

کاربرد تحلیل عاملی در مدل ترکیبی DEA فازی با مدل مارکویتز در تعیین پرتفوی از کاراترین شرکت‌ها در بورس اوراق بهادار تهران

حمزه پورباباگل^۱

محمد حسین نیری^۲

تاریخ پذیرش: ۹۳/۳/۱

تاریخ دریافت: ۹۳/۱/۱۵

چکیده

هدف اصلی این تحقیق، ترکیب روش تحلیل پوششی داده‌های فازی با مدل مارکویتز به منظور تعیین پرتفوی بهینه از کاراترین شرکت‌های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران می‌باشد. بدین ترتیب که در مرحله اول و با استفاده از DEA شرکت‌های کارا را به عنوان مجموعه کارا انتخاب کرده، البته با اضافه نمودن محدودیت‌های کنترل وزنی برای دودسته از معامله‌گران (ریسک‌پذیر و ریسک‌گریز) دو دسته شرکت‌های کارا را انتخاب می‌کنیم و در مرحله دوم با استفاده از مدل مارکویتز و با توجه به میزان ریسک‌گریزی، از میان مجموعه کارا، پرتفوی بهینه را تشکیل می‌دهیم. یکی از مشکلات روش‌های تصمیم‌گیری چند معیار، حجم بالای شاخص‌ها می‌باشد که برای رفع این مشکل می‌توان از روش تحلیل عاملی بهره برد و ابعاد مسئله را تا حد ممکن کاهش داد. در این تحقیق ابتدا با در نظر گرفتن نظرات خبرگان، متغیرها و شاخص‌های اصلی مرتبط با کارایی شرکت‌ها را تعیین کرده (کلا ۱۵ نسبت مالی)، سپس با کمک تحلیل عاملی و در دو مرحله و تا حد ممکن تعداد این شاخص‌ها را کاهش داده و به ۸ نسبت رسانده، سپس با اعمال محدودیت‌های وزن نسبی در مدل تحلیل پوششی داده‌ها برای دو نوع سرمایه‌گذار، مجموعه کارا را تشکیل داده ایم. مطلوبیت معیارهای ریسک و بازده از نظر سرمایه‌گذاران نسبی است، لذا در این تحقیق تلاش می‌شود با تقسیم بندی سرمایه‌گذاران به دو دسته ریسک‌گریزان و ریسک‌پذیران، مجموعه‌های کارای مرحله اول را به دست بیاوریم. این موضوع را با اعمال محدودیت‌های کنترل وزن نسبی در مدل تحلیل پوششی داده‌ها اعمال می‌کنیم. در نهایت سرمایه‌گذار قادر خواهد بود با توجه به میزان ریسک‌گریزی (ریسک‌پذیری) خود از میان مجموعه‌های کارا، پرتفوی بهینه مطلوب خود را با کمک مدل مارکویتز تشکیل دهد. البته در این مرحله با توجه به اینکه انتخاب‌های ما برای تشکیل پرتفوی بهینه از میان شرکت‌های مجموعه کارا گام قبلیست، اشکال اساسی که به مدل مارکویتز گرفته می‌شود که همان در نظر نگرفتن سایر شاخص‌ها در فرایند تصمیم‌گیری می‌باشد، رفع شده است.

واژه‌های کلیدی: تحلیل عاملی، تحلیل پوششی داده‌های فازی، مدل مارکویتز، مرز کارا.

۱- کارشناس ارشد مهندسی مالی دانشگاه رجا قزوین (مسئول مکاتبات) hamze1910@yahoo.com

۲- کارشناس ارشد مهندسی مالی دانشگاه رجا قزوین

۱- مقدمه

آنچه تا به امروز در محاسبات مالی و در زمینه انتخاب سهام و سبد سرمایه گذاری عنوان شده است به گونه ای، سرمایه گذاریهای موجود را از نظر درجه ریسک و نرخ بازده، به ترتیب اولویت بندی می نماید، تا بدین طریق سرمایه گذار بتواند با در نظر گرفتن امکانات مالی و سایر سیاست های فراروی خود، سبد سهام مطلوب خویش را تشکیل دهد. یکی از مهم ترین مدل های ریاضی در این زمینه مدل میانگین- واریانس مارکوویتز می باشد. البته باید گفت، تصمیم گیری در زمینه خرید سهام، امری پیچیده است، زیرا چندین متغیر در این زمینه را باید در نظر گرفت. متغیرهایی چون سود هر سهم، نسبت قیمت به سود هر سهم، نرخ بازده سرمایه گذاری و خطرپذیری و سایر نسبت های مالی. از طرفی اهمیت هر کدام از این متغیرها از نظر سرمایه گذاران مختلف، یکسان نمی باشد. لذا استفاده از روش های تصمیم گیری چند معیاره می تواند راه گشا باشد.

یکی از مشکلات روش های تصمیم گیری چند معیار، حجم بالای شاخص ها می باشد که برای رفع این مشکل می توان از روش تحلیل عاملی بهره برد و ابعاد مسئله را تا حد ممکن کاهش داد. در این تحقیق ابتدا با در نظر گرفتن نظرات خبرگان، متغیرها و شاخص های اصلی مرتبط با کارایی شرکت ها را تعیین کرده، سپس با کمک تحلیل عاملی، تا حد ممکن تعداد این شاخص ها را کاهش داده، سپس با اعمال محدودیت های وزن نسبی در مدل تحلیل پوششی داده ها برای سه نوع سرمایه گذار، مجموعه کارا را تشکیل می دهیم. هدف اصلی این تحقیق، ترکیب روش تحلیل پوششی داده های فازی با مدل

مارکوویتز به منظور تعیین پرتفوی بهینه از کاراترین شرکت های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران می باشد. بدین ترتیب که در مرحله اول و با استفاده از DEA فازی شرکت های کارا را به عنوان مجموعه کارا انتخاب کرده و در مرحله دوم با استفاده از مدل مارکوویتز و با توجه به میزان ریسک گریزی، از میان مجموعه کارا، پرتفوی بهینه را تشکیل می دهیم. مطلوبیت معیار های ریسک و بازده از نظر سرمایه گذاران نسبی است، لذا در این تحقیق تلاش می شود با تقسیم بندی سرمایه گذاران به سه دسته ریسک گریزان، بی تفاوت به ریسک و ریسک پذیران، مجموعه های کارای مرحله اول را به دست بیاوریم. این موضوع را با اعمال محدودیت های کنترل وزن نسبی در مدل تحلیل پوششی داده ها اعمال می کنیم.

در نهایت سرمایه گذار قادر خواهد بود با توجه به میزان ریسک گریزی (ریسک پذیری) خود از میان مجموعه کارا، پرتفوی بهینه مطلوب خود را تشکیل دهد

تعیین متغیرهای اصلی تاثیرگذار بر روی کارایی شرکت ها با در نظر گرفتن نظرات خبرگان و کاهش تعداد آنها به تعدادی شاخص مستقل، با کمک تحلیل عاملی، به عنوان ورودی و خروجی های مدل تحلیل پوششی داده ها، سپس تشکیل مجموعه های کارا برای سه دسته سرمایه گذار (ریسک گریز، بی تفاوت به ریسک و ریسک پذیر) با اعمال محدودیت های کنترل وزن نسبی از اهداف اساسی این تحقیق می باشد.

انتخاب پرتفوی، یکی از مسائل مهم مورد بحث حوزه مالی از دیرباز بوده و با تحقیقاتی که در این زمینه صورت گرفته، الگوهایی نیز برای تعیین پرتفوی بهینه ارائه شده که به مرور زمان ایرادات هر

۳) تشکیل پرتفوی بهینه از مجموعه کارا گام دوم با در نظر گرفتن میزان ریسک گریزی با استفاده از مدل مارکوویتز.

۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش ۲-۱- تحلیل عاملی

به منظور پی بردن به متغیرهای زیر بنایی یک پدیده یا تلخیص مجموعه ای از داده ها از روش تحلیل عاملی استفاده می شود. داده های اولیه برای تحلیل عاملی، ماتریس همبستگی بین متغیرها است. تحلیل عاملی، متغیرهای وابسته از قبل تعیین شده ای ندارد. موارد استفاده تحلیل عاملی را به دو دسته کلی می توان تقسیم کرد:

الف) مقاصد اکتشافی،

ب) مقاصد تاییدی

موارد استفاده اکتشافی نیز به دو رویکرد کلی تقسیم می شود:

مواردی که هدف آن پیدا کردن متغیرهای مکنون یا سازه های یک مجموعه متغیر اندازه گیری شده است. برای نیل به این هدف از روش تحلیل عاملی مشترک (یا تحلیل عامل اصلی) و با استفاده از ماتریس همبستگی یا کواریانس متغیرهای اندازه گیری شده (نمره سوالات یک آزمون یا ریز نمرات آزمون ها) استفاده می شود. از لحاظ نظری متغیرهای مکنون یا سازه ها، علل زیربنایی متغیرهای اندازه گیری شده است. رگرسیون متغیرهای اندازه گیری شده روی متغیرهای مکنون وزن هایی فراهم می آورد که بارهای عاملی نامیده می شود. تحلیل عاملی مشترک، واریانس هر متغیر اندازه گیری شده را به دو واریانس مشترک و واریانس اختصاصی افزاز می کند. واریانس مشترک، تغییرات مشترک متغیرهای

کدام مشخص و الگویی دیگر جایگزین الگوی قبلی گردیده است. از جمله مشکلات اساسی الگوهای ارائه شده، نادیده گرفتن شاخص ها و ابعاد چندگانه، برای ارزیابی نهایی پرتفوی سهام می باشد و این کاستی اعتبار نتایج ارزیابی را زیر سوال می برد. کاستی دیگری که به این الگوها وارد است، عدم شناسایی دلایل رد یا پذیرفته شدن یک شرکت در پرتفوی بهینه می باشد. برای رفع این کاستی ها از روش DEA که از جمله روش های تصمیم گیری چندمعیاره است، استفاده می شود. با استفاده از این روش می توان شرکت های کارا و ناکارا را مشخص و شرکت های ناکارا را رتبه بندی و برای آنها از بین شرکت های کارا، الگو برای رسیدن به مرز کارایی مشخص کرد. همچنین می توان میزان تاثیر هر کدام از متغیرها را در میزان کارایی شرکت مشخص کرد.

یکی از مهم ترین و پرکاربردترین مدل ها در حوزه بهینه سازی پرتفوی، مدل میانگین-واریانس مارکوویتز می باشد که بنا به مطالب ذکر شده دارای مشکلاتی می باشد که برای رفع آن می توان در گام اول مجموعه کارا را با استفاده از DEA به دست آورده (با لحاظ کردن و در نظر گرفتن ابعاد چندگانه) سپس با استفاده از مدل مارکوویتز از مجموعه مرجع پرتفوی بهینه خود را تشکیل دهیم.

اهداف اساسی از انجام پژوهش حاضر عبارتند از:

- ۱) تعیین متغیرهای مستقل تاثیرگذار بر روی کارایی شرکت ها با در نظر گرفتن نظرات خبرگان و روش تحلیل عاملی
- ۲) تشکیل مجموعه های کارا برای سه دسته سرمایه گذار (ریسک گریز، بی تفاوت به ریسک و ریسک پذیر) با اعمال محدودیت های کنترل وزن نسبی در مدل تحلیل پوششی داده ها

جدول ۱-۱) انواع تکنیک های استخراج عامل ها

نوع تحلیل	توصیفی	استنباطی
اکتشافی	- مولفه های اصلی - عامل مشترک (عامل اصلی) - تحلیل تصویر - تحلیل حداقل مانده	- تحلیل عاملی متعارف - حداکثر درست نمایی - تحلیل عاملی آلفا
تاییدی	- چند گروهی Linear Structural Relationship	- حداکثر درست نمایی تاییدی LISREL -

۲-۱-۲- مراحل اجرای تحلیل عاملی

برای اجرای یک تحلیل عاملی چهار گام اساسی ضرورت دارد:

- ۱) تهیه یک ماتریس همبستگی از تمام متغیرهای مورد استفاده در تحلیل و برآورد اشتراک
- ۲) استخراج عامل ها
- ۳) انتخاب و چرخش عامل ها برای ساده تر ساختن و قابل فهم تر کردن ساختار عاملی
- ۴) تفسیر نتایج

تهیه ماتریس همبستگی:

تهیه ماتریس همبستگی از تمام متغیر های مورد مطالعه، اولی گام تحلیل عاملی است. در تهیه ماتریس همبستگی محقق باید تصمیم بگیرد که در قطر اصلی این ماتریس عدد ۱ یا عدد دیگری بگذارد. این عدد که اشتراک نامیده می شود، نشانگر نسبت واریانس مشترک بین هر متغیر و عامل هاست. مقدار اشتراک بین صفر و ۱ تغییر می کند. اشتراک صفر حاکی از این است که عامل های مشترک هیچ تغییری را در متغیر خاصی تبیین نمی کند، و اشتراک ۱ حاکی از این است که تمام تغییرات متغیر خاص توسط عامل های مشترک تبیین

اندازه گیری شده را با متغیرهای مکنون نمایان می کند. در موارد اکتشافی که هدف تلخیص مجموعه ای از داده ها باشد، از تحلیل مولفه های اصلی استفاده می شود. در تحلیل مولفه های اصلی، واریانس کل متغیرهای مشاهده شده تحلیل می گردد. ماتریس همبستگی متغیرهای اندازه گیری شده دارای قطر اصلی ۱ است. در حالی که در تحلیل عامل مشترک در قطر اصلی ماتریس همبستگی میزان اشتراک (واریانس مشترک متغیر اندازه گیری شده و متغیرهای مکنون) قرار می گیرد. وقتی میزان اشتراک به عدد یک نزدیک باشد نتایج تمام روش های اکتشافی با نتایج مولفه های اصلی مشابه خواهد بود. در تحلیل مولفه های اصلی، بر عکس تحلیل عامل مشترک، مولفه ها طوری برآورد می شود تا واریانس متغیرهای مشاهده شده را در کمترین ابعاد نشان دهد و مولفه های اصلی در واقع مجموع موزون متغیرهای مشاهده شده است. به عبارت دیگر در تحلیل مولفه های اصلی، متغیرهای مشاهده شده علل متغیرهای ترکیبی (مولفه ها) می باشد. در تحلیل عاملی تاییدی، که هدف پژوهشگر تایید ساختار عاملی ویژه ای می باشد، درباره تعداد عامل ها به طور آشکار فرضیه های بیان می شود و برازش ساختار عاملی مورد نظر در فرضیه با ساختار کواریانس متغیرهای اندازه گیری شده، مورد آزمون قرار می گیرد. تحلیل عاملی را نیز بر حسب نمونه یا جامعه بودن آزمودنی ها و متغیرها به دو دسته ی توصیفی و استنباطی تقسیم می کنند. جدول ۱-۱ انواع تکنیک های استخراج عامل ها را بر حسب اکتشافی- تاییدی و توصیفی- استنباطی نشان می دهد.

پیدا می‌کند تا تعداد عامل های استخراج شده برابر با تعداد متغیر ها گردد.

همبستگی هر متغیر با هر عامل بار عاملی (Factor Loading) نامیده می‌شود و مقدار آن بین ۱- و ۱+ تغییر می‌کند. واریانس تبیین شده توسط هر عامل برابر است با مجذور بار های عاملی آن. این واریانس مقدار ویژه (Eigen Value) نامیده می‌شود. اولین مقدار ویژه همواره بیشترین بوده و از ۱ بزرگتر می‌باشد. مقدار ویژه برای عامل های بعدی کوچکتر می‌باشد.

استخراج و چرخش عامل ها :

تمام عامل های استخراج شده مورد علاقه محقق نیست. هدف تحلیل عاملی تبیین پدیده های مورد نظر با تعداد کمتری از متغیر های اولیه است. در وهله اول هدف تعیین تعداد عامل هایی است که در تحلیل نگه داشته می‌شود. علی الاصول عامل هایی باید نگه داشته شود که اعتبار صوری یا نظری داشته باشد. منتها قبل از فرایند چرخش نمی‌توان به معنی هر عامل به خوبی پی برد، بنابراین معمولاً از ملاک های ریاضی مانند ملاک کایزر یا آزمون اسکری کتل برای نگه داشتن عامل ها استفاده می‌شود.

بر اساس ملاک کایزر فقط عامل هایی نگه داشته می‌شوند که مجموع مجذور بارهای عاملی آن‌ها (مقدار ویژه) یک یا بیشتر باشد. این ملاک برای تحلیل عاملی آلفا مناسب است و برای سایر روش های تحلیل عاملی کران پایینی فراهم می‌آورد. در روش اسکری کتل نمودار مقدار ویژه برای هر عامل ترسیم می‌شود. در نقطه ای که شکل منحنی برای مقادیر ویژه به صورت افقی درآید، آن نقطه اسکری نامیده شده و عامل هایی که سمت چپ آن قرار دارد عامل های واقعی و آن هایی که در سمت راست آن

می‌شود. به عبارت دیگر اشتراک مساوی ۱ حاکی از این است که کل واریانس متغیر های مشاهده شده تحلیل عامل می‌شود، در حالی که اگر واریانس مشترک متغیر های مشاهده شده و متغیر های مکنون (عامل ها) تحلیل عاملی شود، برآورد اولیه ای از اشتراک باید در قطر اصلی ماتریس همبستگی قرار گیرد. یکی از روش های معمول برای برآورد این اشتراک محاسبه مجذور همبستگی چندگانه (R^2) هر متغیر مستقل از روی سایر متغیر های مستقل است. این R^2 حد پایین برآورد اشتراک را فراهم می‌آورد. نخست این برآورد در قطر اصلی ماتریس همبستگی قرار می‌گیرد و ماتریس تحلیل عاملی می‌شود. از بارهای عاملی به دست آمده مجدداً اشتراک های جدید محاسبه می‌شود. چنانچه تفاوت این اشتراک ها از اشتراک های اولیه از مقدار ملاک (مثال ۰,۰۰۱) بیشتر باشد، عمل محاسبه عامل ها و بار عاملی آن ها با قرار دادن اشتراک های جدید در قطر اصلی ماتریس تکرار (Iteration) می‌گردد، اشتراک ها معمولاً در دو یا سه تکرار به اشتراک ملاک می‌رسد.

استخراج عامل ها :

هدف مرحله استخراج عامل ها، به دست آوردن سازه های زیر بنایی است که تغییرات متغیر های مورد مشاهده را موجب شده است. SPSS نخست ترکیب هایی از متغیر ها را که همبستگی های آن‌ها بالاترین میزان از واریانس کل مشاهده شده را نشان می‌دهد، انتخاب می‌کند. این مجموعه عامل ۱ را می‌سازد. عامل ۲، مجموعه متغیر هایی است که بالاترین سهم را در تبیین واریانس باقیمانده دارد. این شیوه برای عامل سوم، چهارم و عامل های بعدی ادامه

برای چرخش متعامد و مایل وجود دارد. از جمله چرخش های متعامد که غالبا مورد استفاده قرار می گیرد چرخش واریماکس است. از روش های چرخش مایل، روش اوبلیمین را می توان نام برد.

بدیهی است که به کمک نرم افزارهای کامپیوتری از جمله SPSS می توان به سهولت تمام محاسبات لازم برای تحلیل عاملی را انجام داد. اما مهم ترین مرحله تحلیل عاملی تفسیر نتایج به دست آمده است.

تفسیر:

در یک ساختار عاملی آرمانی هر یک از متغیرها بار عاملی بالا (بزرگتر از ۰,۵) روی یکی از عامل ها و بار عاملی پایین (کمتر از ۰,۲) روی سایر عامل ها دارد. علاوه بر این، عامل هایی که بار عاملی بالا دارد، و اعتبار صوری آنها نیز مطلوب است، به نظر می رسد که خصیصه مکنونی را اندازه گیری می کند. چنین ساختار عاملی در واقع به ندرت اتفاق می افتد. غالبا یک متغیر روی چند عامل بار عاملی دارد و دو یا چند متغیر روی عامل نامناسبی بار عاملی دارد. محقق باید درک کافی از داده هایش داشته باشد و محاسبات تحلیل عاملی به تنهایی نمی تواند نتایج روشن فراهم آورد.

۲-۱-۳- مدل عاملی مقدماتی

مدل و مفروضات

تحلیل عاملی اساسا یک روش تک نمونه ای است، یعنی نمونه تصادفی y_1, y_2, \dots, y_n را از یک جامعه واحد با بردار میانگین μ و ماتریس کوواریانس Σ فرض می کنیم. هر متغیر y_1, y_2, \dots, y_p در بردار تصادفی y تابع خطی از m عامل f_1, f_2, \dots, f_m فرض می شود:

قرار دارند عامل های خطا قلمداد می شود. در تفسیر نتایج آزمون اسکری ممکن است میان نظرات پژوهشگران درباره تعداد عامل های واقعی اختلاف نظر پدید آید. همچنین امکان دارد که بیش از یک اسکری موجود باشد. لذا لازم است علاوه بر آزمون اسکری آزمون های دیگری از جمله آزمون کایزر صورت گیرد.

پس از انتخاب عامل ها چرخش آن ها ضرورت دارد. هدف از چرخش عامل ها رسیدن به یک ساختار عاملی ساده است. در تحلیل عاملی، ساختار های عاملی متعددی برای یک ماتریس همبستگی وجود دارد. اولین عامل غالبا یک عامل کلی است که تمام یا اکثر متغیر ها بار عاملی بالایی روی این عامل دارد. عامل هایی بعدی معمولا دو قطبی است و بارهای عاملی مثبت و منفی داشته و قابل تفسیر نمی باشد با چرخش ساختار عاملی روشنتر می شود. مشهورترین ملاک برای خوبی یک ساختار عاملی، ملاک مشهور ساختار ساده ترستون است. طبق این ملاک هر متغیر باید حداقل یک بار عاملی غیر صفر داشته باشد. هر عامل باید فقط با چند متغیر همبستگی بالا داشته باشد. (منظور از همبستگی همان بار عاملی متغیر روی عامل است) و بار عاملی بقیه متغیر ها روی این عامل باید اساسا صفر باشد. هر متغیر باید روی یک عامل بار عاملی بالا داشته باشد. اغلب شیوه های چرخش با توجه به این ملاک ها طرح ریزی شده است.

چرخش عامل ها به دو صورت متعامد (ناهمبسته) و مایل (همبسته) صورت می گیرد. در چرخش متعامد عامل های به دست آمده با هم همبستگی ندارند، در حالی که در چرخش مایل عامل ها با هم همبستگی دارند. روش های متعددی

از مدل (۲) و فرض های (۴)-(۸) می توان به ساختار کوواریانس زیر برای y و f دست پیدا کرد :

$$\text{COV}(\varepsilon) = \Sigma = \Lambda \Lambda' + \Psi \quad (9)$$

$$= \Lambda \text{COV} (y, f) \quad (10)$$

اگر از متغیرهای استاندارد استفاده شود (۹) با مدل مربوط به ماتریس همبستگی جایگزین می شود:

$$P_p = \Lambda \Lambda' + \Psi \quad (11)$$

از (۱۰) به این نتیجه می رسیم که بارها، کوواریانس های این متغیرها با عامل ها هستند .

$$\text{COV} (y_i, f_j) = \lambda_{ij} \quad (12)$$

بطور مشابه، در مدل (۱۱)، بارها نشاندهنده همبستگی این متغیرها با عاملها هستند.

$$\text{Corr} (y_i, f_j) = \lambda_{ij} \quad (13)$$

عناصر قطری (۹)، به شکل زیر هستند :

$$\sigma_{ii} = \text{Var}(y_i) = \lambda_{i1}^2 + \lambda_{i2}^2 + \dots + \lambda_{im}^2 + \Psi$$

واریانس ویژه + اشتراک =

که در رابطه بالا :

$$h_i^2 = \lambda_{i1}^2 + \lambda_{i2}^2 + \dots + \lambda_{im}^2 = \text{اشتراک} \quad (14)$$

$$\Psi_i = \text{واریانس ویژه} \quad (15)$$

بنابراین واریانس y_i به دو بخش افزایش می شود. بخشی که با $p-1$ متغیر دیگر مشترک و بخشی که ویژه y_i است.

وقتی مفروضات (۴)-(۸) به مدل تحلیل عاملی (۲) افزوده شوند، ما به ساختار کوواریانس ساده شده در (۹) دست می یابیم. یک فرضیه لازم (۷) می باشد ($\text{COV}(\varepsilon) = \Psi = \text{diag}(\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_p)$) که مشخص می کند همه کوواریانس های y ها توسط

$$\begin{aligned} Y_1 - \mu_1 &= \lambda_{11}f_1 + \lambda_{12}f_2 + \dots + \lambda_{1m}f_m + \varepsilon_1 \\ Y_2 - \mu_2 &= \lambda_{21}f_1 + \lambda_{22}f_2 + \dots + \lambda_{2m}f_m + \varepsilon_2 \\ &\vdots \\ Y_p - \mu_p &= \lambda_{p1}f_1 + \lambda_{p2}f_2 + \dots + \lambda_{pm}f_m + \varepsilon_p \end{aligned} \quad (1)$$

اگر m بسیار کوچکتر از p باشد، نمایش (۱) می

تواند توصیفی برازنده و مفید برای این متغیرها باشد.

ضرایب λ_{ij} (که به عنوان بارها نامیده می شوند) را می توان در تفسیر عامل ها استفاده کرد. برای مثال،

ما f_2 را از طریق بررسی بارهای آن $(\lambda_{12}, \lambda_{22}, \dots, \lambda_{p2})$

و ذکر اینکه کدام y ها بارهای زیادی بر روی f_2

دارند، تفسیر می کنیم. مدل های (۱) برای p متغیر را

می توان در عبارت ماتریسی واحدی ترکیب کرد :

$$Y - \mu = \Lambda f + \varepsilon \quad (2) \quad \text{که}$$

$$Y = (Y_1, Y_2, \dots, Y_p)' \quad \mu = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_p)' \\ f = (f_1, f_2, \dots, f_p)' \quad \varepsilon = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_p)'$$

و همچنین ماتریس Λ به صورت زیر می باشد :

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \dots & \lambda_{1m} \\ \lambda_{21} & \dots & \lambda_{2m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_{p1} & \dots & \lambda_{pm} \end{bmatrix} \quad (3)$$

برای ساده سازی بیشتر فرض می کنیم :

$$E(f) = 0 \quad (4)$$

$$\text{COV}(f) = I \quad (5)$$

$$E(\varepsilon) = 0 \quad (6)$$

$$\text{COV}(\varepsilon) = \Psi = \begin{bmatrix} \psi_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \psi_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \psi_p \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$= 0 \text{COV} (f, \varepsilon)$$

عامل ها تبیین می شوند نه خطاها: یعنی $\Lambda \Lambda'$ در (۹) همه کوواریانس ها را بیان می کند.

۲-۱-۴- برآورد بارها و اشتراک

روش های بسیاری برای برآورد معرفی شده اند. یکی از پرکاربردترین آنها، روش مولفه های اصلی می باشد که با توجه به استفاده از آن در این تحقیق به اختصار به آن می پردازیم.

روش مولفه های اصلی :

در روش مولفه اصلی برای برآورد Λ در رابطه (۹) بجای Σ از S استفاده می کنیم. برآوردگر Λ' را طوری انتخاب می کنیم که :

$$S \approx \hat{A} \hat{A}' + \psi \quad (16)$$

در جواب مولفه اصلی برای \hat{A} ، ψ را از سمت راست رابطه (۱۶) حذف کرده و m جمله نخست تجزیه طیفی S را در نظر می گیریم .

$$S \approx \theta_1 c_1 c_1' + \theta_2 c_2 c_2' + \dots + \theta_m c_m c_m'$$

$$(\sqrt{\theta_1} C_1 \cdot \sqrt{\theta_2} C_2 \cdots \sqrt{\theta_m} C_m) = \begin{bmatrix} \sqrt{\theta_1} C_1 \\ \sqrt{\theta_2} C_2 \\ \vdots \\ \sqrt{\theta_m} C_m \end{bmatrix} = \hat{A} \hat{A}'$$

که $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m$ مقدار ویژه نخست S می باشند و c_1, c_2, \dots, c_m بردارهای ویژه نرمال شده ($c_i' c_i = 1$)

متناظر هستند. بنابراین \hat{A} به صورت زیر است :

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} \sqrt{\theta_1} C_{11} & \sqrt{\theta_2} C_{12} & \cdots & \sqrt{\theta_m} C_{1m} \\ \sqrt{\theta_1} C_{21} & \sqrt{\theta_2} C_{22} & \cdots & \sqrt{\theta_m} C_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sqrt{\theta_1} C_{p1} & \sqrt{\theta_2} C_{p2} & \cdots & \sqrt{\theta_m} C_{pm} \end{bmatrix}$$

$$\tilde{\lambda}_{ij} = \sqrt{\theta_j} C_{ij} \quad \text{بطوریکه :}$$

این روش برآورد جواب مولفه اصلی نامیده می شود زیرا ستون های \hat{A} ضرایبی از بردارهای ویژه S هستند. و بنابراین بارهای Z امین عامل با ضرایب Z امین مولفه اصلی متناسب می باشند. اما بعد از دوران بارها، عاملها تفسیر متفاوتی نسبت به تفسیر مولفه های اصلی دارند.

I امین عنصر قطری $\hat{A} \hat{A}'$ برابر با مجموع مربعات i امین سطر \hat{A} است. این مجموع مربعات برآوردگر i امین اشتراک است (رابطه (۱۴) را ببینید) و با t \hat{h}_t^2 نشان داده می شود:

$$\hat{h}_t^2 = \sum_{j=1}^m \tilde{\lambda}_{tj}^2 \quad (19)$$

برای کامل کردن افزاز بندی S_{ii} ، واریانس ویژه برآورد شده را بصورت زیر در نظر می گیریم :

$$\psi = S_{ii} - \sum_{j=1}^m \tilde{\lambda}_{tj}^2 - \hat{h}_t^2 \quad (20)$$

رابطه (۱۵) را ببینید . با استفاده از روابط (۱۶)، (۱۸) و (۱۹) داریم :

$$S \approx \hat{A} \hat{A}' + \psi \quad (21)$$

بطوریکه

$$\psi = \text{diag} (\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_p)$$

در رابطه (۲۰) به ازای عناصر قطری S تساوی برقرار است اما برای عناصر غیر قطری برقرار نمی باشد. با این وجود، مدل سازی کوواریانس ها چالش تحلیل عاملی است

از روابط (۱۸) و (۲۰) واریانس نمونه ای کل Y ها را می توان بر حسب $\tilde{\lambda}_{ij}$ ها و ψ_i ها بیان کرد :

$$\begin{aligned} \text{Tr} (S) &= \text{tr} (\hat{A} \hat{A}') + \text{tr} (\psi) = \sum_{i=1}^p \hat{h}_i^2 + \sum_{i=1}^p \psi_i \\ &= \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^m \tilde{\lambda}_{ij}^2 + \sum_{i=1}^p \psi_i \end{aligned} \quad (22)$$

اگر در رابطه (۲۱) ترتیب مجموع را عوض کنیم، داریم:

$$\text{tr}(S) = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^p \lambda_{ij}^2 + \sum_{i=1}^p \psi_i \quad (23)$$

می بینیم که مجموع مربعات بارها در j امین ستون \hat{A} ، $\sum_{i=1}^p \lambda_{ij}^2$ ، سهم j امین عامل در واریانس نمونه ای کل است. با استفاده از رابطه (۱۷)، این عبارت برابر با j امین مقدار ویژه (θ_j) می باشد.

$$\sum_{i=1}^p \lambda_{ij}^2 = \theta_j \quad (24)$$

بنابراین اندازه نسبی j امین مقدار ویژه برابر با سهم نسبی j امین عامل در $\text{tr}(S)$ است، و نسبتی از واریانس نمونه ای کل که مربوط به j امین عامل است برابر با $\frac{\theta_j}{\text{tr}(S)}$ می باشد.

این یک رتبه بندی از عامل ها را به منظور انتخاب m (تعداد عامل های باقیمانده) بدست می دهد. در عمل اغلب تجزیه R را بجای S در رابطه (۱۶) یا (۱۷) برای بدست آوردن بارها مورد استفاده قرار می دهیم. چون در تحلیل عاملی تاکید بر مدل سازی کوواریانس ها یا همبستگی ها، استفاده از R بجای S یک گزینه مناسب است.

دو ویژگی روش مولفه های اصلی عبارت اند از (۱): در این روش نیازی نیست که S یا R نامنفرد باشد و (۲): بارهای بدست آمده پایای مقیاس نیستند، بنابراین، به عنوان مثال، بارهای بدست آمده از R با آنهایی که از S بدست می آیند و بر $\sqrt{S_{ii}}$ تقسیم می شوند، برابر نیستند.

۲-۱-۵- اعمال محدودیت های کنترل وزن نسبی در مدل تحلیل پوششی داده ها
ارائه مدل های پیشنهادی جهت کنترل وزن نسبی ورودیها و خروجیها:

ممکن است اوزانی که توسط مدل تحلیل پوششی داده ها بدست می آید، همان اوزان مورد نظر مدیریت نباشد (اوزانی که مدیریت با توجه به اهمیت نسبی متغیرها برای آنها در نظر می گیرد). در برخی تحقیقات انجام شده برای رفع این مشکل ابتدا وزن مورد نظر مدیریت در رابطه با ورودیها و خروجیها با استفاده از تکنیکهایی همچون AHP بدست آمده و سپس با کم و زیاد کردن 20٪ به اوزان بدست آمده، منطقه اطمینان هر ورودی یا خروجی تعیین شده و در نهایت این مناطق اطمینان به مدل تحلیل پوششی دادهها افزوده می شود. اما این امر نیز سبب بروز محدودیت هایی می گردد که از آن جمله می توان به عدم انعطاف مناسب مدل در تعیین وزن شاخصها و همچنین غیر موجه شدن مدل در برخی مواقع اشاره کرد.

در این بخش مدل تحلیل پوششی داده ها به گونه ای بسط داده شده است، که ضمن اعمال نظر مدیریت در رابطه با اهمیت نسبی ورودیها و خروجیها، محدودیتهای مدل نیز کاهش یابد. برای این منظور مدل DEA با دو رویکرد زیر بسط داده ایم.

در رویکرد اول وزن شاخصها از مدل به گونه ای بدست می آیند که "وزن نسبی آنها به طور دقیق با اهمیت مد نظر کارشناسان برابر شود. اما در رویکرد دوم وزن شاخصها از مدل به گونه ای بدست می آیند که "وزن نسبی آنها با تقریبهای مختلف با اهمیت مد نظر کارشناسان مطابقت داشته باشد.

رویکرد اول: اعمال محدودیتهای کنترل "وزن نسبی"

ورودیها و خروجیها در مدل های DEA

در این رویکرد ابتدا وزن مورد نظر مدیریت در رابطه با ورودیها و خروجیها بدست می آید. اما این اوزان به طور مستقیم به مدل افزوده نمی شوند، بلکه

پوششی داده ها می بایست ابتدا آنها را به محدودیتهای خطی تبدیل کرد. به عنوان نمونه در مدل CCR نظر کارشناسان در رابطه با اهمیت نسبی ورودی ها و خروجیها به صورت زیر اعمال می شود:

(مدل ۱)

$$\begin{aligned} & \text{Max } \sum_{r=1}^s u_r y_{ro} \\ & \text{s.t.:} \\ & \sum_{i=1}^m v_i x_{io} = 1 \\ & \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0 \quad j = 1, \dots, n \\ & \omega_r \sum_{r=1}^s u_2 - u_2 = 0 \quad r = 1, \dots, s \\ & \omega_i \sum_{i=1}^m v_1 - v_1 = 0 \quad i = 1, \dots, m \\ & u_r \geq 0 \quad v_i \geq 0 \end{aligned}$$

رویکرد دوم: اعمال محدودیت های کنترل "وزن نسبی" ورودیها و خروجیها در مدل های DEA با تقریبهای مختلف

در مدل های اصلی DEA هیچ وزن از پیش تعیین شده ای برای ورودیها و خروجیها وجود ندارد و دامنه تغییر متغیر های وزنی روی یک مجموعه بیکران نامنفی مجاز شمرده می شود. بنابراین "وزن نسبی" هر شاخص می تواند در بازه [۰,۱] بدست آید. اما در مدل ارائه شده در بخش قبل، وزن شاخصها می بایست به گونه ای بدست آیند تا "وزن نسبی" آنها به طور دقیق با اهمیت مد نظر کارشناسان برابر شود. بین دو رویکرد "اوزان نسبی آزاد" و "اوزان نسبی دقیق" می توان رویکردهای میانه ای را یافت به گونه ای که "اوزان نسبی" شاخصها با تقریبهای مختلف با اهمیت مد نظر کارشناسان مطابقت داشته باشد. برای این منظور اوزان بدست آمده از نظر کارشناسان برای ورودی نام (W_i) و خروجی نام

وزن بدست آمده برای هر ورودی یا خروجی به عنوان وزن نسبی آن ورودی یا خروجی در مقایسه با سایر ورودیها یا خروجیها تلقی شده و سپس این اوزان نسبی به مدل تحلیل پوششی داده ها افزوده می شوند. به عبارت دیگر در این مدل بر خلاف مدل های مشابه، اوزان بدست آمده از نظر کارشناسان به عنوان "وزن نسبی" شاخصها (و نه به عنوان وزن قطعی شاخص ها) به مدل های تحلیل پوششی داده ها افزوده می شود.

مراحل انجام این روش به صورت زیر است:

الف- نظر مدیریت یا کارشناسان در رابطه با وزن ورودی نام (W_i) و وزن خروجی نام (W_r) با استفاده از تکنیکهایی همچون روش AHP گروهی بدست می آیند. این اوزان به عنوان "وزن نسبی" هر ورودی یا خروجی تلقی می شوند.

ب- با استفاده از "اوزان نسبی" فوق، برای هر یک از ورودیها یا خروجیها، یک "محدودیت کنترل وزن نسبی" به صورت زیر به مدل افزوده می گردد:

$$\omega_i = \frac{v_i}{\sum_{i=1}^m v_i}, \quad \omega_r = \frac{u_r}{\sum_{r=1}^s u_r}$$

با افزودن این محدودیتهای مدل تحلیل پوششی داده ها و حل مدل بدست آمده، وزن ورودیها و خروجیها برای واحد تحت بررسی به گونه ای بدست می آید که نسبت وزن هر ورودی بر مجموع اوزان ورودیها (وزن نسبی هر ورودی) و نسبت وزن هر خروجی بر مجموع اوزان خروجیها (وزن نسبی هر خروجی)، با اوزان بدست آمده ورودیها و خروجیها طبق نظر کارشناسان، برابر باشد. به عبارت دیگر این محدودیتهای عنوان "محدودیت های کنترل وزن نسبی" به مدل تحلیل پوششی داده ها افزوده می شوند. برای افزودن این محدودیتهای مدل های تحلیل

به مدل تحلیل پوششی داده ها افزوده می شوند. به عنوان نمونه در مدل CCR نظر کارشناسان در رابطه با اهمیت نسبی ورودیها و خروجیها و با تقریب α به صورت زیر اعمال می شود:

(مدل ۲)

$$\begin{aligned} & \text{Max} \sum_{r=1}^s u_r y_{ro} \\ & \text{s.t.} \\ & \sum_{i=1}^m v_i x_{io} = 1 \\ & \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0 \quad j = 1, \dots, n \\ & w_i \alpha \sum_{i=1}^m v_i - v_i \leq 0 \quad i = 1, \dots, m \\ & v_i - (1 - \alpha + w_i \alpha) \sum_{i=1}^m v_i \leq 0 \quad i = 1, \dots, m \\ & w_r \alpha \sum_{r=1}^s u_r - u_r \leq 0 \quad r = 1, \dots, s \\ & u_r - (1 - \alpha + w_r \alpha) \sum_{r=1}^s u_r \leq 0 \quad r = 1, \dots, s \\ & u_r \geq 0 \quad v_i \geq 0 \end{aligned}$$

مدل فوق یک مدل برنامه ریزی پارامتری و به فرم مدلهای DEA فازی می باشد، با این تفاوت که مقدار شاخصها معین و قطعی هستند و "وزن نسبی" آنها به صورت نامعین و فازی به مدل افزوده شده است. بنابراین جهت حل این مدل می توان از رویکرد مبتنی بر سطح α استفاده کرد به گونه ای که اندازه کارایی هر واحد به ازاء سطوح مختلف α بدست آید. ملاحظه می شود که این مدل به ازاء $\alpha=0$ به مدل کلاسیک CCR تبدیل می شود. همچنین مدل مذکور به ازاء $\alpha=1$ به مدل ۱ تبدیل شده و نظر کارشناسان در رابطه با اهمیت نسبی ورودیها و خروجیها به طور دقیق اعمال می شود.

(W_r) به صورت اعداد فازی مثلثی در نظر گرفته می شوند. با استفاده از روش تبدیل اعداد فازی مثلثی به بازه های فازی مبتنی بر برش α ، این "اوزان نسبی فازی" به بازه های زیر تبدیل می شوند:

$$\begin{aligned} \tilde{w}_i &= (0, \tilde{w}_i, 1) \rightarrow [\tilde{w}_i \alpha, 1 - (1 - \tilde{w}_i) \alpha] \\ \tilde{w}_r &= (0, \tilde{w}_r, 1) \rightarrow [\tilde{w}_r \alpha, 1 - (1 - \tilde{w}_r) \alpha] \end{aligned}$$

α نشاندهنده درجه تطابق وزن نسبی بدست آمده از مدل با اوزان بدست آمده از نظر کارشناسان می باشد. بنابراین هر چه α بزرگتر باشد نظر کارشناسان در رابطه با اهمیت نسبی شاخصها دقیقتر اعمال می گردد. از آنجا که "وزن نسبی" هر شاخص در بازه متناظر با آن شاخص بدست می آید، بنابراین می توان حدود "وزن نسبی" ورودی v_i و خروجی u_r را به صورت زیر در نظر گرفت:

$$\begin{aligned} w_i \alpha &\leq \frac{v_i}{\sum_{i=1}^m v_i} \leq 1 - (1 - w_i) \alpha \\ w_r \alpha &\leq \frac{u_r}{\sum_{r=1}^s u_r} \leq 1 - (1 - w_r) \alpha \end{aligned}$$

برای افزودن حدود "وزن نسبی" شاخصها به مدل تحلیل پوششی داده ها می بایست ابتدا آنها را به فرم محدودیتهای خطی نوشت. بنابراین محدودیت مربوط به ورودی v_i به صورت:

$$\begin{aligned} w_i \alpha \sum_{i=1}^m v_i - v_i &\leq 0 \quad i = 1, \dots, m \\ v_i - (1 - \alpha + w_i \alpha) \sum_{i=1}^m v_i &\leq 0 \quad i = 1, \dots, m \end{aligned}$$

و محدودیت مربوط به خروجی u_r نیز به صورت:

$$\begin{aligned} w_r \alpha \sum_{r=1}^s u_r - u_r &\leq 0 \quad r = 1, \dots, s \\ u_r - (1 - \alpha + w_r \alpha) \sum_{r=1}^s u_r &\leq 0 \quad r = 1, \dots, s \end{aligned}$$

۲-۲- پیشینه تحقیق

بولین (۱۹۹۹) عملکرد مالی بخش های تجاری مربوط به وزارت دفاع آمریکا را، با استفاده از (DEA) مورد بررسی قرار داد. در این تحقیق، عملکرد مالی بخش های تجاری مربوط به امور دفاعی در مقایسه با بخش های غیر دفاعی، در طول سالهای (۱۹۸۳ تا ۱۹۹۲) با استفاده از تحلیل پوششی داده ها مورد ارزیابی قرار گرفت. وی (DEA) و تجزیه و تحلیل نسبت های مالی را، با یکدیگر سنجیده و به این نتیجه رسید که روش های یاد شده مکمل یکدیگر می باشند (بولین: ۱۹۹۹).

پور و مک مولن (۲۰۰۰) از روش (DEA)، با محدودیت های وزنی، برای متمایز ساختن معیارهای عملکرد قوی و سایر معیارهای عملکرد در مجموعه ای از اوراق بهادار استفاده کردند. تا از شناسایی واحدهای تولیدی که سطح (ورودی-خروجی) نامطلوبی دارند و در شرف رسیدن به کارایی هستند، جلوگیری به عمل آید، آنها بیان کردند که انتخاب اوراق بهادار می تواند نمونه ای از مسائل تصمیم گیری چند معیاره باشد که به طور طبیعی چنین تصمیم گیری هایی براساس بررسی چندین شاخص صورت می پذیرد. پور و مک مولن، بالحاظ کردن نرخ های برگشت سرمایه ۵،۳،۱ و ۱۰ ساله و سود هر سهم، به عنوان متغیرهای خروجی و نسبت قیمت به سود، بتا و انحراف معیار بازده به عنوان متغیرهای ورودی با کمک (DEA) کارایی ۱۸۵ شرکت بزرگ در آمریکا را، مورد بررسی قرار داده اند. آنها نتیجه گیری کرده اند که (DEA) قادر است تا: ۱. یک مقیاس ترکیبی منحصر به فرد را برای هر اوراق بهادار ارائه کند؛ ۲. به تصمیم گیرنده کمک کند که کدام یک از اوراق بهادار با لحاظ شاخص های

چندگانه مناسب تر است؛ ۳. اطلاعاتی از قبیل اینکه برای کارا شدن هر یک از اوراق بهادار چه مقدار بهبود را با توجه به ورودی ها و خروجی های مشخص مورد نیاز است، فراهم آورد (پور و مک مولن: ۲۰۰۰).

باسو و فوناری (۲۰۰۱) الگویی را ارائه داده اند که می تواند برای ارزیابی عملکرد صندوق مشترک سرمایه گذاری، به کار برده شود. هدف اصلی این تحقیق، استفاده از DEA برای تعریف شاخص های عملکرد شرکت های سرمایه گذاری است و می توانند، در قالب چندین ورودی پیش روی ما باشند. برای نمونه، می توان معیارهای خطرپذیری و هزینه های سرمایه گذاری را نام برد. اما DEA می تواند، افزون بر متوسط نرخ بازگشت که توسط شاخص های سنتی قابل لحاظ است، شاخص های خروجی دیگری را هم لحاظ کند؛ افزون بر این، روش DEA، می تواند برای هر شرکت ناکارا، مجموعه ای از شرکت های کارا (گروه همتراز) را که نماینده یک پرتفوی ترکیبی است، به عنوان ملاک (محک یا نشان ترازیابی) لحاظ و نوع پرتفوی، تعیین کند.

آنان نمونه ای تجربی از بازار مالی ایتالیا، را به منظور آزمون قابلیت کاربردی بودن و خواص شاخص های پیشنهادی DEA انجام داده و نتیجه به دست آمده را با نتایج شاخص های سنتی عملکرد مورد سنجش قرار دادند. باسو و فوناری در این تحقیق از الگوی CCR با ماهیت ورودی استفاده کردند (باسو و فوناری: ۲۰۰۱).

هاسلم و چراگا (۲۰۰۳) در تحقیقی از تحلیل پوششی داده ها، برای شناسایی شرکت های صندوق مشترک سرمایه گذاری کارا و ناکارای، موجود در فهرست اطلاعاتی مورنینگ استار ۵۰۰ (۱۹۹۹) استفاده کردند. از بین ۸۴ شرکت صندوق مشترک

بعلاوه اطلاعات موجود در این تحقیق و نتایج آن می تواند در بسیاری از نهادهای مالی بعنوان چراغ راه بکار گرفته شود. از این رو این تحقیق در گروه تحقیقات کاربردی جای دارد که طی آن از ابزار ریاضی و مدل سازی استفاده می شود و برای اجرای پژوهش مراحل زیر مدنظر است:

- تحقیق بر روی تعیین معیارهای نشان دهنده عملکرد شرکت با مشورت خبرگان
- تعیین متغیرهای مستقل تاثیرگذار بر روی کارایی شرکت ها با استفاده از روش تحلیل مولفه های اصلی
- تشکیل مجموعه شرکت های کارا با استفاده از فرآیند اعمال کنترل وزن نسبی در مدل تحلیل پوششی داده ها برای انواع سرمایه گذاران
- تشکیل و انتخاب پرتفویهای بهینه از شرکت های کارا با استفاده از مدل مارکوویتز، برای انواع سرمایه گذاران

اطلاعات مورد نیاز برای انجام این تحقیق از کتاب ها و مقالات انگلیسی و فارسی جمع آوری شده است. صورت های مالی شرکت های مورد مطالعه از سایت مدیریت پژوهش توسعه و مطالعات اسلامی سازمان بورس و اوراق بهادار به آدرس اینترنتی <http://www.rdis.ir/> استخراج گردیده است. سپس هر یک از اقلام صورت های مالی برای محاسبه معیارهای استفاده شده مدل در نرم افزار Excel مورد استفاده قرار گرفت، همچنین از اطلاعات موجود در نرم افزار ره آورد نوین استفاده شده است. متغیرهای تاثیرگذار بر روی کارایی شرکت ها را با مشورت با خبرگان تعیین کرده، سپس با کاربرد روش تحلیل مولفه های اصلی،

سرمایه گذاری در فهرست اطلاعاتی یاد شده، ۸۰ شرکت مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت و ۴ شرکت به دلیل داده های کم و ناقص حذف گردید. شرکت ها به سه دسته تقسیم شدند: شرکت های کارا؛ حداقل ناکارایی و ناکارا. از بین ۸۰ شرکت ۲۷ شرکت کارا، ۲۲ شرکت دارای کمترین ناکارایی و ۳۱ شرکت هم ناکارا شناخته شدند (هاسلم و چراگا: ۲۰۰۳).

در این تحقیق به منظور تعیین متغیرهای مستقل تاثیرگذار بر روی کارایی شرکت ها، از روش تحلیل مولفه های اصلی بهره برده، سپس با اعمال کنترل وزن نسبی در مدل تحلیل پوششی داده ها، مجموعه های کارا را برای انواع سرمایه گذاران تشکیل داده و در نهایت با استفاده از مدل مارکوویتز، پرتفوی بهینه خود را با توجه به درجه ریسک گریزی به دست می آوریم.

۳- روش شناسی پژوهش

مسئله شناسایی شرکت هایی با عملکرد خوب و بد برای مدیران سید سهام که می خواهند سبدی از سهام شرکت های پذیرفته شده در بورس را انتخاب نمایند دغدغه ای همیشگی است که با پیچیده تر شدن شرایط، این امر مشکل تر شده است. یکی از مشکلات اصلی در تکنیک های نوین تصمیم گیری، حجم بالای متغیرها و معیارهای تصمیم گیری است که باعث ایجاد پیچیدگی های محاسباتی می شود. از طرفی با استفاده از روش هایی از جمله تکنیک تحلیل عاملی می توان تغییرات متغیرهای اصلی مسئله را در قالب تعداد کمتری متغیر مستقل بیان کرد، که یکی از اهداف این تحقیق می باشد.

۴-۱-۱- معیارهای مدل تصمیم گیری

در گام اول و با استفاده از مدل تحلیل پوششی داده ها، به تشکیل مجموعه شرکت های کارا برای انواع سرمایه گذاران (ریسک گریزان، سرمایه گذاران بی تفاوت به ریسک و ریسک پذیران) می پردازیم تا در گام بعدی به راحتی و با استفاده از مدل مارکویتز بتوان از میان مجموعه شرکت های کارا پرتفوی بهینه را با توجه به نرخ ریسک گریزی تشکیل دهیم.

بدین منظور از معیارها و نسبت های مالی به عنوان شاخص استفاده می کنیم. پس از مشورت با خبرگان مالی و استفاده از تحقیق اگزیدوناس^۱ و همکارانش (۲۰۰۹)، ۱۵ نسبت مالی بعنوان معیارهای اولیه تصمیم گیری استخراج و در جدول ۱-۲ تلخیص گردیده است. در جدول مذکور ستون ماهیت نشان دهنده مطلوبیت معیار برای سرمایه گذار است، max یعنی هر چه مقدار معیار بیشتر باشد مطلوبتر است، min یعنی هر چه مقدار معیار کمتر باشد مطلوبتر است.

جدول ۱-۲) لیست معیارهای استفاده شده در فرآیند

تصمیم گیری

ردیف	معیار مالی	ماهیت
۱	گردش موجودی کالا	max
۲	گردش حسابهای دریافتی (دوره وصول مطالبات)	min
۳	گردش کل دارایی ها	max
۴	گردش دارایی های ثابت	max
۵	بازده روی دارایی ها	max
۶	نرخ بازگشت حقوق صاحبان سهام	max
۷	نرخ بازگشت سرمایه	max
۸	نسبت جاری	max
۹	سرمایه در گردش / بدهی جاری	min
۱۰	نسبت بدهی	min
۱۱	ریسک سیستماتیک	min

متغیرهای مستقل را تعیین کرده که برای این منظور از نرم افزار Spss بهره برده ایم. به منظور اعمال محدودیت های کنترل وزن نسبی در مدل تحلیل پوششی داده ها و تشکیل پرتفویهای بهینه با استفاده از مدل مارکویتز، از نرم افزارهای Lingo و Matlab بهره برده شده است.

۴-۲- مدل پژوهش

۴-۱-۱- مدل ریاضی به کارگرفته شده

به منظور تعیین پرتفوی های بهینه برای انواع سرمایه گذاران (ریسک گریزان و ریسک پذیران) در این تحقیق ابتدا اقدام به تشکیل مجموعه های کارا با در نظر گرفتن شاخص ها و ابعاد چندگانه و با اعمال محدودیت های کنترل وزن نسبی در مدل تحلیل پوششی داده ها می پردازیم. البته با توجه به زیاد بودن متغیرهای تصمیم در این حوزه و وجود همبستگی میان تعدادی از این متغیرها، تعیین متغیرهای مستقل تاثیرگذار بر روی ساختار اصلی مهم جلوه می کند، که بدین منظور از تحلیل عاملی بهره برده ایم. بدین صورت که ابتدا با در نظر گرفتن نظر خبرگان و تحقیقات قبلی در این حوزه تعدادی از متغیرهای تصمیم را انتخاب کرده سپس با انجام تحلیل عاملی بر روی این متغیرها، متغیرهای مستقل را که نماینده ساختار قبلی که از تمام متغیرهای تصمیم تشکیل شده است می باشد، انتخاب می کنیم. این متغیرهای مستقل به عنوان ورودی ها و خروجی های تحلیل پوششی داده ها در نظر گرفته می شوند.

سپس پرتفوی بهینه را با کمک مدل مارکویتز و با توجه نرخ ریسک گریزی از میان مجموعه کارا حاصله از گام قبلی تشکیل می دهیم.

ردیف	معیار مالی	ماهیت
۱۲	انحراف معیار بازده	min
۱۳	بازده سهام	max
۱۴	نسبت تقسیم سود	max
۱۵	بازده قیمتی	max

سازی داده ها از ماتریس همبستگی استفاده

نماییم.

مقادیر ویژه و بردارهای ویژه را برای ماتریس همبستگی محاسبه می نماییم. عامل ها را به صورت زیر می سازیم.

- مقادیر ویژه و بردارهای ویژه متناظرشان به ترتیب نزولی از بزرگترین مقدار ویژه به کوچکترین مقدار ویژه انتخاب می شوند و هر یک از این عبارات، ستونی از ماتریس بارهای عاملی را می سازند.

$$[\sqrt{eigenValue_1} \times eigenVector_1, \dots, \sqrt{eigenValue_k} \times eigenVector_k]$$

$eigenValue_k$: مقدار ویژه k ام

$eigenVector_k$: بردار ویژه k ام

β_{pk} : بار عاملی متغیر قابل مشاهده p ام بر روی

عامل (متغیر پنهان) k ام

$$\begin{bmatrix} \sqrt{eigenValue_1} \times eigenVector_1 \\ \sqrt{eigenValue_2} \times eigenVector_2 \\ \sqrt{eigenValue_3} \times eigenVector_3 \\ \vdots \\ \sqrt{eigenValue_k} \times eigenVector_k \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \beta_{1,1} & \beta_{1,2} & \beta_{1,3} & \dots & \beta_{1,k} \\ \beta_{2,1} & \beta_{2,2} & \beta_{2,3} & \dots & \beta_{2,k} \\ \beta_{3,1} & \beta_{3,2} & \beta_{3,3} & \ddots & \beta_{3,k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta_{p-1,1} & \beta_{p-1,2} & \beta_{p-1,3} & \dots & \beta_{p-1,k} \\ \beta_{p,1} & \beta_{p,2} & \beta_{p,3} & \dots & \beta_{p,k} \end{bmatrix}$$

با توجه به اینکه تعداد متغیرهای قابل مشاهده

برابر ۱۵ می باشد حداکثر تعداد متغیرهای پنهان

(عامل ها) را برابر ۱۵ در نظر می گیریم که البته با

توجه به وجود وابستگی خطی میان بعضی از

متغیرهای قابل مشاهده، ماتریس کواریانس متغیرهای

۴-۱-۲- تعیین متغیرهای مستقل تاثیرگذار بر روی

کارایی شرکت ها^۲

بدین منظور گام های زیر را پیموده ایم:

الف: تعیین متغیرهای پنهان (عامل های اصلی)

ساختار اولیه

ساختار اولیه ما شامل ۱۵ متغیر (نسبت مالی) می

باشد که به منظور تعیین حداقل تعداد متغیرهای

پنهان این ساختار که توانایی تبیین و توضیح تغییرات

ساختار اولیه را به اندازه کافی دارا هستند، از روش

تحلیل مولفه های اصلی بهره برده ایم. در این روش

سعی بر آن است تا مقادیر بارهای عاملی به گونه ای

برآورد شوند تا مجموع مقادیر واریانس مشترک

بیشینه گردد. با این کار عامل ها (متغیرهای پنهان)

درصد بالاتری از واریانس متغیرهای قابل مشاهده

(ساختار اولیه) را نشان می دهند.

فرآیند استخراج عامل ها (متغیرهای پنهان):

واریانس متغیرهای قابل مشاهده را محاسبه می

نماییم.

- از آنجا که واریانس و کواریانس داده ها به

مقیاس اندازه گیری بستگی دارد، لذا هرگاه

متغیرهای آشکار از حوزه های متفاوتی باشند

یا با مقیاس های مختلفی اندازه گیری شده

باشند، باید داده ها را نرمال سازی نمود.

- ماتریس کواریانس داده های نرمال شده با

ماتریس همبستگی داده های نرمال نشده

یکسان می باشند. لذا می توانیم بدون نرمال

آن دسته از عامل هایی که ماکزیمم بار عاملی بالاتر از ۰,۵ را دارا هستند نگه می داریم *Anderson, (1958: 351-331)* و متغیرهای قابل مشاهده ای را که ماکزیمم بار عاملی را با متغیر پنهان مشابه ای دارند در یک دسته طبقه بندی می کنیم. در انتهای این مرحله ۸ متغیر قابل مشاهده باقی می ماند که به عنوان متغیرهای مستقل تاثیر گذار بر روی کارایی شرکت های مالی در نظر گرفته می شوند که در جدول ۲-۳ آورده شده اند.

جدول ۲-۳) متغیرهای مستقل تاثیر گذار بر روی

کارایی شرکت

ماهیت	معیار مالی	ردیف
max	گردش موجودی کالا	۱
min	گردش حساب های دریافتی (دوره وصول مطالبات)	۲
max	نرخ بازگشت حقوق صاحبان سهام	۳
max	نرخ بازگشت سرمایه	۴
min	سرمایه در گردش / بدهی جاری	۵
min	نسبت بدهی	۶
min	ریسک سیستماتیک	۷
min	انحراف معیار بازده	۸

۴-۱-۳- تعیین مجموعه های کارا برای انواع سرمایه گذاران

پس از تعیین متغیرهای مستقل تاثیر گذار بر روی کارایی شرکت ها که در جدول ۲-۳ آورده شده اند، با اعمال محدودیت های کنترل وزن نسبی در مدل تحلیل پوششی داده ها مجموعه های کارا را برای انواع سرمایه گذاران تشکیل می دهیم. در مدل تحلیل پوششی داده ها نسبت های مالی با جنبه مثبت را به عنوان متغیرهای خروجی و نسبت های مالی با جنبه منفی را به عنوان متغیرهای ورودی در

قابل مشاهده مثبت معین نمی شود، لذا مقادیر ویژه بعضی از عامل ها برابر صفر می شود که مبین این امر است که قدرت توضیح دهندگی ساختار اولیه این عامل ها صفر می باشد. در این تحقیق تعداد عامل هایی با مقادیر ویژه بزرگتر از صفر برابر ۱۱ می باشد. در این مرحله آن دسته از متغیرهای قابل مشاهده ای را که حداکثر بار عاملی خود را با آن دسته از عامل هایی دارند که دارای مقادیر ویژه صفر می باشند، از ساختار اولیه حذف می کنیم. که در انتها از ۱۵ متغیر قابل مشاهده اولیه ۱۰ متغیر باقی می ماند. این متغیرها را در جدول ۲-۲ آورده ایم.

جدول ۲-۲) متغیرهای قابل مشاهده مستقل

ماهیت	معیار مالی	ردیف
max	گردش موجودی کالا	۱
min	گردش حساب های دریافتی (دوره وصول مطالبات)	۲
max	گردش دارایی های ثابت	۳
max	نرخ بازگشت حقوق صاحبان سهام	۴
max	نرخ بازگشت سرمایه	۵
min	سرمایه در گردش / بدهی جاری	۶
min	نسبت بدهی	۷
min	ریسک سیستماتیک	۸
min	انحراف معیار بازده	۹
max	نسبت تقسیم سود	۱۰

ب : انجام تحلیل عاملی مرتبه دوم

پس از انجام تحلیل مولفه های اصلی ۴ متغیر پنهان را به عنوان عوامل اصلی که در کل توانایی توضیح تقریباً ۸۰ درصد تغییرات ساختار اولیه را دارا هستند، در نظر می گیریم و عمل تحلیل عاملی را با ۱۰ متغیر قابل مشاهده باقی مانده گام قبلی و ۴ مولفه اصلی انجام می دهیم. در انتهای این مرحله نیز

محدودیت های کنترل وزن نسبی را طبق جدول ۲-۲ به مدل مضربی CCR ورودی محور اضافه می کنیم.

جدول ۲-۵) محدودیت های کنترل وزن نسبی

انواع سرمایه گذاران	محدودیت های اعمال شده
ریسک پذیر	$u2-2.33*v4 \geq 0$ $u2-2.33*v5 \geq 0$ $u3-2.33*v4 \geq 0$ $u3-2.33*v5 \geq 0$
ریسک گریز	$v4-2.33*u2 \geq 0$ $v5-2.33*u2 \geq 0$ $v4-2.33*u3 \geq 0$ $v5-2.33*u3 \geq 0$

جدول ۲-۴) اهمیت نسبی ریسک و بازده

انواع سرمایه گذاران	مقیاس اهمیت نسبی ریسک	مقیاس اهمیت نسبی بازده
ریسک پذیر	۳	۷
ریسک گریز	۷	۳

۴-۲- تشکیل پرتفوی های بهینه با استفاده از مدل مارکوویتز از مجموعه کارا حاصله از گام قبلی پس از تعیین مجموعه های کارا که با لحاظ کردن ابعاد و شاخص های چندگانه به دست آمده اند، به منظور تعیین پرتفوی بهینه می توانیم از یکی از مهم ترین مدل های بهینه سازی پرتفوی که همان مدل مارکوویتز می باشد استفاده می کنیم.

مدل مارکوویتز:

به منظور حل مدل مارکوویتز به صورت زیر عمل می کنیم:

$$\text{Min } \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M X_i X_j$$

$$\text{S.t: } \sum_{i=1}^M X_i \mu_i \geq R$$

$$\sum_{i=1}^M X_i = 1$$

$$0 \leq X_i \leq \text{upper}(i), \quad i=1, \dots, M$$

نظر می گیریم. اهمیت نسبی ریسک و بازده را برای انواع سرمایه گذران طبق جدول ۲-۴ در نظر می گیریم.

با توجه به موارد زیاد استفاده و اهمیت، دو نسبت مالی نرخ بازگشت حقوق صاحبان سهام و نرخ بازگشت سرمایه را به عنوان نماینده هایی از شاخص بازده و دو متغیر ریسک سیستماتیک و انحراف معیار بازدها را به عنوان نماینده هایی از شاخص ریسک در نظر می گیریم. در این تحقیق با اضافه کردن محدودیت های مربوط به کنترل وزن نسبی دو معیار ریسک و بازده به فرم مضربی CCR ورودی محور مجموعه های کارا را برای دو دسته سرمایه گذار ریسک پذیر و ریسک گریز به دست می آوریم بدین صورت که شرکت هایی به کارایی ۱ مجموعه کارا را تشکیل می دهند.

فرم مضربی CCR ورودی محور:

$$\text{Max } \sum_r^S = 1^u r y_r$$

$$\text{s.t.}$$

$$\sum_r^S = 1^u r y_{rj} - \sum_i^m = 1^v i x_{ij} \leq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$\sum_i^m = 1^v i x_i = 1$$

$$u_r \geq 0 \quad r = 1, 2, \dots, s$$

$$v_i \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, m$$

متغیرها و پارامترهای مدل مضربی CCR ورودی محور:

نام متغیر	وزن متغیر	معیار مالی
Y1	U1	گردش موجودی کالا
X1	V1	گردش حساب های دریافتی (دوره وصول مطالبات)
Y2	U2	نرخ بازگشت حقوق صاحبان سهام
Y3	U3	نرخ بازگشت سرمایه
X2	V2	سرمایه در گردش / بدهی جاری
X3	V3	نسبت بدهی
X4	V4	ریسک سیستماتیک
X5	V5	انحراف معیار بازده

میانگین-واریانس مارکوویتز را برای تعیین پرتفویهای بهینه به طریق مشابه حل می کنیم.

۵- نتایج پژوهش

۵-۱- تحلیل عاملی

۵-۱-۱- تعیین متغیرهای پنهان (عامل های اصلی) ساختار اولیه

همان طوری که در بخش دوم بیان شده است ساختار اولیه ما شامل ۱۵ متغیر (نسبت مالی) می باشد که به منظور تعیین حد اقل تعداد متغیرهای پنهان این ساختار که توانایی تبیین و توضیح تغییرات ساختار اولیه را به اندازه کافی دارا هستند، از روش تحلیل مولفه های اصلی بهره برده ایم. ماتریس داده های اولیه ماتریسی شامل دوازده سطر و پانزده ستون می باشد که هر ستون مبین یک متغیر آشکار (نسبت مالی) می باشد. داده های ما شامل میانگین شاخص بازار مربوط به هر نسبت مالی در دوازده سال (از سال ۷۹ تا سال ۹۰) می باشد. فهرست ۵۰ شرکت فعال تر بورس تهران که به عنوان نمونه برای استخراج نسبت های مالی در نظر گرفته شده اند، در ضمیمه آورده شده است. با توجه با اینکه مقیاس متغیرها یکی نمی باشد داده ها را نرمالایز کرده ایم.

با توجه به اینکه تعداد متغیرهای قابل مشاهده برابر ۱۵ می باشد حداکثر تعداد متغیرهای پنهان (عامل ها) را برابر ۱۵ در نظر می گیریم که البته با توجه به وجود وابستگی خطی میان بعضی از متغیرهای قابل مشاهده، ماتریس کواریانس متغیرهای قابل مشاهده مثبت معین نمی شود، لذا مقادیر ویژه بعضی از عامل ها برابر صفر می شود که نشان دهنده این امر است که قدرت توضیح دهندگی ساختار اولیه این عامل ها صفر می باشد. همان طوری که

در مدل بالا به ازای R های مختلف، نقاط متفاوتی از مرز کارا به دست می آید. با تغییر R و حل مجدد مدل، می توان کل مرز کارا را به دست آورد. در این تحقیق فاصله بین ماکزیمم بازده و مینیمم بازده را به ده قسمت مساوی تقسیم کرده که هر کدام از این نقاط به عنوان حد پایین برای بازده در مدل بالا در نظر گرفته شده اند.

با توجه به نقش تصمیم گیری در سرمایه گذاری و با در نظر گرفتن بحث تنوع بخشی برای دستیابی به پرتفوی بهینه، ضرورت شناخت شرکت های موجود در بستر بازار سرمایه ایران احساس می شود، لذا جامعه آماری را کلیه شرکت های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران، در نظر گرفته شده است.

با توجه به جامعه آماری و داده های مورد نیاز برای تحقیق، تعداد ۵۰ شرکت از شرکت های فعال در بورس اوراق بهادار تهران که حجم بالای داد و ستد سهام آنها، مبین علاقه سرمایه گذاران برای خرید و فروش آنها می باشد، به عنوان نمونه انتخاب شده اند. ماتریس داده ها برای انجام تحلیل عاملی در ضمیمه آورده شده است. بدین منظور از میانگین نسبت ها در بازاری که از شرکت های نمونه تشکیل شده است و به مدت ۱۲ سال (از سال ۷۹ تا سال ۹۰) بهره برده ایم.

به منظور تعیین متغیرهای تاثیرگذار روی کارایی شرکت ها از تحلیل عاملی بهره می بریم، بدین ترتیب که ابتدا تعدادی متغیر مالی را کاندید کرده (با توجه به سوابق تحقیقات قبلی انجام گرفته در این زمینه)، سپس با توجه به همبستگی های بین این متغیرها، تعداد آنها را کاهش می دهیم. به منظور تعیین مجموعه های کارا، مدل های DEA مد نظر را با نرم افزار lingo حل می کنیم، در نهایت مدل های

عامل هایی دارند که دارای مقادیر ویژه صفر می باشند، از ساختار اولیه حذف می کنیم. لذا نسبت های مالی گردش کل دارایی ها، بازده روی دارایی ها، نسبت جاری، بازده سهام و بازده قیمتی که ماکزیمم بار عاملی خود را به ترتیب با عامل های ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۵ دارند از ساختار اولیه حذف می کنیم. در شکل ۳-۲ نمودار پارتو میزان تبیین واریانس ساختار اصلی بر حسب تعداد عامل های اصلی (متغیرهای پنهان) نشان داده شده است.

بیان شده است واریانس تبیین شده توسط هر عامل برابر است با مجذور بار های عاملی آن. این واریانس مقدار ویژه (Eigen Value) نامیده می شود. در جدول ۳-۱ میزان مقادیر ویژه ۱۵ عامل آورده شده است.

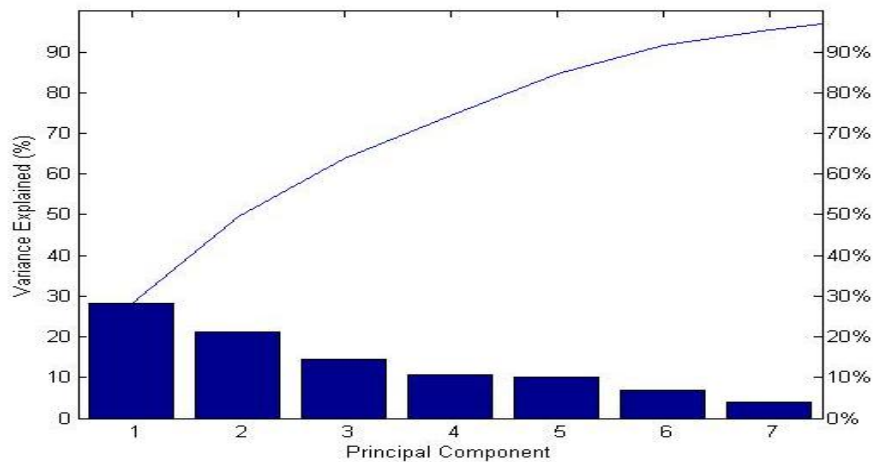
در شکل ۳-۱ میزان بارهای عاملی متغیرهای آشکار ساختار اولیه (نسبت های مالی) با پانزده عامل پنهان در نظر گرفته شده آورده شده است. در این مرحله آن دسته از متغیرهای قابل مشاهده ای را که حداکثر بار عاملی خود را با آن دسته از

جدول ۳-۱) مقادیر ویژه عامل های اصلی

شماره عامل	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵
مقادیر ویژه	۴,۲۴	۳,۱۶	۲,۱۵	۱,۵۹	۱,۵۲	۱,۰۴	۰,۵۹	۰,۳۷	۰,۱۶	۰,۱۰	۰,۰۱	۰	۰	۰	۰

شکل ۳-۱) میزان بارهای عاملی متغیرهای آشکار ساختار اولیه (نسبت های مالی) با متغیرهای پنهان

شماره عامل	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵
گردش موجودی کالا	0.19	-0.32	-0.32	-0.02	0.31	-0.01	-0.40	-0.28	-0.43	-0.35	-0.03	0.15	0.05	-0.27	0.13
گردش حساب های دریافتی (دوره وصول مطالبات)	0.40	0.07	-0.04	-0.27	-0.09	0.19	0.03	0.53	0.33	-0.39	-0.17	0.07	0.17	-0.30	0.15
گردش کلی دارایی ها	-0.30	-0.23	0.39	-0.05	0.04	0.31	-0.08	0.21	-0.07	-0.01	0.34	0.66	-0.02	0.01	0.07
گردش دارایی های ثابت	-0.09	0.17	-0.24	0.47	0.23	0.25	-0.58	0.24	0.34	0.12	0.01	-0.04	-0.11	0.04	-0.15
بازده روی دارایی ها	-0.23	-0.42	0.10	-0.16	-0.18	0.04	-0.32	0.32	-0.15	-0.01	-0.07	-0.49	0.10	0.33	0.33
نرخ بازگشت حقوق صاحبان سهام	-0.12	-0.51	-0.15	-0.06	-0.06	0.16	0.20	0.08	0.07	-0.10	-0.32	0.00	-0.49	-0.04	-0.51
نرخ بازگشت سرمایه	-0.08	-0.21	0.25	-0.26	0.58	0.07	0.01	-0.30	0.48	0.17	-0.28	-0.05	0.19	0.00	0.12
نسبت جاری	0.41	0.15	0.23	-0.09	-0.13	0.08	-0.26	-0.18	-0.05	-0.13	-0.35	0.26	-0.13	0.63	-0.09
سرمایه در گردش / بدهی جاری	-0.07	0.18	0.33	-0.08	0.47	-0.48	-0.05	0.30	-0.09	-0.37	0.14	-0.14	-0.29	0.06	-0.18
نسبت بدهی	-0.17	-0.26	-0.18	0.35	-0.15	-0.57	0.07	0.03	0.33	-0.23	-0.15	0.34	0.20	0.19	0.16
ریسک سیستماتیک	-0.04	0.03	0.28	0.60	0.18	0.32	0.35	0.05	-0.27	-0.25	-0.33	-0.13	0.15	-0.01	0.13
انحراف معیار بازده	-0.35	0.26	0.18	-0.11	-0.19	-0.19	-0.29	0.07	-0.19	0.18	-0.59	0.16	0.02	-0.40	-0.03
بازده سهام	-0.41	0.19	-0.11	-0.19	-0.08	0.19	-0.05	-0.17	0.04	-0.46	0.07	-0.09	0.48	0.14	-0.45
نسبت تقسیم سود	-0.10	0.14	-0.48	-0.21	0.37	0.02	0.25	0.36	-0.28	0.25	-0.19	0.22	0.14	0.33	0.04
بازده قیمتی	-0.36	0.29	-0.21	-0.13	-0.03	0.18	0.08	-0.21	0.15	-0.31	-0.04	0.01	-0.50	0.06	0.52



شکل ۳-۲) نمودار پارتو میزان تبیین واریانس ساختار اصلی بر حسب تعداد عامل ها اصلی

هستند، در نظر می گیریم و عمل تحلیل عاملی را با ۱۰ متغیر قابل مشاهده مستقل باقی مانده گام قبلی و ۴ مولفه اصلی انجام می دهیم. در شکل ۳-۳ میزان بارهای عاملی متغیرهای آشکار باقی مانده مستقل از گام قبلی بر روی ۴ متغیر پنهان که به عنوان حداقل مولفه های اصلی در نظر گرفته شده اند، آورده شده است.

با توجه به شکل بالا با ۴ عامل (متغیر پنهان) می توان تا ۸۰ درصد واریانس و تغییرات ساختار اصلی را توضیح داد، لذا ما برای تحلیل عاملی مرتبه دوم تعداد مولفه های اصلی را برابر ۴ در نظر می گیریم.

۵-۱-۲- انجام تحلیل عاملی مرتبه دوم

پس از انجام تحلیل مولفه های اصلی ۴ متغیر پنهان را به عنوان عوامل اصلی که در کل توانایی توضیح تقریباً ۸۰ درصد تغییرات ساختار اولیه را دارا

شکل ۳-۳) بارهای عاملی نسبت های مالی مستقل بر روی مولفه های اصلی

شماره عامل نسبت مالی	1	2	3	4
گردش موجودی کالا	0.80	0.06	0.01	-0.27
گردش حساب های دریافتی (دوره وصول مطالبات)	0.23	-0.92	-0.25	-0.17
گردش دارایی های ثابت	-0.06	0.21	-0.16	0.36
نرخ بازگشت حقوق صاحبان سهام	0.53	0.34	0.12	-0.15
نرخ بازگشت سرمایه	0.26	0.04	0.96	-0.07
سرمایه در گردش / بدعی جاری	-0.36	-0.06	0.56	0.07
نسبت بدعی	0.19	0.69	-0.25	-0.04
ریسک سیستماتیک	0.01	0.10	0.12	0.98
انحراف معیار بازده	-0.92	0.34	0.12	-0.12
نسبت تقسیم سود	0.09	0.08	-0.01	-0.30

همان طوری که انتظار داشتیم، بیشترین واریانس ویژه مربوط به نسبت های مالی گردش دارایی های ثابت و نسبت تقسیم سود می شود که دارای کمترین بار عاملی با مولفه های اصلی می باشند.

۵-۱-۳- دسته بندی نسبت های مالی مستقل

در یک ساختار عاملی آرمانی هر یک از متغیرها بار عاملی بالا (بزرگتر از ۰,۵) روی یکی از عامل ها و بار عاملی پایین (کمتر از ۰,۳) روی سایر عامل ها دارد. شکل ۳-۳ این امر را نشان می دهد. با توجه به شکل ۳-۳ و ماکزیمم بار عاملی، نسبت های مالی گردش موجودی کالا، نرخ بازگشت حقوق صاحبان سهام و انحراف معیار بازده در یک دسته یک، نسبت های مالی دوره وصول مطالبات و نسبت بدهی در دسته دو، نسبت های مالی نرخ بازگشت سرمایه و سرمایه در گردش/ بدهی جاری در دسته سوم و نسبت های مالی گردش درایی های ثابت، ریسک سیستماتیک و نسبت تقسیم سود در دسته چهارم قرار می گیرند. در شکل ۳-۴ نیز نحوه توزیع بارهای عاملی ده نسبت مالی مستقل بر روی مولفه های اصلی به صورت سه بعدی نشان داده شده است.

شکل ۳-۴ نیز نتایج مشابه ای را نشان می دهد. مثلاً نسبت مالی ریسک سیستماتیک (متغیر آشکار ردیف هشتم) که در خوشه چهارم طبقه بندی شده است در مجاورت عامل اصلی چهارم قرار گرفته است.

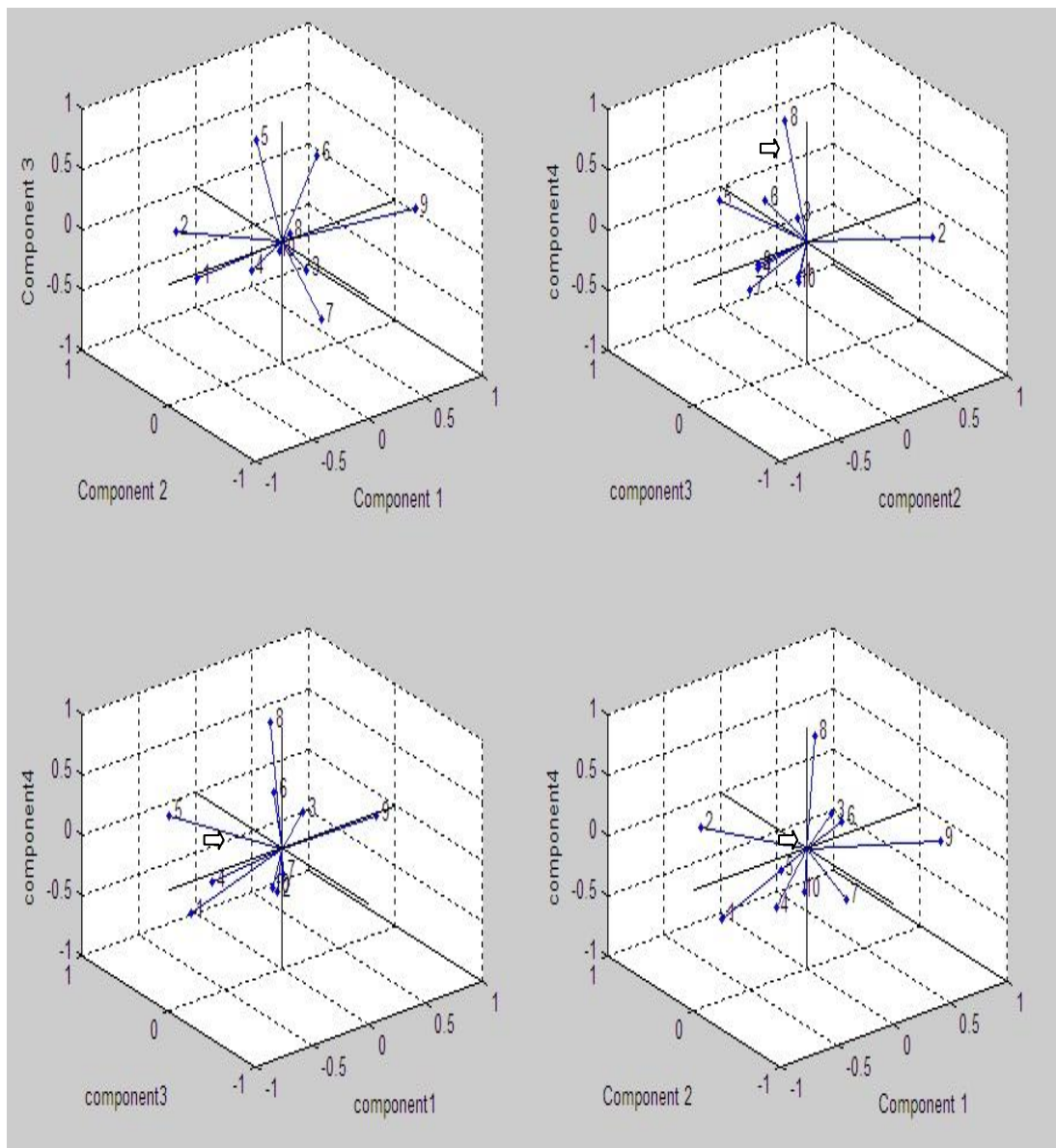
در انتهای این مرحله نیز آن دسته از عامل هایی که ماکزیمم بار عاملی بالاتر از ۰,۵ را دارا هستند نگه می داریم (Anderson, 1958: 351-331) و متغیرهای قابل مشاهده ای را که ماکزیمم بار عاملی را با متغیر پنهان مشابه ای دارند در یک دسته طبقه بندی می کنیم.

دو نسبت مالی گردش دارایی های ثابت و نسبت تقسیم سود را با توجه به پایین بودن بار عاملی از ساختار اصلی حذف کرده و در نهایت با هشت نسبت مالی باقی مانده کارایی شرکت ها را محاسبه می کنیم.

در جدول ۲-۳ مقدار واریانس ویژه نسبت های مالی (متغیرهای آشکار) آورده شده است. تفاضل این مقدار از یک برابر میزان واریانسی از هر نسبت مالی است که مولفه های اصلی (متغیرهای پنهان) توانایی تبیین و توضیح آن را دارا هستند.

جدول ۲-۳) مقدار واریانس ویژه نسبت های مالی (متغیرهای آشکار)

ردیف	معیار مالی	واریانس ویژه
۱	گردش موجودی کالا	۰,۲۸۳
۲	گردش حسابهای دریافتی (دوره وصول مطالبات)	۰,۰۰۵
۳	گردش دارایی های ثابت	۰,۸۰۰
۴	نرخ بازگشت حقوق صاحبان سهام	۰,۵۶۳
۵	نرخ بازگشت سرمایه	۰,۰۰۵
۶	سرمایه در گردش/ بدهی جاری	۰,۵۴۴
۷	نسبت بدهی	۰,۴۱۸
۸	ریسک سیستماتیک	۰,۰۰۵
۹	انحراف معیار بازده	۰,۰۰۵
۱۰	نسبت تقسیم سود	۰,۸۹۷



شکل ۳-۴) نحوه توزیع بارهای عاملی ده نسبت مالی مستقل بر روی مولفه های اصلی

های مالی با جنبه مثبت را به عنوان ستاده و نسبت های مالی با جنبه منفی را به عنوان نهاده در نظر گرفته ایم. در جدول ۳-۳ کارایی و رتبه شرکت ها برای دو دسته سرمایه گذار ریسک پذیر و ریسک گریز آورده شده است. شرکت هایی با کارایی یک مجموعه های کارا را تشکیل می دهند.

۲-۵- تعیین مجموعه های کارا برای انواع سرمایه گذاران

پس از تعیین متغیرهای مستقل تاثیر گذار بر روی کارایی شرکت ها با اعمال محدودیت های کنترل وزن نسبی در مدل تحلیل پوششی داده ها مجموعه های کارا را برای دو دسته سرمایه گذار ریسک گریز و ریسک پذیر تشکیل می دهیم. نسبت

جدول ۳-۳ اندازه کارایی و رتبه شرکت ها برای سرمایه گذاران ریسک پذیر و ریسک گریز

نام شرکت	سرمایه گذار ریسک پذیر		سرمایه گذار ریسک گریز	
	اندازه کارایی	رتبه شرکت	اندازه کارایی	رتبه شرکت
آذراب	0.154	20	0.188	20
ایران ترانسفو	0.913	4	0.907	2
ایران خودرو دیزل	0.127	23	0.208	19
باما	1	1	1	1
پارس خودرو	0.135	21	0.156	21
حفاری شمال	0.554	6	0.51	9
خدمات انفورماتیک	0.921	3	0.887	3
دارو جابرین حیان	0.344	15	0.507	10
زامیاد	0.302	16	0.349	14
سایپا	0.252	18	0.279	16
سرامیک اردکان	0.406	10	0.443	12
نفت پارس	0.429	9	0.702	5
فولاد مبارکه اصفهان	0.582	5	0.625	6
سیمان تهران	0.533	7	1	1
سیمان غرب	1	1	1	1
فولاد آلیاژی ایران	0.52	8	0.61	7
سیمان اصفهان	1	1	1	1
گازلوله	0.118	24	0.152	22
پالایش نفت تبریز	0.233	19	0.235	17
چینی ایران	0.401	11	0.513	8
مس باهنر	0.128	22	0.229	18
ملی صنایع مس ایران	1	1	1	1
نوسازی و ساختمان تهران	0.999	2	1	1
لاستیک سهند	0.278	17	0.292	15
لیزینگ رایان سایپا	0.356	13	0.463	11
خدمات کشاورزی	0.35	14	0.799	4
ایران یاسا	0.089	25	0.141	23
کشتیرانی ایران	0.008	26	0.017	24
گروه بهمن	0.361	12	0.379	13
توسعه ساختمان	1	1	1	1

جدول ۳-۴) مجموعه کارا برای سرمایه گذارن ریسک گریز و ریسک پذیر

شرکت هایی که مجموعه کارا را برای سرمایه گذار ریسک پذیر تشکیل می دهند	شرکت هایی که مجموعه کارا را برای سرمایه گذار ریسک گریز تشکیل می دهند
سیمان غرب	سیمان تهران
سیمان اصفهان	سیمان غرب
ملی صنایع مس ایران	سیمان اصفهان
توسعه ساختمان	ملی صنایع مس ایران
باما	نوسازی و ساختمان تهران
	توسعه ساختمان
	باما

جدول ۳-۵) ماتریس واریانس-کواریانس شرکت هایی که مجموعه کارا را برای سرمایه گذار ریسک گریز تشکیل داده اند

نام شرکت ها	سیمان تهران	سیمان غرب	سیمان اصفهان	ملی صنایع مس ایران	نوسازی و ساختمان تهران	توسعه ساختمان	باما
سیمان تهران	0.011464	0.017414	0.00166	0.01169017	0.024517666	-0.010883	0.004528
سیمان غرب	0.017414	0.044866	-0.00252	0.023797218	0.046411657	-0.0249938	0.010534
سیمان اصفهان	0.00166	-0.00252	0.00399	-0.002861596	0.001970715	-0.0006744	-0.00649
ملی صنایع مس ایران	0.01169	0.023797	-0.00286	0.022287984	0.030444478	-0.0121911	0.029945
نوسازی و ساختمان تهران	0.024518	0.046412	0.001971	0.030444478	0.064168806	-0.0287981	0.02746
توسعه ساختمان	-0.01088	-0.02499	-0.00067	-0.012191062	-0.028798086	0.0151905	-0.00353
باما	0.004528	0.010534	-0.00649	0.02994524	0.027459671	-0.0035283	0.084401

جدول ۳-۶) ماتریس واریانس-کواریانس شرکت هایی که مجموعه کارا را برای سرمایه گذار ریسک پذیر

تشکیل داده اند

نام شرکت ها	سیمان غرب	سیمان اصفهان	ملی صنایع مس ایران	توسعه ساختمان	باما
سیمان غرب	0.044866	-0.00252	0.023797218	-0.024993757	0.010534204
سیمان اصفهان	-0.00252	0.00399	-0.002861596	-0.000674393	-0.006489359
ملی صنایع مس ایران	0.023797	-0.00286	0.022287984	-0.012191062	0.02994524
توسعه ساختمان	-0.02499	-0.00067	-0.012191062	0.015190462	-0.003528301
باما	0.010534	-0.00649	0.02994524	-0.003528301	0.084400523

۳-۵- تشکیل پرتفویهای بهینه با استفاده از مدل مارکویتز از مجموعه کارا

پس از تعیین مجموعه های کارا که با لحاظ کردن ابعاد و شاخص های چندگانه به دست آمده اند، به منظور تعیین پرتفوی بهینه از یکی از مهم ترین مدل های بهینه سازی پرتفوی که همان مدل مارکویتز است، استفاده گردید. بدین منظور برای حل مدل مارکویتز از مدل زیر بهره برده ایم.

$$\begin{aligned} & \theta_{ij} \quad \text{Min} \quad \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M X_i X_j \\ \text{S.t:} \quad & \sum_{i=1}^M X_i \mu_i \geq R \\ & \sum_{i=1}^M X_i = 1 \\ & 0 \leq X_i \leq \text{upper}(i), \quad i=1, \dots, M \end{aligned}$$

با تقسیم فاصله بین مینیمم بازده ممکنه و ماکزیمم بازده قابل دسترسی به ده قسمت مساوی، مدل بالا را حل برای دو دسته سرمایه گذار حل کرده و مرز کارا را به دست می آوریم.

ماتریس واریانس-کواریانس شرکت هایی که مجموعه کارا را تشکیل داده اند و بازده مورد انتظار مربوط به آنها در جدول ۳-۵ و ۳-۶ و ۳-۷ آورده شده است.

شرکت هایی که مجموعه کارا را برای دو دسته سرمایه گذار تشکیل داده اند، تقریباً یکسان اند ولی دو شرکت سیمان تهران و نوسازی ساختمان تهران به دلیل پایین بودن شاخص های مربوط به بازده در مجموعه کارا سرمایه گذاران ریسک پذیر قرار نمی گیرند. در جدول ۳-۷ نیز این دو شرکت کمترین

بازده را دارا می باشند که به دلیل پایین بودن شاخص های مربوط به ریسک در مجموعه کارا برای سرمایه گذران ریسک گریز قرار گرفته اند.

پرتفویهای بهینه مربوط به دو دسته سرمایه گذار (وزن های بهینه، بازده پرتفوی و ریسک پرتفوی) در شکل های ۳-۵ و ۳-۶ آورده شده است. همان طوری که بیان شده است با در نظر گرفتن ده نقطه به عنوان حد پایین بازده در مدل مارکویتز این پرتفوها حاصل شده اند. مرز کارا برای سرمایه گذاران نیز در دو شکل ۳-۷ و ۳-۸ آورده شده اند.

همان طوری که مشخص است به دلیل شباهت زیاد شرکت هایی که دو مجموعه کارا را برای دو دسته سرمایه گذار ریسک پذیر و ریسک گریز تشکیل می دهند، ریسک و بازده پرتفویهای بهینه برای دو دسته سرمایه گذار از شباهت زیادی برخورداراند، ولی همچنان بازده برای پرتفویهای بهینه سرمایه گذاران ریسک پذیر نسبت به سرمایه گذاران ریسک گریز بیشتر می باشد در حالی که ریسک مربوط به آنها نیز بیشتر می باشد. مرز کارا برای دو دسته سرمایه گذار که از پرتفویهای دو شکل ۳-۵ و ۳-۶ تشکیل شده اند، نشان دهنده شباهت زیاد برای دو دسته سرمایه گذار می باشد. در واقع شرکت هایی که از لحاظ شاخص هایی که مبین معیار بازده هستند، عملکرد خوبی داشته اند از لحاظ شاخص های نماینده ریسک نیز خوب عمل کرده اند.

جدول ۳-۷) بازده مورد انتظار و انحراف معیار بازده شرکت هایی که مجموعه کارا را تشکیل داده اند

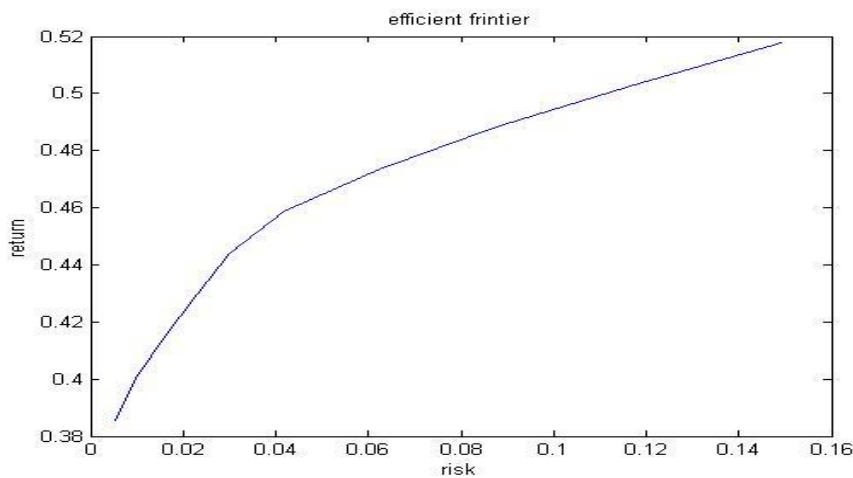
نام شرکت	سیمان تهران	سیمان غرب	سیمان اصفهان	ملی صنایع مس ایران	نوسازی و ساختمان تهران	توسعه ساختمان	باما
بازده	26.81	34.71	44.13	51.77	11.76	37.63	34.22
انحراف معیار بازده	0.107	0.211	0.063	0.149	0.253	0.123	0.29

شکل ۳-۵) پرتفویهای بهینه سرمایه گذار ریسک پذیر

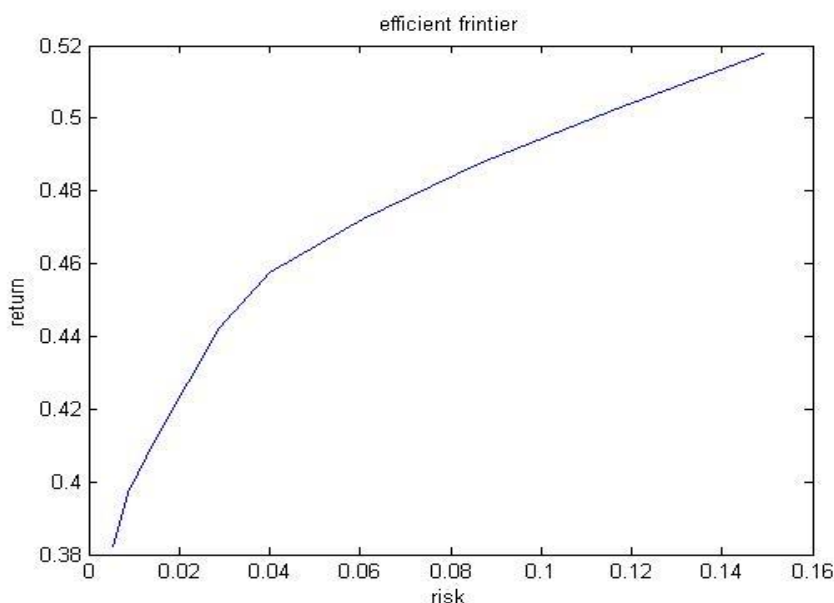
نام شرکت	سیمان غرب	سیمان اصفهان	ملی صنایع مس ایران	توسعه ساختمان	پاما	بازده پرتفو	ریسک پرتفو
وزن شرکت در پرتفو 1	0.26966	0.26529	0	0.458792516	0.00626	0.38545639	0.0053349
وزن شرکت در پرتفو 2	0.20816	0.31354	0.067525203	0.410772577	0	0.40015012	0.00977
وزن شرکت در پرتفو 3	0.14314	0.36234	0.135582518	0.358940849	0	0.41484386	0.0161417
وزن شرکت در پرتفو 4	0.07811	0.41114	0.203639833	0.307109121	0	0.42953759	0.0229517
وزن شرکت در پرتفو 5	0.01309	0.45993	0.271697148	0.255277392	0	0.44423133	0.029902
وزن شرکت در پرتفو 6	0	0.49554	0.35654257	0.147919844	0	0.45892506	0.0418269
وزن شرکت در پرتفو 7	0	0.52782	0.445620559	0.02656329	0	0.4736188	0.0624061
وزن شرکت در پرتفو 8	0	0.38465	0.615347268	0	0	0.48831253	0.0876076
وزن شرکت در پرتفو 9	0	0.19233	0.807673634	0	0	0.50300627	0.1174642
وزن شرکت در پرتفو 10	0	0	1	0	0	0.5177	0.1492916

شکل ۳-۶) پرتفویهای بهینه سرمایه گذار ریسک گریز

نام شرکت	سیمان تهران	سیمان غرب	سیمان اصفهان	ملی صنایع مس ایران	نوسازی و ساختمان تهران	توسعه ساختمان	پاما	بازده پرتفوی	ریسک پرتفوی
وزن شرکت در پرتفو 1	0	0.26432	0.252678	0	0.010885763	0.4692697	0.00285	0.38209267	0.0053034
وزن شرکت در پرتفو 2	0	0.22139	0.303614	0.05367649	0	0.4213196	0	0.39716016	0.0086161
وزن شرکت در پرتفو 3	0	0.15471	0.353652	0.123464894	0	0.3681695	0	0.41222764	0.0149586
وزن شرکت در پرتفو 4	0	0.08804	0.403689	0.193253299	0	0.3150194	0	0.42729512	0.0219
وزن شرکت در پرتفو 5	0	0.02136	0.453727	0.263041703	0	0.2618693	0	0.4423626	0.0290137
وزن شرکت در پرتفو 6	0	0	0.492253	0.347479507	0	0.160267	0	0.45743008	0.0400613
وزن شرکت در پرتفو 7	0	0	0.525353	0.438823262	0	0.0358237	0	0.47249756	0.0607002
وزن شرکت در پرتفو 8	0	0	0.394437	0.605563336	0	0	0	0.48756504	0.0861794
وزن شرکت در پرتفو 9	0	0	0.197218	0.802781668	0	0	0	0.50263252	0.1166737
وزن شرکت در پرتفو 10	0	0	0	1	0	0	0	0.5177	0.1492916



شکل ۳-۷) مرز کارا برای سرمایه گذار ریسک پذیر



شکل ۳-۸) مرز کارا برای سرمایه گذار ریسک گریز

۶- نتیجه گیری و بحث

پس از مطالعات فراوان متون و تحقیقات گذشته به منظور یافتن معیارهای اثرگذار بر کارایی شرکت ها و نیز مشورت با خبرگان جمعا ۱۵ نسبت مالی به عنوان معیارهای تصمیم گیری انتخاب شدند. با توجه به وجود وابستگی خطی و همبستگی میان بعضی از این نسبت ها و امکان تلخیص ساختار اولیه به ساختاری با تعداد معیار و نسبت مالی کمتر که توانایی تبیین و توضیح تغییرات ساختار اولیه را به اندازه کافی دارا هستند، با انجام تحلیل عاملی در دو مرحله تعداد نسبت های مالی را به عنوان معیارهای تصمیم گیری به ۸ نسبت کاهش دادیم. پس از تعیین متغیرهای مستقل تاثیرگذار بر روی کارایی شرکت ها با در نظر گرفتن این ابعاد چندگانه و با اعمال محدودیت های کنترل وزن نسبی در مدل CCR مضربی ورودی محور کارایی شرکت ها را برای دو دسته سرمایه گذار ریسک گریز و ریسک پذیر محاسبه کرده و شرکت هایی با کارایی یک را

به عنوان مجموعه کارا برای مرحله بعدی در نظر گرفتیم. در گام بعدی با استفاده از مدل مارکوویتز و از میان مجموعه کارایی گام قبلی پرتفویهای بهینه خود را تشکیل دادیم. در این مرحله با توجه به اینکه انتخاب های ما برای تشکیل پرتفویهای بهینه از میان شرکت های مجموعه کارا گام قبلیست، اشکال اساسی که به مدل مارکوویتز گرفته می شود که همان در نظر نگرفتن سایر شاخص ها در فرایند تصمیم گیری می باشد، رفع شده است.

از جمله مشکلات و محدودیت هایی که این تحقیق با آن روبرو شده عبارت اند از:

- عدم وجود اطلاعات و منابع فارسی در خصوص تحلیل عاملی
- جمع آوری داده های مورد نیاز و ناقص بودن منابع موجود در سایت شرکت بورس یکی دیگر از مشکلات تحقیق حاضر به شمار می رود.

فهرست منابع

- * اکبری, ف. ا. (۱۳۸۲). تجزیه و تحلیل صورت های مالی. تهران: انتشارات نی.
- * تهرانی, ر. نوربخش, ع. (۱۳۸۶). مدیریت سرمایه گذاری چالز پی جونز. انتشارات نگاه دانش
- * شهدایی, س. م. (۱۳۸۴). تحلیل بنیادی در بازار سرمایه. تهران: نشر چالش.
- * راعی, رضا و علی سعیدی, مبانی مهندسی مالی و مدیریت ریسک, انتشارات سمت, ۱۳۸۳, ص. ۱۳۷.
- * راعی, رضا و تلنگی, احمد, ۱۳۸۳, مدیریت سرمایه گذاری پیش رفته, انتشارات سمت.
- * مهرگان, محمدرضا. (۱۳۸۳). مدل های کمی در ارزیابی عملکرد سازمان ها (تحلیل پوششی داده ها), تهران
- * Bowlin, W. F. (1999). An Analysis of the Financial Performance of Defense Business Segments Using Data Envelopment Analysis, *Journal of Accounting and Public Policy*, 18, 287-310.
- * Basso, A. and Funari, S. (2001). A Data Envelopment Analysis Approach to Measure the Mutual Fund Performance, *European Journal of Operational Research*, 135, 477-492.
- * Fama E.F.; 1965; The Behavior of Stock Market Prices; *J. Business*; Vol. 38; pp. 34-105.
- * Haslem, J. M. and Scheraga, C. A. (2003). Data Envelopment Analysis of Morningstar's Large-cap Mutual Funds, *The Journal of Investing*, Winter, 41-48.
- * Markowitz H.M.; 1959; Portfolio selection: efficient diversification of investments; New York: Wiley.
- * Mandelbrot B.B.; 1963; The Variation of Certain Speculative Prices; *Journal of Business*; Vol. 36; pp. 394-419.
- افراد خبره و متخصصی که اطلاعات تئوریک و کاربردی در زمینه موضوع تحقیق داشته باشند کم بود.
- پایگاه های اطلاعاتی و نرم افزارهای موجود بازار مانند تدبیر و ره آورد نوین, اطلاعات کاملی ندارند لذا محقق می بایستی بسیاری از اطلاعات را از صورتهای مالی و یا گزارشات بورس استخراج و محاسبه نماید.
- با ابلاغ سیاست های اصل ۴۴ قانون اساسی و ورود شرکت های جدید باعث افزایش جامعه شرکت های بورسی در آینده بسیار نزدیک می شود لذا بهره گیری از مدل های انتخاب و غربال سهام برای اعتبار سنجی شرکت ها و سرمایه گذاری موفق بسیار ضروری می باشد. به همین منظور پیشنهادات ذیل ارائه می گردد:
- اضافه نمودن معیارهای جدید مانند نقدشوندگی, سهام شناور, مدت زمان توقف نماد, نرخ بهره بدون ریسک و سایر نسبت های مالی می تواند کارامدی مدل را افزایش دهد.
- تعریف معیارهای جدیدی مانند تصویر شرکت , برند و استفاده از آنها در مدل می تواند کارامدی مدل را افزایش دهد.
- استفاده از سایر فنون تصمیم گیری مانند Electre, Topsis و ارزیابی کارامدی آنها در مقایسه با مدل پیشنهادی
- تلفیق مدل هایی مانند AHP با مدل DEA به منظور محاسبه وزن نسبی معیارهای تصمیم برای انواع سرمایه گذران

- * Powers, J. and McMullen, P. R. (2000). Using Data Envelopment Analysis to Select
- * Efficient Large Market Cap Securities, Journal of Business and Management, 7, 31-42.
- * Peterson, P., Fabozzi, F. (2006). Analysis of Financial Statements. John Wiley.
- * Reily, F., Brown, K. (2003). Investment Analysis Portfolio Management. John Wiley.
- * Szego Giorgio; 2005; Measures of risk; European Journal of Operation Research; 163; 5-19
- * T. W. Anderson, (1958): introduction to multivariate statistical Analysis, New York, John Wiley & sons.
- * Xidonas, P., Ergazakis, E., Metaxiotis, D. (2009). On the selection of equity securities: An expert system methodology and an application on the Athens Stock Exchange. Expert Systems with Applications, Vol. 36, pp. 3187-3203.

یادداشت‌ها

¹ Xidonas توضیحات مربوطه در بخش های قبلی آورده شده است.