

## پیش‌بینی نوسانات بازارهای آتی‌های نفت با استفاده از مدلهای گارچ و مدل‌های تغییر رژیم مارکوف گارچ

مرتضی بکی حسکوئی<sup>۱</sup>

فاطمه خواجهوند<sup>۲</sup>

تاریخ پذیرش: ۹۳/۲/۱۵

تاریخ دریافت: ۹۲/۱۲/۲۰

### چکیده

در این مقاله مجموعه‌ای از مدل‌های مختلف GARCH استاندارد با گروهی از مدل‌های تغییر رژیم مارکوف گارچ (MRS-GARCH) براساس توانایی آنها در پیش‌بینی نوسانات بازارهای آتی‌های نفت در افق‌های زمانی یک روزه تا یک ماهه مقایسه می‌شود. به منظور صحت گذاشتن بر ثبات بیش از اندازه‌ای که معمولاً در مدل‌های GARCH یافت می‌شود و بیانگر پیش‌بینی‌های نوسانات بسیار بالا و بسیار نامحسوس می‌باشد، پارامترهای مدل‌های MRS-GARCH که بین رژیم با نوسان بالا و پایین جابه‌جا می‌شوند، مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرند. برای پسماندها دو توزیع شرطی دنباله پهن و گوسی فرض می‌شود، و درجه آزادی می‌تواند برای ثبت احتمال کشیدگی متغیر به زمان وابسته به حالت باشد. عملکرد پیش‌بینی مدل‌های رقیب توسط توابع زیان آماری مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. براساس این توابع، آزمون‌های برابری توانایی پیش‌بینی نوع دیبولد-ماریانو و برتری توانایی پیش‌بینی، مانند بررسی واقعیت وایت و تست SPA هانسن بکار می‌رود. تجزیه تحلیل‌های تجربی نشان می‌دهد که طبق مجموعه گسترده‌ای از توابع زیان آماری مدل‌های MRS-GARCH عملکرد بهتری نسبت به مدل‌های GARCH استاندارد در پیش‌بینی نوسانات در افق‌های زمانی کوتاه‌تر دارند و در افق‌های زمانی طولانی‌تر مدل‌های GARCH نامتقارن استاندارد بهتر عمل می‌کنند. براساس این آزمون‌ها وجود مدل بهتر از MRS-GARCH-t رد می‌شود.

**واژه‌های کلیدی:** مدل‌های تغییر رژیم مارکوف گارچ (MRS-GARCH)، مدل‌های GARCH، نوسانات، پیش‌بینی، ارزیابی پیش‌بینی، توزیع‌های دنباله پهن.

۱- استادیار دانشکده اقتصاد دانشگاه علامه طباطبائی e\_khajevand@yahoo.com

۲- کارشناس ارشد مهندسی مالی دانشگاه رجا (مسئول مکاتبات) baky@email.com

## ۱- مقدمه

با توجه به نقش حیاتی نوسانات در بازارهای مالی، طی سالهای اخیر توجه چشمگیری به تجزیه و تحلیل پیش‌بینی نوسانات شده است. مدیران پرتفوی، معامله‌گران اختیار و بازارگردان‌ها، همگی علاقمند به پیش‌بینی نوسانات، با یک سطح مناسب از دقت و صحت، برای کسب سود بالاتر یا موقعیت ریسکی کمتر می‌باشند.

تاکنون، مدل‌های بسیاری مطرح شده است، اما در بین آنها مدل‌های GARCH بالرسلو (۱۹۸۶)<sup>۱</sup> که شکل تعمیم یافته مدل‌های ARCH انگل (۱۹۸۲)<sup>۲</sup> است از شهرت بالاتری برخوردار هستند. محبوبیت این مدل‌ها از ساختار بسیار انعطاف‌پذیر و کمک به درک برخی از ویژگی‌های خاص سری‌های زمانی مالی مانند خوشه‌بندی نوسانات، ناشی می‌شود. معمولاً مدل‌های GARCH می‌توانند پدیده نوسانات متغیر در طول زمان طی یک دوره طولانی را در نظر بگیرند (فرنج و همکاران، ۱۹۸۷، فرانسس و وان دجک، ۱۹۹۶)<sup>۳</sup> و برآوردهای درون نمونه‌ای خیلی خوب ارائه دهند.

گذشته از این، چنان‌که اندرسون و بالرسلو (۱۹۹۸)<sup>۴</sup> استدلال می‌کنند، مدل‌های GARCH واقعاً پیش‌بینی‌های نوسانات خوبی ارائه می‌دهند، هرچند ممکن است حالتی پیش‌آید که محققان بتوانند برآزش درون نمونه‌ای خوبی بدست آورند اما عملکرد پیش‌بینی خیلی ضعیف باشد. این قدرت پیش‌گویی ضعیف در پیش‌بینی نوسانات می‌تواند ناشی از دو عامل اشتباه در قضاوت، مانند عمل مقایسه پیش‌بینی‌های مدل با یک مقیاس ضعیف و کوچک برای نوسانات گذشته‌نگر و انتخاب نادرست توابع زیان آماری باشد.

یکی از اهداف اصلی تحقیق حاضر نشان دادن نگرانی‌های احتمالی درباره توانایی پیش‌بینی مدل‌های GARCH می‌باشد که در نتیجه تداوم بیش از حد شوک‌های منفرد در نوسانات تخمین زده شده، به وجود می‌آیند.

بازده‌های مالی جهش‌های ناگهانی را نمایش می‌دهند که نه فقط بعثت شکست‌های ساختاری<sup>۵</sup> در اقتصاد است بلکه همچنین تغییر در انتظارات اپراتورها در مورد آینده که می‌تواند از اطلاعات مختلف یا ترجیحات و الویت‌های غیر مشابه سرچشمه بگیرد، دلیل آنها می‌باشد. نوسانات واقعی تحت تأثیر شوک‌های زیادی می‌باشند که هیچ یک از آنها برای مدت طولانی تداوم ندارند. مدل‌های GARCH معمولاً پایداری نوسانات بالایی را از خود نشان می‌دهند. لمورکس و لاسترپس (۱۹۹۰)<sup>۶</sup> این پایداری را به احتمال وجود شکست‌های ساختاری در واریانس نسبت می‌دهند. آنها بیان می‌کنند که تغییرات در واریانس غیر شرطی احتمالاً منجر به تخمین‌های اشتباه از پارامترهای GARCH می‌شود به نحوی که دلالت بر پایداری دارد. بنابراین یک مدل نوسانی خوب به منظور پیش‌بینی بهتر می‌بایست برخورد متفاوت با شوک‌ها داشته باشد.

بنا بر دلایل ذکر شده در تحقیق حاضر مدل‌های GARCH با یک ساختار تغییر رژیم ترکیب می‌شوند و وجود دو رژیم نوسانی مختلف که با سطح متفاوتی از نوسانات مشخص می‌شوند را نتیجه می‌دهد. در هر دو رژیم نوسانی یک الگو GARCH گونه دنبال می‌شود، به طریقی که از وابسته بودن واریانس واقعی به کل اطلاعات اجتناب می‌کند، طبق نتایج گری (۱۹۹۶) و کلاس (۲۰۰۲)<sup>۷</sup>.

ویژگی که باعث تفاوت مدل‌های MRS-GARCH و مدل‌های GARCH می‌شود بیان کاملاً

۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

بعنوان معیار سنجش ریسک در مدیریت ریسک، نوسانات توجه زیادی را از سوی محققین در سالهای اخیر به خود جلب کرده‌اند و ادبیات گسترده‌ای در مورد این مطلب شکل گرفته است.

با اینکه موفقیت مدل‌های نوع GARCH در توصیف بسیاری از ویژگیهای نوسانات اثبات شده است، اما این مدلها عاری از مشکل نمی‌باشند. در مطالعات تجربی عموماً فرض می‌شود، پارامترهای مدل‌های GARCH در طول زمان ثابت هستند. با این حال، توزیع شرطی بازده‌های مالی بین دوره‌های رکود اقتصادی و توسعه تفاوت دارند (پرز-کیورس و تیمرمن، ۲۰۰۰)<sup>۱۱</sup>. علاوه بر این، مدل‌های GARCH غالباً بر تداوم بالای نوسانات شوکهای منفرد دلالت دارند. لمورکس و لاستریس (۱۹۹۰) استدلال می‌کنند که تداوم بالا در نوسانات ممکن است بعلت تغییرات ساختاری در فرآیند واریانس باشد. پیرو این ایده، کای (۱۹۹۴) و همیلتون و ساسمل (۱۹۹۴)<sup>۱۲</sup> به طور جداگانه مدل تغییر رژیم مارکوف‌آرچ (MRS-ARCH) که ترکیبی از مدل مارکوف همیلتون (۱۹۹۰-۱۹۸۹) با مشخصات ARCH می‌باشد را ارائه کردند. مدل MRS-ARCH جهت ثبت تغییرات رژیم در نوسانات با متغیر غیرقابل مشاهده حالت که از فرآیند زنجیره مارکوف مرتبه اول تبعیت می‌کند طراحی شد. به این معنا که، پارامترها در فرآیند ARCH مجاز به تغییر در حالت‌های مختلف هستند. اگرچه نشان داده شده است که مشخصات GARCH برای برازش داده‌های مالی بهتر است، کای (۱۹۹۴) و همیلتون و ساسمل (۱۹۹۴) مشخصات ARCH را جهت غلبه بر مشکل وابستگی مسیر نامتناهی که در مدل MRS-GARCH پدید

متضاد مفهوم نوسانات متغیر به زمان می‌باشد. درواقع، هنگامیکه مدل‌های GARCH نوسانات را بعنوان فرآیند ARMA توصیف می‌کنند، در نتیجه ترکیب مستقیم خطاها، مدل‌های MRS-GARCH ساختار یکسان برای نوسانات، به اضافه احتمال جهش‌های ناگهانی از رژیم متلاطم به حالت آرام و برعکس حفظ می‌کنند.

در این مقاله قیمت روزانه آبی‌های نفت خام WTI که در بورس تجاری نیویورک (NYMEX) معامله می‌شود، بکار برده شده است. نتایج نشان می‌دهند، طبق طیف گسترده‌ای از توابع زیان آماری و آزمون‌های برابری و برتری توانایی پیش‌بینی در افق‌های زمانی کوتاه مدت مدل MRS-GARCH-t عملکرد بالاتری در پیش‌بینی نوسانات دارد و در افق‌های زمانی بلند مدت مدل‌های GARCH نامتقارن بهتر عمل می‌کنند. نتایج بدست آمده در این تحقیق، مطالعات صورت گرفته توسط مارکوچی (۲۰۰۵)<sup>۸</sup>، بروکس و پرسند (۲۰۰۳)<sup>۹</sup> و استدلال‌های داکو و ساتچل (۱۹۹۹)<sup>۱۰</sup> را تأیید می‌کنند.

بخش‌های این مقاله به شرح زیر است: در قسمت دوم پایه نظری و نتایج مطالعات تجربی آورده شده است. قسمت سوم مقاله شامل معرفی مدل‌های تحقیق است. داده‌ها و روش شناسی در بخش چهارم مورد بحث قرار گرفته‌اند. در حالیکه، در بخش پنجم آزمون‌های مختلف برای ارزیابی پیش‌بینی‌های نوسانات یک روز، یک هفته، دو هفته و یک ماه جلوتر ارائه شده است. کلیه نتایج تجربی و بحث‌ها در بخش ۶ آورده شده‌اند و در پایان، نتیجه‌گیری و پیشنهادات در بخش ۷ مطرح گردیده است.

مدلهای نوع GARCH تک رژیمی در افق‌های کوتاه مدت می‌باشد، در حالیکه مدل GARCH استاندارد نامتقارن در افق طولانی‌تر بهتر است.

مهمت علی (۲۰۰۸)<sup>۱۴</sup> مدل‌های GARCH تک رژیمی و MRS-GARCH را برای تجزیه و تحلیل نوسانات بورس اوراق بهادار استانبول (ISE) در دوره ۱۹۹۷ تا ۲۰۰۷ مورد بررسی قرار داده است. استفاده از مدل‌های MRS-GARCH وجود دو رژیم نوسانی مختلف در بازار سهام ترکیه را نشان می‌دهد. همچنین این مدلها تداوم بالا را در مدل‌های GARCH تک رژیمی کاهش می‌دهند. سلسو بروتتی و همکارانش (۲۰۰۸)<sup>۱۵</sup> برای تجزیه و تحلیل بحران/آشفته‌گی نرخ ارز در کشورهای فیلیپین، تایلند، مالزی و سنگاپور مدل MRS-GARCH را انتخاب نموده‌اند. این رویکرد شامل مدلسازی میانگین شرطی و واریانس شرطی تغییرات نرخ ارز بطور مشترک می‌باشد. نتایج نشان می‌دهد که بازار سهام شاخص‌های بخش بانکداری، همراه با نرخ ارز مؤثر واقعی، نقش مهمی در درک آشفته‌گی‌های نرخ ارز دارند و قادر به تشخیص رژیم‌های پر تلاطم و آرام می‌باشند.

نیکوس و پانوس (۲۰۱۰)<sup>۱۶</sup> عملکرد مدل‌های تغییر رژیم در پیش‌بینی نوسانات و ارزش در معرض ریسک (VaR) در بازارهای انرژی را مورد بررسی قرار دادند. با توجه به اینکه کشیدگی مازاد، چولگی وخوشه بندی نوسانات از ویژگی‌های برجسته تغییرات قیمت نفت می‌باشند، آنها دریافتند که هر دو مدل‌های MRS-GARCH و MIX-GARCH گزینه‌های مناسبی برای مدلسازی و پیش‌بینی ریسک می‌باشند. نتایج آنها نشان داد که مدل‌های مذکور در ثبت تداوم نوسانات از مدل‌های GARCH بهتر هستند.

آمده است، به کار بردند. از سوی دیگر، گری (۱۹۹۶) رویکرد جدیدی را پیشنهاد داد که تخمین قابل کنترل از مدل MRS-GARCH را ممکن می‌سازد و مشکل وابستگی مسیر نامتناهی را از بین می‌برد. همچنین، داکر (۱۹۹۷) رویکرد مشابهی مانند گری (۱۹۹۶) برای غلبه بر مسئله وابستگی مسیر نامتناهی اتخاذ کرد و چندین مدل MRS-GARCH مختلف معرفی نمود. کلاسن (۱۹۹۸) مدل MRS-GARCH گری را اصلاح نمود و بیان کرد که مشخصات مدل وی عملکرد پیش‌بینی مدل‌های MRS-GARCH را بهبود می‌بخشد. در دهه اخیر، هاس، میتنیک و پاولیلا (۲۰۰۴)<sup>۱۳</sup> روش جدیدی متفاوت از رویکرد گری (۱۹۹۶) پیشنهاد کردند و ادعا نمودند که کنترل‌های تحلیلی از مدل جدید آنها اصل شرایط مانایی و خواص پویا را در نظر می‌گیرد.

همیلتون و ساسمل (۱۹۹۴) بازده‌های هفتگی شاخص بورس سهام نیویورک طی دوره ۱۹۶۲ تا ۱۹۸۷ را برای آزمون مدل MRS-GARCH خود با دو تا چهار رژیم بکار بردند. آنها نشان دادند که مشخصات MRS-GARCH برای برآزش داده‌ها، پیش‌بینی نوسانات و کاهش پایداری نوسانات از مدل‌های نوع GARCH تک رژیمی بهتر است.

مارکوچی (۲۰۰۵) مجموعه‌ای از مدل‌های GARCH، EGARCH و GJR را با گروهی از مدل‌های MRS-GARCH از لحاظ توانایی آنها در پیش‌بینی نوسانات S&P500 طی دوره ۱۹۸۸ تا ۲۰۰۳ از یک روز تا یک ماه مقایسه نمود. همچنین، وی توزیع‌های نرمال،  $t$  استیودنت و توزیع خطا تعمیم یافته را برای جملات خطا در نظر گرفت. یافته اصلی مارکوچی (۲۰۰۵) این است که عملکرد پیش‌بینی مدل‌های MRS-GARCH بطور معناداری بهتر از



### ۳- مدل‌های پژوهش و متغیرهای آن

#### ۳-۱- مدل‌های GARCH

فرض می‌کنیم  $P_t$  قیمت آتی‌های محصول نفتی تحت مطالعه می‌باشد و  $r_t$  نرخ بازده متناظر با آن، بصورت (درصد) نرخ بازده مرکب پیوسته تعریف می‌شود:

$$r_t = 100[\log(p_t) - \log(p_{t-1})] \quad (1)$$

که  $t = -R+1, \dots, n$  مشاهدات روزانه است. دوره نمونه متشکل از یک دوره برآورد (یا درون نمونه ای) با  $R$  مشاهده ( $t = -R+1, \dots, 0$ ) و یک دوره ارزیابی (یا برون نمونه ای) با  $n$  مشاهده ( $t = 1, \dots, n$ ) می‌باشد. مدل  $GARCH(1,1)$  را برای سری‌های بازده‌ها  $r_t$  بصورت زیر می‌توان نوشت:

$$r_t = \delta + \varepsilon_t = \delta + \eta_t \sqrt{h_t} \quad (2)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1} \quad (3)$$

که  $\alpha_0 > 0$ ،  $\alpha_1 \geq 0$  و  $\beta_1 \geq 0$  مثبت بودن واریانس شرطی را تضمین می‌کنند، و فرآیند خطا بصورت یک فرایند i.i.d. با میانگین صفر و واریانس واحد ( $\eta_t$ ) در جذر واریانس شرطی نشان داده می‌شود.

به منظور فائق آمدن بر چولگی که اغلب در بازده های مالی با آن مواجه می‌شوند، نلسون (۱۹۹۱)<sup>۱۷</sup> مدل گارچ نمایی (EGARCH) را معرفی نمود که لگاریتم واریانس شرطی بدون هیچ محدودیتی برای پارامترها بصورت زیر مدل‌سازی می‌شود:

(۴)

$$\ln(h_t) = \alpha_0 + \alpha_1 \left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}} \right| + \xi \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}} + \beta_1 \ln(h_{t-1})$$

گلاستن، جگنزان و رانکل (۱۹۹۳)<sup>۱۸</sup> مدل GARCH تعدیل شده یا GJR را برای توضیح «اثر اهرمی»<sup>۱۹</sup> پیشنهاد کردند. این یک مدل GARCH نامتقارن است که به واریانس شرطی امکان واکنش به شوکهای مثبت و منفی را می‌دهد و بصورت زیر تعریف می‌شود:

(۵)

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 [1 - I_{\{\varepsilon_{t-1} > 0\}}] + \xi \varepsilon_{t-1}^2 I_{\{\varepsilon_{t-1} > 0\}} + \beta_1 h_{t-1}$$

که  $I_{\{\omega\}}$  تابع مشخصه بوده، هنگامیکه  $\omega$  درست باشد برابر یک و در غیر اینصورت برابر صفر است. یکی دیگر از یافته های GARCH خصوصیت «لپتوکرتوسی»<sup>۲۰</sup> توزیع تجربی بازده های مالی است. به منظور ایجاد توزیع های دنباله دار محققان توزیع خطای تعمیم یافته (GED) یا توزیع t استیودنت را برگزیدند. بنابراین علاوه بر فرض گوسی سنتی، خطاهای  $\varepsilon_t$  براساس توزیع GED یا t استیودنت توزیع می‌شود. اگر توزیع t استیودنت با  $\nu$  درجه آزادی فرض شود، تابع چگالی احتمال<sup>۲۱</sup> ( $\text{pdf}$ )  $\varepsilon_t$  بصورت زیر است:

(۶)

$$f(\varepsilon_t) = \frac{\Gamma(\frac{\nu+1}{2})}{\sqrt{\pi} \Gamma(\frac{\nu}{2})} (\nu - 2)^{-\frac{1}{2}} (h_t)^{-\frac{1}{2}} \left[ 1 + \frac{\varepsilon_t^2}{h_t(\nu-2)} \right]^{-\frac{(\nu+1)}{2}}$$

در حالیکه  $\Gamma(\cdot)$  تابع گاما و  $\nu$  پارامتر درجه آزادی (یا وضعیت)<sup>۲۲</sup> است، که باید بزرگتر از دو باشد تا گشتاور مرتبه دوم وجود داشته باشد. با توزیع GED تابع چگالی فرآیند خطا بصورت زیر می‌شود:

$$f(\varepsilon_t) = \frac{\nu \exp\left[-\left(\frac{1}{2}\right) \left| \frac{\varepsilon_t}{\lambda h_t^{1/2}} \right|^\nu\right]}{h_t^{1/2} \lambda 2^{(1+1/\nu)} \Gamma(\frac{1}{\nu})} \quad (7)$$

در حالیکه  $f(\cdot)$  یکی از توزیع های شرطی نرمال  $(N)$ ،  $t$  استودنت یا GED فرض می شود،  $\theta_t^{(i)}$  بردار پارامترها را در  $i$  امین رژیم نشان می دهد که توزیع را توصیف می کند.

$P_{1,t} = Pr[s_t = 1 | \zeta_{t-1}]$  احتمال آینده نگر<sup>۲۸</sup> است و  $\zeta_{t-1}$  مجموعه اطلاعات در زمان  $t-1$  را نشان می دهد، که براساس متغیرهای مشاهده شده در زمان  $t-1$  بدست می آید. به بیان دقیق تر، بردار پارامترهای متغیر به زمان به سه جزء تجزیه می شود:

$$\theta_t^{(i)} = (\mu_t^{(i)}, h_t^{(i)}, v_t^{(i)}) \quad (11)$$

که  $\mu_t^{(i)} \equiv E(r_t | \zeta_{t-1})$  میانگین شرطی (یا پارامتر موقعیت)،  $h_t^{(i)} \equiv Var(r_t | \zeta_{t-1})$  واریانس شرطی (یا پارامتر مقیاس)،  $v_t^{(i)}$  پارامتر وضعیت توزیع شرطی است.<sup>۲۹</sup> بنابراین، گروه توابع چگالی  $r_t$  در شکل کلی گروه موقعیت-مقیاس با پارامترهای وضعیت متغیر به زمان می باشد.

از این رو، MRS-GARCH از چهار عنصر تشکیل می شود: میانگین شرطی، واریانس شرطی، فرآیند رژیم و توزیع شرطی. معادله میانگین شرطی، که براساس گام تصادفی همراه یا بدون جا به جایی<sup>۳۰</sup> شکل گرفته است، به صورت زیر نمایش داده می شود:

$$r_t = \mu_t^{(i)} + \varepsilon_t = \delta^{(i)} + \varepsilon_t \quad (12)$$

که  $\varepsilon_t = \eta_t \sqrt{h_t}$  و  $i=1,2$  و  $\eta_t$  فرآیند با میانگین صفر و واریانس واحد. تمرکز ما بر روی پیش بینی نوسانات، دلیل اصلی این انتخاب است.

واریانس شرطی  $r_t$ ، مسیر کلی رژیم را نشان می دهد (توسط اقتصادسنج ها مشاهده نشده است)  $h_t^{(i)} = V[\varepsilon_t | \delta_t, \zeta_{t-1}]$ ،  $\delta_t = (s_t, s_{t-1}, \dots)$  برای این

با  $\lambda \equiv \left[ \frac{2^{-2/v} \Gamma(1/v)}{\Gamma(3/v)} \right]^{1/2}$ ، در حالیکه  $\Gamma(\cdot)$  تابع

گاما،  $v$  پارامتر ضخامت دنباله<sup>۳۳</sup> است،  $0 < v \leq \infty$  و ضخامت دنباله توزیع را در مقایسه با حالت نرمال نشان می دهد. هنگامیکه پارامتر وضعیت  $v=2$  است، GED توزیع نرمال استاندارد می شود، اگر  $v < 2$  و  $v > 2$  توزیع به ترتیب دنباله ضخیم تر و نازک تر از توزیع نرمال دارد.

### ۳-۲ مدل های تغییر رژیم مارکوف گارچ<sup>۳۴</sup>

اصلی ترین ویژگی مدل های تغییر رژیم این است که کل یا برخی از پارامترهای مدل امکان جا به جایی بین رژیم های مختلف را براساس فرآیند مارکوف دارند که توسط متغیر حالت  $s_t$  کنترل می شوند. متغیر حالت مشاهده نشده طبق فرآیند مرتبه اول مارکوف با احتمال انتقال زیر استنتاج می شود:

$$Pr = (s_t = j | s_{t-1} = i) = p_{ij} \quad (8)$$

که احتمال جا به جایی از وضعیت  $i$  در زمان  $t-1$  به وضعیت  $j$  در زمان  $t$  را نشان می دهد. معمولاً این احتمالات بصورت ماتریس انتقال<sup>۳۵</sup> دسته بندی می شوند:

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{21} \\ p_{12} & p_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p & (1-q) \\ (1-p) & q \end{bmatrix} \quad (9)$$

برای سادگی تنها دو رژیم در نظر گرفته می شود. احتمال ارگودیک<sup>۳۶</sup> (احتمال غیر شرطی) در حالت  $s_{t=1}$  به صورت  $\pi_1 = (1-p)/(2-p-q)$  محاسبه می شود.

در فرم کلی مدل MRS-GARCH بصورت زیر نوشته می شود:

$$(10)$$

$$r_t | \zeta_{t-1} \sim \begin{cases} f(\theta_t^{(1)}) & \text{W.P. } P_{1,t} \\ f(\theta_t^{(2)}) & \text{W.P. } (1 - P_{1,t}) \end{cases}$$

$$h_{t-1} = E_{t-2} \{h_{t-1}^{(j)}\} = p_{1,t-1} \left[ (\mu_{t-1}^{(1)})^2 + h_{t-1}^{(1)} \right] + (1 - p_{1,t-1}) \left[ (\mu_{t-1}^{(2)})^2 + h_{t-1}^{(2)} \right] - [p_{1,t-1} \mu_{t-1}^{(1)} + (1 - p_{1,t-1}) \mu_{t-1}^{(2)}]^2 \quad (14)$$

که  $j=1,2$ . اشکال اصلی توضیحات ذکر شده سختی پیش‌بینی نوسانات است، چرا که پیش‌بینی نوسانات چند مرحله رو به جلو<sup>۳۲</sup> بسیار پیچیده است. داکر (۱۹۹۷) از یک رویه نزولی در الگوریتم کیم (۱۹۹۴) برای غلبه بر مشکل وابستگی مسیر استفاده کرد، اما چارچوبی مشابه گری (۱۹۹۶) اتخاذ کرد.

کلیه این مدلها توسط لین (۱۹۹۸) یکپارچه شدند، او مشخصات پیش‌رو را برای انحراف استاندارد شرطی  $\sigma_t$  ارائه کرده است:

$$\frac{\sigma_{t-1}^v - 1}{v} = \omega_{st_1} + \alpha_{st_2}(L)_p \tilde{\sigma}_{t-1}^v |f(\varepsilon_{t-1})|^\omega - \lambda_{st_2} \tilde{\sigma}_{t-1}^v |f(\varepsilon_{t-1})|^\omega \frac{\varepsilon_{t-1}}{|\varepsilon_{t-1}|} + \beta_{st_3}(L)_q \left[ \frac{\tilde{\sigma}_{t-1}^v - 1}{v} \right] \quad (15)$$

که  $t_1, t_2, t_3 \leq t$ ، بیانگر امید شرطی  $\sigma_t$ ، عملگر وقفه  $L$  با رتبه  $p$  و  $q$  به ترتیب، می‌باشند و  $f(\varepsilon_t) = \varepsilon_t - \gamma$ . لین (۱۹۹۸) برای اجتناب از وابستگی مسیر رویکرد گری (۱۹۹۶) را دنبال کرد.

کلاس درسال (۲۰۰۲) استفاده از امید شرطی واریانس شرطی وقفه دار را همراه با مجموعه‌ای وسیع تر از اطلاعات گری (۱۹۹۶) پیشنهاد نمود. وی به منظور ادغام رژیم‌های گذشته، عبارت زیر را برای واریانس شرطی اتخاذ کرد:

$$h_t^{(i)} = \alpha_0^{(i)} + \alpha_1^{(i)} \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1^{(i)} E_{t-1} \{h_{t-1}^{(i)} | s_t\} \quad (16)$$

واریانس شرطی عبارت  $GARCH(1,1)$  گونه فرض می‌شود:

$$h_t^{(i)} = \alpha_0^{(i)} + \alpha_1^{(i)} \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1^{(i)} h_{t-1} \quad (13)$$

که  $h_{t-1}$  میانگین مستقل از حالت واریانس‌های شرطی گذشته می‌باشد. در واقع، در یک موقعیت تغییر رژیم، مدل  $GARCH$  با واریانس شرطی گذشته وابسته به حالت غیر قابل قبول می‌باشد.

واریانس شرطی به اطلاعات قابل مشاهده  $\varepsilon_{t-1}$ ، رژیم جاری  $s_t$  که همه پارامترها راتعین می‌کند و تمام حالت‌های گذشته  $s_{t-1}$  وابسته می‌باشد. این نیازمند تلفیق بسیاری از مسیرهای رژیم (غیر قابل مشاهده) می‌باشد که بصورت نمایی با سایز نمونه رشد می‌کند و مدلی را ارائه می‌دهد که غیر قابل کنترل و تخمین می‌باشد. بنابراین، برای اجتناب از اینکه واریانس شرطی تابعی از کلیه حالت‌های گذشته باشد نیاز به یک ساده سازی است.

کای (۱۹۹۴) و همیلتون و ساسمل (۱۹۹۴) اولین افرادی هستند که برای متذکر ساختن این اشکال رویکرد تغییر رژیم را تنها با مدل‌های ARCH ترکیب کردند، بدین معنی که عبارت  $GARCH$  را از معادله (۱۳) حذف کردند. با این وجود کای (۱۹۹۴) و همیلتون و ساسمل (۱۹۹۴) دریافتند که وقفه‌های زیادی لازم است تا چنین فرآیندی محسوس و قابل پیش‌بینی شود. برای اجتناب از مشکلات وابسته به مسیر، گری (۱۹۹۶) پیشنهاد کرد مسیر رژیم مشاهده نشده  $s_{t-1}$  را در عبارت  $GARCH$  معادله (۱۳) با استفاده از امید شرطی واریانس گذشته بگنجانند. گری (۱۹۹۶) اطلاعات قابل مشاهده در زمان  $t-2$  را بکار برد که بصورت زیر نشان داده می‌شود:

بنابراین، پیش‌بینی‌های نوسان چند مرحله رو به جلو به عنوان میانگین وزنی پیش‌بینی‌های نوسان چند مرحله رو به جلو در هر رژیم محاسبه می‌شود، که وزن‌ها احتمالات پیش‌بینی شده هستند. پیش‌بینی نوسان هر رژیم توسط فرمولی GARCH گونه بدست می‌آید که امید نوسان دوره گذشته با وزن دادن به نوسانات رژیم قبلی همراه با احتمالات (۱۸) معین می‌شود. در حالت کلی، برای محاسبه پیش‌بینی‌های نوسان فیلتر احتمال در  $\tau$  دوره جلوتر  $\Pr(s_{t+\tau} = i | \zeta_t) = p_{i,t+\tau} = P^\tau p_{i,t}$  نیاز است.

معمولاً، در مطالعات تغییر رژیم مارکوف برای تخمین پارامترهای متعدد برآورد حداکثر درستنمایی استفاده می‌شود. جزء ضروری، احتمال آینده‌نگر  $p_{1,t} = \Pr[S_t = 1 | \zeta_{t-1}]$  است که به عنوان مثال احتمال بودن در رژیم اول در زمان  $t$  با توجه به اطلاعات در زمان  $t-1$  می‌باشد و بصورت زیر مشخص می‌شود:

$$(21)$$

$$p_{1,t} = \Pr[S_t = 1 | \zeta_{t-1}] = (1-q) \left[ \frac{f(r_{t-1} | s_{t-1}=2)(1-p_{1,t-1})}{f(r_{t-1} | s_{t-1}=1)p_{1,t-1} + f(r_{t-1} | s_{t-1}=2)(1-p_{1,t-1})} \right] + p \left[ \frac{f(r_{t-1} | s_{t-1}=1)p_{1,t-1}}{f(r_{t-1} | s_{t-1}=1)p_{1,t-1} + f(r_{t-1} | s_{t-1}=2)(1-p_{1,t-1})} \right]$$

که  $p$  و  $q$  احتمالات انتقال در (۹) و (۹)  $f(\cdot)$  درستنمایی آمده در (۱۰) می‌باشد. بنابراین تابع راستنمایی لگاریتمی به صورت زیر است:

$$(22)$$

$$\ell = \sum_{t=-R+\omega+1}^{T+\omega} \log[p_{1,t} f(r_t | s_t = 1) + (1-p_{1,t}) f(r_t | s_t = 2)]$$

که امید ریاضی بدین صورت محاسبه می‌شود:

$$E_{t-1} \{h_{t-1}^{(i)} | s_t\} = \tilde{p}_{ii,t-1} [(\mu_{t-1}^{(i)})^2 + h_{t-1}^{(i)}] + \tilde{p}_{ji,t-1} [(\mu_{t-1}^{(j)})^2 + h_{t-1}^{(j)}] - [\tilde{p}_{ii,t-1} \mu_{t-1}^{(i)} + \tilde{p}_{ji,t-1} \mu_{t-1}^{(j)}]^2 \quad (17)$$

احتمالات بصورت زیر محاسبه می‌شود:

$$(18)$$

$$\tilde{p}_{ji,t} = \Pr(s_t = j | s_{t+1} = i, \zeta_{t-1}) = \frac{p_{ji} \Pr(s_t = j | \zeta_{t-1})}{\Pr(s_{t+1} = i | \zeta_{t-1})} = \frac{p_{ji} p_{j,t}}{p_{i,t+1}} \quad \text{که } i, j = 1, 2$$

تغییر رژیم GARCH کلاس (۲۰۰۲) دو برتری نسبت به سایر مدلها دارد. مدل او در محاسبه پایداری شوکهای نوسانات انعطاف پذیری بالاتری دارد. علاوه بر آن، این مدل عبارت‌های آسانی برای پیش‌بینی نوسانات چند مرحله‌رو به جلو دارد که می‌تواند بعنوان مدل‌های GARCH استاندارد به حساب آید.

بنابراین همبستگی متوالی در بازده‌ها وجود ندارد و پیش‌بینی نوسانات  $h$  مرحله رو به جلو در زمان  $t-1$  بصورت زیر بدست می‌آید:

$$(19)$$

$$\hat{h}_{T,T+h} = \sum_{\tau=1}^h \hat{h}_{T,T+\tau} = \sum_{\tau=1}^h \sum_{i=1}^2 \Pr(s_\tau = i | \zeta_{T-1}) \hat{h}_{T,T+\tau}^{(i)}$$

که  $\hat{h}_{T,T+h}$  پیش‌بینی نوسانات پیوسته  $T$  را برای  $h$  مرحله بعدی نشان می‌دهد، و  $\hat{h}_{T,T+\tau}^{(i)}$  پیش‌بینی نوسانات  $\tau$  مرحله رو به جلو در رژیم  $i$  که در زمان  $T$  بدست آمده است را نشان می‌دهد و بصورت زیر محاسبه می‌شود:

$$(20)$$

$$\hat{h}_{T,T+\tau}^{(i)} = \alpha_0^{(i)} + (\alpha_1^{(i)} + \beta_1^{(i)}) E_T \{h_{T,T+\tau-1}^{(i)} | s_{T+\tau}\}$$



که  $\omega = 0, 1, \dots, n$  و  $f(\cdot | s_t = i)$  توزیع شرطی وقوع رژیم  $i$  در زمان  $t$  می‌باشد.

#### ۴- روش‌شناسی پژوهش

مجموعه داده‌هایی که در این تحقیق مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرند، قیمت روزانه آتی‌های نفت خام WTI است که در بورس تجاری نیویورک (NYMEX)<sup>۳۴</sup> معامله شده است. دوره نمونه از ۱۴ فوریه، ۱۹۹۶ تا ۱۷ آوریل، ۲۰۱۲ (شامل ۴۰۳۲ مشاهده) می‌باشد. نمونه به دو بخش تقسیم می‌شود. ۳۵۲۸ مشاهده اولیه (از ۱۴ فوریه، ۱۹۹۶ تا ۱۵ آوریل، ۲۰۱۰) بعنوان درون نمونه برای اهداف برآورد و ۵۰۴ مشاهده باقیمانده (از ۱۶ آوریل، ۲۰۱۰ تا ۱۷ آوریل، ۲۰۱۲) بعنوان برون نمونه جهت اهداف ارزیابی پیش‌بینی مورد استفاده قرار می‌گیرند.

جدول (۱) برخی از آمارهای توصیفی بازده لگاریتمی قیمت‌های آتی‌های نفت خام WTI را نشان می‌دهد. میانگین بازده لگاریتمی در دوره بررسی نمونه، ۰،۰۴۲۳ و انحراف معیار آن، ۲،۵۰۳۵ می‌باشد. کشیدگی بطور معناداری بزرگتر از ارزش نرمال ۳ بوده و نشان می‌دهد که برای توصیف درست توزیع شرطی  $r_t$  توزیع‌های دنباله پهن لازم هستند. چولگی معنادار، کوچک و منفی نشان می‌دهد که دنباله پایینی توزیع تجربی بازده‌ها طولی‌تر از دنباله بالایی است و بازده‌های منفی نسبت به بازده‌های مثبت بسیار پایین‌تر از میانگین هستند. در سطح اطمینان ۵٪ چولگی و کشیدگی هر دو معنادار می‌باشند، زیرا خطاهای استاندارد تحت فرض صفر نرمال بودن به ترتیب  $\sqrt{6/T} = 0.039$  و  $\sqrt{24/T} = 0.077$  هستند.

آماره جارک برای آزمون نرمال بودن مورد استفاده قرار می‌گیرد و برابر ۲۴۶۶،۵۱ بوده در نتیجه فرضیه نرمال بودن توزیع رد می‌شود و نشان می‌دهد که توزیع خطاها دنباله پهن می‌باشد. *Probability* بیانگر حداقل احتمال تأیید فرضیه  $H_0$  برای آماره JB می‌باشد و از آنجا که کوچکتر از ۵٪ است، فرضیه صفر رد می‌شود.

جدول ۱: آماره‌های توصیفی از نرخ بازده  $r_t$

میانگین	۰،۰۴۲۳
انحراف معیار	۲،۵۰۳۵
مینیمم	-۱۶،۵۴۴۵
ماکزیمم	۱۶،۴۰۹۷
چولگی	-۰،۱۱۷۹
کشیدگی	۶،۸۲۴۹
آزمون نرمالیتی	۲۴۶۶،۵۱
آماره ADF (مدل با عرض از مبدأ)	-۳۷،۴۵۶
آماره ADF (مدل با عرض از مبدأ و روند)	-۳۷،۴۵۳
آماره LM(10) - آزمون ARCH	۴۰۸،۱۸
آماره Q(10) - تست Ljung-Box	۳۲،۴۰۴۶
آماره Q <sup>2</sup> (10) - تست McLeod-Li	۹۵۶،۷۲

تذکر: دوره نمونه از ۱۴ فوریه، ۱۹۹۶ تا ۱۷ آوریل، ۲۰۱۲ می‌باشد.

همان‌طور که الکساندر (۲۰۰۱)<sup>۳۵</sup> اظهار کرده است، نوسانات مفهومی است که تنها برای فرآیندهای مانا صادق است. بنابراین، لازم است مانا بودن یا نبودن سری بازده را پیش از مدلسازی نوسانات بررسی کنیم. به منظور آزمون مانایی، آزمون دیکی فولر تعمیم یافته (ADF)<sup>۳۶</sup> استفاده می‌شود. طول وقفه بهینه آزمون ADF توسط دو معیار اطلاعاتی آکائیک (AIC)<sup>۳۷</sup> و معیار اطلاعاتی شوارز بیزین (SBIC)<sup>۳۸</sup> تعیین می‌شود. هردو آزمون با فرض عرض از مبدأ و عرض از مبدأ و روند انجام

همبستگی، این تست نیز توزیع  $\chi^2(q)$  دارد، که  $q$  تعداد وقفه‌ها می‌باشد. مقدار آماره آزمون برابر ۹۵۶,۷۲ بوده و می‌توان نتیجه گرفت که فرضیه وجود خودهمبستگی بین مجذور بازده تأیید شده و لذا از مدل‌های GARCH برای برآورد واریانس شرطی می‌توان استفاده نمود. هردو آماره‌های  $LM(10)$  و  $Q^2(10)$  با معناداری بالایی وجود اثرات ARCH در بازده‌های نفت خام WTI تا مرتبه ۱۰ را نشان می‌دهند.

#### ۵- متغیرهای پژوهش

#### ۱-۵ توابع زیان آماری استاندارد

ارزیابی پیش‌بینی یک گام مهم در هر پیش‌بینی اعمال شده می‌باشد. معیار متداول ارزیابی مدل‌های پیش‌بینی متفاوت با کمینه کردن توابع زیان آماری خاص بدست می‌آید. با این وجود، ارزیابی کیفیت مدل‌های نوسانی رقیب می‌تواند خیلی سخت باشد زیرا، یک معیار منحصر به فرد که قادر به انتخاب بهترین مدل باشد وجود ندارد. در تحقیق حاضر، به جای انتخاب یک تابع زیان آماری خاص بعنوان بهترین و تنها معیار، ۷ تابع زیان متفاوت را برمی‌گزینیم که می‌توانند تفسیرهای متفاوت داشته و به ارزیابی پیش‌بینی کامل‌تر از مدل‌های رقیب منجر شوند. این توابع زیان آماری عبارتند از:

(۲۳)

$$MSE_1 = n^{-1} \sum_{t=1}^n (\hat{\sigma}_{t+1} - \hat{h}_{t+1|t}^{1/2})^2$$

(۲۴)

$$MSE_2 = n^{-1} \sum_{t=1}^n (\hat{\sigma}_{t+1}^2 - \hat{h}_{t+1|t})^2$$

(۲۵)

$$QLIKE = n^{-1} \sum_{t=1}^n (\log \hat{h}_{t+1|t} + \hat{\sigma}_{t+1}^2 \hat{h}_{t+1|t}^{-1})$$

(۲۶)

$$R2LOG = n^{-1} \sum_{t=1}^n [\log(\hat{\sigma}_{t+1}^2 \hat{h}_{t+1|t}^{-1})]^2$$

می‌شود. طبق نتایج بدست آمده، از آنجا که قدرمطلق آماره ADF در هر دو مدل از مقدار بحرانی در سطح ۵٪ بزرگتر است در نتیجه فرضیه صفر مبنی بر وجود ریشه واحد رد می‌شود. در این صورت نیازی به تفاضل‌گیری نیست زیرا سری ریشه واحد ندارد و ماناست.

آزمون ضریب لاگرانژ<sup>۳۹</sup> مربوط به ویژگی ARCH یا همان ناهمسانی در واریانس شرطی می‌باشد که فرضیه صفر نبود ناهمسانی شرطی (اثرات ARCH) را در مقابل وجود ویژگی ARCH بررسی می‌کند. تحت فرض صفر، توزیع آماره LM توزیع  $\chi^2(q)$  می‌باشد، که  $q$  بیانگر تعداد وقفه‌ها است. میزان آماره LM با ۱۰ درجه آزادی برابر با ۴۰۸,۱۸ و از مقدار بحرانی  $\chi^2_{10,0.05}$  بیشتر است، لذا فرضیه صفر رد می‌شود. پسماندها در فرآیند ARCH وابسته هستند، اما همبسته نمی‌باشند. بنابراین تست ARCH آزمونی برای ناهمسانی واریانس بدون خودهمبستگی است. برای آزمون خود همبستگی، تست لجانگ باکس<sup>۴۰</sup> بکار برده می‌شود. این آزمون فرضیه صفر نبود خودهمبستگی برای یک تعداد ثابت از  $q$  وقفه را در مقابل اینکه برخی از ضرایب خودهمبستگی  $\rho(k)$ ،  $k=1, \dots, q$ ، غیر صفر هستند، بررسی می‌کند. تحت فرض صفر توزیع آماره  $Q$ ،  $\chi^2(q)$  می‌باشد. مقدار آماره لجانگ باکس با ۱۰ دوره وقفه برابر ۳۲,۴۰۴۶ می‌باشد و از کوانتیل خنثی دو در سطح اطمینان داده شده بیشتر بوده و فرضیه صفر رد می‌شود، و این به معنای رد فرضیه صفر مبتنی بر نوفه سفید بودن  $r_t$  است.

$Q^2(10)$  آماره متناظر تست McLeod-Li بر روی مجذور پسماندها از رگرسیون میانگین شرطی تا مرتبه ۱۰ می‌باشد. تحت فرض صفر نبود

حقیقی پس از کسر میانگین غیر صفر آن و میانگین غیر صفر آن می‌باشد.

SR تعداد دفعاتی که پیش‌بینی نوسانات بدرستی جهت فرآیند نوسانات واقعی را پیش‌گویی کرده‌اند، اندازه می‌گیرد و بصورت زیر می‌باشد:

$$SR = m^{-1} \sum_{j=1}^m I_{\{\bar{\sigma}_{t+j} \bar{h}_{t+j|t+j-1}\} > 0} \quad (30)$$

و  $I_{\{g\}} > 0$  تابع مشخصه می‌باشد، اگر  $g$  مثبت باشد  $I_{\{g\}} > 0 = 1$  است و در غیر اینصورت صفر است.

آزمون DA بدین صورت ارائه می‌شود:

$$DA = \frac{SR - SRI}{\sqrt{\text{Var}(SR) - \text{Var}(SRI)}} \quad (31)$$

که  $SRI = P\bar{P} + (1 - P)(1 - \bar{P})$  و  $P$  کسری از تعداد دفعاتی که  $\bar{\sigma}_{t+j} > 0$  است را نشان می‌دهد، در حالیکه  $\bar{P}$  نسبت پیش‌بینی‌های نوسانات پس از کسر میانگین که مثبت هستند، می‌باشد.  $\text{Var}(SR)$  و  $\text{Var}(SRI)$  واریانس‌های متناظر هستند. آماره DA مجانباً توزیع نرمال استاندارد دارد.

## ۵-۲ آزمونهای برابری و برتری توانایی پیش‌بینی

دیبلد و ماریانو (DM) (۱۹۹۵)<sup>۴۶</sup> آزمون برابری توانایی پیش‌بینی (EPA)<sup>۴۷</sup> دو مدل رقیب را پیشنهاد دادند. این تست بر مبنای فرضیه صفر نبود تفاوت در دقت دو پیش‌بینی رقیب می‌باشد.

فرض می‌شود پارامترهای سیستم از مجموعه قبلی بوده و نیازی به تخمین ندارند، آماره تست DM بدین شرح طراحی شده است: که  $\{\hat{r}_{i,t}\}_{t=1}^n$  و  $\{\hat{r}_{j,t}\}_{t=1}^n$  دو دنباله از پیش‌بینی‌های سری‌های  $\{r_t\}_{t=1}^n$  می‌باشند که توسط دو مدل رقیب  $i$  و  $j$

(۲۷)

$$MAD_1 = n^{-1} \sum_{t=1}^n |\hat{\sigma}_{t+1} - \hat{h}_{t+1|t}^{1/2}| \quad (28)$$

$$MAD_2 = n^{-1} \sum_{t=1}^n |\hat{\sigma}_{t+1}^2 - \hat{h}_{t+1|t}| \quad (29)$$

$$HMSE = T^{-1} \sum_{t=1}^T (\hat{\sigma}_{t+1}^2 \hat{h}_{t+1|t}^{-1} - 1)^2$$

معیارهای (۲۳) و (۲۴) متریک‌های میانگین مربعات خطا<sup>۴۱</sup> هستند. معیارهای (۲۵) و (۲۶) کاملاً معادل استفاده از متریک  $R^2$  در رگرسیون‌های Mincer-Zarnowitz،  $\hat{\sigma}_{t+1}^2$  روی یک مقدار ثابت و  $\log(\hat{h}_{t+1|t})$  و  $\log(\hat{\sigma}_{t+1}^2)$  روی یک مقدار ثابت و  $\log(\hat{h}_{t+1|t})$  به ترتیب، به شرط ناریبی پیش‌بینی-ها می‌باشند. علاوه بر این، تابع زیان R2LOG و ویژگی خاص جریمه نمودن پیش‌بینی‌های نوسانات نامتقارن در دوره‌های با نوسان پایین و نوسان بالا را دارد و تابع زیان لگاریتمی نامیده می‌شود. معیارهای میانگین مطلق انحراف معیار (MAD)<sup>۴۲</sup> در (۲۷) و (۲۸) سودمند می‌باشند زیرا عموماً در احتمال وجود داده-های پرت از معیار MSE قویتر هستند، اما جریمه یکسانی روی پیش‌بینی‌های بالاتر و پایین‌تر از حد اعمال می‌کنند و نسبت به تغییر مقیاس ثابت نیستند. بالرسلو و گیزلس (۱۹۹۶) MSE سازگار با ناهمسانی واریانس (HMSE)<sup>۴۳</sup> در (۲۹) را ارائه کردند.

هنگامیکه پیش‌بینی‌های نوسانات متفاوت مقایسه می‌شوند اندازه‌گیری تعداد دفعاتی که یک مدل جهات تغییر نوسانات حقیقی را به درستی پیش‌بینی می‌کند، می‌تواند مفید باشد. بدین منظور، در تحقیق حاضر از اصطلاح نرخ موفقیت (SR)<sup>۴۴</sup> و آزمون دقت و صحت جهت‌دار (DA)<sup>۴۵</sup> پسران و تیمرمن (۱۹۹۲) استفاده می‌کنیم.  $\bar{\sigma}_{t+j}$  شاخص نوسانات

یک آزمون برتری توانایی پیش‌بینی (SPA) <sup>۵۳</sup> می‌باشد.  
۵۴

وایت (۲۰۰۰)،  $l+1$  مدل پیش‌بینی را مقایسه می‌کند. مدل (۰) شاخص بوده و فرضیه صفر این است که هیچ یک از مدل‌های  $l, \dots, k=1$  عملکرد بالاتر از شاخص در قالب تابع زیان خاص منتخب ندارند. بهترین مدل پیش‌بینی آن است که کمترین زیان مورد انتظار را تولید می‌کند.

$L_{t,k} \equiv L(\hat{\sigma}_t^2, \hat{h}_{k,t})$  نشان دهنده زیان است، <sup>۵۵</sup>  $\hat{h}_{k,t}$  پیش‌بینی توسط  $k$  امین مدل بوده و نوسانات تحقق یافته با  $\hat{\sigma}_t^2$  معلوم می‌شوند. عملکرد مدل  $k$  نسبت به مدل شاخص (در زمان  $t$ ) را می‌توان این گونه تعریف نمود:

$$f_{k,t} = L_{t,0} - L_{t,k} \quad k = 1, \dots, l \quad t = 1, \dots, n \quad (32)$$

با فرض مانایی  $f_{k,t}$  می‌توان عملکرد نسبی مورد انتظار مدل  $k$  را نسبت به مدل شاخص بصورت  $\mu_k = E[f_{k,t}]$  برای  $k=1, \dots, l$  تعریف کرد. اگر مدل  $w$  عملکرد بالاتر از شاخص داشته باشد، ارزش  $\mu_w$  مثبت خواهد شد. بنابراین، اینکه آیا هر یک از مدل‌های رقیب بطور معناداری عملکردی بالاتر از شاخص دارند را می‌توان تجزیه و تحلیل نمود و فرضیه صفر  $\mu_k \leq 0$  را برای  $k=1, \dots, l$  آزمون کرد. در نتیجه فرضیه صفر مبنی بر اینکه هیچ یک از مدل‌ها بهتر از شاخص نیستند (برتری پیش‌بینی بر شاخص ندارند) را می‌توان بصورت زیر فرموله نمود:

$$H_0 : \mu_{\max} \equiv \max_{k=1, \dots, l} \mu_k \leq 0 \quad (33)$$

در مقابل این فرض که بهترین مدل برتر از شاخص می‌باشد.

تولید شده‌اند و  $\{e_{j,t}\}_{t=1}^n$  و  $\{e_{i,t}\}_{t=1}^n$  خطاهای پیش‌بینی متناظر با آنها هستند. فرض می‌شود تابع زیان  $g(\cdot)$  می‌تواند تنها بعنوان تابعی از خطاهای پیش‌بینی نوشته شود، دیفرانسیل زیان بین دو پیش‌بینی رقابتی بصورت  $d_t \equiv [g(e_{i,t}) - g(e_{j,t})]$  تعریف می‌شود. سپس با فرض اینکه دنباله  $\{d_t\}_{t=1}^n$  مانایی کوواریانس و حافظه کوتاه مدت دارد، دیبلد و ماریانو (۱۹۹۵) نشان دادند که توزیع حدی میانگین دیفرانسیل زیان نمونه  $\bar{d} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n d_t$  به صورت  $\sqrt{n}(\bar{d} - \mu) \xrightarrow{d} N(0, V(\bar{d}))$  می‌باشد.

برآورد واریانس حدی بصورت  $\hat{V}(\bar{d}) = \hat{\gamma}_0 + 2 \sum_{k=1}^q \omega_k \hat{\gamma}_k$  که  $q=h-1$ ،  $\omega_k = 1 - k/(q+1)$  پنجره تأخیر و  $\hat{\gamma}_i$  برآورد کواریانس مرتبه  $i$  ام سری‌های  $\{d_t\}_{t=1}^n$  که می‌تواند بصورت  $\hat{\gamma}_k = \frac{1}{n} \sum_{t=k+1}^n (d_t - \bar{d})(d_{t-k} - \bar{d})$  برای  $k=1, \dots, q$  برآورد شود. <sup>۴۸</sup>

آماره تست DM برای آزمون فرضیه صفر برابری دقت پیش‌بینی بصورت  $DM = \bar{d} / \sqrt{\hat{V}(\bar{d})} \sim N(0,1)$  می‌باشد، یعنی تحت فرضیه صفر برابری دقت پیش‌بینی آماره تست DM مجانباً توزیع نرمال استاندارد دارد. هاروی، لی-بورن و نیوبلد (۱۹۹۷) <sup>۴۹</sup> براین باورند که تست DM می‌تواند نسبتاً بیش از اندازه <sup>۵۰</sup> در نمونه‌های کوچک باشد و این مسئله با افزایش افق پیش‌بینی چشمگیرتر می‌شود. بنابراین آنها تست DM تعدیل شده را پیشنهاد دادند، که در آن عبارت  $\sqrt{n^{-1}[n+1-2h+n^{-1}h(h-1)]}$  ضرب می‌شود، که  $h$  افق پیش‌بینی و  $n$  طول دوره برآورد می‌باشد. <sup>۵۱</sup>

در مقابل آزمون EPA، همچون دیبلد و ماریانو (۱۹۹۵)، بررسی واقعیت (RC) وایت (۲۰۰۰) <sup>۵۲</sup>

طبق قانون اعداد بزرگ می‌توان همواره  $\mu_k$  را با میانگین نمونه  $\bar{f}_{k,n} = n^{-1} \sum_{t=1}^n f_{k,t}$  برآورد نمود و سپس آماره تست را بدست آورد:

(۳۴)

$$T_n^{RC} \equiv \max_{k=1, \dots, l} n^{1/2} \bar{f}_{k,n}$$

اگر فرضیه صفر رد شود، اثبات نموده‌ایم که در میان مدل‌های رقیب، حداقل یکی از آنها دارای معناداری بهتر از شاخص می‌باشد. سخت‌ترین مسئله بدست آوردن توزیع آماره  $T_n$  تحت فرض  $H_0$  است، چراکه توزیع منحصر به فرد نمی‌باشد.

هانسن (۲۰۰۱)<sup>۵۶</sup> تأکید می‌کند که تست بررسی واقعیت عالی‌ترین را روی عملکرد غیر استاندارد  $T_n^{RC}$  درخواست می‌کند و، بطور خطرناکی، توزیع حدی محافظه کار RC بسیار حساس به ورود مدل‌های ضعیف ایجاد می‌کند. وی استدلال می‌کند از آنجا که توزیع آماره تحت فرض صفر منحصر به - فرد نمی‌باشد، بدست آوردن یک برآورد ثابت از  $p$ - مقدار<sup>۵۷</sup>، بعلاوه یک کران پایین و کران بالا ضروری است. هانسن (۲۰۰۱) عالی‌ترین را روی عملکرد استاندارد درخواست نموده و فرضیه صفر زیر را آزمون می‌کند:

(۳۵)

$$H_0 : \mu_{\max}^{SPA} \equiv \max_{k=1, \dots, l} \frac{\mu_k}{\sqrt{\text{var}(n^{1/2} \bar{f}_{k,n})}} \leq 0$$

با استفاده از آماره

(۳۶)

$$T_n^{SPA} = \max_k \frac{n^{1/2} \bar{f}_{k,t}}{\sqrt{\text{var}(n^{1/2} \bar{f}_{k,n})}}$$

که  $\widehat{\text{var}}(n^{1/2} \bar{f}_{k,n})$  برآورد واریانس  $n^{1/2} \bar{f}_{k,n}$  بدست آمده توسط خودپردازش<sup>۵۸</sup> می‌باشد. بنابراین، هانسن (۲۰۰۱) پیشنهاد یکسری اصلاحات در آزمون

RC و برخی تغییرات توزیع حدی را می‌دهد که نتیجه آن حساسیت کمتر نسبت به ورود مدل‌های ضعیف و قدرت بهتر آزمون می‌شود. وی استدلال می‌کند که  $p$  - مقدارهای RC معمولاً غیر ثابت (بیش از حد بزرگ) هستند و تست می‌تواند مجانباً اریب باشد. برای غلبه بر این اشکالات، هانسن (۲۰۰۱) امکان بدست آوردن برآورد ثابت از  $p$  - مقدار همراه با کران بالا و پایین را نشان می‌دهد. این تست برتری توانایی پیش‌بینی (SPA) نامیده می‌شود و شامل RC بعنوان یک حالت خاص می‌باشد. کران بالا ( $SPA_{II}$ )،  $p$  - مقدار از تست محافظه کارانه است (که، توزیع حدی مانند تست RC دارد) درحالی‌که بطور ضمنی فرض شده است تمام مدل‌های رقیب ( $k=1, \dots, l$ ) از نظر زیان مورد انتظار به خوبی شاخص هستند. از این رو،  $p$  - مقدار کران بالا منطبق است با  $p$  - مقدار تست RC. کران پایین ( $SPA_I$ )،  $p$  - مقدار تست لیبرال<sup>۵۹</sup> است، درحالی‌که فرضیه صفر بیان می‌دارد که مدلها با عملکرد بدتر از شاخص مدل‌های ضعیف در محدوده هستند. با تست SPA ارزیابی اینکه کدام مدلها بدتر از شاخص هستند و بطور حدی بتوان مانع آنها از تحت تأثیر قراردادن توزیع تست شد، ممکن می‌گردد. تست محافظه کارانه (و بنابراین تست بررسی واقعیت) کاملاً به ورود مدل‌های ضعیف و نا مربوط در مقایسه حساس می‌باشد، در حالی‌که تست ثبات ( $SPA_C$ ) و تست لیبرال اینگونه نیستند.

## ۶- نتایج پژوهش

### ۶-۱ مدل‌های GARCH تک رژیمی

برآورد پارامترهای مدل‌های  $GARCH(1,1)$  مستقل از حالت مختلف در جدول (۲) ارائه شده است. برای هر مدل ۳ توزیع متفاوت برای فرآیند

شرطی که بصورت  $(\Gamma(\frac{1}{\nu})\Gamma(\frac{5}{\nu})) / (\Gamma(\frac{1}{\nu}))^2$  محاسبه می‌شود،  $\Gamma(\cdot)$  تابع گاما می باشد، و تأیید می کند که برآوردهای توزیع شرطی بازده های نفت خام در واقع دنباله پهن هستند.

### ۶-۲ مدل‌های MRS-GARCH

پارامترهای برآورد شده مدل‌های MRS-GARCH در جدول (۳) نشان داده شده‌اند. هم در مدل‌ها با درجه آزادی ثابت و هم مدلی که پارامترهای درجه آزادی مجاز به جابه‌جایی بین دو رژیم هستند، برآوردهای درون نمونه ای معناداری بالایی را نشان می‌دهند. تخمین های میانگین شرطی همه معنادار هستند، پارامترهای واریانس شرطی تقریباً همه معنادار بوده به جز ثابت  $\alpha_0^{(2)}$  در مدل MRS-GARCH-N که معنادار نبوده، معیاد این جزء را حذف نمی کنیم زیرا اگر جزء ثابت این مدل صفر باشد؛ مقدار واریانس در بلند مدت صفر خواهد بود.

خطا در نظر گرفته شده است: نرمال،  $t$  استیودنت و GED. با توجه به میانگین شرطی، تمام پارامترهای مدل‌های GARCH مختلف معنادار هستند. برآورد واریانس شرطی نشان می‌دهد تقریباً تمام پارامترها معناداری بالایی دارند. بنابراین مدل‌های GARCH حداقل در درون نمونه، نسبتاً خوب عمل می‌کنند. به‌علاوه، برای توزیع  $t$  استیودنت، درجه آزادی همواره بزرگتر از ۸ می‌باشد، که بیانگر وجود گشتاورهای شرطی تا مرتبه نهم است. به طور خاص کشیدگی شرطی توزیع  $t$  استیودنت به صورت  $3(\nu - 2) / (\nu - 4)$  محاسبه می شود و رفتار معمول دنباله پهن بودن بازده‌های مالی را تأیید می‌کند.

علاوه بر این، برای مدل‌ها با خطای GED برآوردها به وضوح نشان می‌دهند که توزیع شرطی دنباله‌ای پهن‌تر از توزیع گوسی دارد از آنجاکه تمام پارامترهای وضعیت بطور معناداری بین ۱ و ۲ قرار دارند. نتیجه مشابهی بدست می‌آید با کشیدگی

جدول ۲: برآوردهای حداکثر درست‌مایی مدل‌های GARCH استاندارد با توزیع های شرطی متفاوت.

	GARCH-N	GARCH-t	GARCH-GED	EGARCH-N	EGARCH-t	EGARCH-GED	GJR-N	GJR-t	GJR-GED
$\delta$	۰,۱۰۰۴ (۰,۰۳۷۱)	۰,۱۱۹۴ (۰,۰۳۶۱)	۰,۱۲۳۰ (۰,۰۳۶۳)	۰,۰۵۳۴ (۰,۰۳۵۱)	۰,۰۸۵۳ (۰,۰۳۶۸)	۰,۰۸۸۰ (۰,۰۳۴۷)	۰,۰۶۸۳ (۰,۰۳۶۶)	۰,۱۰۱۱ (۰,۰۳۶۷)	۰,۱۰۱۲ (۰,۰۳۶۲)
$\alpha_0$	۰,۱۵۱۱ (۰,۰۳۱۲)	۰,۱۴۱۷ (۰,۰۳۱۷)	۰,۱۵۰۵ (۰,۰۳۴۵)	-۰,۰۵۱۸ (۰,۰۱۰۵)	-۰,۰۴۵۰ (۰,۰۱۰۰)	-۰,۰۴۸۶ (۰,۰۱۱۰)	۰,۱۴۳۰ (۰,۰۲۸۷)	۰,۱۳۶۶ (۰,۰۲۹۷)	۰,۱۴۲۲ (۰,۰۲۳۶)
$\alpha_1$	۰,۰۶۱۸ (۰,۰۰۹۴)	۰,۰۵۰۷ (۰,۰۰۸۷)	۰,۰۵۶۰ (۰,۰۰۹۷)	۰,۰۹۷۸ (۰,۰۱۵۹)	۰,۰۸۱۲ (۰,۰۱۳۶)	۰,۰۸۸۷ (۰,۰۱۵۷)	۰,۰۸۲۳ (۰,۰۱۲۴)	۰,۰۷۰۴ (۰,۰۱۱۵)	۰,۰۷۵۴ (۰,۰۱۰۳)
$\beta_1$	۰,۹۱۲ (۰,۰۱۲۳)	۰,۹۲۳۳ (۰,۰۱۱۹)	۰,۹۱۷۰ (۰,۰۱۳۳)	-۰,۰۵۷۵ (۰,۰۰۸۷)	-۰,۰۴۹۱ (۰,۰۰۹۲)	-۰,۰۵۲۴ (۰,۰۰۹۳)	۰,۹۱۹۶ (۰,۰۱۱۷)	۰,۹۲۹۱ (۰,۰۱۱۳)	۰,۹۲۳۸ (۰,۰۰۸۵)
$\xi$	-	-	-	۰,۹۸۵۸ (۰,۰۰۳۸)	۰,۹۸۸۸ (۰,۰۰۳۳)	۰,۹۸۷۴ (۰,۰۰۳۷)	۰,۰۲۶۶ (۰,۰۰۹۳)	۰,۰۱۸۳ (۰,۰۰۹۶)	۰,۰۲۲۸ (۰,۰۰۸۰)
$\nu$	-	۸,۸۶۱۷ (۱,۰۷۷۰)	۱,۵۲۷۸ (۰,۰۴۸۹)	-	۸,۹۱۳۸ (۱,۱۲۴۶)	۱,۵۳۶۷ (۰,۰۴۳۷)	-	۸,۹۹۸۲ (۱,۰۲۴۹)	۱,۵۳۹۹ (۰,۰۴۰۳)
Log(L)	-۸۰۱۰,۲۹۹۸	-۷۹۵۷,۷۰۳۴	-۷۹۷۱,۹۸۵۵	-۷۹۹۴,۹۵۱۴	-۷۹۴۰,۹۲۹۰	-۷۹۵۷,۷۵۴۰	-۸۰۰۰,۳۴۴۹	-۷۹۵۰,۲۴۸۲	-۷۹۶۴,۶۷۶۲

تذکر: هر مدل GARCH با توزیع نرمال  $(N)$ ،  $t$  استیودنت و GED برآورد شده است. داده های درون نمونه ای عبارتند از بازده های

نفت خام WTI از ۱۹۹۶/۲/۱۴ تا ۲۰۱۰/۴/۱۵. مقادیر داخل پرانتز نشان دهنده خطاهای استاندارد حدی هستند.

واریانس شرطی در رژیم دو دارای پایداری اتورگرسیو بالاتر است؛ در مدل MRS-GARCH-GED عکس این حالات رخ داده است. احتمالات انتقال به جز در حالت نرمال همگی معنادار بوده و بیانگر این هستند که رژیم‌ها بسیار پایدار می‌باشند. در حالت نرمال معناداری این احتمالات پایین بوده و دلالت بر پایین بودن ثبات وضعیت دارند.

همچنین پارامترهای  $\alpha_1^{(1)}$  و  $\alpha_1^{(2)}$  به ترتیب در مدلها با خطاهای GED و گوسی معناداری پایینی دارند. در تمام مدلها به جز MRS-GARCH-GED پارامتر حساسیت نسبت به شوکها در رژیم اول ( $\alpha_1^{(1)}$ ) بزرگ‌تر است از ( $\alpha_1^{(2)}$ )، که در نتیجه عکس العمل  $h_t^{(1)}$  نسبت به یک شوک جدید بیشتر خواهد بود، همچنین پارامتر  $\beta_1^{(2)}$  در این مدلها بزرگ‌تر از پارامتر  $\beta_1^{(1)}$  می‌باشد که نشان می‌دهد

جدول ۳: برآوردهای حداکثر درست‌نمایی مدل‌های MRS-GARCH با توزیع‌های شرطی متفاوت.

	MRS-GARCH-N	MRS-GARCH-t2	MRS-GARCH-t	MRS-GARCH-GED
$\delta^1$	۰,۱۶۳۵ (۰,۰۶۹۰)	-۰,۸۵۴۴ (۰,۳۳۷۲)	-۰,۵۲۱۱ (۰,۲۸۴۴)	-۱,۱۷۴۹ (۰,۳۰۶۷)
$\delta^2$	۰,۰۵۳۹ (۰,۰۷۱۶)	۰,۱۹۵۲ (۰,۰۵۳۳)	۰,۱۵۸۵ (۰,۰۴۰۶)	۰,۱۶۵۸ (۰,۰۳۷۶)
$\alpha_0^1$	۰,۴۵۳۴ (۰,۳۳۷۰)	۰,۵۷۲۴ (۰,۳۴۰۹)	۱,۸۲۵۸ (۰,۹۴۳۷)	۰,۸۱۹۳ (۰,۲۰۸۲)
$\alpha_0^2$	۰,۹ E-۵,۱۷ (۰,۲۶۷۱)	۰,۱۰۲۱ (۰,۰۴۸۷)	۰,۰۹۱۶ (۰,۰۲۸۶)	۰,۱۴۷۵ (۰,۰۳۵۸)
$\alpha_1^1$	۰,۱۵۷۸ (۰,۰۱۶۷)	۰,۱۱۷۲ (۰,۰۴۵۶)	۰,۲۴۸۵ (۰,۰۹۶۶)	۰,۹ E-۵,۳۹ (۰,۰۱۶۷)
$\alpha_1^2$	۰,۹ E-۲,۴۶ (۰,۰۱۰۵)	۰,۰۰۳۶ (۰,۰۰۹۴)	۰,۰۱۹۳ (۰,۰۰۹۱)	۰,۰۰۵۴ (۰,۰۰۹۳)
$\beta_1^1$	۰,۸۴۰۵ (۰,۰۱۸۱)	۰,۸۷۹۲ (۰,۰۶۳۶)	۰,۶۱۲۰ (۰,۱۳۱۵)	۰,۹۹۹۴ (۰,۰۱۷۲)
$\beta_1^2$	۰,۹۲۸۹ (۰,۰۲۵۷)	۰,۹۵۱۴ (۰,۰۱۳۰)	۰,۹۵۵۷ (۰,۰۱۱۳)	۰,۹۴۵۰ (۰,۰۱۱۱)
P	۰,۰۴۰۴ (۰,۰۴۲۵)	۰,۸۲۲۵ (۰,۰۶۶۵)	۰,۹۶۱۷ (۰,۰۱۹۸)	۰,۸۱۹۳ (۰,۰۲۷۶)
q	۰,۷ E-۱,۹۴ (۰,۰۴۶۲)	۰,۹۷۵۷ (۰,۰۱۲۵)	۰,۹۹۵۰ (۰,۰۰۲۶)	۰,۹۸۹۳ (۰,۰۰۳۶)
$u^1$	-	۲۷,۲۱۴۳ (۲۹,۴۴۴۸)	۹,۹۰۴۰ (۱,۴۲۵۹)	۱,۶۱۷۴ (۰,۰۵۵۴)
$u^2$	-	۹,۳۱۳۶ (۱,۴۰۷۴)	-	
Log(L)	-۷۹۸۴,۱۵۷۲	-۷۹۴۱,۵۵۱۱	-۷۹۴۵,۰۶۶۹	-۷۹۴۹,۶۲۴۲
N.of par	۱۰	۱۲	۱۱	۱۱
$\pi_1$	۰,۴۹۰	۰,۸۸۰	۰,۸۸۳	۰,۹۱۲
$\pi_2$	۰,۵۱۰	۰,۱۲۰	۰,۱۱۷	۰,۰۸۸

تذکر: هرمدل MRS-GARCH با توزیع‌های شرطی متفاوت برآورد شده است. داده‌های درون نمونه‌ای عبارتند از بازده‌های نفت خام WTI از ۱۹۹۶/۲/۱۴ تا ۲۰۱۰/۴/۱۵. اندیس بالا نشان‌دهنده رژیم می‌باشد.  $\pi_j$  احتمال غیرشرطی اینکه سیستم در رژیم  $j$  واقع باشد. مقادیر داخل پرانتز نشان‌دهنده خطاهای استاندارد حدی هستند.

هر دو رژیم مقدار برآورد درجه آزادی را بزرگتر از ۹ نشان می دهند، می توانیم استدلال کنیم که در هر دو رژیم دنباله ای پهن تر از نرمال داریم.

### ۳-۶ آمار درون نمونه ای

هنگامی که تلاش می شود مدل های تک رژیمی GARCH با مدل های تغییر رژیم GARCH مقایسه شوند، مشکل بزرگی ایجاد می شود. آزمونهای اقتصادسنجی استاندارد ممکن است برای تعیین مدل مناسب نباشند زیرا تعدادی از پارامترها تحت فرض صفر نامشخص هستند. از آنجایی که تمرکز اصلی بر روی توانایی پیش بینی می باشد، تنها تعدادی آمار بدون انجام آزمون تفصیلی در جدول (۴) ارائه شده است.

جدول (۳) همچنین احتمالات غیر شرطی هر مدل MRS-GARCH را نشان می دهد. برای مدل  $t$  استیوندت با درجه ثابت آزادی روی رژیم ها، پارامتر وضعیت کمتر از ده است که وجود گشتاور شرطی تا مرتبه نه را نشان می دهد. این بدین معنی است که با مجاز دانستن پارامترهای وابسته به حالت، مدلسازی خصوصیت لپتوکرتوسی در داده ها ممکن می شود. در حالت GED پارامتر  $\nu$  کمتر از ارزش آستانه ۲ می باشد و نشان می دهد که توزیع دنباله ای ضخیم تر از نرمال دارد.

مدل MRS-GARCH با خطا  $t$  استیوندت در حالتی که درجه آزادی مجاز به جابه جایی روی رژیم ها همراه با دیگر پارامترها می باشد، اشاره بر کشیدگی متغیر به زمان دارد، همانطور که در مقالات هانسن (۱۹۹۴) و داکر (۱۹۹۷) آمده است. از آنجاکه

جدول ۴: آماره های خوبی برازش درون نمونه ای

Model	N.of par.	Pers.	AIC	Rank	BIC	Rank	Log(L)	Rank	MSE1	Rank	MSE2	Rank	QLIKE	Rank	R2LOG	Rank	MAD2	Rank	MAD1	Rank	HMSE	Rank
GARCH-N	۴	۰.۹۷۲	۴.۵۷۴	۱۲	۴.۵۸۱	۱۱	-۸۰۶۳.۸۲	۱۲	۳.۰۸۹	۱۱	۲۲۵.۲۷۵	۶	۲.۷۳۳	۱۰	۶.۶۸۲	۱۳	۶.۹۱۵	۱۲	۱.۳۸۸	۱۲	۳.۶۱۹	۲
GARCH-t	۵	۰.۹۷۶	۴.۵۴۲	۵	۴.۵۵۳	۱	-۸۰۱۰.۳۱	۵	۳.۰۶۷	۸	۲۲۶.۶۴۴	۱۱	۲.۷۳۵	۱۲	۶.۶۶۴	۱۰	۶.۸۵۳	۷	۱.۳۷۹	۹	۳.۸۴۴	۱۲
GARCH-GED	۵	۰.۹۷۴	۴.۵۵۰	۸	۴.۵۵۸	۴	-۸۰۲۱.۴۸	۸	۳.۰۷۰	۹	۲۲۵.۸۶۱	۸	۲.۷۳۴	۱۱	۶.۶۶۴	۱۱	۶.۸۷۰	۱۰	۱.۳۸۲	۱۰	۳.۷۵۳	۶
EGARCH-N	۵	۰.۹۸۷	۴.۵۷۲	۱۱	۴.۵۸۱	۱۲	-۸۰۶۰.۷۳	۱۱	۳.۰۳۵	۴	۲۲۱.۷۵۰	۱	۲.۷۳۱	۷	۶.۶۶۲	۹	۶.۸۱۳	۵	۱.۳۷۶	۶	۳.۶۸۴	۴
EGARCH-t	۶	۰.۲۴۶	۵.۸۸۸	۱۳	۵.۸۹۹	۱۳	-۱۰۳۸۰.۶	۱۳	۳.۶۸۶	۱۳	۲۸۱.۴۱۳	۱۳	۵.۷۰۷	۱۳	۵.۰۱۴	۱	۶.۰۶۴	۱	۱.۲۲۹	۱	۱۷۷.۷۳	۱۳
EGARCH-GED	۶	۰.۹۸۹	۴.۵۴۹	۶	۴.۵۵۹	۵	-۸۰۱۸.۲۱	۶	۳.۰۲۲	۲	۲۲۲.۰۹۳	۲	۲.۷۳۲	۹	۶.۶۴۹	۶	۶.۸۷۷	۳	۱.۳۷۲	۵	۳.۷۷۶	۸
GJR-N	۵	۰.۹۷۴	۴.۵۷۱	۱۰	۴.۵۸۰	۱۰	-۸۰۵۸.۸۷	۱۰	۳.۰۸۵	۱۰	۲۲۵.۱۳۱	۵	۲.۷۳۰	۵	۶.۶۶۹	۱۲	۶.۹۰۳	۱۱	۱.۳۸۵	۱۱	۳.۵۶۲	۱
GJR-t	۶	۰.۹۷۶	۴.۵۴۳	۳	۴.۵۵۳	۲	-۸۰۰۷.۱۴	۴	۳.۰۶۰	۶	۲۲۶.۳۴۶	۱۰	۲.۷۳۲	۸	۶.۶۵۴	۸	۶.۸۴۱	۶	۱.۳۷۷	۷	۳.۷۶۱	۷
GJR-GED	۶	۰.۹۷۵	۴.۵۴۹	۷	۴.۵۵۹	۶	-۸۰۱۸.۲۳	۷	۳.۰۶۵	۷	۲۲۵.۶۲۸	۷	۲.۷۳۰	۶	۶.۶۵۳	۷	۶.۸۵۸	۸	۱.۳۷۹	۸	۳.۶۸۳	۳
MRS-GARCH-N	۱۰	۰.۹۶۵	۴.۵۵۴	۹	۴.۵۷۱	۹	-۸۰۲۳.۱۸	۹	۳.۰۲۱	۱۲	۲۳۳.۷۴۱	۱۲	۲.۷۲۷	۴	۶.۶۴۲	۵	۷.۱۱۵	۱۳	۱.۳۹۵	۱۳	۳.۷۳۷	۵
MRS-GARCH-t	۱۲	۰.۹۹۳	۴.۵۳۹	۲	۴.۵۶۰	۷	-۷۹۹۴.۹۹	۱	۳.۰۴۴	۵	۲۲۴.۵۴۴	۴	۲.۷۲۳	۱	۶.۵۸۷	۴	۶.۸۵۹	۹	۱.۳۶۹	۴	۳.۷۹۲	۹
MRS-GARCH-GED	۱۱	۰.۹۹۹	۴.۵۴۳	۴	۴.۵۶۲	۸	-۸۰۰۲.۴۵	۳	۳.۰۳۰	۳	۲۲۵.۸۸۹	۹	۲.۷۲۶	۳	۶.۵۸۵	۳	۶.۷۹۸	۴	۱.۳۶۵	۳	۳.۸۱۶	۱۰
MRS-GARCH-GED	۱۱	۰.۹۹۸	۴.۵۳۸	۱	۴.۵۵۷	۳	-۷۹۹۵.۳۱	۲	۳.۰۰۰	۱	۲۲۲.۶۲۲	۳	۲.۷۲۴	۲	۶.۵۸۲	۲	۶.۷۴۶	۲	۱.۳۵۹	۲	۳.۸۴۱	۱۱

تذکر: Pers پایداری شوک های نوسانات است (تنها برای MRS-GARCH بالاترین پایداری گزارش شده است). AIC معیار اطلاعاتی آکائیک است و بصورت

$-2\log(L)/T + 2K/T$  محاسبه می شود که  $k$  تعداد پارامترها و  $T$  تعداد مشاهدات است. BIC معیار اطلاعاتی شوارز است و بصورت  $-2\log(L)/T + (K/T)\log(T)$

محاسبه می شود. MSE1, MSE2, QLIKE, R2LOG, MAD2, MAD1, HMSE توابع زیان آماری معرفی شده در قسمت (۱-۵) هستند.





رادارد، و یک ساختار قوی برای ارزیابی عملکرد مدل‌های رقیب ارائه می‌دهد.

از آنجاکه اکثر مدل‌ها تنها تقریبی ساده از فرآیند تولید داده‌های واقعی نشان می‌دهند، غالباً داشتن برازش درون نمونه‌ای خوب شرط لازم و کافی برای پیش‌بینی‌های دقیق و قابل اطمینان نمی‌باشد. گذشته از این، محققان و متخصصان علاقه‌مند به داشتن پیش‌بینی‌های نوسانات خوب به جای برازش درون نمونه‌ای خوب هستند. جدول (۵) ارزیابی برون نمونه‌ای یک و پنج مرحله‌روبه‌جلو را برحسب توابع زیان بخش (۵-۱) گزارش می‌دهد. جدول (۶) ارزیابی برون نمونه‌ای پیش‌بینی‌های نوسانات ده و بیست‌ودو مرحله‌روبه‌جلو را نمایش می‌دهد. برای هر دو جدول شاخص نوسان مجموع مجذور بازده-های روزانه می‌باشد.

تمام مدل‌ها SR بالا (بیشتر از ۶۰٪ و میانگین ۷۵٪) و تست DA با معناداری بالا را در تمام افق-های پیش‌بینی ارائه می‌دهند. در یک مرحله رو به جلو، بهترین مدل MRS-GARCH-t و در بین مدل‌های GARCH استاندارد بهترین مدل GJR-t با رتبه چهار در کل مدل‌ها می‌باشد. در ۵ مرحله رو به جلو، بهترین مدل مجدداً MRS-GARCH-t و دومین مدل خوب GJR-t می‌باشد. در افق دو هفته‌ای، بهترین مدل GJR-t و MRS-GARCH-t بهترین مدل تنها بین مدل‌های MRS-GARCH می‌باشد. در افق یک ماهه، بهترین مدل GJR-N و MRS-GARCH-N بهترین مدل تنها بین مدل‌های MRS-GARCH می‌باشد. از نتایج قبلی کاملاً مشهود است که عملکرد مدل‌های MRS-GARCH در افق‌های پیش‌بینی کوتاه‌تر بهتر است، درحالی‌که در طولانی‌تر (بیشتر از یک هفته) مدل‌های GJR-t و GJR-N بهترین هستند.

در جدول (۴) برخی آمار خوبی برازش درون نمونه‌ای گزارش شده است. این آمارها بعنوان معیارهای انتخاب مدل استفاده می‌شوند. بزرگترین راستنمایی لگاریتمی در میان مدل‌های GARCH مستقل از حالت مربوط به مدل GJR با خطا t می‌باشد، درحالی‌که برای مدل‌های MRS-GARCH و در کل، دقیق‌ترین توصیف از داده‌ها توسط مدل MRS-GARCH با توزیع t استیودنت که درجه آزادی مجاز به جابه‌جایی می‌باشد و سپس مدل MRS-GARCH-GED ارائه شده است. معیارهای اطلاعاتی آکائیک (AIC) و شوارز (BIC) هر دو نشان می‌دهند که بهترین مدل در میان مدل‌های GARCH با پارامتر ثابت مدل GJR-t و در میان مدل‌های MRS-GARCH، MRS-GARCH-GED بهترین برازش را دارد.

ویژگی دیگر که از جدول (۴) پدیدار می‌شود پایداری بالا شوکها در واریانس شرطی می‌باشد. این جدول همچنین نشان می‌دهد مدل منحصر به فردی که به طور متوالی مطابق توابع زیان آماری در نظر گرفته شده بهترین باشد، وجود ندارد. به جز HMSE بهترین مدل درون نمونه، MRS-GARCH با خطا GED می‌باشد، در حالی‌که در میان مدل‌های GARCH استاندارد بهترین مدل EGARCH با خطا GED می‌باشد.

#### ۶-۴- ارزیابی پیش‌بینی برون نمونه‌ای

یک راه ممکن برای غلبه بر مشکل بارز بخش قبلی مقایسه مدل‌ها از طریق عملکرد پیش‌بینی برون نمونه‌ای آنها می‌باشد. آزمون برون نمونه‌ای توانایی کنترل مشکل‌های بیش برازش یا بیشین پارامتری

جدول ۵: ارزیابی برون نمونه ای پیش بینی های نوسانات یک و پنج مرحله رو به جلو

پیش‌بینی‌های نوسانات ۱- مرحله رو به جلو

Model	MSE1	Rank	MSE2	Rank	QLIKE	Rank	R2LOG	Rank	MAD2	Rank	MAD1	Rank	HMSE	Rank	SR	DA
GARCH-N	۰.۲۴۹۳	۱۲	۵.۳۲۵۰	۱۲	۲.۹۲۵۴	۱۳	۰.۱۹۸۵	۱۳	۲.۱۱۰۴	۱۲	۰.۴۶۴۷	۱۳	۰.۳۴۱۴	۱۱	۰.۷۸	۱۲.۱۷۱۶**
GARCH-t	۰.۲۱۹۶	۶	۴.۷۹۵۸	۹	۲.۹۰۶۷	۷	۰.۱۷۰۲	۷	۲.۰۱۱۶	۱۰	۰.۴۳۹۳	۱۰	۰.۲۷۷۳	۷	۰.۸۳	۱۴.۱۷۳۳**
GARCH-GED	۰.۲۳۴۲	۱۱	۵.۰۵۵۴	۱۱	۲.۹۱۵۷	۹	۰.۱۸۴۰	۸	۲.۰۶۱۰	۱۱	۰.۴۵۲۱	۱۱	۰.۳۰۷۶	۹	۰.۸۱	۱۳.۳۱۰۳**
EGARCH-N	۰.۲۲۹۲	۱۰	۴.۶۷۷۴	۴	۲.۹۲۴۰	۱۲	۰.۱۹۴۱	۱۲	۱.۹۶۱۷	۶	۰.۴۳۷۴	۷	۰.۳۴۶۸	۱۲	۰.۸۲	۱۳.۴۴۷۷**
EGARCH-t	۰.۲۲۹۰	۹	۴.۷۰۸۲	۶	۲.۹۲۳۵	۱۱	۰.۱۹۲۵	۱۱	۱.۹۷۳۵	۸	۰.۴۳۸۸	۹	۰.۳۴۹۲	۱۳	۰.۸۲	۱۴.۰۵۷۶**
EGARCH-GED	۰.۲۲۸۱	۸	۴.۶۷۸۰	۵	۲.۹۲۲۵	۱۰	۰.۱۹۱۸	۱۰	۱.۹۶۵۰	۷	۰.۴۳۷۵	۸	۰.۳۴۱۴	۱۰	۰.۸۲	۱۳.۸۵۷۴**
GJR-N	۰.۲۲۱۶	۷	۵.۰۱۷۳	۱۰	۲.۹۰۵۰	۶	۰.۱۶۸۱	۶	۱.۹۸۹۴	۹	۰.۴۲۸۷	۶	۰.۲۷۲۶	۶	۰.۷۷	۱۱.۴۶۴۰**
GJR-t	۰.۱۹۷۸	۴	۴.۴۵۹۷	۲	۲.۸۹۳۱	۴	۰.۱۴۸۸	۴	۱.۸۹۲۲	۴	۰.۴۰۷۵	۴	۰.۲۳۵۴	۴	۰.۷۹	۱۲.۶۲۷۰**
GJR-GED	۰.۲۰۹۰	۵	۴.۷۰۸۶	۷	۲.۸۹۸۹	۵	۰.۱۵۸۲	۵	۱.۹۳۸۷	۵	۰.۴۱۸۰	۵	۰.۲۵۳۴	۵	۰.۷۸	۱۲.۰۳۹۹**
MRS-GARCH-N	۰.۲۷۸۶	۱۳	۷.۵۸۰۳	۱۳	۲.۹۱۳۰	۸	۰.۱۸۶۱	۹	۲.۲۱۰۶	۱۳	۰.۴۵۸۸	۱۲	۰.۲۹۰۹	۸	۰.۷۰	۸.۰۹۷۲**
MRS-GARCH-t2	۰.۱۹۴۱	۳	۴.۷۴۴	۸	۲.۸۸۴۸	۲	۰.۱۳۷۳	۲	۱.۸۸۱۲	۲	۰.۳۹۶۲	۲	۰.۲۰۶۲	۲	۰.۷۷	۱۱.۴۸۸۵**
MRS-GARCH-t	۰.۰۶۱۰	۱	۱.۶۳۴۸	۱	۲.۸۲۷۸	۱	۰.۰۴۰۰	۱	۱.۰۰۰۷	۱	۰.۱۹۹۹	۱	۰.۰۴۸۵	۱	۰.۷۹	۱۲.۶۱۵۰**
MRS-GARCH-GED	۰.۱۹۱۹	۲	۴.۵۵۳۵	۳	۲.۸۸۵۷	۳	۰.۱۳۷۵	۳	۱.۸۸۴۳	۳	۰.۳۹۷۲	۳	۰.۲۱۱۶	۳	۰.۷۶	۱۰.۷۷۲۵**

پیش‌بینی‌های نوسانات ۵- مرحله رو به جلو

Model	MSE1	Rank	MSE2	Rank	QLIKE	Rank	R2LOG	Rank	MAD2	Rank	MAD1	Rank	HMSE	Rank	SR	DA
GARCH-N	۱.۱۶۳۷	۹	۱۲۹.۲۹۹	۷	۴.۵۲۱۶	۱۰	۰.۱۷۶۷	۱۰	۱۰.۱۳۲۱	۸	۰.۹۸۱۳	۱۰	۰.۲۹۸۰	۱۰	۰.۷۶	۱۰.۹۶۷۴**
GARCH-t	۱.۰۶۴۲	۴	۱۱۹.۳۸۹	۳	۴.۵۱۰۳	۷	۰.۱۵۹۵	۶	۹.۸۳۸۵	۵	۰.۹۴۹۷	۶	۰.۲۵۹۴	۸	۰.۸۰	۱۳.۰۵۶۹**
GARCH-GED	۱.۱۱۷۸	۷	۱۲۴.۶۶۰	۵	۴.۵۱۶۴	۹	۰.۱۶۸۸	۸	۱۰.۰۱۰۱	۶	۰.۹۶۸۴	۸	۰.۲۷۹۸	۹	۰.۷۸	۱۲.۱۸۳۲**
EGARCH-N	۱.۸۷۳۱	۱۳	۱۸۳.۳۹۸	۱۲	۴.۶۲۷۸	۱۳	۰.۳۳۲۱	۱۳	۱۲.۶۷۷۲	۱۳	۱.۲۷۵۱	۱۳	۰.۶۸۹۹	۱۳	۰.۷۹	۱۳.۰۲۵۹**
EGARCH-t	۱.۲۰۰۷	۱۱	۱۷۳.۵۷۹	۱۰	۴.۶۰۶۲	۱۱	۰.۳۰۱۹	۱۱	۱۲.۱۸۶۰	۱۱	۱.۲۳۵۳	۱۱	۰.۶۰۴۱	۱۱	۰.۸۱	۱۳.۳۴۲۲**
EGARCH-GED	۱.۸۰۷۶	۱۲	۱۷۸.۵۹۳	۱۱	۴.۶۱۶۹	۱۲	۰.۳۱۷۰	۱۲	۱۲.۳۳۹۲	۱۲	۱.۲۵۶۰	۱۲	۰.۶۵۵۴	۱۲	۰.۸۰	۱۳.۲۱۲۶**
GJR-N	۱.۰۸۵۰	۵	۱۲۶.۶۹۹	۶	۴.۵۰۸۵	۵	۰.۱۵۸۰	۵	۹.۷۴۹۷	۴	۰.۹۲۶۸	۴	۰.۲۵۲۹	۷	۰.۷۴	۱۰.۱۴۶۹**
GJR-t	۰.۹۹۷۲	۲	۱۱۵.۱۷۳	۲	۴.۵۰۱۲	۲	۰.۱۴۵۵	۲	۹.۴۱۱۲	۲	۰.۸۹۷۰	۲	۰.۲۳۰۶	۲	۰.۷۷	۱۱.۴۱۳۷**
GJR-GED	۱.۰۴۲۳	۳	۱۲۰.۶۲۱	۴	۴.۵۰۵۳	۳	۰.۱۵۳۳	۳	۹.۵۹۵۰	۳	۰.۹۱۴۳	۳	۰.۲۴۳۲	۴	۰.۷۵	۱۰.۷۲۱۶**
MRS-GARCH-N	۱.۳۲۴۱	۱۰	۱۸۴.۸۳۲	۱۳	۴.۵۱۱۱	۸	۰.۱۶۸۹	۹	۱۰.۵۹۵۵	۱۰	۰.۹۶۸۷	۹	۰.۲۵۱۳	۶	۰.۶۸	۶.۶۲۵۲**
MRS-GARCH-t2	۱.۱۴۵۱	۸	۱۳۹.۵۰۵	۹	۴.۵۰۹۳	۶	۰.۱۶۱۷	۷	۱۰.۱۴۱۷	۹	۰.۹۵۶۷	۷	۰.۲۴۹۲	۵	۰.۷۴	۱۰.۱۸۳۹**
MRS-GARCH-t	۰.۵۰۴۴	۱	۶۶.۷۵۵	۱	۴.۴۴۶۷	۱	۰.۰۶۵۶	۱	۶.۷۵۱۲	۱	۰.۵۹۳۷	۱	۰.۰۵۲۲	۱	۰.۸۰	۱۳.۰۸۷۶**
MRS-GARCH-GED	۱.۱۰۶۴	۶	۱۳۴.۴۰۷	۸	۴.۵۰۵۷	۴	۰.۱۵۵۰	۴	۱۰.۰۴۴	۷	۰.۹۴۰۴	۵	۰.۲۴۰۲	۳	۰.۷۲	۸.۹۵۷۲**

جدول ۶: ارزیابی برون نمونه‌ای پیش‌بینی‌های نوسانات ده و بیست و دو مرحله رو به جلو

پیش‌بینی‌های نوسانات ۱۰- مرحله رو به جلو

Model	MSE1	Rank	MSE2	Rank	QLIKE	Rank	R2LOG	Rank	MAD2	Rank	MAD1	Rank	HMSE	Rank	SR	DA
GARCH-N	۲.۱۳۳۳	۶	۴۸۹.۲۶۷	۶	۵.۲۰۲۸	۸	۰.۱۵۵۳	۸	۱۹.۱۹۵۲	۶	۱.۲۹۴۷	۶	۰.۲۵۷۳	۸	۰.۷۳	۹.۶۵۲۲**
GARCH-t	۲.۰۳۴۲	۳	۴۶۶.۴۷۷	۲	۵.۱۹۸۱	۶	۰.۱۴۸۱	۵	۱۹.۰۰۰۳	۴	۱.۲۸۳۴	۵	۰.۲۴۰۵	۶	۰.۷۷	۱۱.۶۶۷۸**
GARCH-GED	۲.۱۰۰۱	۵	۴۸۰.۹۰۸	۴	۵.۲۰۱۴	۷	۰.۱۵۳۲	۷	۱۹.۱۷۶۸	۵	۱.۲۹۵۵	۷	۰.۲۵۱۹	۷	۰.۷۹	۱۰.۹۷۷۹**
EGARCH-N	۵.۶۷۵۹	۱۳	۱۰۵۲.۳۲	۱۳	۵.۴۷۱۳	۱۳	۰.۵۳۴۶	۱۳	۳۰.۳۸۹۶	۱۳	۲.۲۵۹۶	۱۳	۱.۳۲۲۸	۱۳	۰.۷۸	۱۲.۷۵۵۷**
EGARCH-t	۵.۰۷۶۱	۱۱	۹۶۴.۱۵۶	۱۱	۵.۴۱۶۹	۱۱	۰.۴۶۴۲	۱۱	۲۹.۱۶۰۰	۱۱	۲.۱۴۳۸	۱۱	۱.۰۷۲۱	۱۱	۰.۸۰	۱۲.۹۸۵۹**
EGARCH-GED	۵.۳۷۸۸	۱۲	۱۰۰۹.۳۲	۱۲	۵.۴۴۳۶	۱۲	۰.۴۹۹۲	۱۲	۲۹.۸۱۳۹	۱۲	۲.۲۰۴۵	۱۲	۱.۱۹۱۸	۱۲	۰.۸۰	۱۲.۹۴۲۲**
GJR-N	۲.۰۴۰۹	۴	۴۸۷.۳۳۱	۵	۵.۱۹۴۴	۵	۰.۱۴۳۷	۴	۱۸.۷۵۵۹	۳	۱.۲۴۵۳	۳	۰.۲۳۷۵	۵	۰.۷۲	۹.۰۲۶۳**
GJR-t	۱.۹۴۵۲	۱	۴۵۷.۰۹۱	۱	۵.۱۹۱۶	۲	۰.۱۳۸۵	۲	۱۸.۳۹۱۰	۱	۱.۲۲۸۱	۱	۰.۲۱۹۸	۳	۰.۷۴	۱۰.۲۰۷۹**
GJR-GED	۲.۰۰۴۵	۲	۴۷۲.۹۹۵	۳	۵.۱۹۳۹	۴	۰.۱۴۲۳	۳	۱۸.۶۱۹۷	۲	۱.۲۴۱۶	۲	۰.۲۲۶۷	۴	۰.۷۳	۹.۵۹۹۸**
MRS-GARCH-N	۲.۴۱۳۵	۸	۶۷۸.۶۴۸	۱۰	۵.۱۹۳۸	۳	۰.۱۴۹۹	۶	۱۹.۹۸۵۸	۷	۱.۲۷۹۱	۴	۰.۲۱۵۴	۲	۰.۶۶	۵.۶۹۸۱**
MRS-GARCH-t2	۲.۵۴۷۰	۱۰	۶۱۴.۶۱۷	۸	۵.۲۱۵۱	۱۰	۰.۱۸۰۰	۱۰	۲۱.۳۶۹۱	۹	۱.۴۲۷۴	۱۰	۰.۲۸۴۶	۱۰	۰.۷۲	۵.۶۹۸۱**
MRS-GARCH-t	۲.۱۹۱۳	۷	۶۱۵.۱۸۲	۹	۵.۱۶۷۹	۱	۰.۱۳۰۳	۱	۲۱.۷۱۱۳	۱۰	۱.۳۰۰۶	۸	۰.۰۸۷۸	۱	۰.۷۱	۱۰.۴۴۲۷**
MRS-GARCH-GED	۲.۴۲۷۶	۹	۵۹۹.۵۱۸	۷	۵.۲۰۶۸	۹	۰.۱۶۶۸	۹	۲۰.۸۷۱۶	۸	۱.۳۷۳۵	۹	۰.۲۵۹۱	۹	۰.۶۹	۷.۵۵۱۴**



Model	MSE1	Rank	MSE2	Rank	QLIKE	Rank	R2LOG	Rank	MAD2	Rank	MAD1	Rank	HMSE	Rank	SR	DA
GARCH-N	۳,۵۷۰۰	۲	۱۸۶۷,۹۷۹	۲	۵,۹۶۷۸	۳	۰,۱۱۲۳	۳	۳۶,۶۶۹۹	۳	۱,۶۳۵۱	۳	۰,۱۷۵۹	۴	۰,۶۷	۷,۰۳۹۷**
GARCH-t	۳,۷۴۶۴	۶	۱۹۳۳,۷۸۱	۶	۵,۹۷۲۳	۷	۰,۱۱۹۶	۷	۳۷,۹۸۰۴	۷	۱,۷۰۶۴	۷	۰,۱۸۸۹	۸	۰,۷۲	۹,۱۴۷۰**
GARCH-GED	۳,۷۱۸۷	۵	۱۹۳۸,۱۶۱	۵	۵,۹۷۱۴	۶	۰,۱۱۸۱	۶	۳۷,۶۴۵۳	۶	۱,۶۸۶۷	۶	۰,۱۸۶۸	۷	۰,۷۰	۸,۳۵۶۹**
EGARCH-N	۲۲,۴۰۹	۱۳	۸۰۸۷,۰۱۲	۱۳	۶,۷۳۶۱	۱۳	۱,۱۰۰۴	۱۳	۸۶,۷۴۴۸	۱۳	۴,۶۱۷۸	۱۳	۳,۸۶۹۸	۱۳	۰,۷۶	۱۱,۳۹۹۴**
EGARCH-t	۱۹,۵۷۷	۱۱	۷۳۱۱,۲۸۴	۱۱	۶,۵۷۲۸	۱۱	۰,۹۲۰۵	۱۱	۸۲,۵۰۷۹	۱۱	۴,۳۱۹۴	۱۱	۲,۸۷۰۹	۱۱	۰,۷۸	۱۲,۰۹۷۷**
EGARCH-GED	۲۱,۰۲۲	۱۲	۷۷۱۴,۵۶۵	۱۲	۶,۶۵۲۹	۱۲	۱,۰۱۰۴	۱۲	۸۴,۷۵۶۹	۱۲	۴,۴۷۵۵	۱۲	۳,۳۴۵۳	۱۲	۰,۷۷	۱۱,۸۰۲۵**
GJR-N	۳,۴۸۳۶	۱	۱۸۶۱,۸۵۷	۱	۵,۹۶۴۳	۲	۰,۱۰۷۷	۲	۳۵,۹۰۱۵	۱	۱,۵۸۹۰	۲	۰,۱۶۳۶	۳	۰,۶۸	۷,۱۶۷۹**
GJR-t	۳,۶۳۶۳	۴	۱۹۰۰,۵۴۴	۳	۵,۹۶۹۱	۵	۰,۱۱۴۸	۵	۳۷,۱۳۵۴	۵	۱,۶۵۸۳	۵	۰,۱۷۸۹	۶	۰,۷۰	۸,۳۱۹۴**
GJR-GED	۳,۶۱۹۳	۳	۱۹۰۴,۶۷۴	۴	۵,۹۶۸۲	۴	۰,۱۱۳۵	۴	۳۶,۸۵۴۱	۴	۱,۶۴۱۱	۴	۰,۱۷۶۰	۵	۰,۶۸	۷,۶۳۶۶**
MRS-GARCH-N	۳,۸۲۷۴	۷	۲۳۵۳,۰۱۴	۷	۵,۹۶۰۱	۱	۰,۱۰۵۸	۱	۳۶,۳۲۵۰	۲	۱,۵۵۳۴	۱	۰,۱۴۳۲	۲	۰,۶۳	۴,۳۸۷۹**
MRS-GARCH-t2	۵,۷۱۰۷	۹	۲۹۲۰,۵۲۹	۹	۶,۰۱۲۶	۱۰	۰,۱۸۶۹	۹	۴۷,۳۳۰۴	۹	۲,۱۵۰۰	۹	۰,۳۰۹۶	۱۰	۰,۶۹	۸,۰۱۶۶**
MRS-GARCH-t	۷,۸۲۴۴	۱۰	۵۲۱۸,۱۴۸	۱۰	۵,۹۸۵۸	۸	۰,۱۹۵۹	۱۰	۶۵,۹۵۹۳	۱۰	۲,۵۵۹۹	۱۰	۰,۱۲۱۰	۱	۰,۵۲	۵,۱۹۶۵**
MRS-GARCH-GED	۵,۰۴۶۲	۸	۲۷۲۱,۸۲۱	۸	۵,۹۹۲۸	۹	۰,۱۵۶۷	۸	۴۴,۲۱۵۵	۸	۱,۹۶۱۲	۸	۰,۲۴۴۸	۹	۰,۶۶	۶,۱۴۸۷**

توجهی عملکرد بهتری از هر یک از مدلها در سطح اطمینان معمول دارد و فرضیه صفر برابری دقت پیش‌بینی قویاً رد می‌شود. بعلاوه علامت آماره‌های DM و MDM، همواره منفی است که بر کمتر بودن زیان شاخص از زیان دیگر مدلها دلالت دارد.

جدول (۷) نتایج آزمون‌های DM و MDM را هنگامیکه شاخص بهترین مدل در افق یک روزه، MRS-GARCH-t بوده و با هر یک از مدل‌های دیگر مقایسه شده است نشان می‌دهد. از جدول پیدا است که MRS-GARCH-t (شاخص) بطور قابل

جدول ۷: آزمون‌های Diebold-Mariano (شاخص: MRS-GARCH-t، ۱-مرحله رو به جلو)

Model	آزمون Diebold-Mariano						آزمون Modified Diebold-Mariano							
	MSE1	MSE2	QLIKE	R2LOG	MAD2	MAD1	HMSE	MSE1	MSE2	QLIKE	R2LOG	MAD2	MAD1	HMSE
GARCH-N p-values	-۹,۵۳**	-۷,۳۳**	-۱۱,۱۶**	-۱۱,۱۲**	-۹,۷۹**	-۱۰,۹۹**	-۱۰,۷۴**	-۹,۵۱**	-۷,۳۱**	-۱۱,۱۴**	-۱۱,۰۹**	-۹,۷۷**	-۱۰,۹۷**	-۱۰,۷۲**
GARCH-t p-values	-۹,۲۲**	-۶,۹۱**	-۱۱,۲۶**	-۱۰,۹۶**	-۹,۰۷**	-۱۰,۳۶**	-۱۱,۲۳**	-۹,۱۹**	-۶,۸۹**	-۱۱,۲۴**	-۱۰,۹۴**	-۹,۰۵**	-۱۰,۳۴**	-۱۱,۲۰**
GARCH-GED p-values	-۹,۴۰**	-۷,۱۱**	-۱۱,۲۹**	-۱۱,۱۱**	-۹,۳۸**	-۱۰,۶۵**	-۱۱,۰۷**	-۹,۳۸**	-۷,۰۹**	-۱۱,۲۷**	-۱۱,۰۹**	-۹,۳۶**	-۱۰,۶۳**	-۱۱,۰۵**
EGARCH-N p-values	-۷,۸۰**	-۶,۵۴**	-۷,۹۲**	-۸,۱۷**	-۸,۲۵**	-۹,۱۸**	-۷,۲۵**	-۷,۷۸**	-۶,۵۳**	-۷,۹۰**	-۸,۱۵**	-۸,۲۳**	-۹,۱۶**	-۷,۲۳**
EGARCH-t p-values	-۷,۵۳**	-۶,۳۱**	-۷,۶۹**	-۷,۹۷**	-۸,۲۶**	-۹,۲۶**	-۶,۸۹**	-۷,۵۲**	-۶,۲۹**	-۷,۶۷**	-۷,۹۵**	-۸,۲۴**	-۹,۲۴**	-۶,۸۸**
EGARCH-GED p-values	-۷,۶۳**	-۶,۳۷**	-۷,۹۲**	-۸,۰۵**	-۸,۱۸**	-۹,۱۶**	-۷,۰۹**	-۷,۶۱**	-۶,۳۶**	-۷,۷۷**	-۸,۰۳**	-۸,۱۶**	-۹,۱۴**	-۷,۰۷**
GJR-N p-values	-۹,۳۴**	-۷,۸۵**	-۹,۷۰**	-۹,۷۹**	-۹,۹۹**	-۱۰,۵۰**	-۹,۲۷**	-۹,۲۳**	-۷,۸۳**	-۹,۶۸**	-۹,۷۷**	-۹,۹۷**	-۱۰,۴۷**	-۹,۲۵**
GJR-t p-values	-۸,۷۱**	-۷,۱۷**	-۹,۴۷**	-۹,۳۷**	-۸,۹۱**	-۹,۶۲**	-۹,۳۱**	-۸,۶۹**	-۷,۱۶**	-۹,۴۵**	-۹,۳۵**	-۸,۸۹**	-۹,۶۰**	-۹,۲۸**
GJR-GED p-values	-۹,۰۹**	-۷,۵۹**	-۹,۶۷**	-۹,۶۶**	-۹,۴۴**	-۱۰,۰۶**	-۹,۴۰**	-۹,۰۷**	-۷,۵۸**	-۹,۶۶**	-۹,۶۳**	-۹,۴۲**	-۱۰,۰۴**	-۹,۳۸**
MRS-GARCH-N p-values	-۶,۴۷**	-۳,۹۲**	-۸,۵۰**	-۸,۵۶**	-۹,۰۳**	-۹,۹۹**	-۷,۴۸**	-۶,۴۵**	-۳,۹۱**	-۸,۴۸**	-۸,۵۴**	-۹,۰۱**	-۹,۹۷**	-۷,۴۶**
MRS-GARCH-t2 p-values	-۸,۷۶**	-۷,۱۰**	-۸,۵۸**	-۸,۷۴**	-۹,۲۶**	-۹,۲۹**	-۷,۹۷**	-۸,۷۴**	-۷,۰۸**	-۸,۵۶**	-۸,۷۳**	-۹,۲۴**	-۹,۲۷**	-۷,۹۶**
MRS-GARCH-GED p-values	-۸,۶۶**	-۸,۵۵**	-۸,۰۲**	-۸,۱۵**	-۹,۵۴**	-۹,۱۰**	-۷,۶۱**	-۸,۶۳**	-۸,۵۳**	-۸,۰۱**	-۸,۱۳**	-۹,۵۲**	-۹,۰۸**	-۷,۵۹**

تذکر: \* و \*\* نشان دهنده رد فرضیه صفر برابری دقت پیش‌بینی به ترتیب در سطوح ۵٪ و ۱٪ می‌باشد. † و †† نشان می‌دهد فرضیه صفر به ترتیب در سطوح ۵٪ و ۱٪ رد می‌شود، اما علامت آماره مثبت بوده و دلالت بر این دارد که زیان شاخص بزرگتر است.



MRS-GARCH-t و MRS-GARCH با خطا گوسی و به جز در HMSE فرضیه صفر برابری دقت پیش‌بینی رد نمی‌شود. جدول (۹) آزمون بررسی واقعیت مربوط به برتری توانایی پیش‌بینی برای هر مدل در برابر دیگر مدلها را در افق‌های پیش‌بینی یک روزه گزارش می‌دهد.

جدول (۸) افق پیش‌بینی دو هفته‌ای را در نظر می‌گیرد. در ۱۰ مرحله رو به جلو بهترین مدل GJR-t می‌باشد. عملکرد آن از اکثر مدل‌های GARCH استاندارد بالاتر بوده و شاخص تنها مغلوب مدل‌های GARCH-t و GJR-N می‌شود. در میان مدل‌های MRS-GARCH فرضیه EPA برای مدل MRS-GARCH-t2 و مدل MRS-GARCH-GED در کلیه توابع زیان رد می‌شود، اما در مقایسه با

جدول ۸: آزمون‌های Diebold-Mariano (شاخص: GJR-t، ۱۰-مرحله رو به جلو)

Model	آزمون Diebold-Mariano							آزمون Modified Diebold-Mariano						
	MSE1	MSE2	QLIKE	R2LOG	MAD2	MAD1	HMSE	MSE1	MSE2	QLIKE	R2LOG	MAD2	MAD1	HMSE
GARCH-N p-values	-۲,۱۳*	-۱,۵۳	-۲,۷۶**	-۲,۷۰**	-۱,۹۶**	-۲,۳۹*	-۲,۷۰**	-۲,۰۴*	-۱,۴۷	-۲,۶۶**	-۲,۵۹**	-۱,۸۸	-۲,۲۹*	-۲,۶۰**
GARCH-t p-values	-۱,۰۰	-۰,۴۲	-۱,۷۵	-۱,۶۱	-۱,۲۹	-۱,۸۲	-۱,۷۲	-۰,۹۷	-۰,۴۰	-۱,۶۸	-۱,۵۵	-۱,۲۴	-۱,۷۵	-۱,۶۵
GARCH-GED p-values	-۱,۷۶	-۱,۰۹	-۲,۵۶**	-۲,۴۳*	-۱,۷۹	-۲,۳۴*	-۲,۵۲**	-۱,۶۹	-۱,۰۵	-۲,۴۶**	-۲,۳۳*	-۱,۷۲	-۲,۲۴*	-۲,۴۲*
EGARCH-N p-values	-۱۳,۴۷**	-۱۱,۵۷**	-۱۱,۳۵**	-۱۲,۴۳**	-۱۴,۲۲**	-۱۵,۶۵**	-۹,۳۲**	-۱۲,۹۴**	-۱۱,۱۲**	-۱۰,۹۰**	-۱۱,۹۴**	-۱۳,۶۷**	-۱۵,۰۴**	-۸,۹۶**
EGARCH-t p-values	-۱۲,۴۸**	-۱۰,۸۷**	-۱۰,۷۳**	-۱۱,۶۸**	-۱۳,۲۲**	-۱۴,۶۲**	-۸,۸۸**	-۱۱,۹۸**	-۱۰,۴۵**	-۱۰,۳۰**	-۱۱,۲۲**	-۱۲,۲۸**	-۱۴,۰۵**	-۸,۵۳**
EGARCH-GED p-values	-۱۳,۱۶**	-۱۱,۳۸**	-۱۱,۱۶**	-۱۲,۱۸**	-۱۳,۸۹**	-۱۵,۲۸**	-۹,۲۱**	-۱۲,۶۴**	-۱۰,۹۳**	-۱۰,۷۳**	-۱۱,۷۱**	-۱۳,۳۵**	-۱۴,۶۹**	-۸,۸۵**
GJR-N p-values	-۱,۸۱	-۱,۷۷	-۱,۸۲	-۱,۸۱	-۱,۳۹	-۱,۱۴	-۱,۷۸	-۱,۷۴	-۱,۷۰	-۱,۷۵	-۱,۷۴	-۱,۳۴	-۱,۱۰	-۱,۷۱
GJR-GED p-values	-۲,۶۴**	-۲,۳۶*	-۲,۹۹**	-۲,۸۹**	-۲,۰۹*	-۲,۰۶*	-۲,۹۶**	-۲,۵۳**	-۲,۲۷*	-۲,۸۷**	-۲,۷۹**	-۲,۰۱*	-۱,۹۸*	-۲,۸۴**
MRS-GARCH-N p-values	-۱,۵۱	-۱,۶۴	-۰,۳۶	-۰,۸۵	-۱,۴۵	-۰,۸۸	۰,۲۶	-۱,۴۵	-۱,۵۷	-۰,۳۵	-۰,۸۲	-۱,۴۰	-۰,۸۵	۰,۲۵
MRS-GARCH-t2 p-values	-۴,۲۳**	-۳,۰۲**	-۶,۴۳**	-۵,۸۴**	-۴,۶۸**	-۵,۷۳**	-۶,۱۰**	-۴,۰۶**	-۲,۹۰**	-۶,۱۸**	-۵,۶۱**	-۴,۵۰**	-۵,۵۰**	-۵,۸۷**
MRS-GARCH-t p-values	-۰,۵۸	-۱,۳۸	۱,۷۴	۰,۳۰	-۱,۲۸	-۰,۴۶	۴,۰۵††	-۰,۵۵	-۱,۳۳	۱,۶۷	۰,۲۹	-۱,۲۳	-۰,۴۴	۳,۸۹††
MRS-GARCH-GED p-values	-۳,۳۴**	-۲,۷۹**	-۴,۰۹**	-۳,۸۳**	-۳,۲۶**	-۳,۴۴**	-۳,۸۸**	-۳,۲۱**	-۲,۶۸**	-۳,۹۳**	-۳,۶۸**	-۳,۱۳**	-۳,۳۵**	-۳,۷۶**

تذکر: \* نشان دهنده رد فرضیه صفر برابری دقت پیش‌بینی به ترتیب در سطوح ۵٪ و ۱٪ می‌باشد. † و †† نشان می‌دهد فرضیه صفر به ترتیب در سطوح ۵٪ و ۱٪ رد می‌شود، اما علامت آماره مثبت بوده و دلالت بر این دارد که زیان شاخص بزرگتر است.

جدول ۹: آزمون‌های بررسی واقعیت و برتری توانایی پیش‌بینی (تمام مدلها، افق ۱ روزه)

Benchmark		MSE1	MSE2	QLIKE	R2LOG	MAD1	MAD2	HMSE
GARCH-N	SPA <sub>t</sub> <sup>0</sup>	0	0	0	0	0	0	0
	SPA <sub>t</sub> <sup>0</sup> <sub>c</sub>	0	0	0	0	0	0	0
	RC	0	0	0	0	0	0	0
GARCH-t	SPA <sub>t</sub> <sup>0</sup>	0	0	0	0	0	0	0
	SPA <sub>t</sub> <sup>0</sup> <sub>c</sub>	0	0	0	0	0	0	0
	RC	0	0	0	0	0	0	0
GARCH-GED	SPA <sub>t</sub> <sup>0</sup>	0	0	0	0	0	0	0
	SPA <sub>t</sub> <sup>0</sup> <sub>c</sub>	0	0	0	0	0	0	0
	RC	0	0.003	0	0	0	0	0
EGARCH-N	SPA <sub>t</sub> <sup>0</sup>	0	0	0	0	0	0	0
	SPA <sub>t</sub> <sup>0</sup> <sub>c</sub>	0	0	0	0	0	0	0
	RC	0	0.0023	0	0	0	0	0
EGARCH-t	SPA <sub>t</sub> <sup>0</sup>	0	0	0	0	0	0	0
	SPA <sub>t</sub> <sup>0</sup> <sub>c</sub>	0	0	0	0	0	0	0
	RC	0	0.0033	0	0	0	0	0
EGARCH-GED	SPA <sub>t</sub> <sup>0</sup>	0	0	0	0	0	0	0
	SPA <sub>t</sub> <sup>0</sup> <sub>c</sub>	0	0	0	0	0	0	0
	RC	0	0.0033	0	0	0	0	0
GJR-N	SPA <sub>t</sub> <sup>0</sup>	0	0	0	0	0	0	0
	SPA <sub>t</sub> <sup>0</sup> <sub>c</sub>	0	0	0	0	0	0	0
	RC	0	0	0	0	0	0	0
GJR-t	SPA <sub>t</sub> <sup>0</sup>	0	0	0	0	0	0	0
	SPA <sub>t</sub> <sup>0</sup> <sub>c</sub>	0	0	0	0	0	0	0
	RC	0	0	0	0	0	0	0
GJR-GED	SPA <sub>t</sub> <sup>0</sup>	0	0	0	0	0	0	0
	SPA <sub>t</sub> <sup>0</sup> <sub>c</sub>	0	0	0	0	0	0	0
	RC	0	0	0	0	0	0	0
MRS-GARCH-N	SPA <sub>t</sub> <sup>0</sup>	0	0.0030	0	0	0	0	0
	SPA <sub>t</sub> <sup>0</sup> <sub>c</sub>	0	0.0030	0	0	0	0	0
	RC	0	0.0030	0	0	0	0	0
MRS-GARCH-t2	SPA <sub>t</sub> <sup>0</sup>	0	0	0	0	0	0	0
	SPA <sub>t</sub> <sup>0</sup> <sub>c</sub>	0	0	0	0	0	0	0
	RC	0	0	0	0	0	0	0
MRS-GARCH-t	SPA <sub>t</sub> <sup>0</sup>	0.5920	0.6520	0.5423	0.5423	0.5517	0.6383	0.5383
	SPA <sub>t</sub> <sup>0</sup> <sub>c</sub>	0.5920	0.6520	0.5423	0.5423	0.5517	0.6383	0.5383
	RC	1	1	1	1	1	1	1
MRS-GARCH-GED	SPA <sub>t</sub> <sup>0</sup>	0	0	0	0	0	0	0
	SPA <sub>t</sub> <sup>0</sup> <sub>c</sub>	0	0	0	0	0	0	0
	RC	0	0	0	0	0	0	0

تذکر: این جدول p-مقدارهای تست بررسی واقعیت (RC) وایت (۲۰۰۰) و p-مقدارهای سازگار (SPA<sub>t</sub><sup>0</sup>) و کران پایین (SPA<sub>t</sub><sup>0</sup><sub>c</sub>) آزمون SPA هانسن (۲۰۰۱) از پیش‌بینی‌های افق یک مرحله رو به جلو را نشان می‌دهد. هر مدل در ردیف به‌عنوان شاخص در برابر سایرمدلهای رقیب می‌باشد. فرضیه صفر این است که هیچ یک از مدلها بهتر از شاخص نیستند. برای محاسبه p-مقدارها تعداد تکرار خودپرداز ۳۰۰۰ و طول بلوک ۰,۳۳ می‌باشد

تابع زیان می‌افتد. این جدول همچنین p-مقدارهای تست RC و SPA را هنگامیکه شاخص یکی از مدل‌های MRS-GARCH بوده و مقایسه بازم در مقابل دیگر مدلها صورت گرفته است، نشان می‌دهد. مشهود است که مدل MRS-GARCH-t بطورقابل توجهی عملکرد بالاتری از همه مدل‌های دیگر در سطح معناداری معمول ۵٪ دارد، در واقع

p-مقدارهای گزارش شده در این جدول برای آزمون‌های RC و SPA بطور مجزا نشان می‌دهند چطور تمام آزمون‌ها، فرضیه صفر SPA را هنگامیکه شاخص یکی از مدل‌های GARCH استاندارد است رد می‌کنند. این بدین معنی است که، یک مدل رقیب در میان آنهایی که در نظر گرفته شده‌اند وجود دارد که بطور قابل توجهی از شاخص بهتر می‌باشد. این اتفاق برای تمام مدل‌های GARCH تک رژیمی و هر

برای تمام توابع زیان فرضیه صفر نبود مدل برتر از شاخص رد نمی‌شود.

#### ۷- نتیجه گیری و بحث

نتایج تجربی اصلی، با استفاده از داده‌های آتی- های نفت خام WTI نشان می‌دهند که مدل‌های MRS-GARCH به طور قابل توجهی عملکرد بالاتر از مدل‌های GARCH معمولی در پیش‌بینی نوسانات در افق‌های زمانی کوتاهتر مطابق طیف گسترده‌ای از توابع زیان آماری دارند. بررسی معناداری تفاوت‌های عملکرد میان مدل‌های رقابتی از طریق آزمون‌های نوع DM برای برابری توانایی پیش‌بینی و تست‌های برتری توانایی پیش‌بینی مانند آزمون بررسی واقعیت وایت (۲۰۰۰) و تست هانسن (۲۰۰۱) صورت گرفت.

کلیه این تست‌ها نشان می‌دهند که مدل MRS-GARCH با خطا  $t$  استیودنت عملکرد بالاتر از مدل‌های استاندارد GARCH در پیش‌بینی نوسانات در افق‌های کوتاهتر دارد. در افق‌های طولانی‌تر، مدل‌های GARCH استاندارد عملکرد بالاتر از مدل‌های MRS-GARCH دارند.

تحقیقات صورت گرفته در گذشته به نتایج مشابهی دست یافته اند که به چند نمونه از آنها اشاره می‌گردد. مارکوچی (۲۰۰۵) مجموعه‌ای از مدل‌های GARCH، EGARCH و GJR را با گروهی از مدل‌های MRS-GARCH از لحاظ توانایی آنها در پیش‌بینی نوسانات S&P500 طی دوره ۱۹۸۸ تا ۲۰۰۳ از یک روز تا یک ماه مقایسه نمود. یافته اصلی مارکوچی (۲۰۰۵) این است که عملکرد پیش-بینی مدل‌های MRS-GARCH بطور معناداری بهتر از مدل‌های نوع GARCH تک رژیمی در افق‌های

کوتاه مدت می‌باشد، در حالیکه مدل GARCH استاندارد نامتقارن در افق طولانی‌تر بهتر است.

مهمت علی (۲۰۰۸) مدل‌های GARCH تک رژیمی و MRS-GARCH را جهت تجزیه و تحلیل نوسانات بورس اوراق بهادار استانبول (ISE) در دوره ۱۹۹۷ تا ۲۰۰۷ مورد بررسی قرار داده است. استفاده از مدل‌های MRS-GARCH وجود دو رژیم نوسانی مختلف در بازار سهام ترکیه را نشان می‌دهد. همچنین این مدلها تداوم بالا را در مدل‌های GARCH تک رژیمی کاهش می‌دهند. نیکوس و پانوس (۲۰۱۰) عملکرد مدل‌های تغییر رژیم در پیش‌بینی نوسانات و ارزش در معرض ریسک (VaR) در بازارهای انرژی را مورد بررسی قرار دادند. با توجه به اینکه کشیدگی مازاد، چولگی و خوشه بندی نوسانات از ویژگی‌های برجسته تغییرات قیمت نفت می‌باشند آنها دریافتند که هر دو مدل‌های MRS-GARCH و MIX-GARCH گزینه‌های مناسبی جهت مدلسازی و پیش‌بینی ریسک می‌باشند. نتایج آنها نشان داد که مدل‌های مذکور در ثبت تداوم نوسانات از مدل‌های GARCH بهتر هستند.

تحقیقات بعدی، نیازمند ارزیابی این مدل‌های به شدت غیر خطی مطابق توابع زیانی است، که باید به بیان آنچه واقعاً مناسب است برای استفاده نهایی از پیش‌بینی نوسانات پردازند. در زمان تخمین مدل-های GARCH می‌توان از توزیع  $t$  تعمیم یافته نامتقارن (SGT)<sup>۶</sup> استفاده نمود که ابزاری انعطاف پذیر برای مدلسازی توزیع تجربی داده‌های مالی با مشخصه‌های دنباله-پهن، لپتوکرتوسی و چولگی فراهم می‌سازد. همچنین می‌توان توزیع دنباله سنگین (Heavy-Tailed) را نیز بکار برد.

از آنجاکه، نوسان واقعی برای ارزیابی کارایی پیش‌بینی مدل‌های GARCH رقابتی هم در درون

- \* Hansen, P.R ' An Unbiased and Powerful Test of Superior Predictive Ability.' Mimeo, Brown University, 2001.
- \* Harvey, D., S. Leybourne, and P. Newbold . 'Testing the Equality of Prediction Mean Squared Errors.' International Journal of Forecasting 13, 281-291, 1994.
- \* Karadag, Ali Mehmet.'Analysis Of Turkish Stock Market With Markov Regime Switching Volatility Models.' Master's thesis ,The Middle East Technical University, 2008.
- \* Kaufmann S. and S. F. Schnatter.' Bayesian analysis of switching ARCH models.' Journal of Time Series Analysis, 23(4):425-458, 2002.
- \* Klaassen, F.' Improving GARCH Volatility Forecasts.' Journal of Economics 27, 363-394, 2002.
- \* Marzo, M., and Zagaglia, P ' volatility forecasting for crude oil futures.' Universit'a di Bologna and Johns Hopkins University, 2007.
- \* Marcucci, J. 'Forecasting Stock Market Volatility with Regime-Switching GARCH Models,' Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics , 9(4), 2005.
- \* Nomikos, K. N., and Poulialis p. K.' Forecasting petroleum futures markets volatility: The role of regimes and market conditions.' Journal of Energy Economics 33, 321-337, 2011.
- \* White, H. ' A Reality Check For Data Snooping.' Econometrica 68(5), 1097-1126, 2000.
- \* [www.eia.gov](http://www.eia.gov)

#### یادداشت‌ها

- <sup>1</sup>-Bollerslev (1986)
- <sup>2</sup>-Engle (1982)
- <sup>3</sup>-French et al., 1987, Franses and Van Dijk, 1996
- <sup>4</sup>-Andersen and Bollerslev (1998)
- <sup>5</sup>-Structural Breaks
- <sup>6</sup>-Lamoureux and Lastrapes (1990)
- <sup>7</sup>-Gray (1996) and Klaassen (2002)
- <sup>8</sup>-Marcucci (2005)
- <sup>9</sup>-Brooks and Persand (2003)
- <sup>10</sup>-Dacco and Satchell (1999)
- <sup>11</sup>-Perez-Quiros and Timmermann (2000)
- <sup>12</sup>-Cai (1994 ), Hamilton and Susmel (1994)
- <sup>13</sup>-Haas, Mitnik, and Paoella (2004)
- <sup>14</sup>-Mehmet Ali (2008)
- <sup>15</sup>-Celso Brunetti et al.(2008)
- <sup>16</sup>-Nikos and Panos(2010)
- <sup>17</sup>-Nelson (1991)

نمونه و هم خارج از نمونه نیازی باشد، می‌توان از اندازه‌گیری دقیق‌تر نوسانات، که توسط داده‌های درون روزی روی فواصل زمانی مختلف، اعم از چند دقیقه یا چند ساعت بدست می‌آید، استفاده نمود. در مطالعات آتی، سه یا چهار رژیم نوسانی مشخص را به جای دو رژیم نوسانی می‌توان در نظر گرفت. بعلاوه، کارایی مدل‌های MRS-GARCH می‌تواند از لحاظ توانایی آنها در پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک (VaR) برای مواضع معاملاتی خرید و فروش مقایسه شود.

در آخر، در صورت راه‌اندازی بورس نفت در ایران متخصصین مالی و بورس می‌توانند از مدل‌های ترکیبی برای پیش‌بینی نوسانات استفاده نمایند.

#### فهرست منابع

- \* Brooks C. and G. Persand.'Volatility forecasting for risk management.' Journal of Forecasting, 22:1-22, 2003.
- \* Brunetti C., R. S. Mariano, C. Scotti, and A. H. H. Tan.' Markov switching GARCH models of currency turmoil in Southeast Asia.' Board Of Governors Of The Federal Reserve System International Finance Discussion Papers,(889), 2007.
- \* Chan L., R. J. Elliott, and T. K. Siu.' Option pricing for GARCH models with markov switching. 'International Journal Of Theoretical And Applied Finance, 9(6):825-841, 2006.
- \* Francq C. and J. M. Zakoian. 'The L2-structures of standard and switching regime GARCH models.' Stochastic Processes And Their Applications,115:1557-1582, 2005.
- \* Haas M., S. Mitnik, and M. S. Paollela. 'A new approach in markov switching GARCH models.' Journal Of Financial Econometrics, 2(4):493-530, 2004.
- \* Hamilton, J. D., and R. Susmel.' Autoregressive Conditional Heteroskedasticity and Changes in Regime.' Journal of Econometrics 64,307-33, 1994.



- <sup>18</sup> -Glosten & Jaganathan & Runkle (1993)
- <sup>19</sup> -Leverage effect
- <sup>20</sup> -Leptokurtosis
- <sup>21</sup> -Probability density function
- <sup>22</sup> -Shape Parameter
- <sup>23</sup> -thickness-of-taile
- <sup>24</sup> -Markov Regime-Switching GARCH Models
- <sup>25</sup> -Transition Matrix
- <sup>26</sup> -Ergodic Probability
- <sup>27</sup> ، به Regime-Switching برای جزئیات بیشتر پیرامون مدل‌های Hamilton (1994) مراجعه شود.
- <sup>28</sup> -ex-ante probability
- <sup>29</sup> در همه فرمولها اندیس بالا (i) بیانگر رژیم است که فرآیند در زمان t در آن قرار دارد.
- <sup>30</sup> -Drift
- <sup>31</sup> - در اینجا از مدل ساده شده (2002) Klaassen استفاده شده است.
- <sup>32</sup> - Multi-Step-Ahead
- <sup>33</sup> - یک شوک بدلیل اثرات GARCH و جابه جایی به رژیم واریانس بالاتر توسط دوره نوسانی بوجود می آید. داشتن پارامترهای مختلف در رژیم ها اثر شوک های بزرگ را کاهش می دهد.
- <sup>34</sup> -New York Mercantile Exchange
- <sup>35</sup> -Alexander (2001)
- <sup>36</sup> -Augmented Dicky Fuller
- <sup>37</sup> -Akaike Information Criterion
- <sup>38</sup> -Schwarz Bayesian Information Criterion
- <sup>39</sup> -Lagrange Multiplier (LM) Test
- <sup>40</sup> -Ljung-Box Test
- <sup>41</sup> -Mean Squared Error
- <sup>42</sup> -Mean Absolute Deviation
- <sup>43</sup> -Heteroscedasticity-Adjusted MSE
- <sup>44</sup> -Success Ratio
- <sup>45</sup> -Directional Accuracy
- <sup>46</sup> -Diebold-Mariano
- <sup>47</sup> -Equal Predictive Ability Test
- <sup>48</sup> - زیرا برای پیش‌بینی‌های h مرحله رو به جلو دنباله خطاهای پیش‌بینی از MA با مرتبه h-1 تبعیت می‌کند. q بصورت  $q = [4 * (n/100)^{2/9}]$  انتخاب می‌شود.
- <sup>49</sup> -Harvey, Leybourne and Newbold (1997)
- <sup>50</sup> -Over-Sized
- <sup>51</sup> - هاروی، لی‌بورن و نیوبولد (۱۹۹۷) پیشنهاد مقایسه آماره با مقادیر بحرانی توزیع t استیوننت با n-1 درجه آزادی را بجای توزیع نرمال برای تست DM دادند.
- <sup>52</sup> -Reality Check of White (2000)
- <sup>53</sup> -Superior Predictive Ability Test
- <sup>54</sup> - در علم اقتصاد، آزمون SPA قطعاً مناسب‌تر از آزمون EPA می باشد، زیرا به احتمال وجود بهترین مدل پیش‌بینی در کل تا احتمال وجود مدل بهتر بین دو جفت مدل علاقمند هستیم.
- <sup>55</sup> -تابع L(.) به عنوان مثال می تواند بصورت  $L_{k,t} = (\hat{\sigma}_t^2 - \hat{h}_{k,t})^2$  باشد اگر تابع زیان (۲۴) را در نظر بگیریم.
- <sup>56</sup> -Hansen (2001)
- <sup>57</sup> -p-value
- <sup>58</sup> -Bootstrap
- <sup>59</sup> -Liberal test
- <sup>60</sup> -Skewed Generalized t Distribution

