علوم و تکنولوژی محیط زیست ، دوره یازدهم، شماره سه، پاییز ۸۸

بررسی اعتبـار مدل های ریاضی و رایانه‌ای تخمین تبخیر غیرماندگار از سطح خاک لخت توسط عملیات میـدانی سنجش تبخیـر

علی نشاط [۱*]
a.neshat896@gmail.com
منصور پاره کار [۲]

تاریخ دریافت:۸۶/۸/۱۰ **تاریخ پذیرش:۸۶/۱۲/۱۳**

چکیده

مشکل اصلی برآورد دقیق تبخیر در شرایط مزرعه‌ای فقدان روابط ساده با حداقل اطلاعات مورد نیاز برای لحاظ نمودن تلفات آب در مدل های بیلان آب است. هدف اصلی این تحقیق، بررسی روش های موجود محاسبه تبخیر از سطح خاک لخت و پیشنهاد بهترین روش می‌باشد. اغلب این روابط تجربی بوده و برای استنتاج آن ها از فرضیات ساده کننده‌ای جهت حل تحلیلی معادله Richards با شرایط اولیه و مرزی تقریبا ثابت و مدل فیزیکی استفاده شده که پایه فیزیکی ندارد. درمناطقی که سطح آب زیرزمینی پایین است نتایج این روابط با واقعیت منطبق نمی‌باشد. محاسبه تبخیر از سطح خاک لخت توسط حل عددی معادله ریچاردز به صورت یک بعدی، غیرماندگار با شرایط اولیه و مرزی متفاوت با سایر روش ها، توسط مدل رایانه ای LEACHM محاسبه و اجرا شد. نتایج مدل رایانه ای با مدل بیلان آب که توسط آزمایش های صحرایی در دوره‌های زمانی معین و مناطق مشخص انجام پذیرفت، همبستگی بالا یی دارد.

واژه های کلیدی: تبخیر از سطح خاک لخت، تبخیر غیرماندگار، مدل رایانه‌ای LEACHM، معادله Richards ، مدل بیلان آب.

۱- استادیار دانشگاه آزاد اسلامی کرمان. *(مسئول مکاتبات)
۲- استادیار مرکز تحقیقات حفاظت آب و آبخیـزداری.

مقدمه

با مرطوب شدن خاک بر اثر بارندگی، آبیاری و یا بالا آمدن سطح ایستابی، تبخیر از سطح خاک آغاز می‌شود. مقدار آب تبخیر شده بستگی به ویژگی‌های خاک و شرایط اقلیمی محیط دارد. در نواحی خشک و نیمه خشک بخش قابل توجهی از آب حاصل از بارندگی که به سطح خاک می‌رسد، بر اثر تبخیر تلف می‌شود. حتی هنگامی که سطح خاک دارای پوشش گیاهی است، بسته به روش آبیاری، مرحله رشد و نوع گیاهان بین ۶۱-۱۰ ٪ میزان کل تبخیر و تعرق را تبخیر از سطح خاک تشکیل می دهد (۱). بنابراین تبخیر از سطح خاک بخش عمده‌ای از بیلان آب بوده و به ویژه در نواحی خشک، اراضی بایر و دیمزارها می‌توان آن را عمده‌ترین جزء در بیلان آب دانست. پدیده فیزیکی تبخیر از سطح خاک طی سه مرحله انجام می‌گیرد و روش های موثر جهت کنترل تبخیر از سطح خاک تنها در گرو شناخت فرآیند تبخیر در شرایط و حالت های مختلف می‌باشد (۱و۲).

پژوهش های نظری انجام گرفته در زمینه فرآیند تبخیر از سطح خاک لخت را می‌توان به دو بخش ماندگار و غیرماندگار تقسیم‌بندی نمود. پژوهشگران متعددی تبخیر از سطح خاک را در حالت ماندگار مورد مطالعه قرار داده‌اند (۶-۳). اصول پایه‌ای کلیه این پژوهش ها، در نظر گرفتن حرکت رو به بالای آب در ناحیه غیراشباع منطقه بالای سطح ایستابی ثابت و کم عمق و استفاده از قانونDarcy-Buckingham[1] است. تبخیر ماندگار به ندرت فقط در مناطقی که سطح ایستابی بالا است برای مدت زمان کوتاهی در طبیعت رخ می‌دهد. بنابراین در نظر گرفتن تبخیر به صورت ماندگار بیانگر شرایط واقعی خصوصا در مناطقی که سطح ایستابی عمیق می‌باشد، نیست (۷).

پژوهش های انجام یافته در زمینه تبخیر غیرماندگار را نیز می‌توان به دو گروه راه حلهای عددی و تحلیلی معادله Richards [2] با توجه به شرایط اولیه و مرزی حاکم بر مرحله دوم تبخیر تقسیم بندی کرد. پژوهشگران زیادی تبخیر را در حالت غیرماندگار به صورت حل عددی مورد بررسی قرار داده‌اند (۱۳- ۸). اساس چنین پژوهش هایی نیز حل عددی معادلات حاکم بر جریان ناحیه غیراشباع در محیط های متخلخل است که با توجه به شرایط اولیه و مرزی متفاوت به انجام رسیده است. مزیت استفاده از روش های عددی امکان بررسی اثر تغییرات زمانی و مکانی در وضعیت جریان رو به بالا در نیمرخ خاک می‌باشد. پژوهشگران دیگری معادلات حاکم بر جریان رو به بالا در محیط غیراشباع را به کمک روش های تحلیلی حل نموده‌اند (۲۱-۱۴). اساس این مطالعات استفاده از فرضیات ساده کننده‌ای نظیر صرف نظر نمودن از اثر دما و نیروی ثقل در حرکت رو به بالای آب در نیمرخ خاک به منظور تعیین میزان خیز موئینگی از سطح ایستابی به سطح خاک و یا به محدوده ریشه گیاهان و نیز برآورد یا شبیه‌سازی تبخیر غیرماندگار از سطح خاک با رطوبت اولیه یکسان حاصل از بارندگی یا آبیاری می‌باشد. ولی همین فرضیات باعث عدم تطابق مطلوب بین نتایج آزمایشگاهی و تجربی می شود. در ضمن در حل تحلیلی، شرایط مرزی باید ثابت باشد، در حالی که در حل عددی می توان شرایط مرزی متفاوت را تعریف نمود.

استفاده از مدل فیزیکی در مناطقی که سطح ایستابی عمیق است قابل قبول نمی باشد. همین دلیل باعث عدم تطابق نتایج روش های موجود برآورد تبخیر غیرماندگار از سطح خاک لخت در یک ستون خاک با شرایط اولیه و مرزی یکسان با یک سری فرضیات ساده‌کننده جهت حل تحلیلی معادله Richards می‌باشد. در این مطالعه حل عددی معادله Richards در شرایط واقعی با شرایط اولیه و مرزی متفاوت با بررسی های قبلی، توسط مدل رایانه‌ایLEACHM با نتایج به دست آمده از مدل بیلان آب مورد مقایسه قرار گرفت و نشان داده شد که مدل رایانه‌ای فوق در شرایط طبیعی تطابق خوبی با مدل بیلان آب دارد.

1 - Darcy-Buckingham's law (1907)
2 -Richards' Equation (1931)

مواد و روش ها

۱- مدل بیلان آب

براساس قانون بقای جرم مقدار آب ورودی به پروفیل خاک با جمع جبری میزان خروجی و مقدار ذخیره شده برابر گرفته شد و توسط مدل بیلان آب میزان تبخیر نهایی محاسبه گردید. ازحرکت افقی آب صرف‌نظر و مدل به صورت یک بعدی در نظر گرفته شد (۲۲).

$$E = I - \Sigma(\theta - \theta_i) * Z - D \qquad (۱)$$

که در آن: E: تبخیرنهایی (L)، I: آب آبیاری (L)، θ: رطوبت حجمی نهایی هر لایه (L^3L^{-3})، θ_i: رطوبت حجمی اولیه هر لایه (L^3L^{-3})، Z: عمق مربوط به هر لایه (L)، D: میزان نفوذ عمقی (L) که مقدار آن صفر فرض شد، می‌باشد.

۲- مدل LEACH M

این مدل از نوع مدل های تحقیقاتی است. معادله یک بعدی جریان در حالت غیراشباع از ترکیب معادله Darcy و پیوستگی معادله Richards به صورت زیر بیان می‌گـــردد. معادلهRichards به طریقه عددی تفاضل محدود جهت پیش‌بینی رطوبت خاک، پتانسیل ماتریک و شدت جریان قابل حل است (۲۲).

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial Z}[k(\theta)\frac{\partial \psi_m}{\partial Z} - k(\theta)] - U(z,t) \qquad (۲)$$

که در آن: θ: رطوبت حجمی خاک(L^3L^{-3})، ψ_m: پتانسیل ماتریک (L)، $K(\theta)$: هدایت هیدرولیکی (LT^{-1})، Z: عمق پروفیل خاک (L)، t: زمان (t) می‌باشد.

مدل LEACHM شدت تبخیر پتانسیل را در طی فاصله زمانی Δt بر اساس رابطه ۳ حداقل مقدار تبخیر واقعی تعیین می گردد.

$$Ea = \min[\frac{Ep}{\Delta t}, q_{\max}] \qquad (۳)$$

۳- Gardner و Fireman در سال ۱۹۵۹ با انتگرال گیری از معادله Darcy-Buckingham معادله زیر را برای محاسبه شدت تبخیر معرفی کردند (۲):

$$E = K_s[\frac{-a\pi}{LN\sin\frac{\pi}{N}}]^N \qquad (۴)$$

که در آن : E : شدت تبخیر نهایی (L/T)، L : فاصله بین سطح خاک تا سطح ایستابی (L)، a, N : پارامترهای خاک (L, -)، K_s : هدایت هیدرولیکی اشباع (L/T) است.

۴- Gardner در سال ۱۹۵۹ جهت بیان تبخیر در مرحله دوم، شکل پخشیدگی معادله دیفرانسیلی جزئی یک بعدی Richards را به صورت زیر بیان کرد (۱۷):

$$e = (\theta_i - \theta_0)(\frac{\overline{D}}{\pi t})^{\frac{1}{2}} \qquad (۵)$$

که در آن: e : شدت نهایی تبخیر (L/T) ، θ_i: رطوبت اولیه ستون خاک (L^3L^{-3})، θ_0: رطوبت هوا، خشک (L^3L^{-3})، $\overline{D}$: ضریب پخشیدگی در حالت خشک شدن (L^2T^{-1})، می باشد.

۵- Gardner و Hillel ۱۹۶۲ رابطه زیر را جهت محاسبه شدت تبخیر در مرحله دوم به صورت زیر بیان کردند (۷):

$$E = \frac{D_w\theta_v\pi^2}{4Z_w} \qquad (۶)$$

که در آن: E: شدت تبخیر نهایی (L/T) ، D_w: پخشیدگی رطوبت (L^2T^{-1})، θ_v: رطوبت حجمی خاک (L^3L^{-3})، Z_w: عمق مورد نظر (L) است.

۶- Pandey و Gupta با وارد کردن نقش تبخیر از سطح خاک در پایین رفتن سطح ایستابی، رابطه بین شدت تبخیر و عمق آب زیرزمینی به صورت خطی در سال ۱۹۹۰ ارایه کردند(۲۰):

$$E\psi_h = E_0[1 - b(\psi_{h_0} - \psi_h)] \qquad (۷)$$

که در آن : $E\psi_h$ ، $E\psi_{h0}$: شدت تبخیر در پتانسیل های هیدرولیکی ψ_{h0} ،ψ_h (L)، b: یک ضریب ثابت وابسته به خاک، ψ_{h0} : پتانسیل هیدرولیکی هنگام رسیدن آب به سطح خاک (L) می باشد.

۷- Menziani برای توصیف مرحله دوم تبخیر از سطح خاک، معادله ریچاردز در شکل پخشیدگی یک بعدی در جهت قائم را به صورت زیر در سال ۱۹۹۹ ارایه کرد(۱۸):

$$e=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\frac{(\theta^{*}+\theta_0-\theta_f)D}{\sqrt{4Dt}}+\frac{2D\theta^{*}}{\sqrt{\pi}}\frac{1}{(y^2 4Dt+1)\sqrt{4Dt}} \qquad (۸)$$

که در آن : e: شدت تبخیر نهایی (L/T)، *θ*:* کمبود رطوبت اشباع خاک در عمق مورد نظر *$(\theta_s-\theta_0)$* (L^3L^{-3})، θ_O: رطوبت اولیه خاک در عمق مورد نظر (L^3L^{-3})،*Y*: ضریب وابسته به خاک ($\frac{1}{L}$)، θ_f: رطوبت خاک هوا، خشک(L^3L^{-3})، *D*: پخشیدگی رطوبت (L^2T^{-1})، *t*: دوره زمانی مورد نظر (t) می باشد.

محاسبه پخشیدگی رطوبت

Crank میانگین وزنی پخشیدگی برای از دست دادن رطوبت را طبق رابطه زیر محاسبه کرد (۲۳):

$$\overline{D}=\frac{1.85}{(\theta_i-\theta_0)^{1.85}}\int_{\theta_0}^{\theta_i} D(\theta)(\theta_i-\theta)^{0.85}d\theta \qquad (۹)$$

$$D(\theta)=K(\theta)\frac{d\psi_m}{d\theta} \qquad (۱۰)$$

که در آن : $\overline{D}$: میانگین وزنی پخشیدگی برای از دست دادن رطوبت (L^2T^{-1})، θ_i : رطوبت اولیه (L^3L^{-3})، θ_0: رطوبت نهایی (L^3L^{-3})، K_s:هدایت هیدرولیکی اشباع (L/T)، a,b: ضرایب اصلاح شده فرمول کمپل D(θ)، (L,-) : طبق رابطه ۱۰ قابل محاسبه (L^2/T) ، K(θ): هدایت هیدرولیکی متناسب با رطوبت (L/T) ، $\frac{d\psi_m}{d\theta}$: شیب منحنی مکش می‌باشد.

جهت محاسبه میانگین وزنی پخشیدگی در حالت از دست دادن رطوبت، رابطه اصلاح شده campel جهت محاسبه هدایت هیدرولیکی در معادله (۹) قرار داده و رابطه زیر حاصل شد.

(۱۱)

$$\overline{D}=\frac{۱.۸۵}{(\theta_i-\theta_.)^{۱.۸۵}}K_s(-ab)(\theta_s)^{-b-۲}\int_{\theta_.}^{\theta_i}(\theta)^{b+۲}(\theta_i-\theta)^{-.۸۵}d\theta$$

میانگین وزنی پخشیدگی معادلـه (۱۱) حـل تحلیلـی ندارد باید با یکی از روش های عددی مثل ذوزنقه، سیمـسون و گوس حل شود.

آزمایش صحرایی

درمحوطه شرکت خدمات مهندسی آب و خاک کشور واقع در مردآباد کرج پارامترهای فیزیکی خاک با ایجاد پروفیل و آزمایش های لازم تعیین شد. هر آزمایش سه مرتبه تکرار گردیده که میانگین هندسی آن در جدول ۱خلاصه شده است. وزن مخصوص ظاهری با استفاده از روش سیلندر و قراردادن نمونه به مدت ۲۴ ساعت در گرمخانه تعیین شد. بافت خاک با استفاده از روش هیدرومتر بایکوس و استفاده از مثلث بافت خاک تعیین گردید. منحنی رطوبتی خاک توسط دستگاه صفحات فشاری و مقدار رطوبت حجمی توسط رطوبت وزنی تعیین شد.

پس از مشخص شدن تعداد لایه‌ها در پروفیل خاک، رطوبت اولیه مربوط به هر لایه تعیین و مقدار آب مورد نیاز خاک تا حد اشباع و عمق یک متر با توجه به جدول۱ محاسبه شد. سه کرت به ابعاد ۱×۱ متر ایجاد شده و مقدار آب مورد نیاز هر کرت طبق رابطه زیر محاسبه و آبیاری انجام شد.

$$i=(n-\theta_i)*d \qquad (۱۲)$$

که در آن: i: مقدار آب مربوط به هرلایه (L)، n: تخلخل کل که از رابطه (۱۳) بدست می‌آید، θ_i: رطوبت حجمی اولیه (L^3L^{-3}) و d: عمق هر لایه (L) می‌باشد.

$$n=\left(۱-\frac{\rho_b}{\rho_s}\right) \qquad (۱۳)$$

مقدار آب آبیاری از طریق رابطه زیر بدست آمد.

$$I=\sum_{i=1}^{n} i_n \qquad (۱۴)$$

روز بعد از آبیاری نمونه‌برداری از کرت آغاز و تا زمانی که تغییرات رطوبت نسبت به زمان تثبیت شد، ادامه یافت.

نتایج و بحث

جدول ۱ خصوصیات فیزیکی خاک منطقه کرج را بیان می‌کند. از این جدول مشخص می‌شود، خاک منطقه از پنج لایه تشکیل شده است که عمدتا خاک سیلتی لوم و رسی لوم می‌باشد. وزن مخصوص ظاهری از ۱/۴۳ تا ۱/۵۹ در پروفیل خاک متغیر است.

جدول ۱- خصوصیات فیزیکی خاک منطقه مورد بررسی (کرج)

بافت‌خاک	موادآلی (٪)	شن (٪)	سیلت (٪)	رس (٪)	وزن‌مخصوص ظاهری(gr/cm^3)	عمق (cm)	تعدادلایه
رسی لوم	۰/۸	۲۶/۲	۴۶/۸	۲۷	۱/۵۹	۰-۴۰	۱
سیلتی لوم	۰/۳	۱۷/۷	۵۶/۳	۲۶	۱/۴۸	۴۰-۷۰	۲
سیلتی لوم	۰/۳	۱۵/۷	۵۴/۳	۳۰	۱/۴۳	۷۰-۱۰۰	۳
سیلتی لوم	۰/۲	۲۱/۷	۴۸/۳	۳۰	۱/۴۶	۱۰۰-۱۲۰	۴
سیلتی لوم	۰/۱	۱۹/۳	۵۸/۱	۲۲/۶	۱/۴۷	۱۲۰-۱۵۰	۵

در دو ایستگاه تحقیقاتی تربت حیدریه و مشهد آزمایش های بیلان آب قبلا انجام گرفته که به منظور مقایسه، نتایج آن در جداول ۲ و ۳ ارایه شده است (۲۴).

جدول ۲- خصوصیات فیزیکی خاک منطقه تربت حیدریه

بافت‌خاک	شن(٪)	سیلت(٪)	رس(٪)	وزن‌مخصوص ظاهری(gr/cm^3)	عمق (cm)	تعدادلایه
سیلتی لوم	۳۴	۵۲	۱۴	۱/۴۵	۰-۳۰	۱
لوم	۴۴	۴۶	۱۰	۱/۴۴	۳۰-۶۰	۲
لوم	۳۴	۴۸	۱۸	۱/۱۳	۶۰-۱۰۰	۳
لوم شنی	۸۴	۱۰	۶	۱/۴۶	۱۰۰-۱۳۰	۴
شنی لوم	۶۶	۲۶	۸	۱/۲۵	۳۰۰-۱۵۰	۵

جدول ۳- خصوصیات فیزیکی خاک منطقه مشهد

بافت‌خاک	شن(٪)	سیلت(٪)	رس(٪)	وزن‌مخصوص ظاهری(gr/cm^3)	عمق (cm)	تعداد لایه
لوم	۵۴	۳۸	۸	۱/۱۸	۰-۳۰	۱
سیلتی رس لوم	۱۲	۵۲	۳۶	۱/۶۸	۳۰-۶۰	۲
سیلتی لوم	۲۲	۵۲	۲۶	۱/۴۱	۶۰-۱۵۰	۳

شرایط اولیه و مرزی خاک به شرح زیر می باشد.

شرایط اولیه $t=0$ $L\leq 0$ $f(L)=\theta_v$

که در آن θ_v:مقدار رطوبت حجمی در عمق مورد نظر($L^3\ L^{-3}$)

شرایط مرزی بالادست غرقابی$t>0$: $\theta=\theta_s$ $\rightarrow$ E $L=0$

شرایط مرزی پایین دست: عمق نامحدود

شرایط مرزی زیرین عمق نامحدود در نظر گرفته می‌شود مدل رایانه‌ای، این حالت را زهکشی آزاد بیان می‌کند. مرز بالادست نیز از تجمع آب تا تبخیر تغییر می‌کند (۲۲).

در جدول ۴ محاسبه میانگین وزنی پخشیدگی و در جدول ۵ روش های موجود تبخیر از خاک لخت و روش پیشنهادی برای سه منطقه مختلف کرج، تربت حیدریه و مشهد در دوره‌های زمانی معین آورده شده است.

جدول ۴- محاسبه میانگین وزنی پخشیدگی

مناطق	t (day)	$\overline{D}$ (cm^2/day)	K (cm/day)	b	a (cm)	θ_0	θ_i	θ_c	θ_s
تربت حیدریه	۴۴	۱۰۴۷	۲۴	۲/۱۶۵	-۲۴۸	۰/۱۶	۰/۲۷	۰/۳۶	۰/۴۴
مشهد	۶۲	۲۴۷۵	۲۵	۱/۳۸	-۸۷۸	۰/۱۶	۰/۳	۰/۴	۰/۵۴
کرج	۲۰	۱۳۰۲	۱۰	۳/۶۷۳	-۱۶۲	۰/۱۸	۰/۳۲	۰/۳۴	۰/۳۶

جدول ۵- محاسبه تبخیر روش های موجود و مقایسه با مدل رایانه‌ای و مدل بیلان آب

روش / مناطق	*Gardner Fireman* (cm)	*Gardner* (cm)	*Gardner Hillel* (cm)	*Pandey Gupta* (cm)	*Menziani* (cm)	مدل بیلان آب (cm)	مدل رایانه‌ای (cm)
تربت حیدریه	۱۷۱۶۰	۱۳	۱۳۰	۲۱۶۰	۳۵	۱۱	۱۱
مشهد	۱۴۰۶۰۰	۳۱	۵۶۰	۲۱۰۰	۶۲	۳۰	۲۹
کرج	۱۸۶۰	۱۲	۱۰۰	۲۰۲۰	۱۸	۱۷	۱۷

نتیجه گیری

در این بررسی مقایسه بین روش های موجود تبخیر از خاک لخت با مدل کامپیوتری ***LEACHM*** انجام یافت. نتایج نشان داد که فرمول‌های ***Fireman،Gardner*** **مقدار تبخیر را خیلی بیشتر از واقعیت نشان می‌دهد زیرا این فرمول‌ها فقط در مناطقی که سطح ایستابی کم عمق دارند استفاده می‌شود. فرمول** *Pandey,Gupta* مقدار تبخیر را خیلی بیشتر از واقعیت نشان می‌دهد. در این فرمول تبخیر، تابع خطی پتانسیل هیدرولیکی فرض شده است. فرمول ***Gardner*** ، ***Hillel*** و ***Menziani*** مقدار تبخیر را متفاوت از بقیه ولی مغایر با مدل بیلان آب محاسبه کرده است. فرمول ***Gardner*** مقدار تبخیر را نسبت به فرمول های فوق مناسب تر محاسبه می‌کند. چون عمق آب زیرزمینی در مناطق مورد بررسی پایین بود از مدل فیزیکی نمی توان استفاده کرد. به همین دلیل برای محاسبه تبخیر در شرایط غیرماندگار از مدل رایانه‌ای LEACH M با شرایط اولیه و مرزی متفاوت با بررسی‌های قبلی استفاده شد. همبستگی خوبی بین نتایج مدل رایانه‌ای فوق با مدل بیلان آب وجود دارد و از خطای احتمالی

کمتر از پنج درصد برخوردار است. این مقدار اختلاف در آزمایش های صحرایی از اهمیت چندانی برخوردار نیست. پیشنهاد می‌گردد برای محاسبه تبخیر در شرایط غیرماندگار از مدل LEACH M استفاده شود.

از شرکت مهندسی آب و خاک کشور مطالعات البرز و دانشگاه آزاد کرمان به خاطر همکاری و اجرای این مقاله تحقیقاتی تقدیر و تشکر می نمایم.

منابع

1. Hillel, D.I. (1998). "Environmental soil physics". Chapter 18: Evaporation from bear-surface soils and winds erosion. Academic press Inc. pp: 508-522.
2. Gardner,W.R. and M. Fireman (1959). Laboratory studies of evaporation from soil columns in the presence of a water table. Soil. Sci. 85-244-249.
3. Gardner, W.R.(1958). Some steady-state solution of the unsaturated moisture flow equation with application to evaporation from a water table, Soil Sci. 85: 228-232.
4. Ripple, C.D., J. Rubin and T.E.A. Van Hylcome, (1972). Estimating steady-state evaporation rates from bare soils under conditions of high water table." Geological survey water supply paper 2019-USA, Washington, D.C.
5. Warrick, A.W. (1988). Additional solutions for steady-state evaporation from a shallow water table. Soil Sci. 146:63-66.
6. Willis, W.O.(1960). Evaporation from layered soil in the presence of a water table. Soil Sci. Soc. Am. Proc 24: 239-242.
7. Gardner, W.R. and D.I. Hillel, (1962). The relation of external evaporation condition to the drying of soils. J. Geophys. Res. 67:4319-4325.
8. Dane, J.H. and Mathis. F.H., (1981). An adaptive finite difference scheme for the one dimentional water flow equation. Soil Sci. Soc. Am. J. 45: 1048-1054.
9. Dautrebande, Gaspar, S., J. Ledieu, A. Ben, Harrath and M. Frankinet, (1983). Modeling evaporation from a bare soil. Bull. Rech. Agron. Gembloux. 18(3): 189-196.
10. Hanks, R.J. and Klute. A. (1968). A numerical method for estimating, infiltration, redistribution, drainage and evaporation of water from soil. Paper 68-214. Amer Soc. Agr. Eng. 1968. Annu. Meet. 16p.
11. Hillel, D.I. (1977), Computer simulation of soil-water dynamics Int. Dev. Res. Center. Otawa. Canada.
12. Laatde, P.J.M. (1980). Model for unsaturated flow above a shallow water table-applied to regional subsurface flow problem. Pudoc. Wagneingen.
13. Reynolds,W.D. and Walker G.K. (1984). Development and validation of a numerical model simulating evaporation form short cores. Soil Sci. Soc. Am. J. 48-960-969.

۱۴. زارعی، ق. ۱۳۸۱. تبخیر غیرماندگار از خاک بی پوشش در حضور سطح ایستابی کم عمق. رساله دکتری. دانشکده کشاورزی. دانشگاه تهران.

15. Brandy K,T. and Romanowicz, R., (1989). Some aspects of soil moisture control for soils with shallow ground water levels. In Proc. "Symposium ground water management: Quantity and quality". IAHS Publ. 188: 19-28.
16. Lomen, D.O. and warrick A.W. (1978). Linearized moisture flow with loss at the soil surface soil Sci. Soc. Am. J. 42: 396-400.

17. Gardner, W.R. 1959. Solution of the flow equation for the drying of soils and other porous media. Soil Sci. Soc. Am. Proc. 23: 183-187.
18. Menziani, M.S. Pugnaghi, L. Pilan, R. Santangelo and S.vincenzi. (1999). Field experiment to study evaporation from saturated bare soil. Phys. Chem. Earth(B). 24(7): 813-818.
19. Novak, M.D. (1988). Quasi-analytical solutions of the soil water flow equation for problems of evaporation. Soil Sci. Soc. Am, J. 52: 916-924.
20. Pandey, R.S. and S.K. Gupta. (1990). Drainage design equation with simultaneous evaporation from soil surface. ICID Bulletin. 39: 19-25.
21. Salvucci, G.D. (1997). Soil and moisture in dependent estimation of stage-two evaporation from potential evaporation and albedo or surface temperature water resources Res. 33(1): 111-122.
۲۲. نشاط، ع، (۱۳۸۳)، برآورد تبخیر غیرماندگار از سطح خاک لخت توسط مدل LEACH Mو مقایسه با مدل بیلان آب. مجله علمی _ پژوهشی دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم وتحقیقات _ در دست چاپ.
23. Crank, J. 1975. The mathematics of diffusion. Oxford university press. London.
۲۴. خرقانی، ک. ۱۳۸۲. مفاهیم جدید آب قابل دسترس گیاه تحت تنش آبی. رساله دکتری. دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات