دسترسی در سایتِ http://jnrm.srbiau.ac.ir
سال سوم، شماره نهم، بهار ۱۳۹۶
شماره شاپا: ۰۱۶۹-۱۶۸۲

دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات

پژوهش‌های نوین در ریاضی

بکارگیری الگوریتم‌های ازدحام ذرات و جستجوی ممنوعه در انتخاب بهینه سبد دارایی

مریم کاظمی[۱]، عقیله حیدری[*۲]، محمد لشکری[۳]

[۱] کارشناس ارشد ریاضی دانشگاه پیام نور
[۲] استاد ریاضی دانشگاه پیام نور
[۳] دانشیارگروه اقتصاد دانشگاه پیام نور

تاریخ دریافت مقاله: ۹۶/۰۱/۱۰ تاریخ پذیرش مقاله: ۹۶/۰۳/۱۲

چکیده

در سال‌های اخیر استفاده از روش‌های ابتکاری و الگوریتم‌های تکاملی برای حل مسائل سبد دارایی بسیار مورد توجه قرار گرفته است. در این پژوهش با استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی ازدحام ذرات و جستجوی ممنوعه مدل اندازه‌گیری ریسک دو طرفه، را بهینه می‌کنیم. لازم به ذکر است این مدل یک مسئله مقید می‌باشد که با استفاده از روش‌های جریمه به یک مسئله نامقید تبدیل می‌شود. در آخر اطلاعات مربوط به ارزش تاریخی سهام $S\ \&\ P\ 100$ در فاصله سال‌های ۲۰۰۴ تا ۲۰۰۹ به عنوان ورودی‌های مدل در نظر گرفته می‌شود و نتایج دو روش روی آنها مورد بررسی قرار می‌گیرد.

واژه‌های کلیدی: پورتفولیو (سبد دارایی)، الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات(PSO)، الگوریتم جستجوی ممنوعه(TS).

*. عهده دار مکاتبات: E-mail: A_heidari@pnu.ac.ir

۱. مقدمه

پورتفولیو یا سبد دارایی به ترکیبی از دارایی‌ها گفته می‌شود که توسط یک سرمایه‌گذار برای سرمایه‌گذاری انتخاب می‌شود. میزان ریسک و بازده سرمایه‌گذاری مهم‌ترین مؤلفه‌های این حوزه می‌باشند. اغلب سرمایه‌گذاران به دنبال حداکثر نمودن بازدهی خود در سطح معینی از ریسک و یا کمینه نمودن ریسک در سطح معینی از بازده هستند. مسئله انتخاب سبد دارایی بهینه یکی از پیچیده‌ترین مسائل حوزه مالی است که در سال‌های اخیر مورد توجه سرمایه‌گذاران قرار گرفته است. از آنجا که امروزه مدیران و سرمایه‌گذاران با تعداد زیادی از سهام و دارایی مواجهند، مسئله سبد دارایی در گروه مسائل $NP-hard$ قرار گرفته به‌طوری‌که با بزرگ‌تر شدن ابعاد پیچیدگی آن دوچندان می‌شود، بنابراین نمی‌توان به روش‌های رایج ریاضی برای رسیدن به جواب بهینه اکتفا کرد. نکته اصلی در مسائل انتخاب سبد دارایی، انتخاب سهام به‌گونه‌ای است که کارایی سبد دارایی بیشینه و ریسک آن کمینه شود. اندازه‌گیری ریسک به عنوان یکی از مهم‌ترین عوامل تصمیم‌گیری در حوزه تأمین مالی و سرمایه‌گذاری مطرح می‌شود. از جمله طرح‌های اولیه در این زمینه، مدل میانگین– واریانس مارکوئیتز می‌باشد[۳]. در مدل وی میانگین بازده مورد انتظار را نشان می‌دهد و واریانس بیانگر ریسک سبد دارایی است. اگرچه مدل مارکوئیتز از معتبرترین مدل‌های انتخاب سبد دارایی بهینه می‌باشد، لیکن نقاط ضعف این مدل را می‌توان به شرح زیر برشمرد:

۱- عدم کارایی مدل میانگین - واریانس در برابر مدل‌های دنیای واقعی

۲-کوآدراتیک بودن (درجه دو بودن) و در نتیجه غیرخطی بودن مدل میانگین – واریانس، طوری که نتایج حاصل از بهینه‌سازی مدل به دلیل غیرخطی بودن در اغلب موارد بهینه محلی بوده و بهینه مطلق نمی‌باشد.

۳- با افزایش تعداد دارایی‌ها ماتریس کوواریانس بازده دارایی‌ها با ابعاد بزرگ‌تری ایجاد شده و بر حجم محاسبات افزوده خواهد شد [۱].

به دلیل وجود چنین نقطه‌ضعف‌هایی صاحبنظران تئوری‌های مالی، امروزه همچنان مدل‌های متنوعی را برای انتخاب سبد دارایی بهینه ارائه می‌نمایند. روشی که در این پژوهش برای اندازه‌گیری ریسک مطرح می‌شود در رده‌ی اندازه ریسک‌های دوطرفه قرار دارد که در آن گشتاورهای بالایی و پایینی توزیع بازده‌ها از مرتبه‌های مختلف ترکیب می‌شوند. این روش نسبت به سایر روش‌های اندازه‌گیری که تاکنون درنظر گرفته شده مزیت‌هایی دارد. در واقع این روش برای توزیع‌های غیرنرمال نسبت به اندازه‌هایی که فقط گشتاور بالایی یا پایینی لحاظ می‌شود بهتر عمل می‌کند و در نتیجه انعکاس بهتری از وضعیت ریسک سرمایه‌گذار دارد. همچنین این روش نیاز به مفروضات در مورد ماهیت توزیع یا هر نوع مدلی از بازده مورد انتظار ندارد بنابراین برای تمام توزیع‌های نرمال و غیرنرمال کاربرد دارد[۱۰].

۲. اندازه‌گیری ریسک

فرض کنید Y یک متغیر تصادفی حقیقی مقدار است که بازده مورد انتظار یک سبد دارایی را نشان می‌دهد.

تعریف می‌کنیم،

$$\|Y\|_P = (E[|Y|^P])^{\frac{1}{P}}$$

که $P \in [1,+\infty)$ و $E[0]$ ارزش مورد انتظار یک متغیر تصادفی را نشان می‌دهد.

فرمول اندازه‌گیری ریسک دوطرفه عبارت است از،

$$\rho_{a,p}(Y) = a \left\|(Y - E(Y))^{+}\right\|_1 + (1-a)\left\|(Y - E(Y))^{-}\right\|_p - E[Y] \qquad (۱)$$

به‌طوری‌که $a \in [0,1]$ و

$$Y^{-} = Max\{-Y, 0\}$$
$$Y^{+} = (-Y)^{-}$$

همان‌طورکه ملاحظه می‌شود رابطه (۱) ترکیب محدبی از $\left\|(Y - E(Y))^{+}\right\|_1 - E[Y]$ و $\left\|(Y - E(Y))^{-}\right\|_p - E[Y]$ می‌باشد[۹].

و در نهایت مسئله انتخاب سبد دارایی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\begin{aligned} &Min\ \rho_{a,p}(Y) \\ &S.T. \qquad \widehat{R} \geq L \\ &\sum_{i=1}^{N} x_i = 1 \\ &k_d \leq \sum_{i=1}^{N} z_i \leq k_u \\ &z_i\, d \leq x_i \leq z_i \qquad i = 1,2,\dots,N \\ &z_i \in \{0,1\} \qquad i = 1,2,\dots,N \end{aligned} \qquad (۲)$$

که در آن پارامترها به صورت زیر می‌باشند.

پارامتر	توصیف
$\widehat{\widehat{R}}$	بازده مورد انتظار سبد دارایی
L	کران پایین بازده سرمایه‌گذاری
d,u	کران بالا و پایین نسبت سهام سرمایه‌گذاری
k_d, k_u	کران بالا و پایین تعداد سهام موجود در سبد
N	تعداد دارایی‌های موجود
x_i	وزن دارایی i ام در سبد
z_i	بردار دودویی

مجموع وزن دارایی‌ها باید برابر با یک باشد، چون کل پول در دارایی‌های مختلف موجود در سبد دارایی سرمایه‌گذاری شده است. $z_i = 1$ اگر i امین دارایی در سبد دارایی موجود باشد، در غیر این‌صورت $z_i = 0$.

حال مسئله (۲) را با استفاده از روش‌های جریمه به یک مسئله نامقید تبدیل می‌کنیم. در روش‌های جریمه‌ای مسئله مقید با تعریف توابعی موسوم به توابع کمکی و با در نظر گرفتن پارامتری به نام پارامتر جریمه به مسئله نامقید تبدیل و در طول یک الگوریتم چندمرحله‌ای همگرا به جستجوی جواب بهینه پرداخته می‌شود[۲]. همان‌طور که ملاحظه شد مسئله (۲) تعدادی قید مساوی و نامساوی دارد بنابراین تابع جریمه آن مجموع توابع جریمه هر یک از قیود می‌باشد و به این‌صورت مدل‌سازی می‌شود،

$$Min\ P\ (X, Z, \varepsilon) \qquad (۳)$$

$$\rho_{\mathrm{a,p}}\ (\mathrm{Y}) + \frac{1}{\varepsilon}\ \Big[Max\ \{0, L - \hat{R}\} + \Big|\sum_{i=1}^{N} x_i - 1\Big| + Max\ \{0, k_d - \sum_{i=1}^{N} z_i\} + Max\ \{0, \sum_{i=1}^{N} z_i - k_u\} + \sum_{i=1}^{N} Max\ \{0, z_i\ d - x_i\} + \sum_{i=1}^{N} Max\ \{0, x_i - z_i u\} + \sum_{i=1}^{N} |z_i\ (1 - z_i)|\Big]$$

ε پارامتر شدت جریمه می‌باشد. در این پژوهش مقادیر مختلفی برای این پارامتر در نظر گرفته می‌شود تا با تخصیص وزن‌های مختلف به قیود و یافتن بهترین مقدار برای آنها، جستجوی نقطه بهینه به خوبی هدایت شود. حل مسئله فوق با استفاده از تکنیک‌های کلاسیک ریاضی به خصوص در مقیاس بزرگ‌تر بسیار مشکل و وقت‌گیر است. در نتیجه تکنیک‌های فرا ابتکاری برای حل این نوع مسائل می‌توانند نقش مؤثری را ایفا کنند. در ادامه در مورد استفاده و مقایسه الگوریتم ازدحام ذرات و جستجوی ممنوعه برای یافتن سبد دارایی بهینه و مقایسه آنها بحث خواهیم کرد.

۳. الگوریتم‌های فرا ابتکاری

به‌کارگیری شرایط و محدودیت‌های واقعی مسئله انتخاب سبد دارایی بهینه را به یک مسئله بهینه‌سازی سخت (*NP-hard*) تبدیل می‌کند. مسئله‌ای که حل آن زمانبر بوده و به راحتی با استفاده از روش‌ها و الگوریتم‌های دقیق ریاضی قابل حل نیست. بنابراین حل اینگونه مسائل با استفاده از روش‌های فرا ابتکاری موضوعی است که در سال‌های اخیر مورد توجه بسیاری از محققان قرار گرفته است. الگوریتم‌های فرا ابتکاری معمولاً الهام گرفته از طبیعت و فرآیندهای فیزیکی می‌باشند.

۳-۱. الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات (*PSO*)

بهینه‌سازی ازدحام ذرات یک الگوریتم فرا ابتکاری است که ایده اصلی آن توسط یک روانشناس اجتماعی و یک مهندس برق به نام ابرهارت شکل گرفت. در *PSO* تعدادی از ذرات وجود دارند که در فضای جستجوی تابعی که قصد بهینه کردن آن را داریم پخش شده‌اند. هر ذره تابع مطلوبیت را در موقعیت کنونی خود محاسبه می‌کند. پس از آن با مقایسه اطلاعات محل فعلی‌اش و بهترین محلی که تاکنون در آن قرار گرفته است و همچنین اطلاعات مربوط به بهترین ذرات در جمع، جهتی را برای حرکت انتخاب می‌کند. به این‌صورت تمامی ذرات جهت حرکت را انتخاب کرده و پس از انجام حرکت، یک مرحله از الگوریتم به پایان می‌رسد. این روند تا زمانی که جواب مورد نظر بدست آید، ادامه می‌یابد[۴]. هر ذره i در الگوریتم *PSO* دارای برداری شامل موقعیت کنونی $\mathrm{x_i}$ (مختصات محل فعلی ذره در فضای جستجو) وسرعت حرکت ذره $\mathrm{v_i}$ می‌باشد. سرعت و موقعیت ذره در هر گام طبق روابط زیر بروزرسانی می‌شود:

$$v_{\mathrm{i}} \leftarrow \mathrm{w}\, v_i + U(0, \varphi_1)\ (p_i - x_i) + U(0, \varphi_2)\ (p_g - x_i)$$

$$x_{\mathrm{i}} \leftarrow \mathrm{x_i} + v_i$$

p_{i} بهترین موقعیتی که ذره تاکنون تجربه کرده است (بهترین موقعیت شخصی).

p_g بهترین موقعیتی که تاکنون توسط جمعیت ذرات بدست آمده است (بهترین موقعیت سراسری) [۶,۷].

پارامترهای φ_1 و φ_2 که ضرایب شتاب نامیده می‌شوند شدت اعمال شانس در جهت بهترین موقعیت شخصی و بهترین موقعیت سراسری را تعیین می‌کنند. $U(0,\varphi_1)$ و $U(0,\varphi_2)$ نشان‌دهنده بردار اعداد تصادفی با توزیع یکنواخت در $[0,\varphi_1]$ و $[0,\varphi_2]$ می‌باشند.

ضریب W وزن اینرسی نامیده می‌شود. وزن اینرسی تاثیر سرعت‌های گذشته را بر سرعت‌های زمان حال کنترل می‌کند.در این پژوهش وزن اینرسی به صورت خطی کاهش پیدا می‌کند. به طوری‌که در ابتدای الگوریتم مقدار زیاد (۰/۹) در نظر گرفته شده و به مرور زمان طی گام‌های الگوریتم تا ۰/۴ تقلیل می‌یابد[۹].

شبه کد الگوریتم PSO در مرجع [۴]. قابل ملاحظه می‌باشد.

۲-۳. الگوریتم جستجوی ممنوعه (TS)

الگوریتم جستجوی ممنوعه، یک الگوریتم فرا ابتکاری است که نخستین بار در سال ۱۹۸۶ توسط گلوور ارائه شد. برای رسیدن به جواب بهینه، الگوریتم جستجوی ممنوعه ابتدا از یک نقطه اولیه شروع به حرکت می‌کند. در هر بار تکرار الگوریتم، تعدادی همسایه برای جواب فعلی تعریف می‌شود. سپس الگوریتم بهترین جواب همسایه را از میان همسایه‌های جواب فعلی انتخاب می‌کند. چنانچه این جواب در لیست ممنوعه قرار نداشته باشد، الگوریتم به سوی آن حرکت می‌کند در غیراین‌صورت معیاری به نام معیار تنفس بررسی می‌شود. بر اساس معیار تنفس، اگر جواب همسایه از بهترین جواب یافت شده تاکنون بهتر باشد، الگوریتم به سمت آن حرکت خواهد کرد، حتی اگر آن جواب در لیست ممنوعه باشد. پس از حرکت الگوریتم به سمت جواب مورد نظر، لیست ممنوعه بروزرسانی می‌شود، به این معنا که حرکت قبلی که طی آن به سمت جواب همسایه حرکت کردیم در لیست ممنوعه قرار می‌گیرد تا از بازگشت مجدد الگوریتم به آن و ایجاد سیکل جلوگیری شود. در واقع این لیست حرکت‌های مشخصی که باعث افتادن در دام جواب‌های بهینه محلی می‌شود را ممنوع می‌کند. پس از قرار دادن حرکت قبلی در لیست ممنوعه، تعدادی از حرکت‌هایی که در لیست ممنوعه قرار داشتند از لیست خارج می‌شوند. مدت زمانی که هر حرکت در لیست ممنوعه می‌ماند توسط پارامتری به نام زمان ممنوعه کنترل می‌شود. حرکت به سمت جواب همسایه تا زمانی که شرط خاتمه محقق شود ادامه می‌یابد. شرایط خاتمه متفاوتی می‌توان برای الگوریتم در نظر گرفت برای مثال تعداد تکرار معین از گام‌های الگوریتم می‌تواند یک شرط خاتمه باشد[۸]. برای مشاهده شبه کد الگوریتم TS به[۵] مراجعه شود.

۴. مقایسه عملکرد دو الگوریتم ازدحام ذرات و جستجوی ممنوعه

در این قسمت نتایج اجرای مدل نامقید به‌وسیله‌ی الگوریتم PSO و TS گزارش می‌شود. لازم به ذکر است کدنویسی الگوریتم‌ها، در نرم‌افزار MatLab انجام گرفته است و داده‌های مسئله مربوط به اطلاعات ارزش تاریخی سهام در فاصله سال‌های ۲۰۰۴ تا ۲۰۰۹ برای شاخص $S\ \&\ P\ 100$ با تعداد حداکثر ۵۰ سهم می‌باشد. نخست با یکسان درنظرگرفتن شرایط مشترک میان دو الگوریتم مسئله نامقید (۳) حل شده، مقادیر بهینه تابع هدف نرمال و همچنین زمان اجرای الگوریتم گزارش شده است. ضمن اینکه مقادیر مختلفی برای پارامتر شدت جریمه ε لحاظ شده تا بهترین مقدار این پارامتر برای مراحل بعدی انتخاب شود. ماکزیمم تعداد دفعات تکرار برای هر الگوریتم $Maxiter = 10000$ گام می‌باشد.

لازم به ذکر است در جدول (۱)،Normalfitness مقادیر تابع هدف بهینه به صورت نرمال شده می‌باشد. (برای نرمال کردن یک تابع طی یک بار اجرای الگوریتم بهترین مقدار تابع هدف بر بیشترین مقدار آن در طول اجرا تقسیم می‌شود). همچنین از جدول ۱ نتیجه می‌شود $\varepsilon = 0/000001$ به دلیل داشتن کمترین مقدار بهینه، بهترین انتخاب برای پارامتر شدت جریمه می‌باشد.

در مرحله بعد حالت‌های مختلفی برای پارامترهای موجود در مسئله نامقید (۳) در نظر گرفته می‌شود، طوری‌که ضمن مقایسه عملکرد دو الگوریتم در حل مسئله، به منظور تنظیم مناسب پارامترهای تابع هدف مقادیر مختلف a و p در بازه‌های زمانی متفاوت سنجیده می‌شود. (جداول ۲ و ۳)

جدول۱. نتیجه اجرای الگوریتم‌های PSO و TS برای مسئله (۳) و با بررسی مقادیر مختلف پارامترشدت جریمه

ε	PSO		TS	
	Normalfitness	Time	Normalfitness	Time
۱	./۳۲۰۸	۷۹/۴۶۵۳	۰/۵۹۰۴	۱۲۰/۵۳۲۱
۰/۱	۰/۳۱۵۴	۸۹/۲۱۲۱	۰/۶۲۹۳	۱۲۳/۱۴۴۵
۰/۰۱	۰/۳۳۴۷	۸۴/۲۳۹۷	۰/۵۸۰۳	۱۱۶/۲۳۰۰
۰/۰۰۱	۰/۳۴۷۴	۸۹/۷۶۵۳	۰/۶۱۱۶	۱۲۷/۴۴۷۲
۰/۰۰۰۱	۰/۳۸۷۴	۸۴/۳۳۵۴	۰/۵۹۹۷	۱۳۴/۴۸۴۲
۰/۰۰۰۰۱	۰/۳۶۹۶	۷۹/۲۷۶۵	۰/۷۳۴۴	۱۳۳/۲۵۱۹
۰/۰۰۰۰۰۱	۰/۳۰۱۱	۷۸/۲۱۸۸	۰/۵۷۵۰	۱۱۷/۱۶۰۸
۰/۰۰۰۰۰۰۱	۰/۳۳۸۴	۸۱/۲۳۴۴	۰/۶۱۱۷	۱۳۶/۱۶۳۲

جدول۲. مقادیر تابع هدف نرمال شده حاصل اجرای الگوریتم‌های PSO و TS با بررسی مقادیر مختلف P (a =۰/۵۰)

دوره زمانی	الگوریتم	p=۱	P=۲	P=۳
سال	PSO	۰/۶۶۱۷	۰/۷۵۵۳	۰/۷۷۳۷
۲۰۰۴-۲۰۰۵	TS	۱/۱۴۳۳	۱/۱۶۲۷	۱/۲۴۴۸
سال	PSO	۰/۷۷۲۸	۰/۸۰۹۸	۰/۸۶۳۵
۲۰۰۶-۲۰۰۷	TS	۱/۰۷۵۷	۱/۱۹۴۲	۱/۲۷۷۴

جدول ۳ مقادیر تابع هدف نرمال شده حاصل از اجرای الگوریتم‌های PSO و TS با بررسی مقادیر مختلف a (p=۱)

دوره زمانی	الگوریتم	a=۰	a=۰/۲۵	a=۰/۵۰	a=۰/۷۵	a=۱
سال	PSO	۰/۸۲۳۹۲	۰/۸۲۳۸۸	۰/۸۲۳۹۰	۰/۷۸۱۸	۰/۷۵۴۰
۲۰۰۴-۲۰۰۵	TS	۱/۱۹۰۲	۱/۱۳۹۶	۱/۱۱۵۰	۱/۰۶۳۶	۱/۰۸۳۵
سال	PSO	۰/۷۷۵۹	۰/۷۱۶۸	۰/۷۳۱۶	۰/۷۲۸۹	۰/۷۸۰۸
۲۰۰۶-۲۰۰۷	TS	۰/۱۷۶۷	۰/۱۳۰۵	۱/۱۵۶۳	۱/۱۴۱۶	۱/۰۷۹۰

۵. نتیجه‌گیری

در این مقاله دو الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات (*PSO*) و جستجوی ممنوعه (TS) برای حل مسئله انتخاب سبد دارایی معرفی و عملکرد این دو الگوریتم مقایسه شد. همان‌طور که در جدول ۱ ملاحظه می‌شود الگوریتم PSO از نظر سرعت اجرایی زمان کمتری نسبت به TS می‌برد، به‌عنوان مثال با وجود پیچیدگی مسئله بیشترین زمان لازم برای اجرای الگوریتم ازدحام ذرات ۸۹ ثانیه می‌باشد. علاوه بر آن در تمام حالت‌هایی که برای حل مسئله در نظر گرفته شده است طی اجرای الگوریتم PSO ما با مقادیر ریسک کمتری نسبت به الگوریتم TS مواجه می‌شویم. در مورد روند تغییرات پارامترهای a و p نیز می‌توان گفت در صورت ثابت بودن مقدار a، با افزایش p همواره مقدار بهینه تابع هدف افزایش پیدا می‌کند. از طرفی با ثابت نگه داشتن p و با افزایش مقدار a، مقادیر بهینه تابع هدف تا حدود زیادی کاهش می‌یابند. این یافته‌ها به سرمایه‌گذاران کمک می‌کند برای استفاده از فرمول اندازه‌گیری ریسک $\rho_{a,p}(Y)$، بهترین حالت ممکن برای پارامترهای آن را اعمال کنند. با توجه به یافته‌های این مقاله و نیز از آنجا که الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات به دلیل سادگی و کارایی بالا، یکی از موفق‌ترین الگوریتم‌های بهینه‌سازی است، کار این پژوهش را می‌توان از جنبه‌های دیگر توسعه داد. از جمله، تحقیق و مقایسه سایر پارامترها نظیر ضریب اینرسی، ضرایب شتاب و ... تا بهترین حالت ممکن برای مسئله مورد نظر بدست آید.

فهرست منابع

[۱] امیری م.، (۱۳۸۸)، بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از برنامه‌ریزی سازشی ضدایده‌ال. فصلنامه علمی پژوهشی مطالعات مدیریت صنعتی سال ششم، شماره ۱۵، صص ۱۴۳ تا ۱۶۵.

[۲] حیدری ا.، (۱۳۹۲)، برنامه‌ریزی غیرخطی و کاربردهای آن در اقتصاد و مدیریت. انتشارات سمت.

[۳] راعی ر.، علی بیگی ه. (۱۳۸۹) ،بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از روش حرکت تجمعی ذرات. تحقیقات مالی، دوره ۱۲، شماره ۲۹، صص ۲۱ تا ۴۰

[۴] کاظمی م.، (۱۳۹۵)، بررسی مسئله انتخاب سبد دارایی با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات ناهموار. پایان‌نامه کارشناسی ارشد پیام نور

[۵] مدرس ع.، (۱۳۸۸)،بهینه‌سازی مسیریابی در برنامه‌ریزی توزیع با استفاده از الگوریتم جستجوی ممنوع. پژوهشنامه حمل و نقل، سال ششم، شماره چهارم

[6] C.Tunchan, particle swarm optimization approach to portfolio optimization, Nonlinear Analysis: Real World Applications 10 (2009) 2396-2406

[7] E.F Campana, M.Diez, G.Fasano, D. Peri, Improving the initial particles position and parameters selection for PSO in bound constrained optimization problems, Springer Lecture Notes in Computer Science, vol. 7928, Springer, Berlin Heidelberg. (2013) 112-119

[8] F. Glover, C. McMillan, The General Employee Scheduling Problem: An Integration of Management Science and Artificial Intelligence, Computer and Operations Research 13 (2004) 563-593.

[9] M. Corazza, G. Fasano, R. Gusso, Particle swarm optimization with nonsmooth penalty reformulation, for a complex portfolio selection problem. The Journal of Applied Mathematics and Computation, (224) (2013) 611-624

[10] Z. Chen, Y. Wang, Two-sided coherent risk measures and their application in realistic portfolio optimization, Journal of Banking and Finance 32 (12) (2008) 2667–2673