

ارائه مدلی جهت انتخاب پرتفوی بهینه در شرایط عدم اطمینان با استفاده از مدل میانگین-شانس (رویکرد آینده‌نگر تخمین تابع بازدهی)

حسین دیده‌خانی^۱
امیر شیرینی قهی^۲
بهزاد میران^۳

تاریخ پذیرش: ۹۷/۰۲/۱۵

تاریخ دریافت: ۹۶/۰۹/۱۹

چکیده

هدف از این پژوهش ارائه مدل بهینه‌سازی پرتفوی در چارچوب تئوری عدم اطمینان می‌باشد. جهت تخمین نرخ بازدهی دارایی‌ها از رویکرد آینده‌نگر مبتنی بر نظرات خبرگان استفاده شد. همچنین از یک معیار ریسک متفاوت مبتنی بر عدم قطعیت (مدل شانس) جهت مدل‌سازی ریسک استفاده گردید. تئوری مورد استفاده جهت مدل‌سازی عدم قطعیت موجود در پارامترهای مدل، تئوری عدم اطمینان می‌باشد. تیم خبرگان حاضر در این تحقیق جهت تکمیل اطلاعات مورد نیاز در خصوص پیش‌بینی‌های مورد استفاده، شامل ۳۰ مدیر سبد صندوق‌های سرمایه‌گذاری فعال در بورس اوراق بهادار تهران می‌باشند. در پایان جهت نمایش قابلیت کاربرد، مدل طراحی شده در بورس اوراق بهادار تهران به کارگیری و با توجه به ماهیت غیرخطی مدل، از روش فرا ابتکاری الگوریتم ژنتیک جهت حل آن استفاده گردید. در نهایت با تولید پرتفوهای تصادفی و مقایسه آن با پرتفوی بهینه حاصل از حل مدل به این نتیجه رسیدیم که پرتفوی بهینه ضمن عملکرد بهتر به سطح بالاتری از بازدهی نیز دست پیدا می‌کند.

واژه‌های کلیدی: بهینه‌سازی سبد سهام، مدل میانگین-شانس، تئوری عدم اطمینان.

۱- استادیار گروه مهندسی مالی، واحد علی آباد کتول، دانشگاه آزاد اسلامی، علی‌آباد کتول، ایران. (نویسنده مسئول) h.didehkhani@gmail.com
۲- گروه مدیریت مالی، واحد علی‌آباد کتول، دانشگاه آزاد اسلامی، علی‌آباد کتول، ایران. amir_shiri1212@yahoo.com
۳- دانش آموخته کارشناسی ارشد مهندسی مالی، واحد علی‌آباد کتول، دانشگاه آزاد اسلامی، علی‌آباد کتول، ایران. behzadmiran@gmail.com

۱- مقدمه

مارکوویتز (۱۹۵۲) با ارائه مدل میانگین-واریانس (MV) اساس تحلیل مدرن پرتفوی را پی‌ریزی نمود. از آنجا که بازده اوراق بهادار به‌طور طبیعی غیرقطعی است، تخصیص ثروت به دارایی‌های ریسکی به‌طوری که ریسک را حداقل نموده و بازدهی را حداکثر نماید از نگرانی‌های اصلی سرمایه‌گذاران می‌باشد. با توجه به مشکلات واریانس به‌عنوان معیار ریسک در مسئله بهینه‌سازی پرتفوی، محققان با معرفی معیارهای مختلف سعی در ارائه معیاری داشته‌اند که بهتر بتواند ریسک واقعی سرمایه‌گذار را اندازه‌گیری نماید به این منظور از معیارهای ریسک روبه پایین نظیر نیمه واریانس (مارکوویتز، ۱۹۵۹)، قدر مطلق انحرافات (کونو و یامازاکی، ۱۹۹۱)، نیمه قدر مطلق انحرافات (اسپرناز، ۱۹۹۳) و همچنین معیارهای دیگری نظیر ارزش در معرض خطر (کانسیگلی، ۲۰۰۲)، آنتروپی و نیمه آنتروپی (هوانگ، ۲۰۰۸) گشتاورهای مراتب بالاتر نظیر کشیدگی و چولگی (چونهاچیندا و همکاران، ۱۹۹۷) و منحنی ریسک (هوانگ، ۲۰۰۸) در بهینه‌سازی پرتفوی استفاده نمودند. هوانگ (۲۰۰۶) از شانس^۱ به‌عنوان معیار ریسک استفاده کرد. این معیار در حقیقت عدم اطمینان یا شانس شکست در دستیابی به سطح معینی از بازده از پیش تعیین‌شده را اندازه‌گیری می‌کند.

یکی دیگر از مواردی که در طی این سال‌ها به آن پرداخته شده است در نظر گرفتن عدم قطعیت مرتبط با بازارهای مالی می‌باشد. برای مواجهه با این عدم قطعیت، رویکردهای مختلفی مانند رویکرد تصادفی، رویکرد تئوری فازی (واتادا ۱۹۹۷، کاتاگیری و ایشی، ۱۹۹۹) و رویکرد تئوری عدم قطعیت (لیو، ۲۰۰۷) در بهینه‌سازی پرتفوی مورد استفاده قرار گرفته‌اند. تئوری عدم قطعیت برای پرداختن به درجه اعتقاد بر اساس اندازه‌های نامطمئن هنگامی که داده‌های تاریخی کمی در دسترس می‌باشد ایجاد شد. امروزه، نظریه عدم قطعیت در حل مسائل بسیاری از بهینه‌سازی مانند، مسیریابی وسیله نقلیه (لیو^۲،

۲۰۱۰)، مسئله انتخاب پروژه‌های چندملیتی (ژانگ و همکاران^۳، ۲۰۱۱)، مسئله موجودی (شین و کار^۴، ۲۰۱۳) و غیره استفاده شده است. به‌خصوص، نظریه عدم اطمینان ابتدا به‌طور سیستماتیک توسط هوانگ^۵ (۲۰۱۰) به انتخاب پرتفوی معرفی شد.

یکی دیگر از مسائل انتخاب سبد سهام تخمین نرخ بازدهی دارایی‌های تشکیل‌دهنده پرتفوی به‌عنوان پارامترهای مسئله بهینه‌سازی می‌باشد. به‌طوری که معیارهای ریسک و نرخ بازده مورد انتظار پرتفوی به‌عنوان اهداف مسئله بر اساس تخمین سرمایه‌گذار از نرخ بازدهی دارایی‌ها به‌دست آمده و به‌شدت به این تخمین حساس می‌باشد. بیشترین رویکرد مورد استفاده در این زمینه استفاده از رویکرد گذشته‌نگر و استفاده از داده‌های تاریخی می‌باشد. رویکردی که به دلیل سهولت استفاده و در دسترس بودن اطلاعات تاریخی می‌تواند به‌طور عموم مورد استفاده سرمایه‌گذاران قرار گیرد. اما این روش علی‌رغم سهولت کاربرد، دارای محدودیت‌ها و مفروضاتی بوده که می‌بایست در استفاده از آن‌ها دقت نمود. مهم‌ترین فرض در روش داده‌های تاریخی این است که آنچه در گذشته اتفاق افتاده در آینده نیز به وقوع می‌پیوندد. فرضی که در مواجهه با اتفاقات جدید در بازار واقعی نیست. از آنجا که بازار اوراق بهادار پیچیده و محیط اقتصادی در حال تغییر است، شرایطی وجود دارد که بازده اوراق بهادار به‌سختی می‌تواند توسط داده‌های تاریخی منعکس شود. علاوه بر این، امروزه سهام شرکت‌های زیادی به‌تازگی در بازار وارد شده است که اطلاعات تاریخی از آن‌ها در دسترس نیست. در همه این موقعیت‌ها سرمایه‌گذاران دارای فقدان داده‌های تاریخی مناسب می‌باشند. رویکرد دیگر مورد استفاده در این زمینه، تخمین تابع بازدهی یک دارایی در یک دوره مشخص زمانی آینده با استفاده از نظرات خبرگان و تحلیل شرایط آتی می‌باشد. این رویکرد ابتدا توسط هوانگ و ژاوو (۲۰۱۴) مورد استفاده قرار گرفت.

لذا با توجه به مسائلی که بیان گردید، هدف اصلی از انجام این تحقیق طراحی مدل بهینه‌سازی پرتفوی

و شانس قرار گرفتن در بازه [۱۲۰ و ۱۱۰] برابر ۲۰ درصد است. پس شانس قرار گرفتن قیمت ورقه بهادار در بازه [۱۲۰ و ۱۰۰] چقدر است؟ مطالعات نشان می‌دهد بعضی افراد معتقدند که شانس وقوع باید بزرگ‌تر یا مساوی ۳۰ درصد و کوچک‌تر یا مساوی ۵۰ درصد باشد. در این حالت قیمت ورقه بهادار نه به صورت تصادفی رفتار می‌کند و نه به صورت فازی. تئوری عدم اطمینان که توسط لیو (۲۰۰۷) بیان گردید ابزار جدیدی برای استفاده از این نوع عدم اطمینان فراهم ساخت. انتخاب پرتفوی غیرقطعی نیز موضوع جدیدی بود که توسط هوانگ (۲۰۰۱) معرفی شد که به بررسی انتخاب پرتفوی به وسیله تئوری عدم اطمینان می‌پردازد. درحالی‌که بازده پرتفوی نه به صورت تصادفی و نه به صورت فازی باشد.

۳-۲- مروری بر پیشینه تحقیق

پیشینه تحقیقات مرتبط با بهینه‌سازی پرتفوی را برحسب تعداد اهداف، معیار ریسک مورد استفاده، رویکرد در نظر گرفتن عدم اطمینان و می‌توان دسته‌بندی نمود. با توجه به ماهیت تحقیق از اولین تحقیقاتی که به بحث پیش‌بینی نرخ بازده بر اساس شرایط آتی به‌جای توجه به داده‌های تاریخی پرداخت، می‌توان به تحقیق هوانگ و ژاوو (۲۰۱۴) اشاره نمود. آن‌ها با به‌کارگیری مدل دواملی و بر اساس نظرات خبرگان مالی به پیش‌بینی نرخ بازده دارایی‌ها جهت انتخاب پرتفوی پرداختند.

ژای و بای (۲۰۱۸) مدل میانگین - واریانس را با در نظر گرفتن هزینه معاملات، نقد شوندگی و ریسک پیشینه^۷ در چارچوب تئوری عدم اطمینان^۸ ارائه دادند؛ و درنهایت نشان دادند چگونه ریسک پیشینه و نقد شوندگی بر روی مرز کارا تأثیر می‌گذارد.

در زمینه به‌کارگیری تئوری عدم اطمینان در بحث بهینه‌سازی پرتفوی نیز هوانگ (۲۰۱۱) به ارائه منحنی ریسک بر اساس تئوری عدم اطمینان پرداخت. آن‌ها منحنی ریسک در حالت قطعی را با استفاده از تئوری عدم اطمینان به حالت غیرقطعی توسعه دادند.

در چارچوب تئوری عدم اطمینان^۶ و با استفاده از شانس به‌عنوان ریسک و همچنین به‌جای استفاده از داده‌های تاریخی برای محاسبه بازدهی از رویکرد آینده‌نگر تخمین تابع بازدهی با استفاده از نظر نخبگان به ارائه مدل میانگین-شانس برای انتخاب سبد سهام می‌پردازیم و درنهایت با استفاده از الگوریتم ژنتیک به حل مدل و تخصیص ثروت به دارایی‌های ریسکی می‌پردازیم.

۲- مبانی نظری و پیشینه تحقیق

۲-۱- مفهوم شانس به‌عنوان معیار ریسک در بهینه‌سازی پرتفوی

در برخی مواقع، سرمایه‌گذاران برای قضاوت در مورد ریسک‌دار بودن سرمایه‌گذاری و انتخاب یک پرتفوی بهینه، به دنبال روش ساده‌تری هستند. آن‌ها ممکن است تنها به یک پیشامد بازده خیلی کم حساس باشند (یک پیشامد زبان خیلی بزرگ)؛ بنابراین، شانس وقوع پیشامد بازده پایین مربوطه می‌تواند به‌عنوان تعریف دیگری از ریسک استفاده شود. سرمایه‌گذاران می‌توانند انتظار داشته باشند که بازده مورد انتظار پرتفوی، بزرگ‌تر یا مساوی یک سطح قابل تحمل باشد و در ضمن بخواهند شانس وقوع سطح بازده کم مربوطه، حداقل شود؛ یعنی سرمایه‌گذاران می‌توانند پرتفوی خود را بر اساس حداقل نمودن شانس با تعریف سطح بازده کم مربوطه و حداقل بازده مورد انتظار از پیش تعیین‌شده که سرمایه‌گذار می‌پذیرد، تعیین نمایند. (هوانگ، ۲۰۱۰)

۲-۲- تئوری عدم اطمینان

اگرچه تصادفی بودن و فازی بودن دو نوع اساسی از پدیده‌های غیرقطعی هستند، اما در واقعیت، عدم اطمینان تعریفی متفاوت است. بعضی اوقات، عدم اطمینان نه به صورت تصادفی رفتار می‌کند و نه به صورت فازی. به‌عنوان مثال شانس قرار گرفتن قیمت ورقه بهادار در بازه [۱۱۰ و ۱۰۰] برابر ۳۰ درصد است

محدودیت‌هایی مانند کف و سقف نسبت سرمایه‌گذاری و نقد شوندگی، در طراحی مدل استفاده نمودند و درنهایت ضمن حل مدل مثال عددی با استفاده از سهم از بورس اوراق بهادار تهران ارائه نمودند.

دیده خانی و حجتی (۱۳۹۶) نیز به ارائه یک مدل چندهدفه فازی با توجه به معیار ارزش در معرض برای بهینه‌سازی پرتفوی در شرایط عدم قطعیت پرداختند. در جدول شماره ۱ جدیدترین پژوهش‌ها در زمینه بهینه‌سازی بر اساس رویکرد و معیار ریسک مورد استفاده طبقه‌بندی گردیده‌اند.

شیری قه‌ی و همکاران (۱۳۹۶) با استفاده از سه معیار ریسک ارزش در معرض میانگین (AVaR)، نیم واریانس و نیم آنتروپی و ارائه سه مدل چند دوره‌ای ارائه و این مدل‌ها را که در محیط اعتبار فازی توسعه داده شده بودند با یکدیگر مقایسه نمودند و درنهایت به این نتیجه رسیدند استفاده از معیار AVaR به عنوان معیار ریسک منسجم عملکرد بهتری به دنبال دارد.

رستمی و همکاران (۱۳۹۴) از گشتاورهای مرتبه بالاتر در بهینه‌سازی پرتفوی در محیط فازی استفاده کردند. برای محاسبه گشتاورها از تئوری اعتبار و از شاخص عملکرد اقتصادی برای محاسبه کارایی مدل‌های ارائه شده استفاده شده است و درنهایت نشان دادند که در نظر گرفتن گشتاورهای مراتب بالاتر موجب بهبود کارایی پرتفوی به دست آمده خواهد شد.

هوانگ (۲۰۱۲) به ارائه مدل میانگین-نیمه واریانس در حالتی که نرخ بازده دارایی‌ها به صورت غیرقطعی باشد، پرداختند. هوانگ (۲۰۱۲) نیز شاخص ریسک در حالت عدم اطمینان را ارائه نمود. در خصوص معیارهای ریسک بکار گرفته شده در بهینه‌سازی پرتفوی نیز می‌توان به طیف وسیعی از تحقیقات اشاره نمود. با توجه به اینکه واریانس کلیه انحرافات مطلوب و نامطلوب را لحاظ می‌نماید، نمی‌تواند معیار مناسبی جهت مدل‌سازی ریسک در زمینه بهینه‌سازی پرتفوی در نظر گرفته شود.

باتاچاریا و همکاران (۲۰۱۳) با استفاده از تئوری عدم اطمینان مدل چندهدفه میانگین-آنتروپی-کشیدگی را با در نظر گرفتن محدودیت‌های متفاوت ارائه و با الگوریتم ژنتیک مدل را حل نمودند.

بابتیستا (۲۰۱۲) و الکساندر و بابتیستا (۲۰۱۱) نیز به ارائه مدل‌هایی جهت بهینه‌سازی پرتفوی با توجه به معیار حداکثر شانس قابل قبول نرسیدن به بازده مورد انتظار پرداختند. از دیگر شاخص‌های ریسک بکار گرفته شده در مسئله بهینه‌سازی پرتفوی نیز می‌توان به نیمه واریانس، آنتروپی، ارزش در معرض خطر میانگین اشاره نمود.

ابراهیمی و همکاران (۱۳۹۷) مدل بهینه‌سازی پرتفوی در چارچوب تئوری اعتبار فازی را ارائه دادند. آن‌ها در این پژوهش از ارزش در معرض خطر مشروط (CVaR) به عنوان معیار ریسک استفاده نمودند و

جدول ۱- مرور اجمالی آخرین پژوهش‌های صورت گرفته در زمینه بهینه‌سازی پرتفوی

محقق (محققین)	روش حل	چارچوب نظریه	معیار ریسک	نوع داده‌های مورد استفاده
یانو و همکاران (۲۰۱۶)	برنامه‌ریزی پویا	تئوری احتمال	واریانس	قطعی
مهلاوات (۲۰۱۶)	برنامه‌ریزی آرمانی	تئوری اعتبار	آنتروپی فازی	فازی
جیو و همکاران (۲۰۱۶)	الگوریتم ژنتیک (FSGA)	تئوری اعتبار	واریانس فازی	فازی
کونگ و اوسترلی (۲۰۱۶)	شبیه‌سازی مونت کارلو	تئوری احتمال	واریانس	قطعی
ورچر و برمودز (۲۰۱۵)	الگوریتم ژنتیک	تئوری اعتبار	نیم قدر مطلق انحرافات	فازی
لیو و همکاران (۲۰۱۶)	الگوریتم ترکیبی PSO	تئوری اعتبار	انحرافات مطلق روبه پایین	فازی
لیو و ژانگ (۲۰۱۵)	الگوریتم ژنتیک	تئوری امکان	نیم واریانس فازی	فازی
لیو و همکاران (۲۰۱۳)	PSO الگوریتم	تئوری امکان	واریانس	فازی
لیو و همکاران (۲۰۱۲)	TOPSIS	تئوری امکان	واریانس و کشیدگی	فازی

۳- روش شناسی پژوهش

۳-۱- اصول تئوری عدم اطمینان

برای توصیف بهتر متغیر عدم قطعیت که در معرض برآورد مبهم انسان می‌باشد، لیودر سال (۲۰۰۷) یک اندازه‌گیری در شرایط عدم قطعیت و نظریه عدم اطمینان را بر اساس نرمال بودن، دوگانگی، جمع‌پذیری ارائه کرده است.

تعریف ۱: فرض کنید Γ مجموعه‌ای غیر تهی و L ، σ جبری روی Γ باشد. هر عنصر $\Lambda \in L$ یک رویداد نامیده می‌شود. تابع مجموعه‌ای $M\{\Lambda\}$ اندازه‌گیری نامطمئن نامیده می‌شود. اگر چهار اصل بدیهی لیو را برآورده کند.

$$(۱) \text{ اصل نرمال } M\{\Gamma\} = 1$$

$$(۲) \text{ اصل یکنوایی: اگر } \Lambda_1 \subset \Lambda_2, \text{ آنگاه } M\{\Lambda_1\} \leq M\{\Lambda_2\}$$

$$(۳) \text{ اصل دوگانگی } M\{\Lambda\} + M\{\Lambda^c\} = 1$$

(۴) اصل جمع‌پذیری) برای هر دنباله قابل‌شمارش از رویداد $\{\Lambda_i\}$ داریم:

رابطه (۱)

$$M\left\{\bigcup_{i=1}^{\infty} \Lambda_i\right\} \leq \sum_{i=1}^{\infty} M\{\Lambda_i\}$$

سه‌گانه (Γ, L, M) یک فضای عدم اطمینان نامیده می‌شود.

تعریف ۲: توزیع عدم اطمینان: $0 < \Phi < 1$ از متغیر عدم اطمینان ξ تعریف شده توسط $\Phi(t) = \{M\{\xi \leq t\}\}$ می‌باشد (لیو، ۲۰۰۷، ۱۰).

به‌عنوان مثال، توسط یک متغیر عدم اطمینان عادی، منظور ما متغیری است که دارای توزیع عدم اطمینان نرمال باشد.

رابطه (۲)

$$\Phi(t) = \left(1 + \exp\left(\frac{\pi(e-t)}{\sqrt{3}\sigma}\right)\right)^{-1}, \quad t \in \mathcal{R}$$

که در آن (e, σ) اعداد حقیقی و $\sigma > 0$.

تعریف ۳: اگر ξ یک متغیر نامشخص باشد. سپس

$$E[\xi] = \text{مقدار مورد انتظار } \xi \text{ توسط}$$

$$\int_0^{\infty} M\{\xi \geq r\} dr - \int_{-\infty}^0 M\{\xi \leq r\} dr.$$

می‌شود. به شرطی که حداقل یکی از دو انتگرال متناهی باشد. هنگامی که تابع توزیع عدم اطمینان Φ یا تابع توزیع عدم اطمینان معکوس Φ^{-1} از متغیر نامطمئن ξ شناخته شده است، برای تعیین ارزش مورد انتظار ξ همچنین می‌توانید از طریق معادله‌ی زیر به راحتی به دست آورید (لیو، ۲۰۰۷).

رابطه (۳)

$$E[\xi] = \int_0^{\infty} (1 - \Phi(r)) dr - \int_{-\infty}^0 \Phi(r) dr, \text{ or } E[\xi] = \int_0^1 \Phi^{-1}(\alpha) d\alpha.$$

۳-۲- مدل‌سازی

در این پژوهش فرض بر این است که سرمایه‌گذاران باید دارای اطلاعات کامل به نسبت بازده اوراق باشند که می‌تواند توسط داده‌های تاریخی نسبتاً خوب منعکس شود. باین‌حال، روش کار ما در این پژوهش بدین شرح است که ابتدا توسط پرسشنامه برای ارزیابی بازده اوراق بهادار بر اساس ارزیابی‌های کارشناسان رابطه بین بازده سهام و بازده بازار را استخراج کرده و سپس ضرایب مدل تک عاملی با استفاده از روش رگرسیون به دست آورده و پس از آن مدل مناسب میانگین-شانس برای انتخاب پرتفوی بهینه را ایجاد می‌کنیم. از آنجاکه در واقعیت انجام معامله در بازار سرمایه، دارای هزینه‌های فروش و خرید می‌باشند، این هزینه‌ها به مدل اضافه شده تا هزینه معامله نیز در تشکیل پرتفوی لحاظ گردد. سپس از آنجاکه مدل ارائه شده یک مدل برنامه‌ریزی غیرخطی پیچیده خواهد بود، یک الگوریتم ژنتیک^۱ (GA) برای حل مشکل ارائه خواهیم داد.

فرآیند مدل‌سازی و انجام تحقیق مبتنی بر طی ۴ گام اساسی می‌باشد. در این بخش گام‌های اجرایی تشریح می‌گردد.

۳-۲-۱- گام اول: به دست آوردن ضرایب مدل تک عاملی بر اساس نظرات خبرگان بازار اوراق بهادار

عامل‌های مختلفی بر بازده اوراق بهادار تأثیرگذار است مانند محیط اقتصادی، فن‌آوری منحصربه‌فرد، مدیریت و سایر مواردی که باعث می‌شود یک شرکت خود را از دیگر شرکت‌ها متمایز جلوه داده و بر بازده اوراق بهادار تأثیرگذار است. مهم‌ترین عامل محیط اقتصادی است که ما در این پژوهش این تأثیر را توسط بازده شاخص بازار اوراق بهادار در نظر می‌گیریم و با F نشان می‌دهیم. در این پژوهش این عامل را متغیر غیرقطعی در نظر می‌گیریم و فرض می‌کنیم که r_i نرخ بازده i امین اوراق بهادار با F همبستگی خطی دارد. بدون خارج شدن از بحث کلی، حال از طریق یک اوراق بهادار، روش تعیین نرخ بازده اوراق بهادار، یعنی $r_i = a_i + b_i F$ را بر اساس ارزیابی کارشناسان معرفی می‌کنیم. قدم نخست در محاسبه‌ی r ، به دست آوردن مقادیر ضریب‌ها، یعنی a و b بر

اساس ارزیابی‌های کارشناسان است. قدم دوم، رسیدن به تابع توزیع تجمعی نرخ بازدهی شاخص F می‌باشد. برای به دست آوردن ضرایب a و b از تعداد $m = 30$ نفر کارشناس (مدیران صندوق‌های سرمایه‌گذاری فعال در بورس تهران) خواسته شد تا انتظارات خود را در رابطه بازده تجمعی بازار تا پایان سال ۱۳۹۵ با احتمال وقوع آن را در ۱۲ حالت مختلف بیان نمایند و سپس از آن‌ها خواستیم با توجه با حالات احتمالی که برای بازده بازار تعیین نمودند، بازدهی هر یک از دارایی‌های مشخص‌شده زیر را تعیین نمایند. به‌طور مثال برای تخمین بازدهی شرطی نماد شبندر با توجه به حالاتی که ممکن است شاخص بازار کسب نماید، از جدول شماره ۲ استفاده می‌نماییم.

به‌طور مثال $Y_{1,F1}$ نرخ بازده مورد انتظار نماد شبندر در حالتی است که شاخص بازار بازدهی F_1 کسب نماید. بنابراین با داشتن جدول بالا برای هر دارایی می‌توانیم ضرایب مدل بازار را برای آن به دست آوریم. نکته مهم در این مقاله این است که به‌جای استفاده از داده‌های ترکیبی تاریخی جهت تخمین ضرایب مدل بازار یا خط مشخصه هر سهم، از تابع توزیع شرطی نرخ بازدهی تخمین زده‌شده هر دارایی بر اساس نرخ بازده بازار استفاده می‌نماییم.

جدول شماره ۲- تخمین تابه توزیع شرطی بازدهی دارایی‌ها بر اساس نرخ بازده تجمعی شاخص بازار

Y	Y _{1,F1}	Y _{2,F2}	Y _{3,F3}	Y _{4,F4}	Y _{5,F5}	Y _{6,F6}	Y _{7,F7}	Y _{8,F8}	Y _{9,F9}	Y _{10,F10}	Y _{11,F11}	Y _{12,F12}
شبندر												

کارشناسان از شرایط بازده شاخص در آینده مجموعه‌ی داده‌های نمونه‌ای (y_k, F_k) را تولید می‌نمایند. در فرآیند به دست آوردن مقادیر a, b تمرکز در تعیین مقادیر، بر روی رابطه‌ی بین مقادیر عامل بازده شاخص بازار و نرخ‌های بازده اوراق بهادار است. باین حال، در فرآیند به دست آوردن مقادیر نامشخص متغیر تصادفی F ، می‌توانیم به روش

۳-۲-۲- گام دوم: به دست آوردن پارامترهای توزیع نرخ بازده شاخص بازار با فرض نرمال بودن آن در رویکرد گذشته‌نگر مجموعه‌ی داده‌ها نمونه‌ی (y_k, F_k) ، از طریق داده‌های تاریخی به دست می‌آید، که در آن به ترتیب F_k, k -امین نرخ بازده شاخص بازار، و y_k نرخ مشاهده‌شده‌ی بازده دارایی در k -امین دوره می‌باشد به‌طوری‌که $k = 1, 2, \dots, p$. این در حالی است که در تحقیق حاضر برآوردهای

بدانیم، یعنی $N(\mu, \sigma)$ ، از اصل کمترین مربعات استفاده می‌کنیم، تا پارامترهای $(\mu$ و $\sigma)$ را پیدا کنیم. برای به دست آوردن پارامترهای توزیع F در حالتی که فرض کنیم دارای توزیع نرمال باشد، می‌توانیم از دو فرمول زیر استفاده کنیم (هوانگ، ۲۰۱۰).

رابطه (۷)

$$\hat{\mu} = \bar{F} - \frac{\sqrt{3}\hat{\sigma}}{p\pi} \sum_{i=1}^p \ln \frac{\alpha_i}{1-\alpha_i},$$

رابطه (۸)

$$\hat{\sigma} = \frac{\sqrt{3\pi p}}{3} \frac{\bar{F} \sum_{i=1}^p \ln \frac{\alpha_i}{1-\alpha_i} - \sum_{i=1}^p F_i \ln \frac{\alpha_i}{1-\alpha_i}}{\left(\sum_{i=1}^p \ln \frac{\alpha_i}{1-\alpha_i}\right)^2 - p \left(\sum_{i=1}^p \ln \frac{\alpha_i}{1-\alpha_i}\right)^2}$$

که در آن داریم:

رابطه (۹)

$$\bar{F} = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p F_i$$

۳-۲-۳- گام سوم: طراحی مدل میانگین-شانس

در دنیای واقعی، معمولاً در هنگام خریدوفروش اوراق بهادار، هزینه‌های تراکنش وجود دارد. در نتیجه، در این پژوهش، این هزینه‌ها را نیز در نظر گرفته‌ایم. فرض کنیم که r_i نرخ‌های بازده غیرقطعی i -آمین اوراق بهادار را نشان می‌دهد. بازده کلاسیک، به صورت $r_i = \frac{(p_{i,t} - p_{i,0})}{p_{i,0}}$ و $i = 1, 2, \dots, n$ تعریف

می‌شوند، که در آن آخرین قیمت برآورد شده‌ی اوراق بهادار i [در یک روز کاری] در زمان آینده است و $p_{i,0}$ قیمت در زمان حال می‌باشد. فرض می‌کنیم t_b نرخ هزینه‌ی تراکنش خرید و t_s هم هزینه‌ی تراکنش فروش باشد. در نتیجه، نرخ بازده خالص سرمایه‌گذاران از اوراق بهادار i ، برابر با معادله (۹) خواهد بود:

رابطه (۱۰)

$$\epsilon_i = \frac{p_{i,t}(1-t_s) - p_{i,0}(1+t_b)}{p_{i,0}(1+t_b)} = \frac{1-t_s}{1+t_b} r_i - \frac{t_b+t_s}{1+t_b}$$

لیو، ۲۰۱۰) و (هوانگ، ۲۰۱۰) ارجاع بدهیم. به‌منظور درک بیش‌تر، آن را در ذیل می‌آوریم.

محاسبه‌ی مقدار نامشخص عامل F را در نظر بگیرید. بعد از دست یافتن به مجموعه‌ی داده (F_1, F_2, \dots, F_p) که ممکن است عامل F به خود بگیرد، از کارشناسان خواسته می‌شود، که میزان شانس رخ دادن رویدادهایی که در آن F برابر با مقدار موردنظر است را بیان کنند. فرض کنید که $\alpha_{i/k}$ برآورد آی‌آمین خبره را از میزان رخ دادن رویداد F ، برابر با F_k باشد. در نتیجه، از برآورد m مجموعه داده‌های کارشناسان داریم:

رابطه (۴)

$$(F_1, \alpha_{i/1}), (F_2, \alpha_{i/2}), \dots, (F_p, \alpha_{i/p}), \\ i = 1, 2, \dots, m$$

که در آن:

رابطه (۵)

$$F_1 < F_2 < \dots < F_p, \quad 0 \leq \alpha_{i/1} \leq \alpha_{i/2} \leq \dots \leq \alpha_{i/p}$$

با تخصیص دادن وزن برابر به هر کارشناس به دلیل این که فرض ما بر این است که کارشناسان همگی دارای سطح دانش یکسان نسبت به اوراق بهادار هستند، برآیند برآوردهای همه‌ی m کارشناس، به مجموعه‌ای جدید از داده‌های ادغام‌شده به‌قرار زیر می‌رسیم:

رابطه (۶)

$$(F_1, \alpha_1), (F_2, \alpha_2), \dots, (F_p, \alpha_p), F_1 < F_2 < \dots < F_p, 0 \leq \alpha_1 \leq \alpha_2 \leq \dots \leq \alpha_p \leq 1$$

که در آن، به ترتیب داریم: $\alpha_k = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \alpha_{i/k}$ اگر این‌طور باشد که F مقدار نامشخص خاصی داشته باشد، می‌توانیم با استفاده از روش حداقل مجذور مربعات این پارامترها را حساب کنیم. برای مثال، اگر F را یک متغیر غیرقطعی نرمال

$$\max E \left[\sum_{i=1}^n x_i \frac{1-t_s}{1+t_b} (a_i + b_i F) - \sum_{i=1}^n x_i \frac{t_b + t_s}{1+t_b} \right]$$

Subject to:

$$M \left\{ \sum_{i=1}^n x_i \frac{1-t_s}{1+t_b} (a_i + b_i F) - \sum_{i=1}^n x_i \frac{t_b + t_s}{1+t_b} \leq s \right\} \leq \gamma$$

$$\sum_{i=1}^n y_i \geq d$$

$$x_i \geq l_i$$

$$x_i \leq h_i$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1$$

$$y_i \in \{0,1\}, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

محدودیت اول مدل در واقع معیار ریسک بکار

گرفته شده در مسئله بهینه سازی می باشد و اشاره به این نکته دارد که شانس وقوع بازدهی کمتر از میزان مورد نظر سرمایه گذار یا S نمی تواند بیشتر از مقدار از قبل مشخص شده γ باشد. E ، عمل گر مقدار مورد انتظار متغیرهای غیرقطعی است. همچنین محدودیت $\sum_{i=1}^n y_i \geq d$ محدودیت تنوع اوراق بهادار می باشد است.

۳-۲-۴- گام چهارم: معادل سازی برای مدل میانگین-شانس

اما نکته اصلی در مدل بالا به دست آوردن تابع ریسک یا همان محدودیت اول مسئله می باشد. فرض کنید که ψ تابع پیوسته ای مقدار نامشخص عامل غیرقطعی F است که تابع معکوس آن، یعنی $\psi^{-1}(\alpha)$ موجود است و برای هر $\alpha \in (0,1)$ منحصر به فرد است. با توجه به اینکه شاخص بازار در این تحقیق فرض شده است که دارای توزیع نرمال $F \sim N(e, \sigma)$ می باشد بنابراین می توانیم از مدل تبدیل شده قطعی ذیل جهت حل مدل استفاده نمود.

نمادهای مدل

t_b : هزینه خرید اوراق بهادار

t_s : هزینه فروش اوراق بهادار

b_i : بتای هر یک از اوراق بهادار

a_i : حداقل بازدهی هر یک از اوراق بهادار

x_i : وزن سرمایه گذاری در هر یک از اوراق بهادار

فرض کنید که F ، عامل غیرقطعی محیط اقتصادی (در این تحقیق شاخص بازار سهام) باشد که توسط کارشناسان داده شده است. به کمک روشی که در بخش (۱-۳) بیان شد، نرخ های بازده برای اوراق بهادار i را می توان به ترتیب از طریق روابط رگرسیونی $r_i = \alpha_i + b_i F$ و $i = 1, 2, \dots, n$ به دست آورد. سپس، بر اساس معادله ی فرمول (۹) نرخ بازده غیرقطعی خالص سرمایه گذاران، برابر است با:

رابطه (۱۱)

$$\epsilon_i = \frac{1-t_s}{1-t_b} (\alpha_i + b_i F) - \frac{t_b + t_s}{1+t_b}$$

در محیط های واقعی سرمایه گذاری، معمولاً یک سری ترجیحات و الزامات در رابطه با محدودیت های سرمایه گذاری در اوراق خاص وجود دارد. ما این الزامات و ترجیحات را در این مدل در نظر گرفته ایم. فرض کنید x_i ، نسبت سرمایه گذاری در اوراق بهادار i را نشان بدهد و y_i ، متغیری دودویی (باینری) باشد که به صورت زیر تعریف شود:

رابطه (۱۲)

$$y_i = \begin{cases} 1 & , i = 1, 2, \dots, n \\ & \text{در صورتی که اوراق بهادار } i \text{ انتخاب شود.} \\ 0 & \text{در سایر موارد.} \end{cases}$$

فرض کنیم که سرمایه گذاران، میزان S را برای حداقل بازده مورد انتظار و میزان γ را برای حداکثر شانس قابل قبول بازده سبد سهامی که به آستانه بازدهی مطلوب نمی رسد، را از قبل تعیین نمایند. به علاوه، آن ها نیاز به آن دارند که تعداد کل اوراق بهادار گزینش شده در سبد سهام، کم تر از تعداد d نباشد، کم ترین میزان سرمایه گذاری در اوراق بهادار، نیز نباید کم تر از l_i باشد و بیش ترین میزان سرمایه گذاری در اوراق بهادار نباید بیشتر از h_i باشد. سپس، سرمایه گذاران، به منظور رسیدن به ترجیحات و بیشینه بازده مورد انتظار سبد سهام در شرایطی که ریسک تحت کنترل باشد، سبد سهام خود را مطابق مدل زیر انتخاب می کنند:

y_i : متغیر باینری (۱: انتخاب اوراق و ۰: سایر موارد)

d : حداقل اوراق بهادار گزینش شده

n : تعداد اوراق بهادار

e : میانگین متغیر غیرقطعی شاخص کل بازار

σ : انحراف معیار متغیر غیرقطعی شاخص کل بازار

s : حداکثر شانس بازدهی سبد سهام سرمایه

γ : سرمایه گذاران

s : حداقل بازده مورد انتظار سرمایه گذاران

شرکت‌های فعال در بازار بورس اوراق بهادار بکار می‌گیریم.

۴-۱- تعیین ضرایب مدل شاخص بازار مربوط به سهام شرکت‌ها

در این پژوهش تعداد ۳۰ پرسشنامه را در بین کارگزاری‌ها و شرکت‌های تأمین سرمایه توزیع نموده و در نرم‌افزار اکسل وارد و با محاسبه میانگین، مقادیر احتمال تجمعی محاسبه گردید، که نتایج را در جدول زیر آورده‌ایم.

در جدول شماره ۴ مقادیر بازده مورد انتظار برای شاخص بازار و همچنین احتمال وقوع هر حالت را مشاهده می‌نماییم. همان‌طور که در جدول قابل مشاهده است بازدهی‌های برآوردی فعالان بازار از شاخص بازار تا پایان سال در بازه دودرصدی تا مثبت ۵۹ درصدی قرار داشته و بازدهی ۲۸ درصدی شاخص بازار دارای بیشترین احتمال وقوع یعنی ۰/۱۴۸ درصد می‌باشد. پس از مشخص شدن توزیع گسسته بازدهی برآوردی شاخص بازار می‌توانیم تابع توزیع تجمعی بازدهی شاخص بازار را محاسبه نماییم. که مقادیر آن در جدول ۴ ذکر شده است.

$$\begin{aligned} & \max \sum_{i=1}^n x_i \left[\frac{1-t_s}{1+t_b} (a_i + b_i e) - \frac{t_b + t_s}{1+t_b} \right] \\ & \text{subject to:} \\ & \sum_{i=1}^n x_i \left[\frac{1-t_s}{1+t_b} (a_i + b_i e) - \frac{t_b + t_s}{1+t_b} \right] \\ & + \frac{\sqrt{3}(1-t_s)}{\pi(1+t_b)} \ln \frac{\gamma}{1-\gamma} \sum_{i=1}^n x_i (|b_i \sigma|) \geq s \\ & \sum_{i=1}^n y_i \geq d \\ & x_i \geq l_i, \quad x_i \leq h_i \\ & \sum_{i=1}^n x_i = 1 \\ & y_i \in \{0,1\}, \quad i = 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

۴- تجزیه و تحلیل یافته‌های تحقیق

در این بخش گام‌های تحقیق ارائه شده در بخش قبلی را جهت تعیین پرتفوی بهینه از ۱۲ سهام

جدول ۳- مقادیر بازده بازار و احتمال وقوع آن

شاخص بازار	F ₁	F ₂	F ₃	F ₄	F ₅	F ₆	F ₇	F ₈	F ₉	F ₁₀	F ₁₁	F ₁₂
بازده	۰,۰۲-	۰,۱۲-	۰,۰۳-	۰,۰۲۵	۰,۰۸۴	۰,۱۴۳	۰,۲۰۷	۰,۲۸۱	۰,۳۵۸	۰,۴۳۴	۰,۴۹۸	۰,۵۹
احتمال	۰,۰۶۶	۰,۰۷۵	۰,۰۸۷	۰,۰۸۳	۰,۰۸۰	۰,۰۹۱	۰,۱۰۵	۰,۱۴۸	۰,۰۹۶	۰,۰۶۶	۰,۰۴۸	۰,۰۴۹

جدول ۴- مقادیر بازده بازار و احتمال تجمعی آن

شاخص بازار	F ₁	F ₂	F ₃	F ₄	F ₅	F ₆	F ₇	F ₈	F ₉	F ₁₀	F ₁₁	F ₁₂
بازده	۰,۰۲-	۰,۱۲-	۰,۰۳-	۰,۰۲۵	۰,۰۸۴	۰,۱۴۳	۰,۲۰۷	۰,۲۸۱	۰,۳۵۸	۰,۴۳۴	۰,۴۹۸	۰,۵۹
احتمال	۰,۰۶۶	۰,۱۴۲	۰,۲۳	۰,۳۱۳	۰,۳۹۴	۰,۴۸۶	۰,۵۹۱	۰,۷۳۳	۰,۸۳۶	۰,۹۰۳	۰,۹۵۱	۱



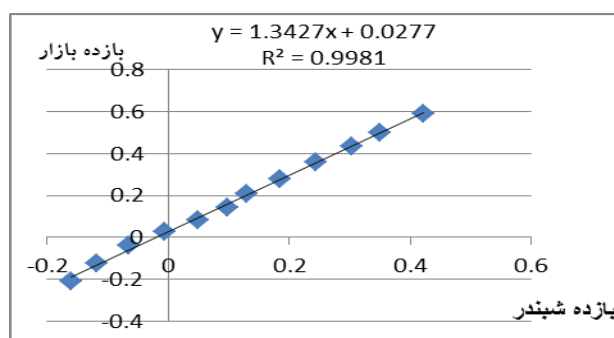
بازار در حالت ۱۲ یعنی ۵۹ درصد، بازدهی نماد شبندر ۴۲ درصد برآورد می‌شود.

با استفاده از داده‌های جدول ۵ می‌توان به برآورد ضرایب مدل بازار برای هر یک از سهام مدنظر با استفاده از روش رگرسیون خطی و حداقل مجذورات، پرداخت. به‌طور نمونه شکل ۱ نشان‌دهنده رابطه خطی بین بازدهی سهام نماد شبندر با شاخص بازار می‌باشد. نتایج از حاصله در جدول ۶ آورده شده است.

پس از مشخص شدن توزیع بازدهی شاخص در گام بعد مطابق با جدول نمونه شماره ۲ به برآورد بازده مورد انتظار شرطی هریک از ۱۲ دارایی تشکیل‌دهنده پرتفوی با توجه به بازدهی شاخص می‌پردازیم. میانگین نظرات ۳۰ کارشناس در جدول ۵ آورده شده است. به‌طور مثال عدد ستون آخر مربوط به نماد شبندر نشان‌دهنده این است که به‌شرط تحقق بازده

جدول ۵- مقادیر بازده شرطی برآوردی سهام شرکت‌ها

Y_i/F_i	Y_1/F_2	Y_2/F_2	Y_3/F_3	Y_4/F_4	Y_5/F_5	Y_6/F_6	Y_7/F_7	Y_8/F_8	Y_9/F_9	Y_{10}/F_{10}	Y_{11}/F_{11}	Y_{12}/F_{12}
شبندر	۰,۱۶-	۰,۱۱-	۰,۰۶-	۰,۰۰۶-	۰,۰۴۹	۰,۰۹۷	۰,۱۲۹	۰,۱۸۵	۰,۲۴۵	۰,۳۰۲	۰,۳۴۹	۰,۴۲۲
شتران	۰,۱۳-	۰,۰۸-	۰,۰۲-	۰,۰۲	۰,۰۸۳	۰,۱۲۳	۰,۱۵۱	۰,۲۱۶	۰,۲۷۷	۰,۳۲۷	۰,۳۹۱	۰,۴۷۳
حسینا	۰,۱۴-	۰,۰۷-	۰,۰۰۹-	۰,۰۳۸	۰,۱۰۸	۰,۱۸۵	۰,۲۰۱	۰,۳۰۶	۰,۳۷۶	۰,۴۵۳	۰,۴۸۹	۸۵۷۰.
حکشتی	۰,۱۴-	۰,۰۸-	۰,۰۳-	۰,۰۳۱	۰,۱۰۹	۰,۱۶۸	۰,۲۱۰	۰,۳۱۲	۰,۳۹۷	۰,۴۶۸	۰,۵۰۴	۰,۶۱۷
وبصادر	۰,۱۱-	۰,۰۶-	۰,۰۲-	۰,۰۱۵	۰,۰۷۹	۰,۱۳۱	۰,۱۶۸	۰,۲۴۵	۰,۳۰۴	۰,۳۸۰	۰,۴۱۹	۰,۵۰۵
وتجارت	۰,۱۰-	۰,۰۵-	۰,۰۱-	۰,۰۲۲	۰,۰۷۹	۰,۱۳۵	۰,۱۷۷	۰,۲۵۹	۰,۳۲۷	۰,۴۰۹	۰,۴۴۳	۰,۵۰۴
خودرو	۰,۱۲-	۰,۰۷-	۰,۰۳-	۰,۰۳۱	۰,۰۹۹	۰,۱۶۷	۰,۱۹۵	۰,۲۷۴	۰,۳۳۵	۰,۴۱۸	۰,۴۷۰	۰,۵۳۲
خپارس	۰,۱۲-	۰,۰۶-	۰,۰۲-	۰,۰۲۶	۰,۱۰۷	۰,۱۷۱	۰,۱۹۸	۰,۲۹۲	۰,۳۶۴	۰,۴۴۱	۰,۴۹۳	۰,۵۵۷
شیران	۰,۱۳-	۰,۰۷-	۰,۰۱-	۰,۰۶۳۲	۰,۰۸۶	۰,۱۳۹	۰,۱۵۲	۰,۲۱	۰,۲۵۶	۰,۳۰۵	۰,۳۴۲	۰,۳۸۳
وسایپا	۰,۱۲-	۰,۰۸-	۰,۰۴-	۰,۰۱۷	۰,۰۹۲	۰,۱۵	۰,۱۸۳	۰,۲۵۲	۰,۳۲۵	۰,۳۷۴	۰,۴۵۲	۰,۵۴۴
فملی	۰,۱۰-	۰,۰۷-	۰,۰۳-	۰,۰۲۷	۰,۰۷۳	۰,۱۳۹	۰,۱۵۵	۰,۱۸۴	۰,۲۴۵	۰,۲۹۵	۰,۳۴۲	۰,۳۵۶
فولاد	۰,۱۰-	۰,۰۸-	۰,۰۳۵-	۰,۰۳۶	۰,۰۶۰	۰,۱۳۴	۰,۱۶	۰,۱۸۶	۰,۲۴۷	۰,۲۹۳	۰,۳۳۶	۰,۳۵۶



شکل ۱- نمایش رابطه رگرسیون خطی بین بازده نماد شبندر با بازده شاخص بازار

جدول ۶- مقادیر ضرایب مدل تک عاملی

شماره	سهام	A عرض از مبدأ	B شیب خط
۱	شبندر	۰,۰۲۷۷	۱,۳۴۲۷
۲	شتران	-۰,۱۱۸	۱,۳۰۸۸
۳	حسینا	-۰,۰۰۳۵	۰,۷۹۱۲
۴	حکشتی	-۰,۲۷۷	۱,۰۱۱۸
۵	وبصادر	-۰,۰۲۵۷	۱,۲۴۷۶
۶	وتجارت	-۰,۰۳۶	۱,۲۲۴۸
۷	خودرو	-۰,۰۳۲۳	۱,۱۴۹۸
۸	خپارس	-۰,۳۸۶	۱,۱۰۸۸
۹	شیران	-۰,۰۳۳۷	۱,۵۳۸۳
۱۰	وسایپا	-۰,۰۲۱۲	۱,۱۶۵۴
۱۱	فملی	-۰,۰۲۳۱	۱,۵۷۵۷
۱۲	فولاد	-۰,۰۲۱۱	۱,۵۷۵۵

علاوه بر پارامترهای به دست آمده از مرحله قبل، برای حل مدل نیازمند مشخص شدن برخی از پارامترها توسط سرمایه‌گذار نظیر سطح بازدهی مورد انتظار، حداکثر شانس قابل قبول دست نیافتن به بازده مورد نظر، حداقل تعداد سهام در پرتفوی بهینه و همچنین سقف و کف مقدار سرمایه‌گذاری در هر دارایی می‌باشیم. در این تحقیق حداقل بازده مورد انتظار پرتفوی برابر با ۲۰ درصد و حداکثر شانس قابل قبول برابر با دو درصد تعیین گردید. به عبارتی دیگر شانس دستیابی به پرتفوی با بازدهی کمتر از ۲۰ درصد حداکثر می‌تواند برابر با دو درصد باشد. سقف سرمایه‌گذاری در هر دارایی برابر با ۴۰ درصد و کف آن نیز برابر با ۱۰ درصد و همچنین حداقل تعداد دارایی در پرتفوی برابر با ۵ دارایی انتخاب گردید پس از جایگذاری پارامترها در مدل تحقیق و حل آن توسط الگوریتم ژنتیک جواب بهینه مدل که همان پرتفوی بهینه می‌باشد به صورت ذیل می‌باشد:

۴-۲-۳- محاسبه‌ی پارامترهای توزیع نرخ بازدهی شاخص بازار

مقادیر F که توسط خبرگان بازار سرمایه جمع‌آوری شده را در جدول (۴) داریم. حال پارامترهای $(\hat{\theta}$ و $\hat{\theta}$) را به دست آوردیم. ابتدا باید احتمال‌های رخداد که توسط خبرگان بازار مالی داده شده را به احتمال تجمعی تبدیل کنیم که مقادیر حاصل را در جدول (۴) داریم. حال که توزیع تجمعی F را داریم ملاحظه می‌کنید که شروط یعنی:

$$F_1 \leq F_2 \leq \dots \leq F_p, 0 \leq a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_p \leq 1$$

تماماً صدق می‌کنند حال می‌توانیم پارامترهای توزیع نرمال غیرقطعی بازده بازار را محاسبه کرده و داریم. ($\hat{\theta} = 0.11, \hat{\theta} = 0.02$)

۴-۳- حل مدل با استفاده از الگوریتم ژنتیک

پس از تعیین تمامی مقادیر پارامترهای مدل یعنی ضرایب مدل بازار برای هر یک از سهام و همچنین پارامترهای توزیع غیرقطعی نرمال شاخص بازار، می‌توانیم وارد مرحله حل مدل شویم. برای حل مدل مورد نظر با از روش‌های فرا ابتکاری و به‌طور خاص از روش الگوریتم ژنتیک در این تحقیق استفاده گردید.

جدول ۷- ضرایب بهینه سرمایه‌گذاری در سهام

شیران	تجارت	وبصادر	حسینا	شتران
X_9	X_6	X_5	X_3	X_2
۰,۲۴۲۳	۰,۰۱۴۳	۰,۳۲۰۷	۰,۳۳۵۸	۰,۰۸۶۹

محیط متلب ایجاد کردیم که نتایج آن را در جدول ۸ آورده‌ایم.

لازم به ذکر است که، با وارد کردن مقادیر پرتفویهای تصادفی در تابع هدف میزان بازدهی آن‌ها را محاسبه کرده، و در ستون آخر جدول ۸ نتایج آن را آورده‌ایم. میانگین بازده پرتفویهای تصادفی ۰,۰۲۳۳۶ یا ۲,۳۳ درصد می‌باشد، مشاهده می‌گردد، که مدل و برنامه نوشته‌شده برای حل مدل کارایی لازم را دارد. زیرا بازدهی با تشکیل پرتفوی بهینه ارائه‌شده توسط مدل منجر به تولید بازدهی ۷/۳۶ درصدی می‌گردد.

بازدهی بهینه متناظر با جواب فوق یا همان مقدار تابع هدف، برابر با ۳۶/۷ درصد می‌باشد. در پایان به مقایسه نتایج به‌دست‌آمده از مدل طراحی‌شده با پرتفویهای تصادفی می‌پردازیم. برای مقایسه پرتفوی بهینه تشکیل‌شده حاصل از پژوهش ما که در جدول ۷ آورده شده است با پرتفویهای تصادفی، تعداد ۱۰ پرتفوی تصادفی در

جدول ۸- پرتفویهای تصادفی ایجادشده در MATLAB

شماره	فولاد	فملی	وسایا	شیران	خیارس	خودرو	تجارت	وبصادر	حکشتی	حسینا	شتران	شبندر	بازدهی پرتفوی
۱	۰,۰۳۸۷	۰,۱۲۹۲	۰,۰۴۰۴	۰,۱۳۳۴	۰,۰۴۰۹	۰,۰۲۳۷	۰,۰۲۲۰	۰,۰۸۶۹	۰,۱۵۲۳	۰,۱۴۱۴	۰,۱۱۰	۰,۰۸۰۳	۰,۰۲۶۲
۲	۰,۰۴۵۱	۰,۱۴۴۷	۰,۰۸۶۸	۰,۰۹۲۴	۰,۱۳۱۱	۰,۰۵۵۵	۰,۰۷۴۷	۰,۰۹۷۲	۰,۰۳۹۶	۰,۰۳۱۰	۰,۰۵۵۲	۰,۱۴۶۶	۰,۰۲۳۹
۳	۰,۰۴۶۳	۰,۱۳۶۴	۰,۰۴۰۶	۰,۱۰۶۲	۰,۰۶۱۸	۰,۱۷۴۳	۰,۰۹۰۵	۰,۰۲۱۶	۰,۰۲۹۵	۰,۱۱۹۰	۰,۱۲۳۴	۰,۰۵۰۴	۰,۰۵۰۱
۴	۰,۰۲۱۹	۰,۰۸۴۹	۰,۰۸۴۹	۰,۰۱۶۷	۰,۰۶۲۷	۰,۱۰۵۷	۰,۰۸۶۵	۰,۰۹۸۷	۰,۱۳۱۵	۰,۰۸۸۰	۰,۰۸۸۶	۰,۱۲۹۸	۰,۰۱۵۵
۵	۰,۰۱۲۹	۰,۱۰۳۱	۰,۱۹۲	۰,۰۷۶۴	۰,۱۵۴۸	۰,۰۷۹۶	۰,۰۵۵۳	۰,۱۱۸۷	۰,۰۵۴۳	۰,۱۰۱۴	۰,۰۶۷۸	۰,۱۵۶۶	۰,۰۰۴۸
۶	۰,۰۰۹۶	۰,۱۰۰۴	۰,۰۵۲۱	۰,۰۴۱۴	۰,۱۲۲۵	۰,۰۵۵۹	۰,۰۸۸۱	۰,۱۴۷۰	۰,۰۴۴۳	۰,۱۷۳۴	۰,۰۲۶۱	۰,۱۳۹۳	۰,۰۲۱۵
۷	۰,۰۱۷۶۲	۰,۰۰۰۴	۰,۱۲۹۱	۰,۰۵۱۶	۰,۱۵۹۳	۰,۰۱۱۴	۰,۱۹۴۲	۰,۰۵۴۴	۰,۱۴۱۲	۰,۰۵۳۶	۰,۰۰۶۷	۰,۰۲۱۸	-۰,۰۰۴
۸	۰,۰۶۲۲	۰,۱۳۶۸	۰,۰۴۶۴	۰,۱۳۲۳	۰,۱۱۹۰	۰,۰۳۶۲	۰,۱۰۱۶	۰,۰۷۴۲	۰,۰۶۲۳	۰,۰۴۴۷	۰,۰۶۶۴	۰,۱۱۷۸	۰,۰۲۴۴
۹	۰,۰۹۱۰	۰,۰۶۸۰	۰,۰۵۳۷	۰,۰۹۰۹	۰,۰۴۶۰	۰,۱۰۳۴	۰,۱۰۵۷	۰,۰۸۴۹	۰,۰۸۰۸	۰,۰۸۳۵	۰,۰۸۸۶	۰,۱۰۳۴	۰,۰۴۱۳
۱۰	۰,۰۹۰۹	۰,۰۰۹۵	۰,۱۴۳۵	۰,۱۳۴۷	۰,۰۸۸۳	۰,۰۵۲۱	۰,۰۳۳۱	۰,۰۴۷۵	۰,۰۴۰۴	۰,۰۶۷۴	۰,۰۳۹۴	۰,۲۵۳۱	۰,۰۳۰۳

۵- نتیجه‌گیری

در این پژوهش روش عامل را برای ارزیابی بازده سهام بر اساس ارزیابی کارشناسان پیشنهاد کردیم و یک مدل میانگین شانس برای انتخاب بهینه اوراق بهادار با در نظر گرفتن هزینه‌های معامله و در نظر گرفتن عدم اطمینان به‌عنوان محدودیت توسعه دادیم. روش شاخص بازار در تخمین نرخ بازده دارایی‌ها می‌تواند استفاده مناسبی از دانش کارشناسان در رابطه با اثر محیط اقتصادی بر بازده اوراق بهادار داشته باشد. از جمله ویژگی‌های این مقاله، روش تخمین نرخ بازده دارایی‌های تشکیل‌دهنده پرتفوی می‌باشد که برخلاف

روش‌های مبتنی بر داده‌های تاریخی از یک روش تعاملی و آینده‌نگر مبتنی بر نظرات خبرگان استفاده نمود. از دیگر تفاوت‌های مدل ارائه‌شده در این تحقیق می‌توان به شاخص ریسک بکار گرفته‌شده به‌عنوان یکی از محدودیت‌های مدل اشاره نمود. در اکثر موارد از شاخص‌های پراکندگی آماری نظیر واریانس، نیمه واریانس، قدر مطلق انحرافات، آنتروپی و دیگر معیارها استفاده می‌گردد. اما در این تحقیق از معیار شانس استفاده گردید. به‌طوری‌که یک سطح حداکثر قابل قبول برای شانس عدم دستیابی به بازدهی‌های قابل قبول به‌عنوان یکی از محدودیت‌های مدل اضافه

در بهینه سازی سبد سهام در محیط فازی، مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، شماره ۲۴، ۴۱-۶۱.

* شیری قهی، امیر، دیده خانی، حسین، خلیلی، کاوه، سعیدی، پرویز. (۱۳۹۶). مطالعه تطبیقی مدل بهینه‌سازی پرتفوی چند دوره‌ای چندهدفه در محیط اعتبار فازی با معیارهای متفاوت ریسک. راهبرد مدیریت مالی، ۵(۳)، ۱-۲۶.

* DeMiguel, V., Mei, X., & Nogales, F. J. (2016). "Multi-period portfolio optimization with multiple risky assets and general transaction costs". *Journal of Banking & Finance*, 69, 108-120.

* Liu, Y. J., & Zhang, W. G. (2015). "A multi-period fuzzy portfolio optimization model with minimum transaction lots". *European Journal of Operational Research*, 242(3), 933-941.

* Alexander G.J., & Baptista A.M. (2011). Portfolio selection with mental accounts and delegation. *Journal of Banking & Finance*, 35, 2637-2656.

* Baptista A.M. (2012). Portfolio selection with mental accounts and background risk. *Journal of*

* Ben-Tal, A., & Nemirovski, A. (1998). Robust convex optimization. Mathematics of operations research, 23(4), 769-805.

* Bhattacharyya, R., Chatterjee, A., & Kar, S. (2013). Uncertainty theory based multiple objective mean-entropy-skewness stock portfolio selection model with transaction costs. *Journal of Uncertainty Analysis and Applications*, 1(1), 16.

* Chunchachinda, P., Dandapani, K., Hamid, S., & Prakash, A. J. (1997). "Portfolio selection and skewness: Evidence from international stock markets". *Journal of Banking & Finance*, 21(2), 143-167.

* Cong, F., & Oosterlee, C. W. (2016). "Multi-period mean-variance portfolio optimization based on Monte-Carlo simulation". *Journal of Economic Dynamics and Control*, 64, 23-38.

* Consigli, G. (2002). Tail estimation and mean-VaR portfolio selection in markets subject to financial instability. Journal of Banking & Finance, 26(7), 1355-1382.

* Gao Y. (2012). Uncertain Models for Single Facility Location Problems on Networks.

گردید. در پایان با استفاده از الگوریتم ژنتیک مقدار بهینه تخصیص ثروت به دارایی ریسکی مشخص گردید. در نهایت با ایجاد وزن‌های تصادفی، پرتفویهای تصادفی تولید گردید و با پرتفوی بهینه ایجاد شده مقایسه شد. نتایج مقایسه‌ای پرتفوی بهینه با پرتفویهای تصادفی نشان‌دهنده این موضوع بود که جواب بهینه به دست آمده از حل مدل می‌تواند منجر به دستیابی به سطوح بالاتری از بازده مورد انتظار گردد. در مقایسه با تحقیقات صورت گرفته در سال‌های اخیر که در جدول شماره یک به آن اشاره شد، این پژوهش از شانس به‌عنوان معیار ریسک، از تئوری عدم اطمینان در مواجهه با عدم اطمینان نرخ بازده، و همچنین از رویکرد آینده‌نگر برای تخمین بازدهی به‌جای رویکرد گذشته‌نگر (استفاده از داده‌های تاریخی) استفاده شد. از جمله پیشنهادها برای تحقیقات آتی می‌توان به استفاده از مدل‌های چندهدفه، استفاده از سایر معیارهای ریسک نظیر ارزش در معرض خطر مشروط، قدر مطلق انحرافات، آنتروپی و گشتاورهای مرتبه بالاتر، استفاده از الگوریتم‌های فرا ابتکاری نظیر ازدحام ذرات، کلونی مورچگان، رقابت استعماری و مقایسه الگوریتم‌ها در مسئله بهینه‌سازی پرتفوی، و همچنین حل مدل به‌صورت چند دوره‌ای اشاره کرد.

فهرست منابع

* ابراهیمی، سیدبابک، جیرفتی، امیرسینا، عبدی، متین. (۱۳۹۷). بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری تحت نظریه اعتبار فازی با استفاده از مدل میانگین-ارزش در معرض ریسک مشروط. دانش مالی تحلیل اوراق بهادار، ۱۱(۳۷)، ۱۷-۲۷.

* دیده خانی حسین، حجتی استانی سعید. (۱۳۹۵). ارائه مدل برنامه ریزی چندهدفه جهت انتخاب سهام با در نظر گرفتن ارزش در معرض خطر فازی: رویکرد تئوری اعتبار فازی. مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، ۸(۳۲)، ۲۳۹-۲۶۸.

* رستمی، محمدرضا؛ کلانتری بنجار، محمود و بهزادی، عادل. (۱۳۹۴). گشتاورهای مراتب بالاتر

- * Konno, H., & Yamazaki, H. (1991). "Mean-absolute deviation portfolio optimization model and its applications to Tokyo stock market". *Management science*, 37(5), 519-531.
- * Liu, B. (2007). *Uncertainty Theory*. (2nd ed.). Berlin: Springer-Verlag
- * Liu, B. (2010). *Uncertainty Theory: A Branch of Mathematics for Modeling Human Uncertainty*, Berlin: Springer-Verlag,
- * Liu, Y. J., Zhang, W. G., & Xu, W. J. (2012). 'Fuzzy multi-period portfolio selection optimization models using multiple criteria'. *Automatica*, 48(12), 3042-3053.
- * Liu, Y.-J., Zhang, W.-G., & Zhang, P. (2013). "A multi-period portfolio selection optimization model by using interval analysis". *Economic Modelling*, 33, 113-119.
- * Liu, Y.-J., Zhang, W.-G., & Zhang, Q. (2016). "Credibilistic multi-period portfolio optimization model with bankruptcy control and affine recourse". *Applied Soft Computing*, 38, 890-906.
- * Markowitz, H., & Selection, P. (1959). "Efficient diversification of investments". John Wiley and Sons, 12, 26-31.
- * -Markowitz, H., (1952), "Portfolio Selection", *Journal of Finance*, 15, 77- 91.
- * Mehlawat, M. K. (2016). "Credibilistic mean-entropy models for multi-period portfolio selection with multi-choice aspiration levels". *Information Sciences*, 345, 9-26.
- * Qin, Z., & Kar, S. (2013). Single-period Inventory Problem under Uncertain Environment. *Applied Mathematics and Computation*, 219, 9630-9638.
- * Speranza, M. G.(1993). Linear programming models for portfolio optimization, *J. Finance* (14), 107-123.
- * Tsao, C.Y. (2010). Portfolio selection based on the mean-VaR efficient frontier. *Quantitative Finance*, 10, 931-945.
- * Vercher, E., & Bermúdez, J. D. (2015). "Portfolio optimization using a credibility mean-absolute semi-deviation model". *Expert Systems with Applications*, 42(20), 7121-7131.
- * Watada, J. (1997). *Fuzzy portfolio selection and its applications to decision making*. Tatra Mountains Mathematical Publication, 13(4), 219-248.
- * Yao, H., Li, Z., & Li, D. (2016). "Multi-period mean-variance portfolio selection Applied Mathematical Modelling , 36, 2592-2599.
- * -Goldberg, David,(1989),genetic algorithms in search optimization and machine's learning. Addison-Wesly publishing
- * Grootveld, H., & Hallerbach, W. (1999). "Variance vs downside risk: Is there really that much difference?". *European Journal of operational research*, 114(2), 304-319.
- * Guo, S., Yu, L., Li, X., & Kar, S. (2016). "Fuzzy multi-period portfolio selection with different investment horizons". *European Journal of Operational Research*, 254(3), 1026-1035.
- * Huang X. (2011). Mean-risk model for uncertain portfolio selection. *Fuzzy Optimization and*
- * Huang X. (2012a). Mean-variance models for portfolio selection subject to experts' estimations. *Expert Systems with Applications*, 39, 5887-5893.
- * Huang X. (2012b). A risk index model for portfolio selection with returns subject to experts' evaluations. *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 11, 451-463.
- * Huang, X. (2006). "Fuzzy chance-constrained portfolio selection. *Applied mathematics and computation*", 177(2), 500-507.
- * Huang, X. (2008). "Mean-entropy models for fuzzy portfolio selection". *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 16(4), 1096-1101.
- * Huang, X. (2008). "Risk curve and fuzzy portfolio selection". *Computers & Mathematics with Applications*, 55(6), 1102-1112.
- * Huang, X. (2010). *Portfolio Analysis: From Probabilistic to Credibilistic and Uncertain Approaches*. Berlin: Springer-Verlag, (Chapter 4).
- * Huang, X., Zhao, T. (2015), Mean-chance model for portfolio selection based on uncertain measure. *Insurance: Mathematics and Economics* (2014), vol 59 pp 243-250
- * Jana, P., Roy, T. K., & Mazumder, S. K. (2009). Multi-objective possibilistic model for portfolio selection with transaction cost. *Journal of Computational and Applied Mathematics*,228(1), 188-196.
- * Katagiri, H., & Ishii, H. (1999). Fuzzy portfolio selection problem. In *Systems, Man, and Cybernetics, 1999. IEEE SMC'99 Conference Proceedings*. Vol. 3, pp. 973-978

- with stochastic interest rate and uncontrollable liability”. *European Journal of Operational Research*, 252(3), 837-851.
- * Zhai, J., & Bai, M. (2018). Mean-variance model for portfolio optimization with background risk based on uncertainty theory. *International Journal of General Systems*, 47(3), 294-312.
 - * Zhang Q., Huang X., & Tang L. (2011). Optimal multinational capital budgeting under uncertainty. *Computers and Mathematics with Applications*, 62, 4557-4567

یادداشت‌ها

- ¹ Chance
- ² Liu
- ³ Zhang et al.
- ⁴ Qin& Kar
- ⁵ Huang
- ⁶ uncertainty theory
- ⁷ background risk
- ⁸ uncertainty theory
- ⁹ genetic algorithms

