

تخمین و شبیه‌سازی همبستگی ریسک نکول شرکت‌ها با استفاده از مدل‌های شدت

کریم نوروزی پور^۱

حسن داداشی^۲

مهدی محمدی^۳

تاریخ پذیرش: ۹۰/۱۲/۱۹

تاریخ دریافت: ۹۰/۹/۲۰

چکیده

همبستگی ریسک نکول نقش مهم و قابل توجهی را در بازارها و محیط‌های کسب و کار مالی ایفا می‌کند. چون اصولاً ریسک، در کنار ارزش زمانی پول و ارزش‌گذاری دارایی‌ها سه محور تحلیل مالی را تشکیل می‌دهند.

در حالت کلی ریسک و به صورت خاص‌تر همبستگی ریسک نکول از عناصر پایه‌ای موثر بر رفتار مالی است. همچنین در دنیای واقعی ریسک وجود دارد و بخش مهمی از سیستم مالی وظیفه باز توزیع ریسک را بر عهده دارد. با داشتن توزیع احتمال ارزش‌گذاری دارایی‌های مؤسسه، می‌توان ریسک را به طور کمی محاسبه کرد. در این چارچوب دینامیک مدل‌های مبتنی بر شدت که در آن نکول یک شرکت با استفاده از فرایندهای تصادفی، شدت کنترل می‌شود بیشتر برای مدل کردن ریسک همبستگی نکول مورد استفاده قرار می‌گیرد. محاسبات روی این مدل‌ها با روش شبیه‌سازی مونت کارلو انجام می‌شود. که این کار موجب تخمین‌های اریب شبیه‌سازی می‌شود. این مطالعه یک روش دقیق برای شبیه‌سازی مدل‌های مبتنی بر شدت که باعث برآورد نارایب توزیع ضرر سبد اعتباری، اندازه‌های ریسک و قیمت ابزارهای مشتقات می‌شود را بررسی و توسعه می‌دهد. روش جدید دارای دو مرحله می‌باشد.

مرحله اول ساختن زنجیر مارکوف هم توزیع با وضعیت نکول و در مرحله دوم با استفاده از روش پذیرش / رد تابع بدست آمده را محاسبه می‌کند. نتایج تحقیق، نشان‌دهنده تأیید توان تخمین و شبیه‌سازی همبستگی ریسک نکول شرکت‌ها توسط مدل‌های شدت است.

واژه‌های کلیدی: ریسک اعتباری، همبستگی نکول، مدل شدت تصادفی.

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد ریاضی، دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان (نویسنده مسؤل) (norouzi.karim@gmail.com)

۲- استادیار دانشکده ریاضی دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان.

۳- دکتری حسابداری واحد علوم و تحقیقات دانشگاه آزاد اسلامی.

مقدمه

محققین مختلف ریسک را با نسبت مواجهه با آن و به اندازه درگیری که در این زمینه داشتند به اشکال متفاوت ولی از لحاظ ادبیاتی مشابه هم تعریف کردند، به عنوان مثال در کتاب فایننس تعریفی که مرتون^۱ و بادی ارائه کردند، اشاره می‌کنیم.

«ریسک نااطمینانی در موضوعی است که باعث سلب آسایش شود. و زمانی مطرح می‌شود که تغییر در آن مورد ریسکی، موجب تغییر عملکرد شخص شود.»

یا تعریفی که مک‌نیل^۲ و فری^۳ از ریسک با عنوان هرفعالیت یا اتفاقی که ممکن است در توانایی سازمان در رسیدن به اهدافش اثر نامطلوب بگذارد بیان کردند، البته همانطور که این محققین اشاره داشتند شاید هیچ تعریفی تمام جنبه‌های ریسک را پوشش ندهد ولی به جنبه‌های اصلی ریسک اشاره می‌کنند. عوامل مشترکی را که می‌توان اشاره کرد عبارتند از:

(۱) ریسک به فعالیت یا رویدادی اطلاق می‌شود که در آن جنبه عدم اطمینان وجود داشته باشد.

(۲) ریسک به مواردی اطلاق می‌شود که فعالیت یا رویداد مورد نظر در رسیدن به اهداف تعیین شده موثر باشد.

در یک تقسیم‌بندی می‌توان انواع ریسک را به پنج دسته تقسیم کرد:

(۱) ریسک اعتباری^۴: ریسک تغییر کیفیت اعتباری طرف حساب (طرف حساب به تعهد خود به موقع عمل نکند).

(۲) ریسک بازار^۵: ریسک تغییر قیمت‌ها و نرخ‌ها

(۳) ریسک نقدشوندگی^۶: ریسک این که تغییر موقعیت‌های مالی با هزینه زیادی همراه شوند و یا دسترسی به منابع مالی دچار مشکل شود.

(۴) ریسک عملیاتی^۷: ریسک تقلب، خطا و اشتباه، ریسک نیروی انسانی، ریسک مدل و غیره.

(۵) ریسک سیستمی^۸: عدم کارکرد صحیح کل سیستم مالی به علت نکول‌های گسترده، از بین رفتن نقدینگی در کل بازار و غیره.

خود ریسک اعتباری را نیز می‌توان به سه زیر شاخه تقسیم کرد.

۱. ریسک نکول^۹

۲. ریسک کاهش رتبه اعتباری^{۱۰}

۳. ریسک دامنه اعتباری^{۱۱}

ریسک نکول: ریسک اینکه بدهکار به علت یا عدم توانایی یا عدم علاقه به تعهد خود سر وقت عمل نکند. این مهمترین بخش ریسک اعتباری است و ما در این مطالعه به این خواهیم پرداخت.

ریسک کاهش رتبه اعتباری: ریسک اینکه رتبه اعتباری بدهکار پایین بیاید.

ریسک دامنه اعتباری: تغییر پیش بینی نشده در اختلاف عایدی بین اوراق بدون ریسک و اوراق ریسک‌دار.

همبستگی ریسک نکول یکی از نافذترین و فراگیرترین تهدیدها در بازارهای مالی به شمار می‌آید. مقابله و روبرو شدن با این تهدید مشغله و کار روزانه‌ای برای سرمایه‌گذاران اعتباری و موسسات مالی از جمله بانک‌ها در پرداخت وام به افراد و شرکت‌ها می‌باشد، این سرمایه‌گذاران (بانک‌ها و موسسات مالی) برای کم کردن

لحاظ محاسباتی چالش بر انگیز است و جای بسیاری برای کار دارد.

شبیه سازی مونت کارلو از جمله ابزارهایی برای انجام محاسبات در مدل‌های مبتنی بر شدت است. روش شبیه سازی استاندارد که بیشتر مورد استفاده قرار می‌گیرد. ما در این مقاله یک روش نمونه‌گیری دقیق که باعث برآورد ناریب^{۱۲} برای مدل‌های مبتنی بر شدت می‌شود را بررسی و توسعه می‌دهیم. حال آنکه روش مقیاس زمانی ممکن است باعث اریبی شبیه‌سازی برآوردها شود. علت آن هم چون با این طریق نمی‌توانیم تمام مسیر فرآیند تصادفی پیوسته زمان را که از مدل شدت پیروی می‌کند بسازیم. اما روش دقیق شامل دو بخش است:

در بخش نخست ما یک زنجیر مارکوف M پیوسته زمان، ناهمگن^{۱۳} که مقدار آن در زمان t هم‌توزیع با فرآیند نقطه‌ای N توصیفی وضعیت نکول باینری اجزاء هر سبد باشد می‌سازیم. با این ساختار مسأله برآورد تابع $f(N_t)$ به برآورد تابع $f(M_t)$ تبدیل می‌شود.

در گام بعدی مسأله بدست آمده را با روش‌های پذیرش^{۱۴} محاسبه می‌کنیم و نتایج عددی، سودمندی روش را برای یک سبد ۱۰۰ تایی از لحاظ اریبی و ناریبی نشان می‌دهد. در حالی که از لحاظ ادبیاتی مدل‌های مبتنی بر شدت توسعه یافته است ولی کارهای کمتری روی روش‌های شبیه‌سازی این مدل‌ها انجام شده است.

در تحقیق حاضر، گام‌های فوق به عنوان هدف پژوهش، آزمون گردید.

ریسک خود (ریسک اینکه مشتریان، نتوانند و یا نخواهند در موعد مقرر به تعهد خود عمل کنند) باید کل ریسک نکول را در سبد دارایی‌هایشان محاسبه کنند، تا بتوانند استراتژی مناسب را در این مواقع برای کاهش ریسک خود لحاظ کنند. از جمله کارهایی که این مؤسسات برای کاهش ریسک خود انجام می‌دهند عبارتند از:

- ۱) تخمین سرمایه در خطر
- ۲) محافظت از اثرات نامطلوب پتانسیل ضررهای نکول در سطوح اطمینان بالا
- ۳) تخمین قیمت‌های مشتقات اعتباری سبد که نمونه‌ای از ابزارهای مالی برای بیمه کردن سرمایه‌گذاران اعتباری در برابر همبستگی ریسک نکول هم می‌باشد.

برنامه‌های عملی و کاربردی مدیریت ریسک و قیمت‌گذاری کالاهای مشتقه نیاز به یک مدل تصادفی از زمان دقیق همبستگی نکول دارند. مدل‌های مبتنی بر شدت برای این منظور مورد استفاده می‌گیرد. در این مدل‌ها سبدهای حاوی نکول‌های شرکت در یک زمان توقف غیر قابل دسترس و نامعلوم صدق می‌کند که ساختار تصادفی آن با یک شدت یا نرخ نکول شرطی کنترل می‌شود.

شدت از یک فرآیند تصادفی پیروی می‌کند که بازتاب دهنده اطلاعات در تمامی زمانهاست. نمونه‌ای از این اطلاعات شامل ارزش عامل‌های خارجی ریسک و وضعیت شرکت‌های دیگر در اقتصاد است. فرآیندهای شدت در سراسر شرکت‌ها به عنوان وابستگی بین نکول‌های شرکت، همبسته هستند. روی این مدل‌ها از لحاظ تئوری کارهای زیادی انجام شده ولی هنوز هم از

مبانی نظری تحقیق

۱- اندازه گیری ریسک اعتباری

رخداد بحران‌های مالی در طی زمان، ظهور قوانین و مقررات جدید را به دنبال داشته است. وقتی بانک هرشتات^{۱۵} در سال ۱۹۷۴ در کشور آلمان ورشکسته شد، این واقعه بیانگر بی‌ثباتی معاملات در سیستم بانک جهانی بود، و همچنین این بی‌ثباتی‌ها در تأسیس کمیته بال^{۱۶} در سال ۱۹۷۴ در شهر بال سوئیس برای نظارت بر بانک‌ها و ارتقاء سطح کیفی مدیریت بانک‌ها در سطح جهانی بسیار مؤثر بود. در پاسخ به انتقادات صنعت بانکداری از شیوه استاندارد که در آن بانک‌ها از برآورد مؤسسه‌های رتبه‌گذاری استفاده می‌کردند، کمیته بال در سال ۱۹۹۵ گزینه‌ای جدید موسوم به «چارچوب مدل‌های داخلی» را به عنوان جایگزین روش استاندارد معرفی نمود که برای اولین بار به بانک‌ها اجازه می‌داد از مدل‌های تدوین شده خود، به طور مستقل برای اندازه‌گیری ریسک (با هدف تعیین میزان ذخیره سرمایه لازم برای پوشش ریسک) استفاده کنند. در سال ۱۹۹۸، ۱۰ کشور صنعتی دنیا (بلژیک، کانادا، فرانسه، آلمان، ایتالیا، ژاپن، هلند، سوئد، انگلیس و آمریکا) که مؤسسان اولیه کمیته بال محسوب می‌شوند، توافقنامه‌ای موسوم به بال ۱ را به منظور ارایه چارچوبی برای تعیین کفایت سرمایه بانک‌ها پیشنهاد کردند و لزوم نگهداری سرمایه برای پوشش ریسک بازار را بر مبنای یکی از دو رویکرد استاندارد و یا مدل‌های داخلی مورد تأیید قرار دادند و پس از تحولات مهم اقتصادی در دهه ۱۹۹۰ میلادی، اصلاح شده آن در سال ۲۰۰۴ تحت عنوان بال ۲ به دنیای

بانکداری معرفی کردند که در این راه کار کلیه بانک‌ها بدون توجه به اندازه و نوع سیستم مدیریت، ملزم شدند که حداقل ۸ درصد از سرمایه خود را برای پوشش ریسک‌های احتمالی در نظر بگیرند.

طی ده سال گذشته، اغلب رویکردها در مدل‌سازی ریسک اعتباری شامل تخمین سه پارامتر بوده‌اند:

احتمال نکول (PD)، زیان ناشی از نکول (LGD) و همبستگی بین نکول‌ها و زیان‌ها (کروهمی و همکاران (۲۰۰۰)).

در واقع دو مورد اول، به عنوان پارامترهای کلیدی ریسک اعتباری در رویکرد «رتبه‌بندی داخلی» (IRB) شناخته شده‌اند که در دستورالعمل بال ۲ تأکید زیادی روی آن بوده است. رویکرد (IRB) به بانک‌ها اجازه می‌دهد که ریسک وام‌های خود را بر اساس تخمین‌های PD و LGD خود، محاسبه نمایند.

۲- نکول

تعریف نکول که توسط بانک تسویه بین المللی^{۱۷} (BIS) ارائه گردیده است، بیان واضح و گویایی نداشته و دارای ابهاماتی می‌باشد. در این تعریف، نکول به وضعیتی گفته می‌شود که بدهکار تمایلی به بازپرداخت تعهدات خود ندارد یا از تاریخ سررسید بازپرداخت وی، بیش از ۹۰ روز سپری شده است. در بسیاری از مقالات علمی و آکادمیکی، از بخش دوم این تعریف برای تشخیص نکول استفاده می‌کنند. از این دسته برای مثال چالوپکا و کوپکنی^{۱۸} (۲۰۰۸) بنفیم^{۱۹} (۲۰۰۹) و اشمیت^{۲۰} (۲۰۰۴) را می‌توان نام

شرکت یا بنگاه می‌تواند نکول بکند اما ورشکسته نشده باشد.

مدل‌هایی که بتوانند ریسک اعتباری را تحلیل کنند از دیرباز مورد توجه بوده‌است. روش‌های مختلف مدل‌سازی ریسک اعتباری را می‌توان در دو دسته‌بندی کلی قرار داد:

۱-۲- مدل‌های ساختاری

بلک و شولز^{۲۲} در سال ۱۹۷۳ و مرتون^{۲۳} در سال ۱۹۷۴ اولین مدل‌های ساختاری ریسک نکول را معرفی کردند که در این مدل‌ها نکول به صورت یک عامل درون‌زا تعریف می‌شود به این شکل که فرض می‌شود دارایی‌های یک شرکت از حرکت براونی هندسی تبعیت می‌کند و نکول وقتی اتفاق می‌افتد که «نسبت دارایی‌ها به بدهی‌ها» از حد معینی کمتر شود. در این مدل‌ها تنها عاملی که احتمال نکول را تعیین می‌کند «فاصله تا نکول» است. از مهم‌ترین مدل‌ها در این دسته می‌توان مدل Credit Metrics (۱۹۹۷) و مدل Credit Monitor (شرکت Moody's) را نام برد.

مدل Credit Metrics مدلی است که توزیع احتمال تغییرات در ارزش یک سبد وام یا اوراق قرضه را طی یک افق زمانی معین معمولاً یک ساله تخمین می‌زنند. این روش بر پایه داده‌های تاریخی مبتنی بر رتبه‌بندی تعداد زیادی از اوراق قرضه توسط یک مؤسسه رتبه‌گذاری و یا پایگاه داده‌های داخلی یک بانک بنا شده است. در این مدل احتمال نکول غیر تصادفی در نظر گرفته می‌شود و از شبیه‌سازی مونت‌کارلو برای محاسبه آماره ضرر استفاده می‌شود. از نخستین

برد. با این حال، بعضی از بدهکاران ممکن است تمام تعهدات خود را حتی پس از گذشت ۹۰ روز از سررسید آن باز پرداخت نمایند. مخصوصاً در مورد مشتریان خرد، گذشتن از زمان سررسید، ممکن است بیشتر در نتیجه بی‌انظباطی در بازپرداخت باشد تا عدم توانایی مالی در بازپرداخت تعهدات. در واقع مشکل اصلی که این تعریف به وجود می‌آورد این است که نکول‌ها لزوماً منجر به زیان نمی‌شوند.

در بعضی از مقالات هم می‌بینیم که نکول را تنها زمانی می‌دانند که متعهد بازپرداخت وام ورشکسته شده باشد. بعضی از مطالعات بر روی داده‌های اروپایی نیز تعریف مشابهی را بر اساس قانون ورشکستگی خود اعمال می‌کنند. مثالهایی برای این دسته عبارتند از گرونرت و وبر (۲۰۰۹) و آگاروال و تافلر (۲۰۰۸) در مدل‌های تئوری اختیاراتی معامله، احتمال نکول را احتمال این رویداد می‌دانند که ارزش دارایی بدهکار به کمتر از ارزش بدهی‌های او افت کند. در این تعریف، در واقع احتمال نکول، همان احتمال ورشکستگی است. با این حال، در این حالت نیز یک بنگاه می‌تواند از بازپرداخت تعهدات خود نکول کند در حالی که هنوز اعلام ورشکستگی نکرده است. بنابراین در پاسخ به این سؤال که کدام تعریف بهتر است، در عمل جواب واضح جهان شمولی وجود ندارد.

البته باید توجه داشت که مفهوم نکول با ورشکستگی^{۲۱} خیلی فرق دارد، متأسفانه بعضی از افراد این دو مفهوم را به اشتباه باهم یکی می‌گیرند.

ورشکستگی معمولاً یک سال بعد از نکول برای یک شرکت یا بنگاه اتفاق می‌افتد، یعنی

احتمال نکول مؤثر باشد، مانند برخی متغیرهای خاص شرکتی و اقتصاد کلان که اطلاعاتی در زمینه تغییر سودآوری یا نسبت بدهی شرکت در اختیار ما می‌گذارند. همچنین در تحقیقی که هیلگیست^{۲۶} و دیگران (۲۰۰۴) انجام دادند به این نتیجه رسیدند که فاصله تا نکول برای پیش‌بینی احتمال نکول در دوره یک‌ساله به تنهایی کافی نیست.

بزرگترین ایراد مدل مرتون (۱۹۷۴) این است که در حل آن، فرضهای ساده کننده بسیاری وجود دارد این امر، ارزش کاربرد تجربی مدل را محدود می‌کند. بنابراین تحقیقات متعاقب آن، عمدتاً بر ضعیف کردن این فرض‌های محدودکننده تمرکز کردند. پر اهمیت‌ترین این فرض‌ها را می‌توان تاریخ سررسید وام در نظر گرفت. شاید بتوان سه نوع از روش‌های بسط این فرض را در ادبیات شناسایی کرد. گسکه (۱۹۷۷)، فرض اصلی بازپرداخت یکباره بدهی در سررسید را با استفاده از مدلسازی ترکیبی اختیاراتی معامله به سررسیدهای مختلف بدهی گسترش داد. در کار لیلند و تافت (۱۹۹۶)، فرض شد که بنگاه‌ها می‌توانند به صورت پیوسته به افتتاح اعتبار با مقدار ثابت ولی سررسید بینهایت اقدام نمایند. دافی (۲۰۰۵)، در مقابل فرض مرتون (۱۹۷۴) مبنی بر اینکه نکول تنها در تاریخ سررسید می‌تواند اتفاق بیفتد، گروه دیگری از مدل‌های ساختاری را که توسط بلک و کاکس (۱۹۷۶) توسعه یافته‌اند و اغلب با نام «مدل اولین زمان گذار» شناخته می‌شوند را مطرح کرد. در این گونه از مدل‌ها، نکول ممکن است نه تنها در سررسید بدهی اتفاق بیفتد، بلکه می‌تواند قبل از زمان سررسید نیز روی دهد و بنابراین هرگاه

کارهای تجربی انجام شده در این زمینه می‌تواند به کریستیانو زازارا^{۲۴} (۲۰۰۰) اشاره نمود که با استفاده از این مدل ریسک اعتباری سبیدی از وام‌ها را در سطح بانک‌های کشور ایتالیا محاسبه نمود.

مفروضاتی مانند مشاهده پیوسته دارایی‌ها بدون خطا در اندازه‌گیری، از جمله مفروضات اصلی مدل‌های ساختاری است که به شدت مورد چالش قرار گرفته است (جرو و پروتر^{۲۵}، ۲۰۰۴). همچنین ایرادات دیگری نیز می‌تواند به مدل ساختاری وارد کرد، که از جمله اینها یکی اینکه تنها علت پیشامد نکول، کمتر شدن دارایی‌ها به بدهی‌ها نیست، بلکه عدم تمایل به پرداخت تعهدات و احتمال بروز شرایط بحرانی برای صنعت و بلایای طبیعی نیز می‌تواند موجب نکول گردد و دیگر اینکه ممکن است مؤسسه‌ای نسبت دارایی‌هایش به بدهی‌هایش از حد معین کمتر شود اما نکول نکرده باشد. به عنوان مثال فرض کنید مؤسسه‌ای با یک استراتژی تصمیم به سرمایه‌گذاری بلندمدت کند در این صورت با گرفتن وام‌های سنگین، نسبت دارایی‌ها به بدهی‌اش کمتر از حد معینی می‌شود و طبق تعریف مدل‌های ساختاریافته این مؤسسه نکول کرده است، اما این طور نیست و مؤسسه بعد از یک دوره زمانی طبق استراتژی خود سود خواهد کرد و مدل مذکور، این مؤسسه را به اشتباه نکول یافته کرده است.

همچنین دافی و لاندو (۲۰۰۱) نشان دادند که اگر در اندازه‌گیری میزان فاصله تا نکول خطا وجود داشته باشد، اکتفا به این متغیر کافی نیست و هر متغیر دیگری که بتواند اطلاعات بیشتری را در اختیار قرار دهد می‌تواند در اندازه‌گیری

در صورتی که این پیشامد قبل از سررسید اتفاق بیافتد نکول اتفاق افتاده است. در این صورت احتمال بقا تا زمان t از تابع $p(t) = \exp(-\lambda t)$ تبعیت می‌کند و امید ریاضی زمان نکول $1/\lambda$ است. از مهم‌ترین مدل‌ها در این دسته می‌توان مدل‌های CreditRisk+ و CreditPortfolioView را نام برد.

مدل CreditRisk+ مدلی است که مبتنی بر عملکرد گذشته است و سعی می‌کند ضرر مورد انتظار وام‌ها و توزیع احتمال این ضررها را تخمین بزند که به آن مدل بیمه‌ای نیز می‌گویند زیرا مفاهیم اصلی آن از ادبیات بیمه به ویژه بیمه آتش‌سوزی گرفته شده است. در این مدل پدیده نکول موضوعیت ندارد و یک رویداد تصادفی توصیف می‌شود و برای استخراج توزیع احتمال ضرر برای یک سبد، فراوانی نکول و شدت ضرر محاسبه می‌شود.

مدل CreditPortfolioView (CPV) مدلی است که ریسک اعتباری سبدهای وام‌ها را با استفاده از متغیرهای اقتصاد کلان محاسبه می‌کند. بنابراین سری‌های زمانی مربوط به احتمال نکول مشتریان و متغیرهای اقتصاد کلان مهم‌ترین داده‌های مورد استفاده در این مدل هستند. مارکوس کرن^{۲۷} و برنرد رادلف^{۲۸} (۲۰۰۱) اولین کسانی بودند که این مدل را به کار بردند و از آن استفاده کردند. آن‌ها ریسک اعتباری سبدهای وام‌های کشور آلمان را مورد محاسبه قرار دادند و علاوه بر آن روش‌های موجود در سطح بانک‌ها را نیز باهم مقایسه نمودند. در کشور خود ما نیز آقای بابک برومند در سال (۱۳۸۸، ۲۰۰۹) از این مدل برای محاسبه ریسک اعتباری استفاده کرده‌است.

ارزش دارایی بنگاه به مقدار از پیش تعیین شده برسد، نکول اتفاق می‌افتد. بنابراین، این مدل‌ها نه تنها ارزش‌گذاری بدهی‌هایی با سررسیدهای متفاوت را مقدور می‌سازند، بلکه مهم‌تر از آن، در این مدل‌ها نکول می‌تواند در تمام طول مدت بدهکاری اتفاق بیفتد.

۲-۲- مدل‌های شدت (تقلیل یافته)

به نظر می‌رسد که معرفی مدل‌های شدت برای پر کردن خلأهایی بوده است که مدل‌های ساختاری داشته‌اند در این صورت این مدل‌ها جدیدتر از مدل‌های ساختاری هستند. اولین مقالاتی که فرم شدت یا کاهش را در مدل‌سازی معرفی کرده‌اند، مقالات جرو و ترن بول (۱۹۹۲، ۱۹۹۵) هستند.

در این مدل‌ها نکول به صورت یک عامل برونزا در نظر گرفته می‌شود که به شکل یک اتفاق غیرمنتظره ظاهر می‌شود و زمان نکول قابل پیش‌بینی نیست (در ادبیات فرآیندهای تصادفی، زمان توقف غیر قابل دسترسی گویند) و در این صورت یک فرآیند تصادفی شدت نکول را مشخص می‌کند. در حالت کلی، می‌توان برای مدل‌های تقلیل‌یافته سه جنبه مختلف در نظر گرفت. در این مدل‌ها زمان نکول غیر قابل پیش‌بینی و متأثر از شدت نکول است که خود تابعی از متغیرهای پنهان است، نکول برونزا بوده و مستقیماً مدل می‌شود، به عنوان مثال تحت فرآیند پواسون یا پرش و جنبه سوم اینکه RR و LGD می‌توانند مشخصاً مفروض شوند.

در این مدل‌ها فرض می‌شود که نکول، زمان اولین پیشامد یک فرآیند پواسون با نرخ λ است و

۳- توزیع ضرر

همه‌ی اندازه‌های ریسک اعتباری از قبیل ضرر مورد انتظار، ضرر غیر قابل انتظار، ارزش در معرض ریسک، کفایت سرمایه و غیره بر مبنای متغیر ضرر تعیین می‌شوند که در شکل آورده شده‌است. بنابراین برای اینکه ریسک اعتباری محاسبه شود، ابتدا بایستی توزیع ضرر سبب مشخص باشد.

میانگین اشاره می‌کند، و در مدیریت ریسک نیز همچنین است. بانک‌ها برای محاسبه ضرر تحمیل شده به هر مشتری یا وام گیرنده یک احتمال نکول (PD)، یک کسر ضرر ناشی از نکول (LGD) و مقدار سرمایه در معرض خطر (EAD) نسبت می‌دهند. در این صورت ضرر تحمیل شده از هر بدهکار یا متغیر ضرر زیر تعریف می‌شود:

$$L = EAD \times LGD \times I_D$$

ضرر مورد انتظار

اگر وام‌گیرنده در طول بازپرداخت وام دچار مشکل شود بانک متضرر خواهد شد. از این رو نیاز به یک پشتیبانی ضرر همچون بیمه اهمیت پیدا می‌کند. به هر حال این امکان وجود دارد که مشتری‌های خوب نیز پتانسیلی برای نکول یا درماندگی مالی داشته باشند، در این صورت بیمه می‌تواند به عنوان پشتیبان سبب اعتباری بانک باشد. بنابراین بانک‌ها با کنار گذاشتن سرمایه قانونی می‌توانند ضرر مورد انتظاری که به بانک‌ها تحمیل می‌شود را پوشش دهند.

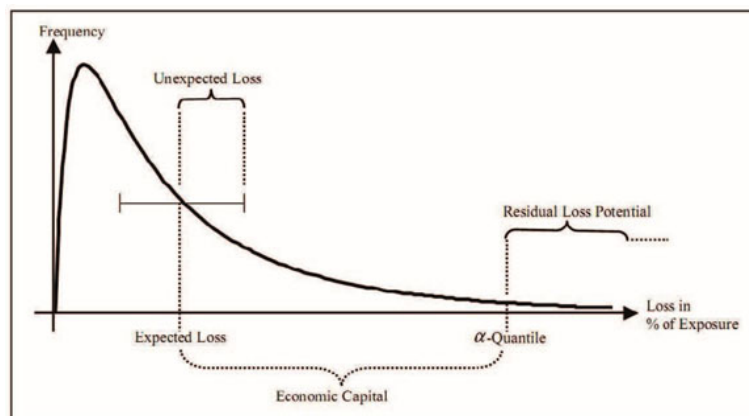
که در آن D پیشامد نکول بدهکار در یک دوره مشخص از زمان (معمولاً یک ساله) و I_D تابع مشخصه نکول است یعنی اگر نکول رخ دهد مقدار ۱ را می‌گیرد در غیر این صورت مقدار ۰ است.

اکنون می‌توان ضرر مورد انتظار (EL) از هر مشتری را به عنوان امید ریاضی از متغیر ضرر متناظرشان تعریف کرد که یکی از کمیت‌های ریسک اعتباری است:

$$EL = E[L] = EAD \times LGD \times P(D)$$

که $P(D)$ احتمال نکول بدهکار می‌باشد.

در مباحث آماری و احتمال، ادبیات «مورد انتظار» همیشه به یک امید ریاضی یا مقدار



توزیع ضرر

مقدار سرمایه در معرض خطر^{۲۹}

میزان دارایی است که در صورت نکول وام‌گیرنده، در معرض خطر قرار می‌گیرد هم می‌تواند کمیت غیر تصادفی و هم تصادفی باشد. غیر تصادفی بودنش بیشتر به علت ناطمینانی‌ها در استهلاک و مصرف و دیگر عوامل در دوره‌ی زمانی مشخص است که در این صورت به عنوان امید ریاضی متغیر تعریف می‌شود.

کسر ضرر ناشی از نکول

کسری از وام است که در صورت نکول از بین خواهد رفت و در واقع بخشی از ضرر است که بانک در صورت نکول وام‌گیرنده تحمل می‌کند و بین ۱۰ و ۱۰۰ است. در مقابل این RR را داریم که در صورت نکول وام‌گیرنده قابل بازگشت به بانک است، داریم $RR = 1 - LGD$ که به آن نرخ بازیافت می‌گویند و به عوامل زیادی از جمله به نوع و کیفیت وثیقه و به اولویت مطالبات بانک از دارایی‌های وام‌گیرنده بستگی دارد و دلیلی است برای این که LGD را به عنوان متغیر تصادفی در نظر می‌گیریم. به این صورت که شدت ضرر در صورت نکول به عنوان متغیر تصادفی در نظر گرفته می‌شود که امید ریاضی آن LGD می‌شود.

۴- مدل زنجیره مارکوف

این مدل اولین بار توسط جرو و همکاران در سال (۱۹۹۷) معرفی شد. مدل زنجیره مارکوف^{۳۰}، نکول را یک وضعیت جاذب^{۳۱} فرض می‌کند و زمان نکول را نخستین زمانی فرض می‌کند که زنجیره پیوسته مارکوف به این وضعیت جاذب

برسد. در مدل جرو و همکاران (۱۹۹۷)، برای تغییرات کیفیت اعتباری، احتمال‌های ثابتی در نظر گرفته می‌شود که با استفاده از ماتریس‌های گذرا اعتبار تاریخی تخمین زده می‌شوند. مدل‌های دیگری نیز با توسعه و تعدیل مدل زنجیره مارکوف به وجود آمده‌اند. این تعدیل‌ها بر خلاف تعدیل‌های مدل‌های پواسن که بر شدت نکول تمرکز داشتند، بیشتر بر احتمال تغییر رتبه اعتباری تمرکز دارند.

یکی از مدل‌های اصلی تعدیل یافته، مدل پروبیت ترتیبی نیکل و همکاران (۲۰۰۰) و فنچ و همکاران (۲۰۰۸) است. آن‌ها از این مدل برای مدل‌سازی انتقال رتبه‌بندی استفاده کرده‌اند. نیکل و همکاران، رتبه‌بندی را تابعی از عوامل قابل مشاهده نظیر نوع صنعت، نوع مسکن وام‌گیرنده و متغیرهای مربوط به چرخه‌های تجاری در نظر گرفته‌اند. فنچ و همکاران علاوه بر این متغیرها، عوامل غیر قابل مشاهده را نیز در مدل خود منظور و استدلال کرده‌اند که در ادبیات اخیر ریسک اعتباری استفاده از عوامل غیرقابل مشاهده ترجیح داده شده است. مونتیرو و همکاران استفاده از فرآیند شبه‌مارکوف با زمان پیوسته‌ی غیرهمگن متناهی را برای مدل کردن ماتریس‌های گذار وابسته به زمان پیشنهاد دادند. بنا به تعریف، فرآیند شبه مارکوف، یک زنجیره مارکوفی با تبدیل تصادفی مقیاس زمانی است. مونتیرو و همکاران (۲۰۰۶) نشان دادند که تخمین‌زن‌های غیرپارامتریک از توابع نرخ خطر، می‌توانند برای تخمین سازگار این ماتریس‌های گذار وابسته به زمان، مورد استفاد قرار گیرند. تعدیل اصلی دیگری که در مدل زمان گسسته جرو و همکاران (۱۹۹۷) صورت گرفت،

نقاط بدست می آوریم و سپس α را با میانگین گیری تخمین می زنیم، یعنی:

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f(U_i).$$

فرآیند پواسن و کاکس

فرض کنید $N_t = \sum_h 1_{\{\tau_h \leq t\}}$ فرآیند پواسن با شدت $\lambda > 0$ و همچنین:

$$P[N_t - N_s = n] = \frac{1}{n!} (t-s)^n \lambda^n \exp(-(t-s)\lambda)$$

توزیع پواسن با نمونه های مستقل و شدت $\lambda(t-s)$ باشد. در توزیع بالا ما شدت را ثابت فرض کردیم. در صورتی که شدت را به صورت تابعی از زمان نیز می توان در نظر گرفت که بیانگر شدت نکول تصادفی می باشد.

شدت تصادفی بیانگر نکول تصادفی شرکت ها، از معادله پخش به صورت:

$$d\lambda_t = \mu(t, \lambda_t)dt + \sigma(t, \lambda_t)dw_t$$

تبعیت می کند که در آن w_t بیانگر حرکت برآونی و μ دریفت و σ نوسانات شدت می باشند. زمان نکول را به صورت

$$\tau = \inf\{t \in R^+ | N_t > 0\},$$

تعریف می کنیم. با استفاده از این تعریف احتمال بقا برای شرکت در زمان t برابر می شود با:

$$P[N_t = 0] = P[\tau > t] = E[\exp(-\int_0^t \lambda_s ds)],$$

بنابراین شدت نکول برابر است با:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{P[\tau \in (t, t+h) | \tau > t]}{h} = \frac{f(t)}{1-F(t)} = \lambda_t,$$

که

$$F(t) = P(\tau \leq t),$$

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt}.$$

گسترش آن به یک مدل زمان پیوسته بود. بسیاری از مقالات در پی آن بودند که صحت ادعای جرو و همکاران را مبنی بر اینکه نتایج مدل شان (فرآیند زنجیر مارکوف زمان گسسته) در صورت استفاده از مدل زمان پیوسته بهبود یابد، ارزیابی کنند. در این خصوص می توان به مقالات بسیاری از جمله مونتیرو و همکاران (۲۰۰۶)، فورتس و کالوتیچو (۲۰۰۶)، فریدمن و شورمن (۲۰۰۸)، و کادام و لنک (۲۰۰۸) اشاره کرد. همچنین می توان مقاله لوکاس و کلاسن (۲۰۰۶) را نام برد که مدل زنجیر مارکوف را هم به صورت زمان گسسته و هم زمان پیوسته به کار بردند.

۵- شبیه سازی مونت کارلو

این روش برای حل عددی مسائلی که حل آنها به روش تحلیلی پیچیده است، مورد استفاده قرار می گیرد که توسط اولام^{۳۲} در سال ۱۹۴۶ نام گذاری شده است. اساس کار این روش، مقایسه بین احتمال و حجم است. به عنوان مثال، مسئله ی تخمین انتگرال تابع f روی بازه ی واحد را در نظر بگیرید. با توجه به امید ریاضی، انتگرال $\alpha = \int_0^1 f(x)dx$ را می توانیم به صورت $E[f(U)]$ بیان کنیم که U ، متغیر تصادفی با توزیع یکنواخت استاندارد است. برای تخمین α به روش مونت کارلو، که آن را با $\bar{\alpha}$ نشان می دهیم، به صورت زیر عمل می کنیم:

دنباله ی متغیرهای تصادفی U_1, U_2, \dots, U_N را که مستقل از هم و دارای توزیع یکنواخت استاندارد هستند تولید می کنیم. مقدار تابع f را در تمام این

به تخمین اریبی از شبیه‌سازی می‌شود. ما این کار را روی داده‌های ۱۰۰ شرکت فعال در بورس اوراق بهادار تهران انجام دادیم و برای این کار از مدل لاجیت برای محاسبه احتمال نکول شرکت‌ها استفاده شده‌است. و علت انتخاب مدل لاجیت هم بر اساس نوع داده‌هایی بود که در اختیار داشتیم و نوع داده‌های ما هم بر اساس جداول سود و زیان و جریان نقدی و ترازنامه از سازمان بورس اوراق بهادار تهران بود که مستقیماً با محاسبه نسبت‌های مالی مورد نیاز در مدل لاجیت مورد استفاده قرار می‌گیرد.

برای برطرف کردن این اریبی ما از مدل زنجیره‌های مارکوف، به این صورت که از آزمون پذیرش / رد برای بازسازی مسیر در فاصله زمانی، زمان‌های نکول استفاده کردیم. N_i های مربوط به فرآیند پواسن که بیانگر مقادیر ۰ و ۱ (نکول رخ داده یا اتفاق نیفتاده)، در روش زنجیره‌های مارکوف به صورت:

$$M^i - \int_0^T h^i(s, M_s) ds,$$

تبدیل می‌شود که دارای خاصیت مارتینگلی است و $h^i(s, M_s)$ هم بیانگر شدت نسبت به اطلاعات وابسته به M است که در آن SE بیان‌گر خطای استاندارد و $RMSE = \sqrt{(SE^2 + Bias^2)}$ می‌باشند.

فرآیندهای تصادفی متنوعی وجود دارد که $\lambda(t)$ از آنها پیروی می‌کند. از آن جمله می‌توان فرآیندهای بازگشت به میانگین^{۳۳} و فرآیندهای جهشی^{۳۴} را نام برد. ما در این مطالعه از فرآیند تصادفی کاکس، اینگرسل و راس^{۳۵} برای شبیه‌سازی شدت نکول تصادفی استفاده کردیم که فرم مدل به شکل:

$$d\lambda_i^i = \kappa_i(\theta_i - \lambda_i^i)dt + \sigma\sqrt{\lambda_i^i}dw_i^i,$$

می‌باشد. که در آن κ_i نرخ بازگشت به میانگین و θ_i مقدار میانگین بلندمدت می‌باشد. این فرآیند را، فرآیند CIR می‌نامند.

روش‌شناسی تحقیق

پژوهش حاضر از نظر روش، توصیفی از نظر نوع مقایسه‌ای است که مدل‌های علمی مورد مطالعه با استفاده از داده‌های تاریخی شرکت‌های فعال در بورس اوراق بهادار تهران آزمون گردید.

نتایج تحقیق

برای شبیه‌سازی ریسک همبستگی نکول یعنی شدت نکول، بر اساس آنچه که بیان شده، نیاز به گسسته‌سازی مدل در بازه‌های زمانی Δt داریم تا بتوانیم مسیرهای نکول‌های شرکت‌ها را به دست آوریم. چون با این روش همه مسیر را نمی‌توانیم تولید کنیم در نتیجه شبیه‌سازی منجر

نتایج عددی با استفاده از روش زنجیره مارکوف و روش اویلر

Method	Trails	Steps	Estimate	Bias	SE	RMSE
M (A/R)	5k	N/A	1.039412	0	0.0239	0.0239
	7k	N/A	1.024783	0	0.0193	0.0193
	10k	N/A	0.985432	0	0.0165	0.0165
Time Scaling (Euler)	2k	50	0.844866			
	5k	70	0.925424			
	7k	90	0.939435			
	10k	100	0.935421			

در این مطالعه ما یک روش دقیق برای شبیه سازی مدل های مبتنی بر شدت که باعث برآورد ناریب توزیع ضرر سبد اعتباری، اندازه های ریسک و قیمت ابزارهای مشتقات می شود را بررسی و توسعه دادیم. روش جدید دارای دو مرحله می باشد.

مرحله اول ساختن زنجیر مارکوف هم توزیع با وضعیت نکول و در مرحله دوم با استفاده از روش پذیرش / رد تابع بدست آمده را محاسبه کردیم. نتایج عددی سودمندی روش شبیه سازی را ثابت می کند.

یادداشت ها

1. Robert C
2. Alexander J. Mcneil
3. Rudiger
4. Credit Risk
5. Market Risk
6. Liquidity Risk
7. Operational Risk
8. Systemic Risk
9. Default Risk
10. Downgrade Risk
11. Credit Spread Risk
12. Unbiased
13. Inhomogeneous
14. Acceptance/Rejection
15. Herstat Bank
16. Basel Committee on Banking Supervision
17. Bank for Intrnational Settlements
18. Chalupka and Kopecsni
19. Benfim
20. Schmit
21. Bankruptcy
22. Fischer Black and Myron Scholes
23. Robert C. Merton
24. Cristiano Zazzara
25. Robert A. Jarrow and Philip Protter
26. Hillegeist
27. Markus Kern
28. Bernd Rudolph
29. Exposure at Default
30. Markov Chain Model
31. Absorbing State
32. Ulam
33. Mean revert process
34. Jump process
35. Cox, J. C., J. Ingersoll, and S. Ross

بر اساس نتایج بدست آمده از جدول بالا می بینیم که روش M برای داده های ما، داده های شرکت های فعال در بورس اوراق بهادار، دارای اریبی صفر نسبت به روش اوایلر معمولی که برای حل فرآیند CIR موجود است، می باشد. از لحاظ زمانی هم روش M سریعتر از روش اوایلر می باشد که این همگرایی روش M را نشان می دهد.

نتیجه گیری

این مطالعه بررسی نمود که همبستگی ریسک نکول نقش مهم و قابل توجهی را در بازارها و محیط های کسب و کار مالی ایفا می کند. چون اصولاً ریسک، در کنار ارزش زمانی پول و ارزش گذاری دارایی ها سه ستون تحلیل مالی را تشکیل می دهند و در حالت کلی ریسک و همبستگی ریسک نکول از عناصر پایه ای موثر بر رفتار مالی هستند. همچنین در دنیای واقعی ریسک وجود دارد و بخش مهمی از سیستم مالی وظیفه باز توزیع ریسک را بر عهده دارد. با داشتن توزیع احتمال ارزش دارایی های مؤسسه، می توان ریسک را به طور کمی محاسبه کرد. برای اندازه گیری ریسک اعتباری از مدل های زیادی استفاده می شود، در این چارچوب دینامیک مدل های مبتنی بر شدت که در آن نکول یک شرکت با استفاده از فرایندهای تصادفی شدت کنترل می شود، بیشتر برای مدل کردن ریسک همبستگی نکول مورد استفاده قرار می گیرد. محاسبات روی این مدل ها با روش شبیه سازی مونت کارلو انجام می شود. که این کار موجب تخمین های اریب شبیه سازی می شود.

- 14) Giesecke K., Kakavand H, and Mousavi M., Exact simulation of point processes with stochastic intensities, *Oper. Res.*, (2010), to appear.
- 15)- Giesecke K., Kakavand H, and Mousavi M., Exact and Efficient Simulation of Correlated Default Risk, *SIAM J. Financial Math.*, 1(2010), pp. 868–896
- 16) Duffie D. and K. Singleton K.J., Simulating Correlated Defaults, working paper, Graduate School of Business, Stanford University, Palo Alto, CA, 1999.
- 17) Glasserman P., Monte Carlo Methods in Financial Engineering, Springer-Verlag, New York, Berlin, 2003.

فهرست منابع

- 1) تهرانی رضا، فلاح شمس، میرفیض (۱۳۸۴)، طراحی و تبیین مدل ریسک اعتباری در نظام بانکی کشور. *مجله علوم اجتماعی و انسانی* دانشگاه شیراز. دوره ۲۲، ۴۵–۶۰.
- 2) Altman E. (1968), Financial Ratios, Discriminant Analysis and the Prediction of Corporate Bankruptcy, *Journal of Finance* 23, 589-609.
- 3) Altman E., and E. Hotchkiss (2005), Corporate Financial Distress and Bankruptcy, Third Edition, Wiley, New York.
- 4) Andersen P.K., O. Borgan, and R.D. Gill (1992), Statistical Models Based on Counting Processes, Springer Series in Statistics. Springer, Berlin, Heidelberg, New York.
- 5) Basel II (June 2004), International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards: A Revised Framework.
- 6) Basel Committee on Banking Supervision (2003), Third Consultative Paper, April.
- 7) Basel Committee on Banking Supervision (2001a), The New Basel Capital Accord, January.
- 8) Basel Committee on Banking Supervision (2001c), The Internal Ratings Based Approach, January.
- 9) Bharath S., and T. Shamway (2007), Forecasting Default with the Merton Distance-to-Default Model, *Review of Financial Studies*, forthcoming.
- 10) Black F., M. Scholes (1973), The Pricing of Options and Corporate Liabilities, *Journal of Political Economy* 81, 637-654.
- 11) Das S., D. Duffie, N. Kapadia, and L. Saita (2007), Common Failings: How Corporate Default are Correlated, *Journal of Finance* 62, 165-195.
- 12) Jarrow R., and S. Turnbull (1995), Pricing Options on Financial Securities Subject to Default Risk, *Journal of Finance* 50, 53-86.
- 13)- Errais.E, Giesecke.K, and Goldberg. L. R, Affine point processes and portfolio credit risk, *SIAM J. Financial Math.*, 1 (2010), pp. 642–66