

استراتژی آربیتراژ آماری خنثی نسبت به بازار با استفاده از مدل‌های عاملی در بورس اوراق بهادار تهران

فریماه مخاطب رفیعی^۱
کامیار نوربخش^۲

تاریخ پذیرش: ۹۷/۰۴/۰۱

تاریخ دریافت: ۹۶/۰۹/۱۱

چکیده

پیش‌بینی حرکت قیمت موضوع چالش‌برانگیزی است. به همین منظور استراتژی‌های آربیتراژ آماری گوناگونی تا کنون به منظور معامله در بورس طراحی شده‌اند. بعضی از این استراتژی‌ها نسبت به حرکت بازار خنثی هستند. در طراحی استراتژی‌های خنثی نسبت به بازار، از موقعیت‌های خرید و فروش به طور همزمان استفاده می‌شود و این موضوع باعث شده است که آنها در بازارهایی مثل بورس اوراق بهادار تهران کاربرد نداشته باشند. در پژوهش پیش‌رو هدف طراحی یک استراتژی آربیتراژ آماری خنثی نسبت به بازار است به گونه‌ای که با ویژگی‌های بورس تهران هماهنگ باشد. در طراحی این استراتژی از روش تحلیل اجزای اصلی برای تخمین حرکت بازار و محاسبه حرکت منحصر به فرد هر سهم، بهره گرفته شده است. برای پیش‌بینی حرکت منحصر به فرد هر سهم که خاصیت بازگشت به میانگین را از خود نشان می‌دهند، از مدل اورن اشتاین-آهلن‌بک استفاده شده است. استراتژی طراحی شده توانست با در نظر گرفتن کارمزد معاملاتی، بازدهی بالاتری از شاخص کل حدود ۳۵٪ سالانه در دوره زمانی مورد بررسی فراهم آورد و این موضوع نشان‌دهنده مناسب بودن آن در ایجاد چارچوبی برای طراحی استراتژی‌های آربیتراژ آماری است.

واژه‌های کلیدی: آربیتراژ آماری، خنثی نسبت به بازار، اورن اشتاین-آهلن‌بک، بازگشت به میانگین، تحلیل اجزای اصلی، موقعیت خرید.

۱- دانشیار دانشکده مهندسی صنایع و سیستم‌ها، دانشگاه تربیت مدرس.

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مالی، دانشکده مهندسی صنایع و سیستم‌ها، دانشگاه تربیت مدرس، (نویسنده مسئول)
kamyarnourbakhsh@yahoo.com

۱- مقدمه

۱۵۹ سهم از بازار بورس تهران با چارچوب زمانی روزانه استفاده شده است.

۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

در سال‌های اخیر مطالعات بسیاری برای بررسی وجود آربیتراژ آماری و سودآوری استراتژی‌های مربوط به آن انجام شده است. به عنوان مثال هوگان و همکاران (۲۰۰۴) روشی برای تست آربیتراژ آماری ارائه کردند و به صورت تجربی استراتژی‌های تکانه و معامله ارزش را بررسی کردند. آنها با وجود اصلاحات لازم برای هزینه‌های معاملاتی، حساب‌های حاشیه‌ای و غیره به این نتیجه رسیدند که این استراتژی‌ها آربیتراژ آماری تولید می‌کنند. همچنین دنیس و همکاران (۲۰۱۰) تکنیک معاملات زوجی در آربیتراژ آماری را بر روی داده‌های با بسامد بالای مربوط به سهام اجرا کرده و قابلیت سوددهی آن را با نمونه‌های روزانه قیمت‌ها مقایسه کردند. آنها از یک استراتژی معاملاتی ساده برای ارزیابی قابلیت سوددهی سری داده‌ها استفاده و ضرایب اطلاعات بدست آمده از هر نمونه داده‌ها را مقایسه کردند. مشاهدات آن‌ها نشان داد که فرصت سوددهی آربیتراژ در داده‌های با بسامد بالا وجود دارد و بسیار جذاب‌تر از استفاده از داده‌های روزانه است. بعد از آن‌ها گروس و فریر (۲۰۱۰) نشان دادند مکان‌های بهینه‌ای برای استفاده از آربیتراژ آماری زوجی در مقیاس بسامد بالا برای سهم‌هایی که در بورس‌های مختلف معامله می‌شوند وجود دارد. آنها نقشه‌ای از این مکان‌ها تهیه کردند. در تحقیق دیگری موکی (۲۰۰۹) در یک بازبینی بر مبنای تفسیر هندسی داینامیک فرآیندهای اورن اشتاین-آهلن‌بک هم‌انباشتگی و رابطه آن با آربیتراژ آماری را مورد بررسی قرار داد. وی کاربرد این روش را در بازار قراردادهای سوآپ بررسی کرد. پس از وی کالدیرا و مورا (۲۰۱۳) از تست‌های هم‌انباشتگی به منظور شناسایی سهام برای استفاده در استراتژی‌های معاملات زوجی استفاده کردند. علاوه بر این، به منظور تخمین تعادل بلند مدت و مدل کردن مقادیر باقیمانده

توسعه ابزارهای ارتباط از راه دور و تکنولوژی کامپیوتر در دهه گذشته منجر به ایجاد بازارهای جهانی، پویا و پیچیده مالی و بوجود آمدن سیستم‌های معاملات الگوریتمی به منظور خودکار کردن یک یا چند مرحله از فرآیند معامله شده است. این سیستم‌ها به دنبال کشف قیمت‌های خلاف قاعده در بازار، کسب سود از طریق الگوهای آماری یک بازار یا بین بازارهای مالی مختلف، انجام بهینه سفارشات، پنهان کردن نیت معامله گران و یا کشف و بهره‌برداری از استراتژی‌های رقا، می‌باشند.

آربیتراژ آماری گروهی از استراتژی‌های معاملات الگوریتمی است که از مدل‌های ریاضی و آماری به منظور تولید بازدهی از حرکت‌های سیستماتیک در قیمت سهام استفاده می‌کند. این استراتژی‌ها با معاملات زوجی معرفی شدند و به تدریج پیچیدگی‌های بیشتری پیدا کردند.

هدف این پژوهش طراحی یک استراتژی معاملاتی آربیتراژ آماری برای پیاده‌سازی در بورس تهران است که نسبت به حرکت کلی بازار خنثی باشد. استراتژی‌های خنثی نسبت به بازار به علت نیاز به وجود موقعیت فروش قابل پیاده‌سازی در بورس تهران نیستند. ما در این پژوهش چارچوب جدیدی برای اینگونه استراتژی‌ها تعریف می‌کنیم که امکان تست و پیاده‌سازی آنها در بازارهایی که تنها امکان اخذ موقعیت خرید وجود دارد، فراهم شود. بدین صورت که ابتدا بازده سهام مختلف را با استفاده از مدل تک شاخصه مدل کرده و سپس اثر مربوط به حرکت بازار را از بازده سهام حذف می‌کنیم. در ادامه این بازده منحصر به فرد سهام که خاصیت بازگشت به میانگین از خود نشان می‌دهند را با استفاده از مدل‌های اورن اشتاین-آهلن‌بک پیش‌بینی می‌کنیم. در نهایت در هر پنجره زمانی سبدهی از سهام منتخب به گونه‌ای تشکیل می‌دهیم که این سبد نسبت به حرکت بازار خنثی بوده و در عین حال بازدهی مورد انتظار مثبتی داشته باشد. در این پژوهش از قیمت‌های ۶ سال اخیر

حداقل مربعات بازگشتی را برای پیش‌بینی به هنگام بازگشت به میانگین اسپردها، پیشنهاد کردند. بر طبق نتایج تجربی این رویکرد جدید ۱۳۰٪ بازده اضافی تجمعی در طی دو سال داشت. در پژوهشی دیگر کوی و همکاران (۲۰۱۵) یک مدل آربیتراژ آماری جدید ارائه کردند که در آن از مدل TGARCH به منظور بدست آوردن هم‌انباشتگی قیمت‌های کوتاه مدت و انحراف معیار اسپرد قیمت‌ها بین قراردادهای آتی فلز استفاده کردند. همچنین یک شبکه خنثی موجی برای پیش‌بینی آستانه معاملات استفاده شد. نتایج نشان داد که مدل جدید آستانه معاملاتی دقیق‌تر و با ثبات‌تری فراهم و در نتیجه سود بیشتری در مقابل مدل‌های داده‌های تاریخی تولید می‌کند. اولاندا و لی (۲۰۱۰) استراتژی‌های آربیتراژ آماری را بر روی سهام S&P 500 تست کردند. آنها برای انتخاب سهام، روش نوآورانه‌ای با استفاده از صندوق‌های قابل معامله و تحلیل اجزای اصلی پیشنهاد کردند. استراتژی آنها از فرآیندهای بازگشت به میانگین پیوسته در زمان برای مدل‌سازی تفاوت بین بازده سهام با بازده صندوق‌های قابل معامله و یا اجزای اصلی محاسبه شده، استفاده می‌کند. استراتژی‌های آربیتراژ آماری به طور معمول بر مبنای مدل‌های بازده ساخته می‌شوند. فوکاردی و همکاران (۲۰۱۶) استراتژی آربیتراژ آماری جدیدی بر مبنای مدل‌های پویای قیمت معرفی کردند. آنها به منظور تست تجربی عملکرد این روش، سبدهایی بر مبنای پیش‌بینی‌های انجام شده توسط هر دو مدل پویا (بازده و قیمت) تشکیل دادند. مشاهدات آنها نشان داد که قیمت، پیش‌بینی‌های دقیق‌تری نسبت به بازده برای آربیتراژ آماری ارائه می‌دهد. در مقاله دمورا (۲۰۱۶) یک استراتژی معاملات زوجی بر مبنای مدل‌های با فضای حالت خطی برای مدل‌سازی اسپرد مطرح شد. زمانی که مدل مناسبی برای اسپرد تخمین زده شد، آنها از فیلتر کالمن برای محاسبه احتمالات شرطی بازگشت اسپرد به میانگین بلند مدت خود استفاده کردند. زمانی که مقادیر این احتمالات شرطی بزرگ باشد استراتژی فعال شده و اسپرد خریده یا

زوج سهم‌هایی را برای ساختن سبد معاملات زوجی بر مبنای شاخص سودآوری انتخاب کردند. در نهایت سودآوری این استراتژی را بر روی داده‌های تجربی تست کردند. مشاهدات آنها نشان داد که این استراتژی منجر به ۱۶,۳۸٪ بازدهی اضافی و همبستگی کم با بازار می‌شود. در مقاله دیگری گونکو (۲۰۱۵) وجود آربیتراژ آماری در چارچوب بلک-شولز را اثبات می‌کند و برای ارزش مورد انتظار، واریانس و احتمال ضرر برای سوده‌های معاملاتی تجمعی، فرمول‌های تحلیلی ارائه می‌دهد.

معاملات زوجی به عنوان استراتژی خنثی نسبت به بازار که توسط اشخاص حقیقی و معامله‌گران سازمانی و همچنین صندوق‌های پوشش ریسک استفاده می‌شود، به سرعت محبوب گشت. افزایش محبوبیت استراتژی‌های آربیتراژ آماری همچنین روی سود تاثیر گذاشت. گیتو و همکاران (۲۰۰۶) نشان دادند که بازده تولید شده از استراتژی‌های معاملات زوجی در طول زمان کاهش یافته است. بنابراین توسعه مدل‌ها و تکنیک‌های جدید مورد توجه قرار گرفت. برترام (۲۰۱۰) یک فرمول تحلیلی برای معاملات آربیتراژ آماری ارائه کرد. وی مسئله انتخاب استراتژی بهینه تحت دو تابع هدف یعنی بازده مورد انتظار و نسبت شارپ را بررسی کرد و یک راه‌حل تحلیلی برای حالت ماکزیمم کردن بازده مورد انتظار بدست آورد. در پژوهشی تریانتافیلوپولوس و مونتانا (۲۰۱۱) فرآیندهای گاوسی با فضای حالت خطی که برای مدل‌سازی اسپردهای بازگشت به میانگین استفاده می‌شدند را در سه جهت مختلف، اول با معرفی پارامترهای وابسته به زمان، سپس با فراهم کردن الگوریتم تخمین آنلاین برای استفاده از داده‌ها در زمان واقعی و در نهایت با اندازه‌گیری عدم قطعیت پارامترهای تخمین زده شده، گسترش دادند. دو سال بعد، تریانتافیلوپولوس و هان (۲۰۱۳) روشی برای کشف بخش بازگشت به میانگین اسپردها معاملات زوجی مطرح کردند. با در نظر گرفتن اسپرد به عنوان تفاوت در قیمت‌های دو دارایی، آنها الگوریتم‌های

صورت که در زمان t تنها سهامی در نظر گرفته شده است که در پنجره زمانی $(t-ew+1:t)$ معامله داشته باشند و هنگامی که مدل تخمین زده می‌شود، هیچ نگاه رو به جلویی فراتر از پنجره زمانی نیست. در ادامه پس از مدل‌سازی برای انجام معامله، تشکیل سبد و نگهداری آن تا fh روز در آینده تصمیم‌گیری می‌شود. پس از تشکیل سبد، پنجره زمانی را fh روز به جلو منتقل و با مشاهده اطلاعات جدید، بازدهی معامله انجام شده محاسبه می‌گردد.

فرض می‌کنیم که بازده سهام از مدل تک شاخصه پیروی می‌کند. یعنی حرکت قیمت سهام را می‌توان به دو بخش تقسیم کرد: بخش مربوط به حرکت کل بازار و بخش مربوط به حرکت منحصر به فرد خود سهم. این مدل را می‌توان در رابطه ۱ مشاهده کرد.

$$R_i = b_i R_m + \xi_i$$

که در رابطه ۱، R_m نرخ بازده شاخص بازار و b_i ضریب ثابتی است که بیانگر میزان حساسیت بازده سهام، R_i ، به تغییرات در بازده بازار است. در نتیجه گام اول محاسبه حرکت متناسب به بازار است. برای این منظور می‌توان از شاخص‌های متفاوتی مثل شاخص کل بازار سرمایه استفاده کرد. ما مطابق مقاله اولاندا و لی (۲۰۱۰)، از تخمین عامل اصلی اول برای این منظور استفاده می‌کنیم. عامل اصلی اول، حرکات مشترک تمام سهام را شناسایی می‌کند و رفتاری شبیه به شاخص کل از خود نشان می‌دهد. این عامل با استفاده از روش تحلیل اجزای اصلی^۱ از دل خود قیمت سهام تخمین زده می‌شوند. به منظور محاسبه این عامل، ابتدا داده‌ها مربوط به بازده سهام را در پنجره زمانی مورد نظر به طول m جمع‌آوری می‌کنیم ($X_{m \times n}$). در گام بعد، طبق رابطه ۲ ماتریس همبستگی این داده‌ها را محاسبه می‌کنیم.

رابطه ۲

$$C_{n \times n} = \text{corr}(X_{m \times n})$$

فروخته می‌شود. در نهایت این روش با داده‌های تاریخی تست شد و از بعضی شاخص‌ها عملکرد بهتری نشان داد. در پژوهش جدیدتری، دراکوس (۲۰۱۶) روشی برای ساختن آربیتراژ آماری در شاخص سهام S&P500 ارائه داد. یک رابطه ترکیبی دارایی محور بر مبنای هم‌انباشتگی سهام با شاخص ساخته شد. استراتژی معاملات زوجی در دوره‌های مختلف بین S&P500 و دارایی ترکیبی به کار برده شد و نتایج ارزیابی شد. معیارهای مختلف نشان دادند که الگوریتم چند متغیره کالمن آربیتراژ آماری را در شاخص با سوددهی بیشتری بوجود می‌آورد.

این استراتژی‌ها محدود به بازار سهام نمی‌شوند. کاپورال و همکاران (۲۰۱۷) روش جدیدی برای معاملات زوجی به منظور کشف ناکارآمدی در حرکت نرخ‌های تبدیل ارز و فرصت‌های آربیتراژ ارائه کردند. آنها این روش را بر روی ۱۱ نرخ ارز مختلف به کار بردند و در بعضی موارد توانستند سود کسب کنند.

گروهی از پژوهش‌ها بدنبال تاثیرات معاملات با بسامد بالا و آربیتراژ آماری بر محیط معاملاتی هستند. به عنوان مثال مورگان (۲۰۱۳) از روش تحلیل متا برای نقش استراتژی‌های سرمایه‌گذاری بر سیستم‌های پیچیده استفاده کرد. او به این نتیجه رسید که افزایش فعالیت سرمایه‌گذاری صندوق‌های پوشش ریسک بر مبنای آربیتراژ آماری، منجر به آسیب‌پذیری بازار می‌شود. هرچه صندوق‌های بیشتری از استراتژی استفاده کنند، خروجی‌های سودده مورد نظر استراتژی، بیشتر می‌شود. اگرچه این رشد همچنین باعث کاهش زمان سوددهی می‌شود و بی‌ثباتی ایجاد می‌کند. کاهش زمان سوددهی، خود منجر به افزایش رقابت و ترویج معاملات با بسامد بالا می‌شود، که خود آسیب‌پذیری بیشتری به همراه می‌آورد.

۳- روش شناسی پژوهش

در این پژوهش از چهارچوب پنجره زمانی متحرک با طول ew برای تصمیم‌گیری به منظور انجام معاملات و تست بازدهی استراتژی استفاده شده است. به این

خطا مدل تک شاخصه را مطابق رابطه ۴ تخمین زده می‌شود.
رابطه ۴)

$$R_i = b_i F_1 + \xi_i$$

که در رابطه ۴، F_1 اولین عامل تخمین زده شده از درون ماتریس همبستگی بازدهی سهام موجود است و رفتاری شبیه به بازار از خود نشان می‌دهد به طوری که در مقالات مختلف از آن به عنوان سبد بازار یاد می‌شود. در ادامه برای محاسبه حرکت منحصر به فرد هر سهم، اثر مربوط به بازار از بازدهی کل سهم مطابق رابطه ۵ حذف می‌گردد.
رابطه ۵)

$$R_i - b_i F = \xi_i$$

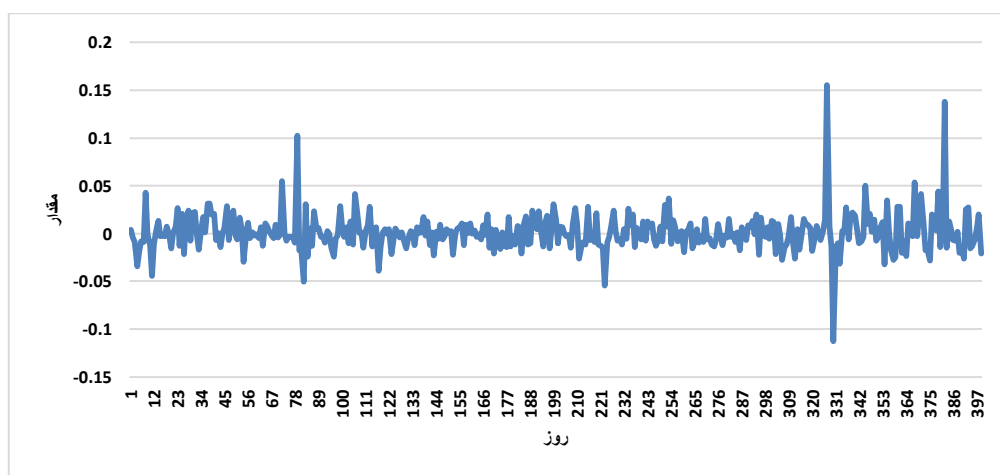
پس از محاسبه این مقادیر برای هر سهم، نیاز هست که آن‌ها برای fn دوره در آینده پیش‌بینی شوند. پس از بررسی رفتار این متغیرها در پنجره‌های زمانی متفاوت می‌توان خاصیت بازگشت به میانگین را در آن‌ها مشاهده کرد. یک نمونه از این متغیرها را می‌توانید در شکل ۱ ببینید.

از آنجایی که ماتریس همبستگی یک ماتریس مربعی است، می‌توان بردارها و مقادیر ویژه مربوط به آن را محاسبه کرد. در نظر داشته باشید که طول بردارهای ویژه همگی برابر یک است. این بردارهای ویژه، اطلاعاتی در مورد الگوهای موجود در بین بازده سهام در اختیار ما قرار می‌دهند. از بین بردارهای ویژه، برداری که مقدار ویژه متناسب با آن، بیشترین مقدار را دارد، می‌تواند بیشترین اطلاعات موجود در بین سهام را در اختیار ما قرار دهد. بنابراین برای تخمین عامل اول، از بردار ویژه‌ای استفاده می‌کنیم که بیشترین مقدار ویژه را دارد.

پس از انتخاب بردار ویژه مناسب، با ضرب خطی این بردار در بازدهی سهام مطابق رابطه ۳ در هر لحظه از زمان، مقدار عامل اول در آن زمان محاسبه می‌شود.
رابطه ۳)

$$F_{1t} = a_{11}x_{1t} + a_{12}x_{2t} + \dots + a_{1n}x_{nt}$$

پس از محاسبه عامل اول در هر پنجره زمانی، با استفاده از روش حداقل مربعات



شکل ۱- حرکت منحصر به فرد یک سهم در یک پنجره زمانی

این میانگین تقریباً برابر با صفر است) و در حول این میانگین نوسان می‌کنند و به شدت خاصیت بازگشت

همانطور که از شکل ۱ مشخص است، این مقادیر ویژه میانگین ثابتی دارند (به علت خاصیت رگرسیون

- سهامی که حرکتشان در جهت بازار است (b_i) مثبت دارند).
- سهامی که حرکتشان خلاف جهت حرکت بازار است (b_i منفی دارند).

در ادامه از هر گروه P درصد از سهامی را انتخاب می‌کنیم که بیشترین بازده منحصر به فرد پیش‌بینی شده را دارند. به این منظور که سبد تشکیل شده نسبت به بازار خنثی باشد، باید مقدار سرمایه‌گذاری در هر سهم به نحوی تعیین شود که مقدار حساسیت این سبد نسبت به حرکت بازار، همانگونه در رابطه ۸ مشخص است، صفر شود.

رابطه ۸)

$$b_p = \sum_{i=1}^N b_i Q_i = 0$$

که در رابطه ۸، Q_i مقدار سرمایه‌گذاری در سهم i است. در این حالت سبد تشکیل شده با حرکات بازار هیچ همبستگی ای ندارد و بازده سبد طبق رابطه ۹ محاسبه می‌شود.

رابطه ۹)

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N Q_i R_i &= \sum_{i=1}^N Q_i b_i F + \sum_{i=1}^N Q_i \xi_i \\ &= \left[\sum_{i=1}^N b_i Q_i \right] F + \sum_{i=1}^N Q_i \xi_i = \sum_{i=1}^N Q_i \xi_i \end{aligned}$$

بنابراین یک سبد خنثی نسبت به بازار، تنها تحت تاثیر بازدهی منحصر به فرد سهام قرار دارد و از آنجایی که ما تنها سهامی را انتخاب می‌کنیم که بازدهی منحصر به فرد آنها مورد انتظار آنها مثبت است، بازدهی مورد انتظار سبد نیز مثبت می‌شود و این استراتژی در تئوری تحت هر شرایطی سودده خواهد بود.

همانطور که اشاره شد مقدار سرمایه‌گذاری در هر سهم نقش مهمی در خنثی بودن کل سبد نسبت به بازار دارد. برای این منظور، مقدار پارامتر b_i را برای

به میانگین را از خود نشان می‌دهند. در نتیجه این مشاهدات برای مدل‌سازی و پیش‌بینی رفتار این متغیرها، از مدل‌های بازگشت به میانگین بهره برده می‌شود. در این پژوهش بر طبق مقاله اولاندا و لی (۲۰۱۰)، فرآیند اورن اشتاین-آهلن‌بک یا به اختصار فرآیند OU به کار رفته است. این فرآیند، نوعی فرآیند تصادفی است که تمایل به بازگشت به میانگین بلند مدت را در خود نشان می‌دهد. این مدل را می‌توان در رابطه ۶ مشاهده کرد.

رابطه ۶)

$$k_i > 0 \quad \text{و} \quad dX_i(t) = k_i (m_i - X_i(t)) dt + \sigma_i dW_i(t)$$

در مدل رابطه ۶، m_i میانگین بلند مدت، σ_i انحراف معیار متغیر و k_i نرخ بازگشت به میانگین است. هرچه این نرخ بالاتر باشد، سرعت بازگشت به میانگین در مدل افزایش میابد. dW_i فرآیند وینر است که باعث می‌شود مدل حالت تصادفی پیدا کند. پس از تخمین پارامترهای مدل، مقادیر ویژه برای fh دوره در آینده با استفاده از شبیه‌سازی، پیش‌بینی می‌گردد.

استراتژی تشکیل سبد

مدل‌های ما در هر مرحله، برداری از بازدهی منحصر به فرد پیش‌بینی شده برای هر سهم را به صورت رابطه ۷ در اختیار ما قرار می‌دهند.

رابطه ۷)

$$fR_i = [fR_1(t), \dots, fR_N(t)]$$

در این استراتژی فرض شده است که همواره سهامی در بازار وجود دارند که حرکتی خلاف جهت بازار از خود نشان می‌دهند (به عبارتی b_i منفی دارند). بررسی‌های انجام شده بر روی داده‌های این پژوهش نشان می‌دهد که این فرض همواره برقرار است. در این شرایط، در هر پنجره زمانی سهام را به دو دسته تقسیم می‌کنیم:



(۲۰۱۰) برای پنجره زمانی مورد بررسی در مقاله خود از مقدار ۶۰ روز گذشته استفاده کردند و بر این باور بودند که استفاده از داده‌های گذشته دور منطقی نیست. بنابراین برای استواری بیشتر پژوهش از سه مقدار ۴۰، ۵۰ و ۶۰ روز برای پنجره زمانی تخمین استفاده شده است. برای پارامتر P مربوط به استراتژی، مطابق مقاله فوکاردی و همکاران (۲۰۱۶) مقادیر ۵٪، ۱۰٪ و ۱۵٪ در نظر گرفته شده است. پارامتر مربوط به افق پیش‌بینی و نگهداری سبد در مقاله فوکاردی و همکاران (۲۰۱۶) ۱، ۵ و ۱۰ روز در نظر گرفته شده است. در این پژوهش برای تحلیل بیشتر از مقادیر ۱، ۲، ۵ و ۱۰ روز استفاده شده است. پس از محاسبه بردار بازدهی، برای مقایسه حالت‌های مختلف، از معیارهای متوسط بازدهی سالانه و نسبت شارپ^۲ استفاده گردیده است. نسبت شارپ به صورت رابطه ۱۴ محاسبه می‌شود.

رابطه ۱۴)

$$SR_i = \frac{\bar{R}_i}{\sigma(R_i)}$$

که در رابطه ۱۴، \bar{R} متوسط بازدهی‌های سالانه کسب شده توسط هر استراتژی و $\sigma(R_i)$ انحراف معیار این بازدهی‌ها است. نتایج حاصل از اجرای استراتژی با پارامترهای مختلف را می‌توان در جداول ۱، ۲ و ۳ مشاهده کرد.

سهام منتخب در هر دو گروه طبق روابط ۱۰ و ۱۱ محاسبه می‌کنیم.

رابطه ۱۰)

$$b^+ = \sum_{i=1}^{N^+} b_i$$

رابطه ۱۱)

$$b^- = \sum_{i=1}^{N^-} b_i$$

بنابراین درصد سرمایه‌گذاری در هر گروه از رابطه‌های ۱۲ و ۱۳ محاسبه می‌شود.

رابطه ۱۲)

$$\%Q^+ = \frac{b^-}{b^- - b^+}$$

رابطه ۱۳)

$$\%Q^- = 1 - \%Q^+$$

بعد از محاسبه این مقادیر در هر دوره، آنها را در کل سرمایه موجود ضرب کرده و مقدار محاسبه شده را به طور مساوی بین سهام هر گروه تقسیم می‌کنیم. ما این استراتژی را با نشانه RF_P_P نشان می‌دهیم که P بیان‌گر درصد سهامی است که در هر دوره از هر گروه انتخاب می‌کنیم.

۴- یافته‌های پژوهش

برای اجرای سیستم معاملاتی، از ترکیب پارامترهای مختلف استفاده شده است. اولاندا و لی

جدول ۱- میانگین بازدهی سالانه و نسبت شارپ برای استراتژی‌های مختلف

	پنجره زمانی ۴۰ روز							
	FH=1		FH=2		FH=5		FH=10	
	میانگین بازدهی سالانه	نسبت شارپ	میانگین بازدهی سالانه	نسبت شارپ	میانگین بازدهی سالانه	نسبت شارپ	میانگین بازدهی سالانه	نسبت شارپ
P=0.05	۰,۷۷	۱,۵۵	۰,۷۲	۱,۹۷	۰,۶۱	۱,۵۲	۰,۸۴	۰,۸۵
P=0.1	۰,۶۲	۱,۰۴	۰,۶۷	۱,۹۵	۰,۶	۱,۵۲	۰,۸۷	۰,۸۳
P=0.15	۰,۵۱	۱,۴۲	۰,۶۶	۱,۸	۰,۵۸	۱,۵۴	۰,۸۳	۰,۷۸

جدول ۲- میانگین بازدهی سالانه و نسبت شارپ برای استراتژی‌های مختلف

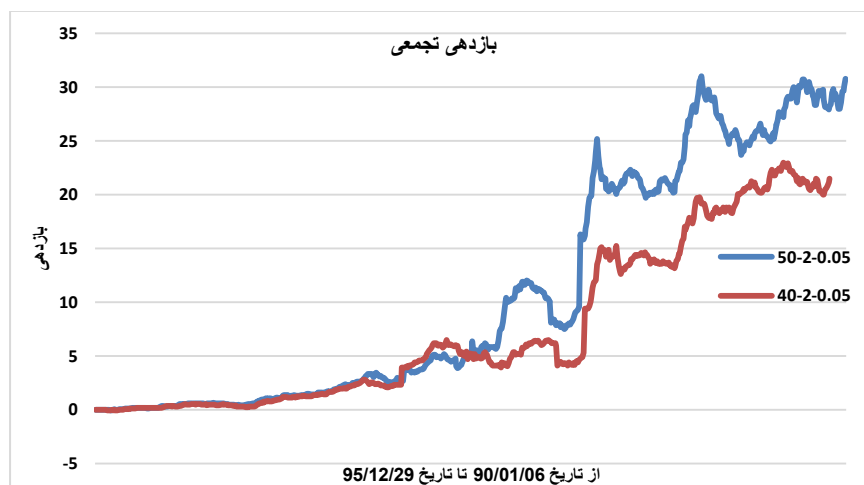
	پنجره زمانی ۵۰ روز							
	FH=1		FH=2		FH=5		FH=10	
	میانگین بازدهی سالانه	نسبت شارپ	میانگین بازدهی سالانه	نسبت شارپ	میانگین بازدهی سالانه	نسبت شارپ	میانگین بازدهی سالانه	نسبت شارپ
P=0.05	۰,۹۲	۱,۰۷	۰,۹۵	۰,۹۵	۰,۵۶	۰,۸۳	۰,۶۱	۰,۹
P=0.1	۰,۷۵	۰,۹۹	۰,۸۴	۰,۸۱	۰,۵۷	۰,۷۹	۰,۵۸	۰,۸۹
P=0.15	۰,۶۸	۰,۸۶	۰,۷۹	۰,۸۴	۰,۵۳	۰,۹۷	۰,۵۸	۰,۸۷

جدول ۳- میانگین بازدهی سالانه و نسبت شارپ برای استراتژی‌های مختلف

	پنجره زمانی ۴۰ روز							
	FH=1		FH=2		FH=5		FH=10	
	میانگین بازدهی سالانه	نسبت شارپ	میانگین بازدهی سالانه	نسبت شارپ	میانگین بازدهی سالانه	نسبت شارپ	میانگین بازدهی سالانه	نسبت شارپ
P=0.05	۰,۵۵	۱,۴۸	۰,۵۳	۱,۱۷	۰,۶۱	۰,۹۱	۰,۶۳	۰,۹۴
P=0.1	۰,۴۷	۱,۱۵	۰,۴	۱,۱۴	۰,۶۳	۰,۸۲	۰,۶۲	۰,۸۱
P=0.15	۰,۴۴	۱,۰۳	۰,۴	۰,۸۶	۰,۶۳	۰,۸۷	۰,۶۱	۰,۸۲

۱,۹۷ مربوط به استراتژی با پنجره زمانی ۴۰ روز، افق پیش‌بینی ۲ روز و ضریب P برابر با ۰,۰۵ است. بازدهی تجمعی این دو استراتژی نیز در شکل ۲ قابل مشاهده است.

همانگونه که از جداول ۱، ۲ و ۳ برداشت می‌شود، بهترین متوسط بازدهی سالانه ۹۵ درصد با پنجره زمانی ۵۰ روز، افق پیش‌بینی دو روز و ضریب P برابر با ۰,۰۵ است. همچنین بهترین نسبت شارپ مقدار



شکل ۲- بازدهی تجمعی دو استراتژی برتر

هزینه معاملاتی

در ادامه برای نزدیک شدن نتایج استراتژی به واقعیت، تحلیلی بر روی متوسط بازدهی سالانه با وارد کردن هزینه معاملاتی انجام دادیم. هزینه معاملات سهام در بورس تهران برای هر معامله خرید برابر ۰,۵ درصد ارزش معامله و برای هر معامله فروش حدود ۱ درصد است. بنابراین برای انجام هر معامله حدود ۱,۵ درصد ارزش سهام باید کارمزد پرداخت شود. هزینه معاملاتی در ایران نسبت به سایر کشورها مقدار بالایی است و این موضوع باعث عدم امکان پذیری معاملات با نوسانات بالا در عمل می‌شود. ماهیت استراتژی‌های ساخته شده در این پژوهش به علت خنثی بودن نسبت به بازار و اخذ موقعیت بر روی سهامی که مخالف جهت یکدیگر حرکت می‌کنند باعث می‌شود که بازدهی‌های کوچکی ایجاد کند. در نتیجه این استراتژی‌ها برای دوره‌های نگهداری کوتاه مدت زیان‌ده می‌شوند. برای تحلیل بیشتر اثر هزینه معاملاتی و نقش حیاتی آن بر روی بازدهی استراتژی‌ها، مقادیر مختلفی برای آن در نظر گرفتیم و متوسط بازدهی سالانه را محاسبه کردیم. برای این منظور ۶ استراتژی با افق‌های پیش‌بینی و نگهداری سهام مختلف را که بهترین عملکرد را از نظر بازدهی داشتند به عنوان نماینده سایر استراتژی‌ها انتخاب کردیم. نتایج این تحلیل را می‌توان در جدول ۵ مشاهده کرد.

همانگونه که از شکل ۲ مشخص است، بازدهی این دو استراتژی در اکثر روزهای بازار، به غیر از سه دوره کوچک، صعودی و بسیار بیشتر از بازدهی شاخص کل بازار است. در هر مرحله از این استراتژی، سبدي از سهام مختلف تشکیل می‌شود که سهام درون این سبد ممکن است با سبد دوره قبل کاملاً متفاوت و یا در بعضی موارد مشابه باشند. برای درک بهتر سهام درون سبد، ۱۰ سهمی که بیشترین تکرار در سبدها در استراتژی با پنجره زمانی ۵۰ روز، افق پیش‌بینی ۲ روز و ضریب P برابر با ۰,۰۵ را داشته‌اند می‌توان در جدول ۴ مشاهده کرد.

جدول ۴- سهام پر تکرار در استراتژی

نام سهم	قنیشا	قنابت	قشکر	قهکمت	قزوبین
تکرار	۱۳۶	۱۰۳	۹۷	۹۲	۸۵
نام سهم	قشیر	قچار	شفارس	تاژن	قلرست
تکرار	۸۴	۸۳	۷۴	۶۶	۶۱

همانطور که در جدول ۴ قابل مشاهده است، بیشترین تکرار سهام مربوط به صنعت قند و شکر است. علت این امر را می‌توان به حرکت خلاف جهت بازار این سهام نسبت داد. بنابراین این صنعت برای استراتژی جذاب است.

جدول ۵- متوسط بازدهی استراتژی‌های منتخب تحت هزینه‌های معاملاتی مختلف

درصد هزینه معاملاتی	متوسط بازدهی سالانه					
	۵۰-۱-۰,۰۵	۴۰-۲-۰,۰۵	۵۰-۲-۰,۰۵	۴۰-۵-۰,۰۵	۵۰-۵-۰,۰۵	۴۰-۱۰-۰,۰۱
۰,۰۱۵	-۰,۹۳	-۰,۶۶	-۰,۶۳	-۰,۱۵	-۰,۱۹	۰,۳۵
۰,۰۱۲	-۰,۸۶	-۰,۵۳	-۰,۴۸	-۰,۰۳	-۰,۰۸	۰,۴۴
۰,۰۱	-۰,۷۹	-۰,۴۱	-۰,۳۵	۰,۰۵	۰,۰۰۷	۰,۵۱
۰,۰۰۸	-۰,۶۷	-۰,۲۷	-۰,۱۹	۰,۱۵	۰,۱	۰,۵۸
۰,۰۰۶	-۰,۴۹	-۰,۱	۰,۰۰۹	۰,۲۵	۰,۲	۰,۶۴
۰,۰۰۴	-۰,۲	۰,۱۱	۰,۲۶	۰,۳۶	۰,۳۱	۰,۷۲

درصد هزینه معاملاتی	متوسط بازدهی سالانه					
	۵۰-۱-۰,۰۵	۴۰-۲-۰,۰۵	۵۰-۲-۰,۰۵	۴۰-۵-۰,۰۵	۵۰-۵-۰,۰۵	۴۰-۱۰-۰,۱
۰,۰۰۳	-۰,۰۰۸	۰,۲۴	۰,۴	۰,۴۲	۰,۳۷	۰,۷۶
۰,۰۰۲	۰,۲۳	۰,۳۸	۰,۵۷	۰,۴۸	۰,۴۳	۰,۷۹
۰,۰۰۱۵	۰,۳۸	۰,۴۶	۰,۶۶	۰,۵۱	۰,۴۶	۰,۸۱
۰,۰۰۱	۰,۵۴	۰,۵۴	۰,۷۵	۰,۵۵	۰,۴۹	۰,۸۳
۰,۰۰۰۵	۰,۷۱	۰,۶۲	۰,۸۵	۰,۵۸	۰,۵۳	۰,۸۵
۰,۰۰۰۲۵	۰,۸۲	۰,۶۷	۰,۹	۰,۶	۰,۵۴	۰,۸۶
۰	۰,۹۲	۰,۷۱	۰,۹۵	۰,۶۱	۰,۵۶	۰,۸۷

مربوط به استراتژی با پارامترهای پنجره زمانی ۴۰ روز، افق پیش‌بینی ۲ روز و ضریب P برابر با ۰,۰۵ بود. بعد از وارد کردن هزینه معاملاتی، استراتژی منتخب با پارامترهای پنجره زمانی ۴۰ روز، افق پیش‌بینی ۱۰ روز و ضریب P برابر با ۰,۱، توانست متوسط بازدهی سالانه ۳۵ درصد را کسب کند. تحلیلی که بر روی هزینه معاملاتی انجام شد، بیان‌گر این موضوع بود که با کاهش هزینه معاملاتی استراتژی بهینه به سمت دوره نگهداری کمتر و تعداد معاملات بیشتر حرکت می‌کند. در نتیجه اگر ساختار مناسبی از نظر هزینه معاملاتی در کشور فراهم شود، می‌توان از این استراتژی به عنوان یک استراتژی معاملاتی با نوسان بالا بهره برد.

نتایج حاصل از استراتژی طراحی شده در این پژوهش، نشان‌گر سودده بودن این استراتژی حتی با وجود هزینه معالاتی بالا است و این استراتژی می‌تواند چارچوبی برای ساخت استراتژی‌های آربیتراژ آماری باشد.

فهرست منابع

- * Avellaneda, M. and Lee, J.H. (2010). Statistical arbitrage in the US equities market. *Quantitative Finance*, 10(7), pp.761-782.
- * Bertram, W.K. (2010). Analytic solutions for optimal statistical arbitrage trading. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 389(11), pp.2234-2243.

همانطور که از جدول ۵ مشخص است، با هزینه معاملاتی واقعی بازار تهران، یعنی ۱,۵ درصد به ازای هر معامله، تنها یک استراتژی با افق نگهداری ۱۰ روزه سودده است و بقیه استراتژی‌ها به علت تعداد زیاد معاملات زیان‌ده می‌شوند. با کم شدن میزان هزینه معاملاتی، به میزان ۱ درصد، استراتژی‌های با افق نگهداری ۵ روزه نیز به سوددهی می‌رسند. با دقت در جدول می‌توان دریافت با کم شدن هزینه معاملاتی، استراتژی بهینه به سمت افق نگهداری کمتر مایل می‌شود. یعنی هرچه هزینه معاملاتی کمتر باشد، استراتژی با نوسان بالاتر جذاب تر خواهد شد.

۵- نتیجه‌گیری و بحث

در این پژوهش سعی بر آن شد که یک استراتژی آربیتراژ آماری با رویکردی خنثی نسبت به بازار و همسو با ویژگی‌های بازار بورس اوراق بهادار تهران طراحی شود. در طراحی این استراتژی از پارامترهای مختلفی مانند پنجره زمانی تخمین، افق پیش‌بینی و نگهداری سهام و ضریب P مربوط به انتخاب سهام، استفاده شده است. به منظور انتخاب بهترین پارامترها، از معیارهای متوسط بازدهی سالانه و نسبت شارپ استفاده شده است. بهترین متوسط بازدهی سالانه با مقدار ۹۵ درصد، مربوط به استراتژی با پنجره زمانی ۵۰ روز، افق پیش‌بینی ۲ روز و ضریب P برابر با ۰,۰۵ بود. همچنین بهترین نسبت شارپ با مقدار ۱,۹۷

Algorithmic Pairs Trading. In *Mathematical Methodologies in Pattern Recognition and Machine Learning* (pp. 127-147). Springer, New York, NY.

یادداشت‌ها

¹ Principal component analysis

² Sharp Ratio

- * Caldeira, J. and Moura, G.V. (2013). Selection of a portfolio of pairs based on cointegration: A statistical arbitrage strategy.
- * Caporale, G.M., Gil-Alana, L. and Plastun, A. (2017). Searching for inefficiencies in exchange rate dynamics. *Computational Economics*, 49(3), pp.405-432.
- * Cui, L., Huang, K. and Cai, H.J. (2015). Application of a TGARCH-wavelet neural network to arbitrage trading in the metal futures market in China. *Quantitative Finance*, 15(2), pp.371-384.
- * de Moura, C.E., Pizzinga, A. and Zubelli, J. (2016). A pairs trading strategy based on linear state space models and the Kalman filter. *Quantitative Finance*, 16(10), pp.1559-1573.
- * Drakos, S., (2016). Statistical Arbitrage in S&P500. *Journal of Mathematical Finance*, 6(01), p.166.
- * Focardi, S.M., Fabozzi, F.J. and Mitov, I.K. (2016). A new approach to statistical arbitrage: Strategies based on dynamic factor models of prices and their performance. *Journal of Banking & Finance*, 65, pp.134-155.
- * Gatev, E., Goetzmann, W.N. and Rouwenhorst, K.G. (2006). Pairs trading: Performance of a relative-value arbitrage rule. *The Review of Financial Studies*, 19(3), pp.797-827.
- * Göncü, A. (2015). Statistical arbitrage in the Black-Scholes framework. *Quantitative Finance*, 15(9), pp.1489-1499.
- * Hogan, S., Jarrow, R., Teo, M. and Warachka, M., (2004). Testing market efficiency using statistical arbitrage with applications to momentum and value strategies. *Journal of Financial economics*, 73(3): 525-565.
- * Meucci, A. (2009). Review of statistical arbitrage, cointegration, and multivariate Ornstein-Uhlenbeck.
- * Morgan, J. (2013). Hedge funds: Statistical arbitrage, high frequency trading and their consequences for the environment of businesses. *critical perspectives on international business*, 9(4), pp.377-397.
- * Triantafyllopoulos, K. and Montana, G. (2011). Dynamic modeling of mean-reverting spreads for statistical arbitrage. *Computational Management Science*, 8(1), pp.23-49.
- * Triantafyllopoulos, K. and Han, S. (2013). Detecting Mean-Reverted Patterns in