کنیم که در واقع در آن مینیمم مقدار ریسک را برای یک سطح از بازدهی ارائه دهد. بنابراین با استفاده از ارزش در معرض ریسک شرطی به عنوان سنجه ریسک پورتفوی نتایج بدست آمده در شکل ۸ حاصل می گردد. با توجه به شکل حاصل، ملاحظه می شود که سهم فولاد خوزستان دارای بازدهی بیشتری نسبت به سهام دیگر می باشد. همچنین نقطه قرمز رنگ که در بازدهی ۰/۵ حاصل شده است در واقع همان پورتفوی بهینه می باشد.



شکل ۸: مرز کارا و نقطه پورتفوی بهینه مورد نظر

۶- نتیجه گیری و بحث

در این مقاله، به منظور محاسبه ریسک بازار به کمک سنجه های فوق از ترکیب شبیه سازی مونت کارلو و نظریه کاپولای چند متغیره بهره برده شد. با استفاده از سناریوهای شبیه سازی شده چند بعدی، مقادیر بهینه سرمایه گذاری از پورتفوی تحت حداقل واریانس استاندارد محاسبه شده توسط کاپولاها بدست آمد. همچنین، شبیه سازی های چندمتغیره از مدل های کاپولا برای محاسبه ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی مورد استفاده قرار گرفت. علاوه بر این، همچنین با انجام آزمون پس آزمایی کوپیک، صحت اطلاعات بدست آمده آزمون شد. در نهایت، نسبت بهینه و مرز کارا توسط روش "واریانس میانگین استاندارد" توسط دارایی بدون ریسک بدست آمده است.

در محاسبات انجام شده شاخص قیمت ۱۲۰۰ تایی یک سبد سهام نمونه از هر صنعت را در نظر گرفته،سنجه های VaR و CVaR با سطوح اطمینان ۹۵ و ۹۹ درصد توسط روش مذکور تقریب زده شد. نتایج آمار توصیفی نشان داد که سری بازده ها در برخی عناصر پورتفوی چولگی منفی دارند وتوزیع بازده ها دم پهن می باشند .به عبارتی بازده صنایع مد نظر دارای حرکات غیرعادی و دور از انتظار هستند و در نتیجه فرض نرمال بون متغیرها نیز با آماره های چولگی، کشیدگی و جارک برا ر دمی شود. بنابراین مطابق انتظار توزیع- نرمال نمی تواند این بازده ها را توصیف نماید.

تمرکز مقاله بر روی محاسبه ارزش در معرض ریسک و نسخه شرطی آن مبتنی بر کاپولاهای گاوسی و تی و نیز مسائل کمینه سازی کاپولا CVaR به منظور انتخاب پورتفوی بهینه می باشد. تجربیات عددی در تحلیل های تجربی ارائه شده و آزمون پس آزمایی کوپیک نشان می دهد که برای یک پورتفوی دلخواه، استفاده از کاپولای تی و شبیه سازی دم های توزیع برازش شده توسط توزیع پارتوی تعمیم یافته بسیار کارآمد تر از توزیع نرمال چند

متغیره می باشد. در ادامه، پورتفوی بهینه را با توجه به وزن های داده شده تعیین شدند که در واقع در آن مینیمم مقدار ریسک را برای یک سطح از بازدهی را ارائه می دهد. نتایج به دست آمده نشان می دهد که سهم فولاد خوزستان دارای بازدهی بیشتری نسبت به سهام دیگر می باشد. همچنین نقطه بهینه که در بازدهی حدود ۰/۵ حاصل شده است در واقع همان پورتفوی بهینه می باشد.

هدف اصلی در مدیریت پورتفوی، کمک به سرمایه گذار در انتخاب پورتفوی بهینه با توجه به ترجیحات و علائق وی و همچنین محیط تصمیم می باشد. به دلیل دو ضعف عمده در مدل مارکویتز که شامل محاسبه و مشکل در نظر نگرفتن علائق سرمایه گذار می باشد که شارپ در سال ۱۹۶۳ مدل تک شاخصی را ارائه نمود که مدل وی نیز به علت این که ریسک پورتفوی را تنها در یک عامل می دید نتوانست آنچنان برای سرمایه گذاران مطلوب باشد. در همین راستا، مدل APT مشکل ریسک سرمایه گذاری را تا حدودی رفع نمود اما به خاطر مشخص ننمودن تعداد عوامل تأثیر گذار، در عرصه عمل مورد استقبال چندانی قرار نگرفت. پیشنهاد ما برای تحقیقات آتی این است که، محققان از مدل برنامه ریزی آرمانی استفاده کنند، چرا که می تواند بر مشکلات بیان شده فائق آید.

فهرست منابع

* پیش بهار اسماعیل، عابدی سمانه، محاسبه ارزش در معرض خطر پرتفوی: کاربرد رهیافت کاپیولا، مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، شماره ۳۰، بهار ۱۳۹۶.
* راغفر حسین، آجورلو نرگس، برآورد ارزش در معرض خطر پرتفوی ارزی یک بانک نمونه با روش-GARCH EVT-Copula، فصلنامه پژوهش های اقتصادی ایران، شماره ۶۷، تابستان ۱۳۹۵، صفحه: ۱۱۳-۱۴۱.
* دولو مریم، دشتی مهدیه، آزمون قیمت گذاری صرف ریسک نامطلوب مبتنی بر نظریه ارزش حدی، مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، شماره ۳۳ ، زمستان ۱۳۹۶.
* صالح آبادی علی، سیار محسن، شهریاری مجتبی، بهینه سازی پرتفوی در چارچوب مدل پتانسیل مطلوب و ریسک نامطلوب ، مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، شماره ۳۶، پاییز۱۳۹۷.
* رهنمای رودپشتی فریدون، نیکومرام هاشم، طلوعی اشاقی عباس، حسین زاده لطفی فرهاد و بیات مرضیه، بررسی کارایی بهینه سازی پرتفوی با استفاده از ماکزیمم نسبت شارپ پایدار در مقایسه با بهینه سازی مارکویتز، فصلنامه چشم انداز مدیریت، شماره ۱۸ تابستان ۱۳۹۶.
* فلاح شمس میرفیض، غضنفری سمیرا، بررسی رابطه ریسک نامطلوب بت بازده غیر عادی در بورس اوراق بهادار تهران با رویکرد نظریه ارزش حدی ، فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، شماره ۲۷ ، تابستان ۱۳۹۵.
* گانی اسماعیل، زه تابیان مصطفی، بررسی امکان بهینه سازی سبد سرمایهگذاری با حداقل ساختن ارزش در معرض ریسک شرطی مبتنی بر مدل کاپولا و داده های شبیه سازی شده در بورس اوراق، فصلنامه دانش سرمایه گذاری، شماره۲۶، تابستان ۱۳۹۷.

* نیکومرام هاشم، سعیدی علی، حق شناس فریده و میر عباسی یاور، بررسی کارایی بهینه سازی پرتفوی مبتنی بر ریسک نامطلوب و پتانسیل مطلوب و متغیرهای روانشناختی، مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، بهار ۱۳۹۷ - شماره ۳۴ صفحه ۳۰۵ – ۳۳۳.

* Ang, A. & J. Chen (2002), "Asymmetric Correlations of Equity Portfolios", Journal of Financial Economics, PP. 443-494.
* Claudia, F., Guerin, P., Marcellino, M., (2014), Markov-Switching Mixed-Frequency VAR Models, Bocconi University and CEPR.
* Gupta, P.; Inuiguchi, M. & Mehlawat, M. (2013) A hybrid approach for constructing suitable and potimal portfolios. Expert Systems with Applications, 38 (5): 5620., 908–920.
* Karmakar, M., & Paul, S. (2015). International Review of Financial Analysis Intraday Risk Management in International Stock Markets : A Conditional EVT Approach. International Review of Financial Analysis. International Review of Financial Analysis, 44(1), 34-55.
* Kumar, P., Panda, G., Gupta, U., (2015). Portfolio rebalancing model with transaction costs using interval optimization, Opsearch 52 (4) 827-860.
* Markowitz, H. "Portfolio Selection." (1952), The Journal of Finance 7, no. 1: 77-91
* Manying Bai and Lujie Sun, (2007) School of Economics and Management, Beijing University of Astronautics and Aeronautics, F-100083, Beijing, People’s Republic of ChinaESCAPE.
* Meghwani, S., Thakur. M., (2017). Multi-objective heuristic algorithms for practical portfolio optimization and rebalancing with transaction cost. Applied Soft Computing.S1568-4946(17)30564-1
* Ryan Larsen, David J. Leatham, James W. Mjelde, and Jared L.(2008) Wolfley Texas A&M University Paper presented at Regional Research Committtee NC-1014 Meeting, Agricultural and Rural Finance Markets in Transition, September 25-26, Kansas City, Missouri.
* Sklar, A. (1959), "Fonctions de Repartition a n Dimensions Et Leurs Marges", Publications de l’Institut de Statistique de l’Universite´ de Paris 8, PP. 229-231.
* Zhou, ZH., Xiao, H., Jin, Q., Liu, W., (2017). DEA Frontier Improvement and Portfolio Rebalancing: An Applicationnof China Mutual Funds on Considering Sustainability Information Disclosure. European Journal of Operational Research. S0377-2217(17)30637-9.