

## بررسی آزمایشگاهی و ارزیابی نتایج شبیه‌سازی عددی و حل تحلیلی معادله جابه‌جایی-پراکندگی کلاسیک برای آلودگی‌های واکنش‌ناپذیر

یعقوب آزدان<sup>۱</sup>، علیرضا عمادی<sup>۲\*</sup>، جعفر چابک‌پور<sup>۳</sup> و رسول دانشفراز<sup>۴</sup>

۱) دانشجوی دکتری سازه‌های آبی؛ گروه مهندسی آب؛ دانشگاه علوم کشاورزی و منابع طبیعی ساری؛ ساری؛ ایران

۲\*) دانشیار گروه مهندسی آب؛ دانشگاه علوم کشاورزی و منابع طبیعی ساری؛ ساری؛ ایران

\*نویسنده مسئول مکاتبات: [emadia355@yahoo.com](mailto:emadia355@yahoo.com)

۳) استادیار دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه مراغه؛ مراغه؛ ایران

۴) دانشیار دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه مراغه؛ مراغه؛ ایران

تاریخ پذیرش: ۹۷/۱۰/۲۴

تاریخ دریافت: ۹۷/۰۳/۰۱

### چکیده:

ضریب پراکندگی طولی از دیدگاه امنیت عمومی و سلامت بشر یکی از پارامترهای مهم برای پیش‌بینی و توصیف انتقال آلودگی در رودخانه‌ها و آب‌های کم‌عمق می‌باشد. در تحقیق حاضر کارایی معادله جابه‌جایی - پراکندگی کلاسیک در پیش‌بینی انتقال آلودگی در رودخانه‌های بستر سنگریزه‌ای بررسی شد. با انجام آزمایش‌های ماده ردیاب در یک کانال آزمایشگاهی با شیب طولی (۰/۰۰۱ و ۰/۰۰۷) و پنج دبی (۷/۵، ۱۱/۵، ۱۵/۵، ۲۰/۵ و ۲۵/۵) لیتر بر ثانیه منحنی‌های رخنه اندازه‌گیری شده با منحنی‌های رخنه حل تحلیلی معادله کلاسیک و شبیه‌سازی شده توسط مدل عددی OTIS مقایسه شدند. بررسی نتایج نشان داد که معادله کلاسیک در پیش‌بینی شاخه پایین رونده منحنی رخنه در شرایط رودخانه‌های بستر شنی همراه با خطا بوده و لذا بکارگیری این معادله برای پیش‌بینی دقیق آلودگی در رودخانه‌های دارای نواحی ذخیره توصیه نمی‌شود ولی استفاده از آن در تخمین مقدار اولیه برای ضریب پراکندگی بسیار راهگشا می‌باشد. ضریب پراکندگی محاسباتی با فاصله گرفتن از محل تزریق افزایش یافت. ضریب پراکندگی برای آزمایش‌های این تحقیق در محدوده ۰/۰۰۷۳ و ۰/۱۸ مترمربع بر ثانیه بدست آمد. همچنین نتایج محاسبات پارامترهای زمان عبور از منحنی‌های رخنه آزمایشگاهی حاکی از برقراری رابطه نمایی بین آنها و فاصله از محل تزریق بود. در نهایت با استفاده از مشخصات هندسی، هیدرولیکی و منحنی‌های رخنه اندازه‌گیری شده و کاربرد روش پای باکینگهام رابطه جدیدی جهت پیش‌بینی ضریب پراکندگی طولی توسعه یافت. خطای نسبی و جذر میانگین مربع خطای نرمال شده برای رابطه‌ی ارائه شده به ترتیب برابر ۲۴٪ و ۱/۳۷ به‌دست آمد.

**کلید واژه‌ها:** انتقال آلودگی؛ ضریب پراکندگی طولی؛ منحنی رخنه؛ OTIS

### مقدمه

کشاورزی و مواد نفتی به آبراهه‌ها نیز از جمله مواردی هستند که بر کیفیت آب‌های سطحی اثر گذاشته و آلودگی آن را به دنبال خواهد داشت. با توجه به این‌که رودخانه‌ها یکی از منابع اصلی تأمین آب مورد نیاز برای مصارف شرب، صنعت و کشاورزی می‌باشند، لذا یکی از مسایل

در طی سال‌های اخیر با پیشرفت صنعت و توسعه جوامع بشری، رودخانه‌ها و آب‌های سطحی به‌عنوان محلی برای تخلیه فاضلاب شهری و پساب‌های کارخانه‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرند. ورود سموم

بسیار چالش برانگیز در هیدرولوژی آب‌های سطحی، سنجش و پیش‌بینی انتقال آلودگی در رودخانه‌ها و آب‌های کم عمق می‌باشد (Gonzalez- Pinzon *et al.*, 2013). ضریب پراکندگی طولی یکی از پارامترهای مهم برای توصیف انتقال آلودگی در آبراهه‌ها و رودخانه‌ها بوده و تخمین دقیق این ضریب از دیدگاه امنیت عمومی و سلامت بشر از اهمیت بسیاری برخوردار است. انتقال آلودگی در آب منحصرًا توسط جریان آب (جریان توده‌ای) و سوار بر آن صورت نمی‌گیرد. بلکه بسته به غلظت آلاینده، این آلاینده در درون توده‌ی آب جاری به جنبش در آمده و تحت تأثیر فرآیندهای جابجایی و پراکندگی طولی در آب جابجا و پراکنده می‌شود. به طوری که در فرآیند جابجایی ابر آلودگی توسط سرعت متوسط جریان و در راستای طولی جریان جابجا شده، ولی در فرآیند پراکندگی انتقال جرم به واسطه گرادیان سرعت و انتقال ممتد صورت می‌گیرد (محمودیان شوشتری، ۱۳۸۹). در طی سالیان اخیر روش‌های متعدد عددی و تحلیلی برای شبیه‌سازی انتقال آلودگی بر اساس معادله یک بعدی انتقال توسعه یافته و پژوهشگران بسیاری از معادله مذکور برای شبیه‌سازی فرآیند انتقال آلودگی در آب‌های کم‌عمق و سطحی استفاده نموده‌اند که در زیر به چند مورد از این تحقیقات اشاره می‌شود.

Seo و Cheong (۱۹۹۸) با به‌کارگیری روش رگرسیونی چند متغیره‌ی غیرخطی یک مرحله‌ای هابر<sup>۱</sup> و با استفاده از اطلاعات میدانی ۲۶ رودخانه‌ی آمریکا مدلی را برای پیش‌بینی ضریب پراکندگی طولی در رودخانه‌های طبیعی ارائه دادند. Kashefipour و Falconer (۲۰۰۲) بیان داشتند که در صورت استفاده از روش‌های تحلیلی و یا مدل عددی برای پیش‌بینی غلظت آلاینده‌ها در جریان‌های رودخانه‌ای می‌بایست مقدار ضریب پراکندگی طولی مشخص باشد. صدقی اصل (۱۳۸۹) اقدام به محاسبه ضریب پراکندگی طولی با استفاده از روش

گشتاورهای مکانی و زمانی برای آلودگی رودامین در محیط‌های پاره‌سنگی طویل نمود و در نهایت به کارایی بالای این روش‌ها نسبت به روش‌های پیچیده‌تر حل تحلیلی اشاره نمود. Noori و همکاران (۲۰۰۹) طی تحقیقی به بررسی کارهای انجام گرفته در زمینه پیش‌بینی ضریب انتشار طولی پرداختند. نتایج مطالعه‌ی آنان منجر به پیشنهاد مدل مناسبی با استفاده از سیستم استنتاج فازی- عصبی تطبیقی<sup>۲</sup> (ANFIS) پارامترهای مؤثر بر ضریب پراکندگی طولی را تعیین نمودند. نتایج آنان نشان داد که پارامترهای مؤثر بر ضریب پراکندگی طولی شامل ضریب زبری و نسبت عرض به عمق بوده و تأثیر ضریب زبری بر ضریب پراکندگی طولی بیش‌تر می‌باشد. Sahay (۲۰۱۳) با به‌کارگیری الگوریتم ژنتیک بر روی داده‌های میدانی رابطه‌ای تجربی برای تخمین ضریب پراکندگی طولی در رودخانه‌های غیر مستقیم ارائه کرد وی با توجه به شاخص‌های عملکرد متفاوت، نتیجه‌گیری کرد که مدل پیشنهادی برآورد بهتری از مقدار ضریب انتشار طولی ارائه می‌کند. پارسایی و حقی‌آبی (۱۳۹۴) با استفاده از روش روندیابی غلظت اقدام به تخمین ضریب پراکندگی در دو رودخانه سورن و نارو نمودند. مقایسه نتایج آنها با روابط تجربی موجود نشان داد که هیچ‌کدام از روابط تجربی ارائه شده برای تخمین ضریب پراکندگی دقت کافی نداشته و در بهترین حالت مقدار ضریب تعیین ۰/۴ بدست آمد.

با ساخت نمونه آزمایشگاهی از یک محیط متخلخل درشت‌دانه و استفاده از رسوبات ریزدانه در محدوده بار معلق، ضریب انتشار طولی رسوبات معلق درون محیط- های متخلخل درشت‌دانه مورد مطالعه قرار گرفت. مقایسه نتایج به‌دست آمده کارآمد بودن روش گشتاور گیری زمانی را نسبت به معادله‌ی انتقال- انتشار نشان داد (چابک‌پور و همکاران، ۱۳۹۵).

کلاسیک از طریق مدل عددی OTIS در پیش‌بینی منحنی‌های رخنه مورد بررسی قرار می‌گیرد. با توجه به اینکه ضریب پراکندگی طولی برای ارزیابی ریسک ناشی از تخلیه‌ی تصادفی و ناگهانی آلاینده‌های خطرناک به رودخانه‌ها در شرایط فقدان داده‌های ردیاب و پیش‌بینی غلظت آلودگی و مدت زمان استمرار آن در نزدیکی ایستگاه‌های پمپاژ آب شرب و محل تخلیه‌ی آبراهه‌ها به دریاها و اقیانوس‌ها جهت اتخاذ تصمیم‌های سریع و مؤثر در راستای حفاظت از منابع آب بسیار لازم و ضروری می‌باشد، لذا در ادامه با توجه به نتایج داده‌های آزمایشگاهی رابطه جدید برای پیش‌بینی ضریب پراکندگی طولی ارائه خواهد شد.

#### مواد و روش‌ها

##### معادله‌ی جابه‌جایی - پراکندگی کلاسیک

معادله‌ی حاکم بر پدیده انتقال آلودگی در رودخانه‌ها، معادله‌ی جابه‌جایی-پراکندگی<sup>۳</sup> (ADE) می‌باشد که از نوع معادلات دیفرانسیل جزئی سهموی بوده و از ترکیب معادله‌ی پیوستگی و قانون اول فیک به دست می‌آید. از کاربردهای مهم این معادله می‌توان به شبیه‌سازی انتقال رسوب و انتشار آلودگی در رودخانه‌ها اشاره کرد (Chanson, 2004).

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} + v \frac{\partial c}{\partial y} + w \frac{\partial c}{\partial z} = D_x \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + D_z \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} \quad (1)$$

که در آن،  $c$  غلظت متوسط ماده آلاینده (ماده ردیاب) در مقطع عرضی،  $t$  مدت زمان سپری شده بعد از تزریق آلودگی،  $x, y, z$  به ترتیب فاصله در جهت‌های طولی، عرضی و عمقی،  $u, v, w$  مولفه‌های سرعت متوسط جریان در جهت‌های  $x, y, z$  و  $D_x, D_y, D_z$  به ترتیب ضرایب پراکندگی در جهت‌های  $x, y, z$  می‌باشند. با فاصله گرفتن از محل تزریق آلودگی اختلاط در مقطع

محمدی قلعه‌نی و همکاران (۱۳۹۶) با استفاده از داده‌های ۱۷۶ رودخانه و کانال مختلف و بکارگیری روش آنالیز ابعادی رابطه‌ای را به منظور برآورد دقیق‌تر ضریب پخش طولی در جریان آب‌های سطحی ارائه نمودند. چابک‌پور و همکاران (۱۳۹۷) در یک بررسی آزمایشگاهی پارامترهای انتقال و انتشار محیط‌های سنگ‌دانه‌ای را با استفاده از روش گشتاورگیری زمانی محاسبه و سپس با استفاده از حل تحلیلی معادله کلاسیک انتقال و انتشار و استفاده از ضرایب به دست آمده منحنی‌های رخنه تحلیلی را استخراج نمودند. نتایج بررسی آن‌ها نشان داد که حل تحلیلی انجام شده با ضرایب روش گشتاورگیری به جز نقطه پیک (در برخی مواقع) سایر قسمت‌های منحنی رخنه را به خوبی شبیه‌سازی می‌نماید. میرزایی (۱۳۹۷) به بررسی آزمایشگاهی تأثیر شکل ذرات محیط متخلخل بر انتشار طولی آلاینده‌ها پرداخت. نتایج مطالعات وی نشان داد که در سرعت ثابت، محیط با ذرات کروی از انتشار-پذیری طولی بیشتری در مقایسه با محیط دارای ذرات تیز گوش و ماسه‌ای برخوردار بوده و با افزایش سرعت جریان انتشارپذیری طولی در هر سه محیط کاهش می‌یابد.

با بررسی تحقیقات انجام شده در خصوص موضوع انتقال آلودگی مشخص می‌گردد که اکثر مطالعات مربوط به حل عددی معادله‌ی جابه‌جایی-پراکندگی و مقایسه نتایج روش‌های عددی با داده‌های فرضی در رودخانه‌های بدون نواحی ذخیره بوده و کارایی معادله مذکور در شرایط آزمایشگاهی برای رودخانه‌های طبیعی کم‌تر مورد توجه قرار گرفته است. در تحقیق حاضر با انجام آزمایش‌های ماده ردیاب در یک کانال آزمایشگاهی فرآیند انتقال آلودگی در رودخانه‌های دارای نواحی ذخیره در بستر مورد بررسی قرار گرفت که در منابع بررسی شده به این موضوع در شرایط آزمایشگاهی پرداخته نشده است. در این تحقیق با برداشت منحنی‌های رخنه در مقاطع مختلف از طول کانال کارایی معادلات جابه‌جایی پراکندگی

<sup>4</sup>. Advection- Dispersion Equation

که در آن  $c(x,t)$  عبارت است از غلظت آلودگی در طول رودخانه در مکان و زمان‌های مختلف،  $M_0$  جرم ماده محلول یا ماده ردیاب تزریق شده،  $A$  سطح مقطع جریان عبوری،  $D_x$  ضریب پراکندگی طولی،  $u$  سرعت متوسط جریان در راستای طولی،  $x$  موقعیت پیش‌بینی منحنی رخنه و  $t$  زمان است (Chanson, 2004). در این تحقیق با توجه به نتایج آزمایش‌های ماده ردیاب و منحنی‌های رخنه اندازه‌گیری شده و به‌کارگیری روش بهینه‌سازی برازش منحنی با روش کم‌ترین مربعات خطا<sup>۴</sup> (LSFIT) و کدنویسی در نرم‌افزار متلب مقدار ضریب پراکندگی طولی در محل اندازه‌گیری منحنی‌های رخنه محاسبه شده و سپس منحنی‌های رخنه پیش‌بینی بر مبنای حل تحلیلی معادله کلاسیک شبیه‌سازی شدند.

#### منحنی‌های رخنه و پارامترهای زمان عبور

منحنی‌های رخنه اندازه‌گیری شده در شرایط آزمایشگاهی تحقیق حاضر به شکل زنگوله نامتقارن می‌باشند به طوری که شیب بازوی بالارونده آن تند بوده ولی بازوی پایین‌رونده آن به علت شیب ملایم آن طولانی می‌باشد. پارامترهای زمان عبور از منحنی رخنه قابل تعیین هستند.  $T_t$ ،  $T_d$ ،  $T_p$ ،  $T_1$  به ترتیب معرف زمان از لحظه تزریق آلودگی تا زمان شروع صعود بازوی بالارونده منحنی رخنه، زمان عبور یا وقوع غلظت حداکثر (بیشینه)، زمان انتهای بازوی پایین‌رونده و مدت زمان استمرار ابر آلودگی بوده که برابر با  $(T_1 - T_t)$  می‌باشد (Jin et al., 2009). در این مقاله انتهای بازوی پایین‌رونده را مربوط به زمان وقوع غلظت پس‌زمینه (زمان برگشت به غلظت پس‌زمینه) و زمان صعود بازوی بالارونده نیز لحظه افزایش منحنی از مقدار غلظت پس‌زمینه تعریف می‌شود. در منحنی رخنه فرضی که در شکل ۱ مشخص شده است محور قائم نشان دهنده غلظت آلودگی و محور افقی زمان

عرضی کامل شده و پراکندگی طولی قابل توجه خواهد بود. در نتیجه این امر معادله سه بعدی در عمل تبدیل به معادله یک بعدی جابه‌جایی و پراکندگی می‌شود. روش‌های حل عددی و تحلیلی متعددی برای معادله انتقال آلودگی وجود دارد که در ادامه به روش حل عددی و تحلیلی مورد استفاده در این تحقیق اشاره می‌گردد.

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} = D_x \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \quad (2)$$

#### حل عددی معادله‌ی جابه‌جایی و پراکندگی کلاسیک

OTIS یک مدل شبیه‌سازی ریاضی است که برای توصیف انتقال مواد محلول در رودخانه‌ها به کار می‌رود. معادله‌ی حاکم بر این مدل، معادله‌ی جابه‌جایی - پراکندگی کلاسیک با ترم‌های اضافی جهت لحاظ نمودن ذخیره موقت، جریان جانبی، زوال مرتبه‌ی اول و جذب می‌باشد. معادله‌ی مذکور با استفاده از روش تفاضل محدود ضمنی کرانک - نیکلسون حل می‌شود. مدل عددی OTIS به همراه داده‌های آزمایش ماده ردیاب برای تعیین پارامترهای هیدرولوژیکی که در انتقال آلودگی مؤثر هستند، مورد استفاده قرار می‌گیرد (Runkel, 1998).

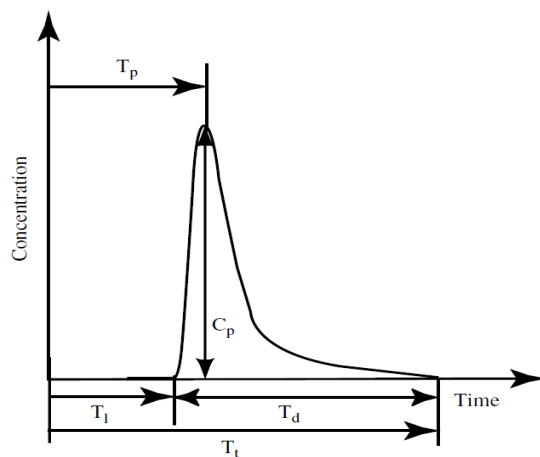
#### حل تحلیلی معادله‌ی جابه‌جایی و پراکندگی کلاسیک

برای پیش‌بینی منحنی رخنه، با توجه به نحوه تزریق آلودگی اعم از اینکه تزریق بصورت آنی یا پیوسته باشد، یا اینکه تزریق در مدت زمان محدود در سطح مقطع جریان صورت گیرد، از جواب‌های تحلیلی مختص آن استفاده می‌شود. معادله‌ی (۳)، حل تحلیلی معادله انتقال آلودگی در حالت یک بعدی با ضریب پراکندگی طولی و سرعت ثابت و تزریق آنی آلودگی به جرم  $M_0$  در داخل کانال می‌باشد.

$$c(x, t) = \frac{M_0}{A\sqrt{4\pi D_x t}} \exp\left[-\frac{(x - ut)^2}{4D_x t}\right] \quad (3)$$

قابل تغییر بوده که در این پژوهش از دو شیب طولی ۰/۰۱ و ۰/۰۰۷ برای انجام آزمایش‌ها و جمع‌آوری داده‌های مورد نیاز استفاده شد. با استفاده از مصالح رودخانه‌ای بستر سنگریزه‌ای به طول ۹/۵ متر، ضخامت متوسط ۱۱ سانتی‌متر در داخل کانال آزمایشگاهی ایجاد شد. برای اندازه‌گیری منحنی‌های رخنه طول بستر سنگریزه‌ای به سه بازه تقسیم شد. به طوری که فواصل ۲/۱۵، ۵/۱۵ و ۸/۱۵ متری از محل تزریق آلودگی، به عنوان محل نصب حسگرها جهت اندازه‌گیری هدایت الکتریکی مشخص گردید. در هر یک از موقعیت‌های ذکر شده یک عدد سنسور اندازه‌گیری هدایت الکتریکی در بدنه اصلی جریان نصب گردید. فاصله سنسور اول تا سنسور دوم به عنوان بازه ۱، فاصله سنسور اول تا سنسور سوم به عنوان بازه ۲ و فاصله سنسور دوم تا سنسور سوم نیز به عنوان بازه شماره ۳ انتخاب شد. در شکل ۲ تصویر کانال آزمایشگاهی و بستر سنگریزه‌ای با جانمایی سنسورهای هدایت سنج الکتریکی نشان داده شده است. برای اندازه‌گیری منحنی‌های رخنه از محلول کلرید سدیم به عنوان ماده ردیاب استفاده شد. برای تهیه محلول مورد نظر ۴۰۰ گرم کلرید سدیم را در یک بشر ۴ لیتری از آب ریخته و بعد از هم زدن و حصول اطمینان از یکنواختی غلظت محلول و عدم رویت ذرات نمک در داخل ظرف، محلول کلرید سدیم در فاصله ۱/۵ متری از بالادست بستر سنگریزه‌ای به صورت آبی به داخل کانال تخلیه شد. برای اندازه‌گیری غلظت از دستگاه هدایت سنج الکتریکی استفاده شد. Data Logger دستگاه EC سنج که سنسورها نیز به آن وصل بودند به سیستم متصل شده و از طریق نرم‌افزار مربوطه هم‌زمان با تزریق آلودگی و اجرای فرمان ثبت مقادیر هدایت الکتریکی ثبت می‌گردید. با پایش مقادیر هدایت الکتریکی ثبت شده در محل هر حسگر از لحظه شروع تا عبور کامل آلودگی از پیرامون هر یک از حسگرها و ثابت شدن تقریبی مقادیر نمایش داده شده توسط هر سه تا حسگر دستور توقف ثبت داده صادر

می‌باشد. پارامترهای زمان عبور نیز بر روی منحنی مشخص گردیده است.



شکل ۱. منحنی رخنه و پارامترهای زمان عبور

### تحلیل ابعادی و توسعه رابطه برای پیش‌بینی ضریب پراکندگی طولی

با در نظر گرفتن پارامترهای مؤثر بر پدیده انتقال آلودگی در رودخانه‌های درشت دانه شامل شیب طولی آبراهه (S)، عرض کف آبراهه (b)، عمق جریان ( $h_w$ )، سرعت متوسط جریان (U)، سرعت برشی ( $u^*$ )، شتاب ثقل (g)، عمق رسوبات (hs)، قطر متوسط رسوبات (ds)، طول بازه (X)، چگالی آب ( $\rho$ )، لزجت دینامیکی آب ( $\mu$ ) و ضریب پراکندگی طولی ( $D_x$ ) و به‌کارگیری تئوری پای باکینگهام، اعداد بدون بُعد تعیین و رابطه‌ی بدون بُعد جهت محاسبه ضریب پراکندگی طولی ارائه می‌شود.

### تجهیزات آزمایشگاهی و آزمایش‌های ماده ردیاب

آزمایش‌های این پژوهش در یک کانال آزمایشگاهی، به طول ۱۲ متر، عرض کف ۱/۲ متر و عمق ۰/۸ متر انجام شد. جریان آب در فلوم به صورت سیکل بسته بوده و اندازه‌گیری دبی جریان ورودی به کانال توسط دبی‌سنج صوتی نصب شده بر روی لوله مکش پمپ صورت گرفت. اندازه‌گیری عمق جریان به وسیله عمق سنج مکانیکی نقطه‌ای با دقت ۰/۱ میلی‌متر انجام شد. شیب طولی فلوم آزمایشگاهی با استفاده از جک هیدرولیکی

لیتر بر ثانیه شرایط برقراری جریان درونی و سطحی فراهم شد و این مقدار به عنوان دبی مبنا در نظر گرفته شد. آزمایش‌های این تحقیق در دو شیب ۰/۰۰۱ و ۰/۰۰۷ و برای دبی‌های ۷/۵، ۱۱/۵، ۱۵/۵، ۲۰/۵ و ۲۵/۵ لیتر بر ثانیه انجام شد.

می‌شد. واحد هدایت الکتریکی اندازه‌گیری شده توسط دستگاه EC سنج دیجیتالی برحسب میلی‌زیمنس بر سانتی‌متر (ms/cm) بود که توسط یک رابطه کالیبراسیون مقادیر هدایت الکتریکی به غلظت بر حسب میلی‌گرم بر لیتر تبدیل گردید. با توجه به ماهیت جریان در رودخانه‌های با بستر سنگریزه‌ای به لحاظ درون‌گذر و سطحی بودن آن، پیش‌آزمایش‌هایی برای بررسی شرایط جریان و حصول به این موضوع انجام شد. در دبی ۷/۵



شکل ۲. کانال آزمایشگاهی با بستر سنگریزه‌ای و جانمایی سنسورهای اندازه‌گیری EC

(NS)، میانگین خطای مطلق  $(MAE)^y$  و ضریب تبیین  $(R^2)$  استفاده شد که روابط آن‌ها به ترتیب طبق معادلات (۴) الی (۸) ارایه شده است (Zaramella et al., 2016; Saadatpour et al., 2015).

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_i^N (C_{sim,i} - C_{obs,i})^2}{N}} \quad (۴)$$

بررسی تطابق منحنی‌های غلظت - زمان شبیه‌سازی شده از روش عددی و حل تحلیلی با داده‌های آزمایشگاهی

برای مقایسه و ارزیابی نتایج شبیه‌سازی مدل عددی و حل تحلیلی معادله جابجایی - پراکندگی کلاسیک با داده‌های آزمایشگاهی از پارامترهای جذر میانگین مربع خطای نرمال شده  $(NRMSE)^e$ ، شاخص نش - ساتکلیف<sup>۶</sup>

8. Mean Absolute Error

6. Normalized Root Mean Square Error  
7. Nash-Sutcliffe Model Efficiency Coefficient

### نتایج و بحث

در این پژوهش با استفاده از دستگاه هدایت سنج الکتریکی منحنی‌های رخنه در ابتدا و انتهای هر بازه اندازه‌گیری شد. با به‌کارگیری حل تحلیلی معادله جابه‌جایی-پراکندگی کلاسیک به کمک روش بهینه‌سازی برازش منحنی با روش کمترین مربعات خطا در نرم افزار متلب ضریب پراکندگی طولی محاسبه و منحنی‌های رخنه تحلیلی برای آلودگی واکنش‌ناپذیر کلرید سدیم در مقاطع اندازه‌گیری شده غلظت باز تولید شدند. به منظور بررسی کارایی معادله‌ی جابه‌جایی-پراکندگی کلاسیک در شبیه‌سازی فرآیند انتقال آلودگی در رودخانه‌های بستر سنگریزه‌ای از مدل عددی OTIS استفاده شد. با استفاده از مقدار ضریب پراکندگی به‌دست آمده از حل تحلیلی و معرفی سایر پارامترهای مورد نیاز ذکر شده، منحنی‌های رخنه توسط مدل عددی OTIS در محل نصب هر سنسور پیش‌بینی شدند. در شکل‌های ۳، ۴ و ۵ منحنی‌های رخنه آزمایشگاهی، حل تحلیلی و شبیه‌سازی عددی در فواصل ۵/۱۵ و ۸/۱۵ متری از محل تزریق برای دبی ۱۵/۵ لیتر بر ثانیه و شیب طولی ۰/۰۰۱ نمایش داده شده است.

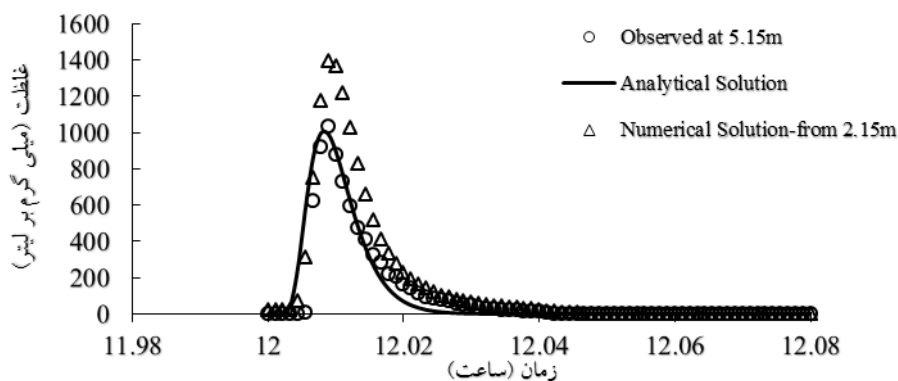
$$NRMSE = \frac{RMSE}{\bar{C}_{obs,i}} \quad (5)$$

$$NS = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (C_{sim,i} - C_{obs,i})^2}{\sum_{i=1}^N (C_{obs,i} - \bar{C}_{obs,i})^2} \quad (6)$$

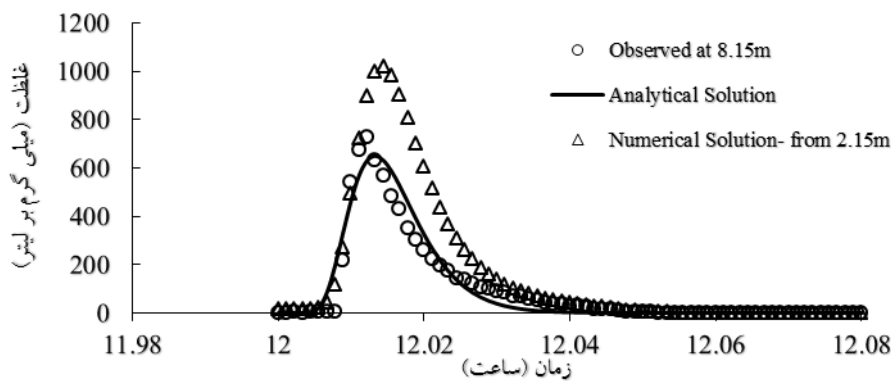
$$MAE = \frac{\sum_{i=1}^N |C_{sim,i} - C_{obs,i}|}{N} \quad (7)$$

$$R^2 = \left\{ \frac{\sum_{i=1}^N (C_{obs,i} - \bar{C}_{obs,i})(C_{sim,i} - \bar{C}_{sim,i})}{\left[ \sum_{i=1}^N (C_{obs,i} - \bar{C}_{obs,i})^2 \right]^{1/2} \left[ \sum_{i=1}^N (C_{sim,i} - \bar{C}_{sim,i})^2 \right]^{1/2}} \right\}^2 \quad (8)$$

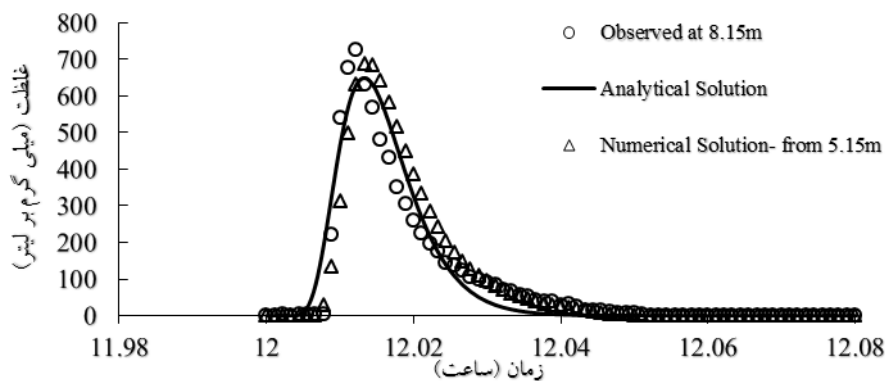
در روابط بالا،  $RMSE$  جذر میانگین مربعات خطا، پارامترهای  $\bar{C}_{sim,i}$ ،  $\bar{C}_{obs,i}$  به ترتیب برابر با میانگین غلظت‌های مشاهداتی و شبیه‌سازی،  $C_{sim,i}$  و  $C_{obs,i}$  به ترتیب نماینگر غلظت مشاهداتی و شبیه‌سازی در هر زمان بوده، و هم‌چنین  $N$  تعداد داده‌های اندازه‌گیری غلظت در هر منحنی رخنه می‌باشد.



شکل ۳. منحنی‌های رخنه آزمایشگاهی، حل تحلیلی و شبیه‌سازی عددی در بازه‌ی ۱ برای دبی ۱۵/۵ لیتر بر ثانیه و شیب ۰/۰۰۱



شکل ۴. منحنی‌های رخنه آزمایشگاهی، حل تحلیلی و شبیه‌سازی عددی در بازه‌ی ۲ برای دبی ۱۵/۵ لیتر بر ثانیه و شیب ۰/۰۰۱



شکل ۵. منحنی‌های رخنه آزمایشگاهی، حل تحلیلی و شبیه‌سازی عددی در بازه‌ی ۳ برای دبی ۱۵/۵ لیتر بر ثانیه و شیب ۰/۰۰۱

نقطه اوج منحنی‌های آزمایشگاهی کاهش پیدا می‌کند ولی در مواردی نادر عکس روند مذکور مشاهده شد که علت آن مربوط به اصل احتمالات در مسیریابی آلودگی در بین ذرات شن و تصادفی بودن انتقال آلودگی در رودخانه‌های با وضعیت مشابه می‌باشد. در شکل‌های ۳، ۴ و ۵، با توجه به منحنی‌های رخنه شبیه‌سازی شده توسط حل عددی مشاهده می‌شود که معادله کلاسیک در بازه‌های ۱ و ۲ نقطه اوج منحنی را بیش‌تر از نقطه اوج داده‌های آزمایشگاهی پیش‌بینی کرده است و عملکرد خوبی ندارد. ولی در بازه‌ی (۳) اختلاف پیش‌بینی نقطه اوج شبیه‌سازی با داده‌های مشاهداتی کم‌تر شد. یکی از دلایل مهم عملکرد ضعیف مدل عددی در این خصوص مربوط به اختلاف در درصد بازیابی جرمی منحنی رخنه شرط مرزی (ابتدای بازه) با منحنی رخنه انتهای بازه می‌باشد. در بازه (۳) با کاهش اختلاف درصد بازیابی جرمی بین دو منحنی رخنه نقاط

با توجه به شکل‌های فوق و دقت در داده‌های آزمایشگاهی مشخص می‌شود که منحنی‌های رخنه‌ی آزمایشگاهی دارای بازوی بالارونده با شیب تند بوده ولی شیب بازوی پایین رونده آن‌ها ملایم می‌باشد. با چنین توصیفی می‌توان گفت که منحنی‌های مذکور متقارن نبوده و دارای چولگی می‌باشند. از دلایل مهم نامتقارنی منحنی‌ها می‌توان به تله افتادن جرم آلودگی در داخل محیط متخلخل (فضای بین شن‌ها) و خروج تدریجی آن اشاره کرد. برای درک بهتر موضوع می‌توان چنین استنباط کرد که در واقع بازوی بالارونده عمدتاً مربوط به آلودگی عبوری از بدنه اصلی جریان بوده که در مدت زمان کوتاهی به محل نصب حسگر رسیده است و بازوی پایین رونده با جرم آلودگی تله‌اندازی شده در فضای بین ذرات شن در ارتباط است و در زمان دیرتری و بعد از قله اوج به محل اندازه‌گیری می‌رسد. در حالت عمومی با فاصله گرفتن از محل تزریق

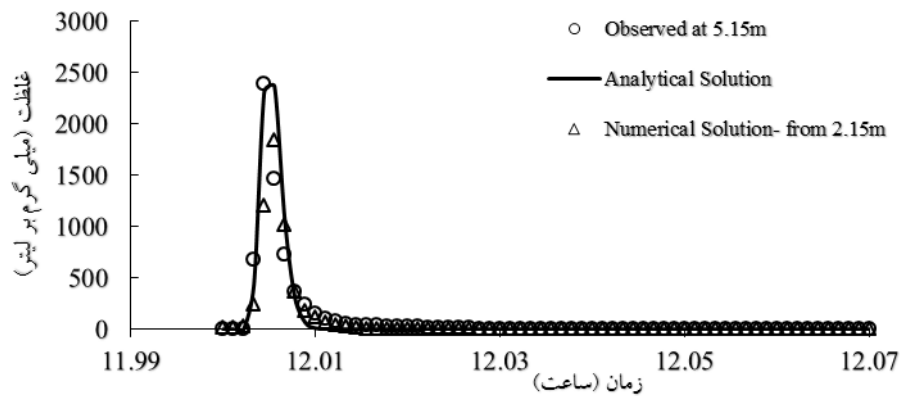


رخنه حل تحلیلی در مقایسه با منحنی‌های مشاهداتی از تطابق بهتری در بازوی بالارونده برخوردار می‌باشند، تنها در تعداد بسیار کمی از بازه‌ها و در قسمت ابتدایی بازوی بارونده نتایج تحلیلی تأخر فاز ناچیزی نسبت به داده‌های مشاهداتی نشان داد. هم‌چنین نقطه اوج منحنی نیز به خوبی مدل شد. اما در بازوی پایین‌رونده‌ی منحنی‌های تحلیلی به‌خصوص از قسمت میانی به بعد شیب نتایج تحلیلی بیش‌تر شده و بازوی پایین‌رونده منحنی تحلیلی زیر منحنی آزمایشگاهی واقع گردید (شکل‌های ۳، ۴ و ۵). البته لازم به توضیح است که این ماهیت معادله‌ی کلاسیک است که بنا به فقدان ترم ذخیره موقت در این معادله جهت اعمال تبادل جرم بین مقطع اصلی جریان و محیط متخلخل، امکان پیش‌بینی دقیق و منطبق با داده‌های آزمایشگاهی در بازوی پایین‌رونده وجود ندارد. مشخصات آزمایش‌های انجام شده شامل دبی، شماره بازه، ضریب پراکندگی طولی، روش حل و پارامترهای آماری محاسبه شده جهت بررسی تطابق منحنی‌های حل تحلیلی و عددی با داده‌های آزمایشگاهی در جدول ۱ ارایه شده است. به منظور مقایسه‌ی نتایج حل تحلیلی، عددی و آزمایشگاهی و بررسی روند منحنی‌های مذکور شیب طولی  $0/007$  بدین منظور انتخاب و آزمایش‌های انجام شده برای شیب  $0/001$  در این شیب نیز تکرار گردید. در شکل‌های ۶، ۷ و ۸ منحنی‌های رخنه آزمایشگاهی، تحلیلی و شبیه‌سازی عددی در فواصل  $5/15$ ،  $8/15$  متری از محل تزریق برای دبی  $25/5$  لیتر بر ثانیه و شیب طولی  $0/007$  نمایش داده شده است.

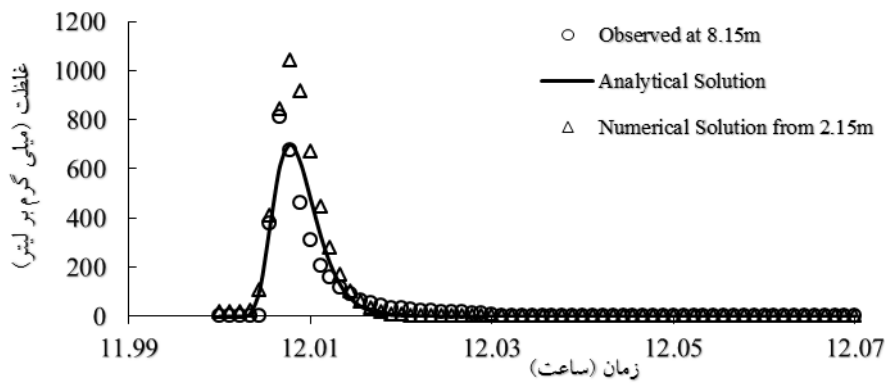
اوج دو منحنی به همدیگر نزدیک شدند. بحث دیگر که در ارتباط با منحنی‌های رخنه مدل عددی مشهود است، این است که بازوی پایین‌رونده این منحنی‌ها در مواقعی که اختلاف درصد بازیابی جرمی زیاد باشد منطبق بر بازوی پایین‌رونده منحنی‌های رخنه آزمایشگاهی نشده و داده‌های پیش‌بینی از داده‌های آزمایشگاهی فاصله گرفته‌اند. با کاهش اختلاف نقاط اوج پیش‌بینی و مشاهداتی فاصله ایجاد شده در بازوی پایین‌رونده منحنی‌های مذکور کم‌تر شد. لازم به توضیح است که برای ارزیابی و مقایسه نتایج شبیه‌سازی عددی با داده‌های آزمایشگاهی نسبت به محاسبه چهار شاخص آماری شامل جذر میانگین مربع خطای نرمال شده، شاخص نش- ساتکلیف، ضریب تبیین و میانگین خطای مطلق برای کلیه آزمایش‌ها اقدام شد (جدول ۱). برای منحنی رخنه شبیه‌سازی عددی نشان داده شده در شکل ۵ مقادیر شاخص‌های فوق‌الذکر به ترتیب برابر با  $0/802$ ،  $0/8907$ ،  $0/9082$  و  $24$  میلی گرم بر لیتر محاسبه شد، که با توجه به مقدار کم جذر میانگین مربع خطای نرمال شده و میانگین خطای مطلق، هم‌چنین مقادیر بالای شاخص نش- ساتکلیف و ضریب تبیین نتیجه مطلوب شبیه‌سازی عددی تایید شد. در کلیه‌ی آزمایش‌هایی که اختلاف درصد بازیابی جرمی بین دو منحنی کم‌تر شده است، مقادیر پارامترهای آماری مطلوب و منحنی‌های رخنه شبیه‌سازی تطابق بهتری با منحنی‌های رخنه آزمایشگاهی نشان داد. با توجه به نتایج داده‌های حاصل از حل تحلیلی مشخص می‌گردد که در اکثر آزمایش‌های انجام شده منحنی‌های

جدول ۱. مشخصات آزمایش‌های انجام شده، ضرایب پراکندگی استخراج شده و شاخص‌های آماری برای شیب ۰/۰۰۱

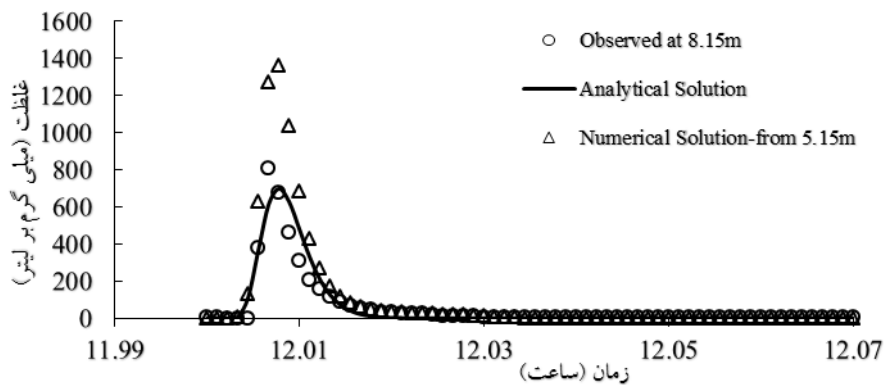
شاخص‌های آماری				روش حل	ضریب پراکندگی (متر مربع بر ثانیه)		طول بازه (متر)	شماره بازه	دبی لیتر بر ثانیه
MAE(mg/lit)	R <sup>2</sup>	Nash-Sutcliffe	NRMSE		انتهای بازه	ابتدای بازه			
۱۱۶/۳۷۶	۰/۸۷۴	۰/۷۹۳	۰/۰۹۵	تحلیلی	۰/۰۳۲	۰/۰۲۱	۳	۱	۷/۵
۱۳۳/۵۸۹	۰/۸۴۰	۰/۵۶۷	۰/۱۱۷	عددی					
۴۸/۸۷۱	۰/۸۵۵	۰/۸۲۸	۰/۱۱۷	تحلیلی	۰/۰۵۵	۰/۰۲۱	۶	۲	۷/۵
۲۰۵/۳۶۷	۰/۸۱۸	-۳/۵۷۵	۰/۲۴۰	عددی					
۴۸/۸۷۱	۰/۸۵۵	۰/۸۲۸	۰/۱۱۷	تحلیلی	۰/۰۵۵	۰/۰۳۲	۳	۳	۷/۵
۱۰۸/۸۷۵	۰/۹۳۴	-۰/۱۴۵	۰/۱۶۰	عددی					
۵۶/۸۹۹	۰/۶۰۴	۰/۵۰۰	۰/۱۴۹	تحلیلی	۰/۰۶۵	۰/۰۵	۳	۱	۱۱/۵
۴۶/۵۵۹	۰/۹۵۹	۰/۶۷۹	۰/۰۸۶	عددی					
۲۷/۹۷۵	۰/۸۷۵	۰/۸۵۷	۰/۰۹۳	تحلیلی	۰/۰۷	۰/۰۵	۶	۲	۱۱/۵
۵۳/۸۰۰	۰/۹۳۹	۰/۵۰۰	۰/۱۲۰	عددی					
۲۷/۹۷۵	۰/۸۷۵	۰/۸۵۷	۰/۰۹۳	تحلیلی	۰/۰۷	۰/۰۶۵	۳	۳	۱۱/۵
۲۲/۳۱۵	۰/۹۱۷	۰/۹۱۰	۰/۰۷۸	عددی					
۳۰/۰۴۴	۰/۸۷۸	۰/۸۵۷	۰/۰۸۲	تحلیلی	۰/۰۶۳	۰/۰۶	۳	۱	۱۵/۵
۴۹/۴۸۴	۰/۹۷۲	۰/۶۹۰	۰/۰۸۷	عددی					
۲۳/۲۹۹	۰/۹۳۹	۰/۹۳۴	۰/۰۶۶	تحلیلی	۰/۰۸	۰/۰۶	۶	۲	۱۵/۵
۵۹/۲۳۶	۰/۸۹۶	۰/۳۳۴	۰/۱۳۴	عددی					
۲۳/۲۹۹	۰/۹۳۹	۰/۹۳۴	۰/۰۶۶	تحلیلی	۰/۰۸	۰/۰۶۳	۳	۳	۱۵/۵
۲۴/۰۰۱	۰/۹۰۸	۰/۸۹۱	۰/۰۸۰	عددی					
۵۳/۱۷۵	۰/۷۴۹	۰/۶۸۰	۰/۱۰۹	تحلیلی	۰/۰۵	۰/۰۳	۳	۱	۲۰/۵
۶۴/۹۷۴	۰/۹۵۷	۰/۴۷۰	۰/۰۹۱	عددی					
۳۲/۶۲۳	۰/۹۱۴	۰/۸۷۴	۰/۰۸۰	تحلیلی	۰/۰۸	۰/۰۳	۶	۲	۲۰/۵
۸۴/۳۷۱	۰/۸۹۸	-۰/۸۲۴	۰/۱۵۲	عددی					
۳۲/۶۲۳	۰/۹۱۴	۰/۸۷۴	۰/۰۸۰	تحلیلی	۰/۰۸	۰/۰۵	۳	۳	۲۰/۵
۳۲/۳۲۷	۰/۸۸۷	۰/۷۴۴	۰/۰۹۱	عددی					
۵۳/۴۶۸	۰/۲۹۶	-۰/۱۸۲	۰/۱۳۹	تحلیلی	۰/۰۹	۰/۰۶۸	۳	۱	۲۵/۵
۲۹/۶۱۲	۰/۹۴۰	۰/۵۴۳	۰/۰۶۱	عددی					
۲۹/۶۴۶	۰/۶۳۰	۰/۱۹۳	۰/۱۱۰	تحلیلی	۰/۱	۰/۰۶۸	۶	۲	۲۵/۵
۴۱/۷۸۵	۰/۸۲۵	-۱/۷۳۱	۰/۱۱۳	عددی					
۲۹/۱۰۹	۰/۶۱۴	۰/۲۵۳	۰/۱۱۶	تحلیلی	۰/۱۲	۰/۰۹	۳	۳	۲۵/۵
۱۳/۳۴۶	۰/۹۱۵	۰/۶۸۱	۰/۰۶۲	عددی					



شکل ۶. منحنی‌های رخنه آزمایشگاهی، حل تحلیلی و شبیه‌سازی عددی در بازه ۱ برای دبی ۲۵/۵ لیتر بر ثانیه و شیب ۰/۰۰۷



شکل ۷. منحنی‌های رخنه آزمایشگاهی، حل تحلیلی و شبیه‌سازی عددی در بازه ۲ برای دبی ۲۵/۵ لیتر بر ثانیه و شیب ۰/۰۰۷



شکل ۸. منحنی‌های رخنه آزمایشگاهی، حل تحلیلی و شبیه‌سازی عددی در بازه ۳ برای دبی ۲۵/۵ لیتر بر ثانیه و شیب ۰/۰۰۷

افزایش شیب طولی کانال شیب بازوی بالارونده منحنی آزمایشگاهی بیشتر شده در نتیجه طول منحنی‌های رخنه (فاصله شاخه صعودی و شاخه نزولی) کم‌تر شد. یعنی این‌که برای یک دبی مشخص پیک آلودگی زودتر از

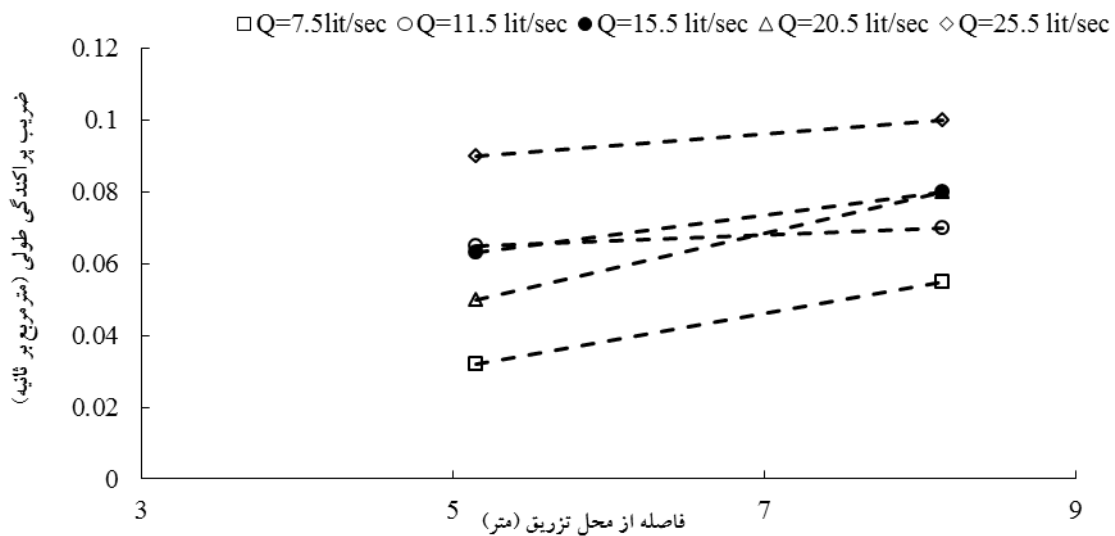
با توجه به شکل‌های ۶، ۷ و ۸ با تغییر شیب طولی کانال و انجام آزمایش‌های ماده‌ی ردیاب برای دبی‌های مورد بررسی، مواردی که درخصوص منحنی‌های حل تحلیلی، عددی و آزمایشگاهی در شیب ۰/۰۰۱ بحث شد در شیب ۰/۰۰۷ نیز تایید شد. با تاکید بر این‌که، با توجه به

۰/۰۰۷ و در دبی‌های ۷/۵، ۱۱/۵، ۱۵/۵، ۲۰/۵ و ۲۵/۵ ارائه شده است. با افزایش فاصله از محل تزریق مقدار ضریب پراکندگی افزایش یافته است و روند عمومی تغییرات ضریب یاد شده از بازه ۱ (فاصله ۵/۱۵ متری از محل تزریق) به سمت بازه ۲ (فاصله ۸/۱۵ متری از محل تزریق) افزایشی است.

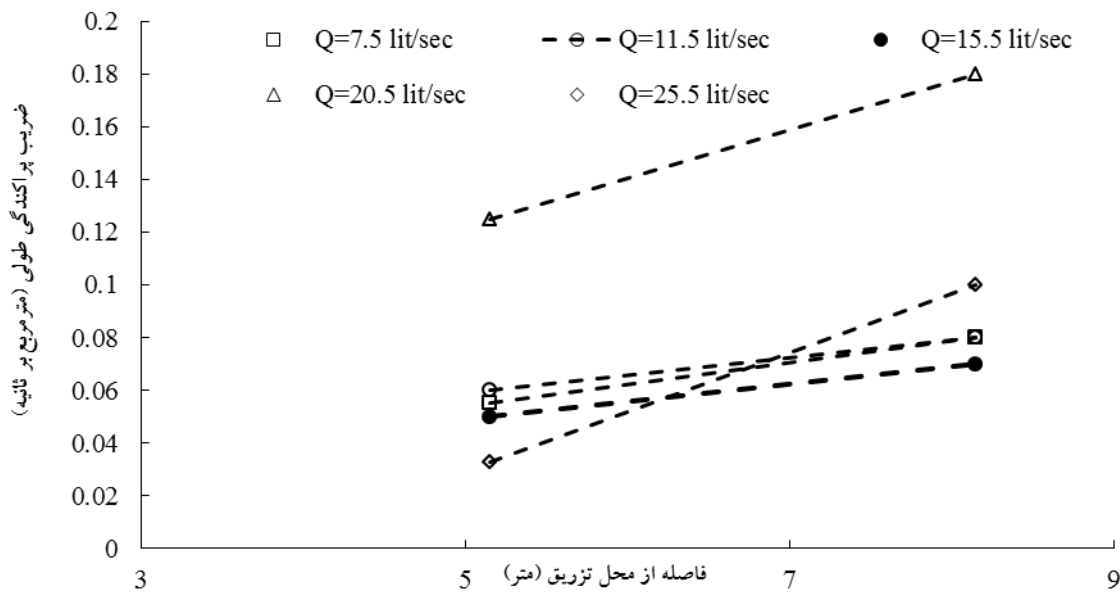
آزمایش‌های شیب ۰/۰۰۱ به محل حسگر اندازه‌گیری رسید.

### تغییرات ضریب پراکندگی طولی با پارامترهای هندسی و هیدرولیکی جریان

در شکل‌های ۹ و ۱۰ نمودار تغییرات ضریب پراکندگی طولی در بازه‌های مورد مطالعه و به ازای شیب‌های ۰/۰۰۱ و



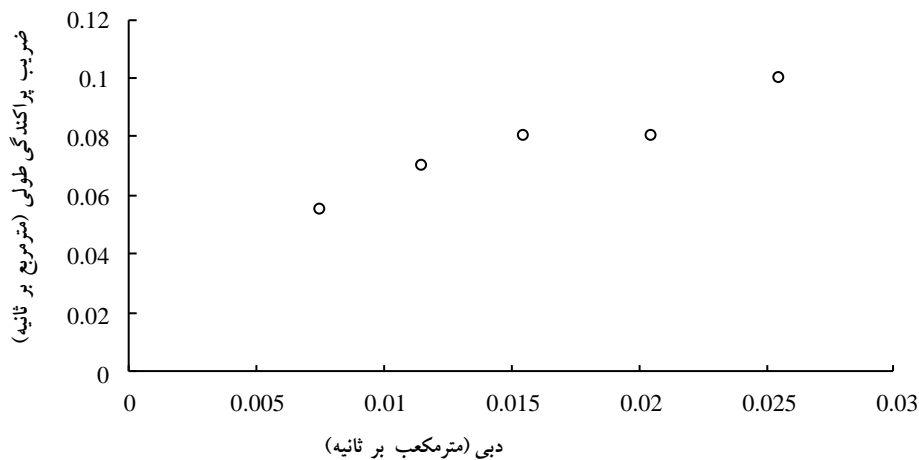
شکل ۹. تغییرات ضریب پراکندگی طولی در برابر فاصله از محل تزریق برای شیب ۰/۰۰۱ و دبی‌های مورد بررسی



شکل ۱۰. تغییرات ضریب پراکندگی طولی در برابر فاصله از محل تزریق برای شیب ۰/۰۰۷ و دبی‌های مورد بررسی

افزایش یافته است که با نتایج (Rutherford, 1994) مطابقت دارد. در شکل ۱۱ نمودار تغییرات ضریب پراکندگی طولی در بازه ۲ و در دبی‌های مورد بررسی و به ازای شیب طولی ۰/۰۰۱ ارایه شده است. همان‌طور که بیان شد در حالت عمومی روند افزایشی ضریب پراکندگی با افزایش دبی جریان مشهود است.

هم‌چنین با توجه به نتایج بدست آمده برای ضریب پراکندگی طولی، می‌توان گفت که مقدار ضریب پراکندگی بسیار کوچک بوده به‌طوری‌که مقادیر آن برای آزمایش‌های این تحقیق از ۰/۲ مترمربع بر ثانیه کمتر است. مقایسه روند تغییرات ضریب پراکندگی طولی در دبی‌های مختلف نشان می‌دهد که با افزایش دبی جریان مقدار ضریب پراکندگی

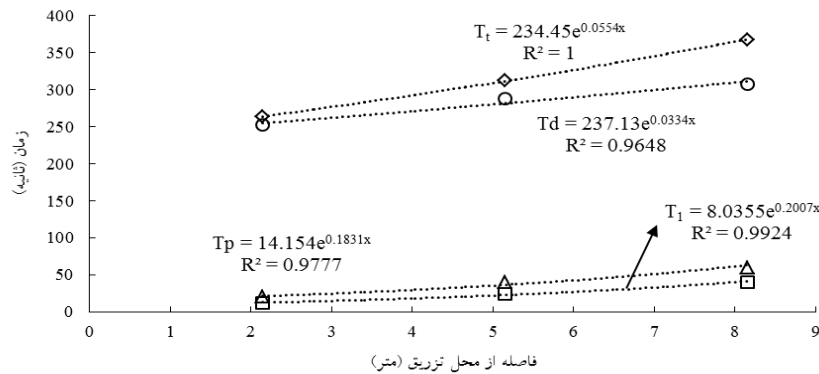


شکل ۱۱. نمودار تغییرات ضریب پراکندگی طولی در بازه ۲ در دبی‌های مورد بررسی و شیب طولی ۰/۰۰۱

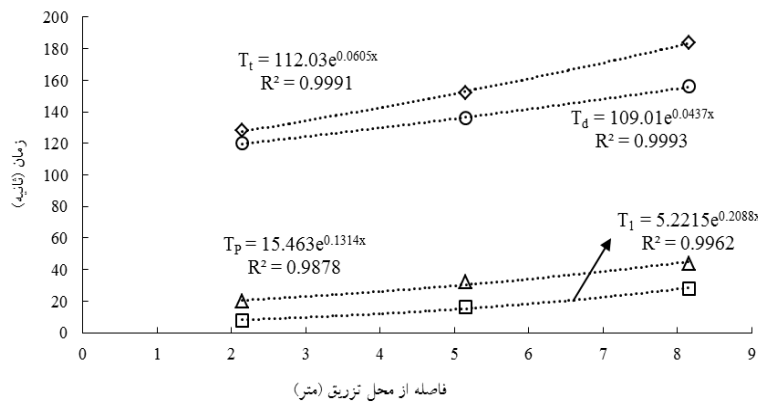
۰/۰۰۱ دامنه تغییرات  $T_p$  و  $T_l$  به ترتیب از ۸ تا ۴۰ ثانیه و ۱۶ تا ۶۰ ثانیه بوده و  $T_l$  از ۱۲۴ تا ۳۶۸ ثانیه و  $T_d$  از ۱۱۶ تا ۳۰۸ ثانیه متغیر می‌باشد. طبق نمودارهای زمان عبور در شکل‌های ۱۲ و ۱۳ که در آن پارامترهای زمان عبور منحنی‌های رخنه در شیب طولی ۰/۰۰۱ و دبی‌های ۷/۵ و ۱۵/۵ نشان داده شده است، همان‌طور که انتظار می‌رفت هر یک از پارامترهای زمان عبور با افزایش فاصله اندازه‌گیری از محل تزریق افزایش یافته و رابطه آن‌ها با طول بازه‌ها به صورت نمایی بوده که این روند در سایر دبی‌ها و شیب طولی ۰/۰۰۷ نیز تکرار شد. بیش‌ترین و کم‌ترین افزایش نمایی به ترتیب در  $T_l$  و  $T_p$  مشاهده شد.

### منحنی‌های رخنه و پارامترهای زمان عبور

منحنی‌های رخنه اندازه‌گیری شده به شکل نامتقارن بوده و غلظت نقاط اوج آن‌ها از ۵۲۰۶/۰۳ تا ۶۶۶/۰۹ میلی‌گرم بر لیتر در شیب طولی ۰/۰۰۱ و ۳۱۵۰/۰۲ تا ۳۵۵/۲۷ میلی‌گرم بر لیتر در شیب طولی ۰/۰۰۷ کاهش می‌یابد. وقتی که آلودگی از محل تزریق در جهت پایین‌دست فاصله می‌گیرد به شدت پراکنده شده در نتیجه غلظت نقطه اوج کاهش می‌یابد. با بررسی پارامترهای زمان عبور استخراج شده از منحنی‌های رخنه اندازه‌گیری شده می‌توان اظهار داشت که دامنه تغییرات پارامترهای زمان عبور هر آزمایش زیاد می‌باشد. به عنوان نمونه برای شیب طولی



شکل ۱۲. پارامترهای زمان عبور منحنی‌های رخنه در برابر فاصله از محل تزریق آلودگی در شیب ۰/۰۰۱ و دبی ۷/۵ لیتر بر ثانیه



شکل ۱۳. پارامترهای زمان عبور منحنی‌های رخنه در برابر فاصله از محل تزریق آلودگی در شیب ۰/۰۰۱ و دبی ۱۵/۵ لیتر بر ثانیه

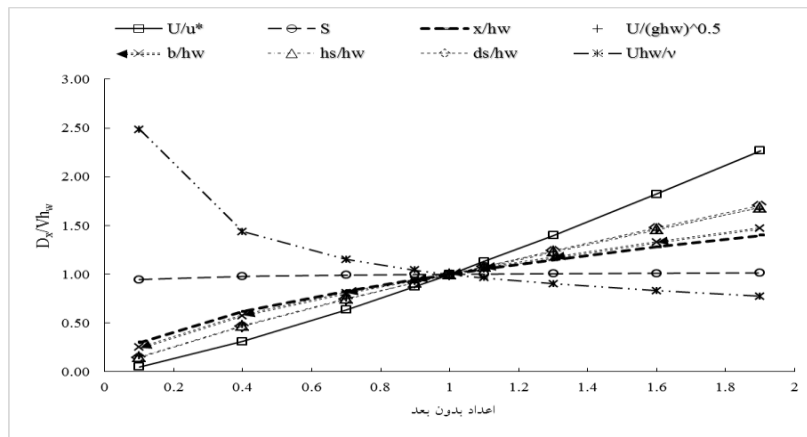
### توسعه یک رابطه برای پیش‌بینی ضریب پراکندگی طولی در رودخانه‌های بستر سنگریزه‌ای

عدد بدون بعد  $\frac{U}{u_*}$  در تخمین ضریب پراکندگی طولی بیش‌تر از بقیه اعداد بدون بعد بوده که این موضوع از شیب زیاد خط برازش بین  $\frac{Dx}{Uh_w}$  و  $\frac{U}{u_*}$  و توان مثبت پارامتر  $\frac{U}{u_*}$  در رابطه استخراج شده قابل استنباط است. بعد از پارامتر  $\frac{U}{u_*}$  پارامترهای  $\frac{U}{\sqrt{g h_w}}$  (عدد فرود جریان)،  $\frac{h_s}{h_w}$  و  $\frac{d_s}{h_w}$  در درجه دوم از لحاظ حساسیت در پیش‌بینی ضریب پراکندگی طولی قرار دارند. با دقت در نمودارها می‌توان گفت که رابطه بین عدد رینولدز و عدد بدون بعد ضریب پراکندگی معکوس بوده و با افزایش مقدار عدد رینولدز جریان عدد بدون بعد ضریب پراکندگی کاهش می‌یابد. با توجه به خط تقریباً افقی حاصل از برازش تغییرات  $\frac{Dx}{Uh_w}$  و شیب طولی آبراهه (S) می‌توان گفت که

با توجه به نتایج آنالیز ابعادی و برقراری رابطه رگرسیونی بین اعداد بدون بعد، رابطه‌ای (رابطه شماره ۸) برای محاسبه ضریب پراکندگی طولی در رودخانه‌های بستر سنگریزه‌ای ارائه شد. به منظور تشخیص میزان تأثیرپذیری ضریب پراکندگی طولی از پارامترهای مؤثر آنالیز حساسیت انجام شد. تغییرات شاخص بدون بعد ضریب پراکندگی طولی در برابر پارامترهای بدون بعد در شکل ۱۴ ارائه شده است. با توجه به نمودارهای شکل ۱۴ که در راستای انجام آنالیز حساسیت ترسیم شده‌اند مشخص می‌گردد که از بین پارامترهای بدون بعد، تأثیر

تغییر شیب آبراهه در مقدار عدد بدون بعد پراکندگی تأثیر چندانی ندارد. پارامترهای بدون بعد  $\frac{X}{h_w}$  و  $\frac{b}{h_w}$  تقریباً از درجه حساسیت یکسانی در تخمین عدد بدون بعد ضریب پراکندگی برخوردار هستند.

$$\frac{D_x}{Uh_w} = (S)^{0.00338} \left(\frac{X}{h_w}\right)^{-0.537} \left(\frac{h_s}{h_w}\right)^{0.002} \left(\frac{U}{\sqrt{gh_w}}\right)^{0.752} \left(\frac{b}{h_w}\right)^{0.602} \left(\frac{U}{u_*}\right)^{1.277} \left(\frac{Uh_w}{\theta}\right)^{-0.245} \left(\frac{d_s}{h_w}\right)^{0.031} \quad (9)$$



شکل ۱۴. آنالیز حساسیت پارامترهای مؤثر در تخمین ضریب پراکندگی طولی

### نتیجه‌گیری

تبیین و میانگین خطای مطلق استفاده شد. ضرایب پراکندگی استخراج شده برای شیب طولی ۰/۰۰۱ در دامنه‌ی ۰/۰۲۱ الی ۰/۱۲ و برای شیب ۰/۰۰۷ بین ۰/۰۰۷۳ و ۰/۱۸ مترمربع بر ثانیه قرار گرفت. با توجه به نتایج شاخص‌های آماری مشخص شد که استفاده از معادله کلاسیک در پیش‌بینی شاخه پایین رونده منحنی رخنه و در شرایط رودخانه‌های بستر شنی همراه با خطا می‌باشد. با شناسایی پارامترهای مؤثر و استخراج پارامترهای بدون بعد رابطه‌ای برای پیش‌بینی ضریب پراکندگی طولی با ارایه شد. نتایج آنالیز حساسیت در ارتباط با رابطه جدید نشان داد که حساسیت عدد بدون بعد ضریب پراکندگی طولی نسبت به  $\frac{U}{u_*}$  بیش‌تر از سایر اعداد بدون بعد است.

در پژوهش حاضر با انجام آزمایش‌های ماده ردیاب کارایی معادله جابه‌جایی-پراکندگی کلاسیک و حل تحلیلی آن در پیش‌بینی آلودگی در رودخانه‌های بستر سنگریزه‌ای بررسی شد. ضریب پراکندگی طولی از معادله حل تحلیلی و به روش بهینه‌سازی برازش منحنی با روش کم‌ترین مربعات خطا محاسبه شد. مقایسه منحنی‌های رخنه‌ی بازتولید شده توسط مدل عددی و حل تحلیلی با منحنی‌های رخنه آزمایشگاهی نشان داد که مدل عددی و حل تحلیلی در پیش‌بینی نقطه اوج و بازوی پایین‌رونده منحنی رخنه از داده‌های آزمایشگاهی انحراف دارند. برای ارزیابی عملکرد مدل عددی و حل تحلیلی از پارامترهای آماری شامل جذر میانگین مربع خطای نرمال شده، شاخص نش-ساتکلیف، ضریب

### منابع مورد استفاده

ایزدی‌نیا، ا. و عابدی‌کوپایی، ج. ۱۳۹۰. تعیین ضریب پراکندگی طولی آلودگی در رودخانه‌ها. مجله تحقیقات منابع آب ایران. ۷(۱): ۵۹-۶۶.

- چابک‌پور، ج.، امیری تکلدانی، ا. و صدقی اصل، م. ۱۳۹۵. برآورد ضرایب انتشار طولی رسوبات معلق درون محیط‌های متخلخل درشت‌دانه. مجله پژوهش‌های حفاظت آب و خاک. ۲۳(۶): ۳۱۷-۳۳۲.
- چابک‌پور، ج.، صمدی، ا. و مریخی، م. ۱۳۹۷. اعمال روش گشتاورگیری زمانی بر روی منحنی‌های رخنه آلودگی خروجی از محیط‌های سنگ‌دانه‌ای. مجله تحقیقات آب و خاک ایران. ۴۹(۳): ۶۲۹-۶۴۰.
- پارسایی، ع. و حقی‌آبی، ا.ح. ۱۳۹۴. مطالعه ضریب پخش طولی و مدل‌سازی آلودگی در رودخانه‌ها (مطالعه موردی رودخانه سروم و نارو). مجله آب و خاک. ۲۹(۵): ۱۰۷۰-۱۰۸۵.
- سعادت‌پور، ع.، ایزدی‌نیا، ا. و حیدرپور، م. ۱۳۹۴. تخمین ضریب اختلاط عرضی آلاینده‌ها در جریان کانال‌های روباز با استفاده از شبکه عصبی مصنوعی. مجله آبیاری و زهکشی ایران. ۹(۵): ۷۰۱-۷۰۹.
- صدقی اصل، م. ۱۳۸۹. مطالعه حدود تشابه دوپوئی برای جریان تدریجی ماندگار درون محیط‌های متخلخل درشت‌دانه. رساله دکتری در رشته سازه‌های آبی. گروه آبیاری و آبادانی. دانشگاه تهران.
- محمودیان شوشتری، م. ۱۳۸۹. اصول جریان در مجاری روباز. جلد دوم، انتشارات دانشگاه شهید چمران اهواز. ۴۹۸ صفحه.
- میرزایی، ق. ۱۳۹۶. تأثیر شکل ذرات محیط متخلخل بر انتشار پذیری طولی، انتقال آلاینده‌ها. نشریه حفاظت منابع آب و خاک. سال هفتم، شماره سوم. ۱۱۵-۱۳۰.
- محمدی قلعه‌نی، م.، ابراهیمی، ک. و امید، م.ح. ۱۳۹۶. تخمین ضریب پخش طولی در جریان‌های سطحی با استفاده از آنالیز ابعادی. مجله تحقیقات آب و خاک ایران. ۴۸(۴): ۷۵۹-۷۶۹.
- Chanson, H. 2004. Environmental hydraulics of open channel flows. Elsevier Butterworth- Heinemann Linacre House, Jordan Hill, Oxford, 483 pp.
- Deng, Z.Q., Singh, V.P. and Bengtsson, L. 2001. Longitudinal dispersion coefficient in straight rivers. Journal of Hydraulic Engineering, 127(11): 919-927.
- Gonzalez-Pinzon, R., Haggerty, R. and Dentz, M. 2013. Scaling and predicting solute transport processes in streams. Water Resources Research, 49: 4071-4088.
- Jin, L., Siegel, D.I., Lutz, L.K. and Otz, M.H. 2009. Transient storage and downstream solute transport in nested stream reaches affected by beaver dams. Hydrological Process, 23: 2438-2449.
- Kashefipour, S.M. and Falconer, R.A. 2002. Longitudinal dispersion coefficients in natural channels. Water Research, 36(6): 1596-1608.
- Noori, R., Karbassi, A., Farokhnia, A. and Dehghani, M. 2009. Predicting the longitudinal dispersion coefficient using support vector machine and adaptive neuro-fuzzy inference system technique. Environmental Engineering Science, 26(10):1503-1510.
- Rutherford, J.C. 1994. River mixing. John Wiley: Chichester, USA, 347 pp.
- Runkel, R.L. 1998. One-dimensional transport with inflow and storage (OTIS): a solute transport model for streams and rivers. U.S. Geological survey, Water Resources Investigation Report, 98-4018.
- Sahay, R.R. 2013. Predicting longitudinal dispersion coefficient in sinuous rivers by genetic algorithm. Journal of Hydrology and Hydromechanics. 61(3):214-221.
- Seo, I.W. and Cheong, T.S. 1998. Predicting longitudinal dispersion coefficient in natural streams. Journal of Hydraulic Engineering, 124.1:25-32.
- Zaramella, M., Marion, A., Lewandowski, j. and Nutzmann, G. 2016. Assessment of transient storage exchange advection-dispersion mechanisms from concentration signatures along breakthrough curves. Journal of Hydrology, 538:794-801.





## Experimental investigation and evaluation results of numerical simulation and analytical solution of classical advection-dispersion equation for conservative solutes

Yaghoob Azhdan<sup>1</sup>, Alireza Emadi<sup>2\*</sup>, Jafar Chabokpour<sup>3</sup> and Rasoul Daneshfaraz<sup>4</sup>

1) Ph.D. Candidate of Water Structures Engineering, Sari Agricultural Sciences and Natural Resources University, Iran.  
2\*) Associate Professor, Department of Water Engineering, Sari Agricultural Sciences and Natural Resources University, Iran.

\*Corresponding author email: [emadia355@yahoo.com](mailto:emadia355@yahoo.com)

3) Assistant Professor, Faculty of Engineering, Maragheh University, Iran.

4) Associate Professor, Faculty of Engineering, Maragheh University, Iran.

Received: 22-05-2018

Accepted: 14-01-2019

### Abstract

The longitudinal dispersion coefficient from the perspective of public safety and human health, is one of the important parameters for predicting and characterizing the transport of pollution in rivers and shallow waters. This paper aimed at investigating the efficiency of the classical advection-dispersion Equation for predicting transport of pollution in a gravel bed rivers. Some tracer experiments were done in a flume with longitudinal slopes of ( $S= 0.001, 0.007$ ) and five discharges include of (7.5, 11.5, 15.5, 20.5, 25.5) lit/sec. Simulated (OTIS) and analytical breakthrough curves were compared with observed data. The results of this study indicated that advection-dispersion equation in prediction of tailing edge of breakthrough curve has less accuracy. So it not be used in rivers with storage area but it is very helpful to estimate initial value of longitudinal dispersion coefficient. The calculated dispersion coefficient increased with augmentation distance from the injection site. The domain of estimated dispersion coefficient for the tracer test of this research is between (0.0073- 0.18) m<sup>2</sup>/sec. the results of calculating travel time parameters from experimental BT curves showed an exponential relationship between them and the distance from the injection site. Finally, using a geometric, hydraulic, and tracer test data and applying a Buckingham  $\pi$  theorem a new equation was developed to predict the longitudinal dispersion coefficient. The relative error and normalized root mean square error for the proposed equation were calculated respectively 24% and 1.37.

**Keywords:** Breakthrough Curve, Longitudinal Dispersion Coefficient, OTIS, Solute Transport