دسترسی در سایتِ http://jnrm.srbiau.ac.ir
سال یازدهم، شماره پنجاه و چهارم، خرداد و تیر ۱۴۰۴
شماره شاپا: ۲۵۸۸-۵۸۸X

دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات

پژوهش‌های نوین در ریاضی

ارزیابی شرکت‌های هواپیمایی ایران با ساختار شبکه دومرحله‌ای DEA فازی

سمیه صادق‌زاده[۱]، محمدرضا مظفری*[۲]، زهره ایروانی[۳]، علی ابراهیم‌نژاد[۴]، هادی باقرزاده ولمی[۵]

(۱و۳و۵) گروه ریاضی، واحد یادگار امام خمینی (ره) شهرری، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران.
(۲) گروه ریاضی، واحد شیراز، دانشگاه آزاد اسلامی، شیراز، ایران.
(۴) گروه ریاضی، واحد قائم‌شهر، دانشگاه آزاد اسلامی، قائم شهر، ایران.

تاریخ ارسال مقاله: ۱۴۰۲/۰۱/۲۳ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۲/۰۶/۲۱

چکیده

امروزه ارزیابی شرکت‌ها و سازمان‌هایی که ساختار شبکه چندمرحله‌ای دارند بسیار حائز اهمیت می‌باشد. در صنعت حمل و نقل هوایی توجه به ساختار چند مرحله‌ای بدلیل اهمیت ویژه هر مرحله و جلوگیری از حادثه و اتفاقات ناخوشایند می‌تواند بسیار مورد توجه قرار گیرد. در این مقاله بر اساس رویکرد تابع احتمال فازی مدل شبکه دومرحله‌ای در تحلیل پوششی داده‌ها پیشنهاد می‌شود. ابتدا مدل‌های محاسبه کارایی در مرحله اول و دوم شبکه فازی پیشنهاد می‌شود و در ادامه رویکرد تابع احتمال برای دی فازی کردن مدل‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد. سپس مقایسه کارایی مرحله اول و مرحله دوم و مرحله کلی بر اساس مدل شبکه دومرحله‌ای ارائه می‌شود. بطور کلی در مقاله حاضر علاوه بر مدل‌سازی شبکه‌های دومرحله‌ای فازی با رویکرد تابع احتمال، الگوی مناسب برای شبکه‌های دومرحله‌ای نیز پیشنهاد می‌شود. در خاتمه مقایسه کارایی‌ها بر اساس آلفا-برش‌ها در شبکه فازی ۱۶ شرکت هواپیمایی ایران بررسی می‌شود.

واژه‌های کلیدی: تحلیل پوششی داده‌ها، شبکه DEA، برنامه‌ریزی خطی فازی، رویکرد تابع احتمال فازی.

*عهده دار مکاتبات: Email:Mozaffari854@yahoo.com

۱- مقدمه

محاسبه کارایی در شبکه‌های دومرحله‌ای بسیار حائز اهمیت می‌باشد رابطه بین کارایی مرحله اول و دوم و کارایی کلی در دهه‌های گذشته مورد توجه بسیاری از پژوهشگران قرار گرفته است از اینرو در این مقاله مدل‌سازی شبکه دومرحله‌ای فازی پیشنهاد شده است زیرا همواره این سئوال مطرح می‌شود که اگر یک واحد تصمیم‌گیرنده در مرحله اول شبکه کارا و در مرحله دوم ناکارا باشد و برعکس، در حالت کلی چگونه می‌توان آن شبکه دومرحله‌ای را ارزیابی کرد یا رابطه بین کارایی مرحله اول، دوم و کلی چگونه می‌باشد. اکنون که بحث داده‌های فازی مطرح می‌شود این مساله نیاز به دقت و توجه بیشتری دارد زیرا برای ارزیابی بسیاری از سازمان‌ها که بصورت شبکه فازی دومرحله‌ای هستند پرسش‌های فوق می‌تواند در حالت نادقیق دارای اهمیت ویژه‌ای باشند. از طرفی دیگر بدلیل نادقیق بودن پارامترهای ورودی خروجی و یا میانی در شبکه‌های چندمرحله‌ای، بحث داده‌های فازی می‌تواند بسیار کاربردی باشد از اینرو در این مقاله مدل‌های شبکه فازی دومرحله‌ای برای محاسبه کارایی و یافتن کارایی مرحله اول، دوم و کلی پیشنهاد شده است.

هدف اصلی مقاله علاوه بر مدل‌سازی شبکه فازی دومرحله‌ای استفاده از ساختار رویکرد تابع احتمال برای ارزیابی واحدهای تصمیم‌گیرنده و همچنین بررسی رابطه کارایی در هر مرحله می‌باشد. نوآوری مقاله حاضر، استفاده از رویکرد تابع احتمال در محاسبه کارایی و یافتن الگوی مناسب در شبکه دومرحله‌ای فازی می‌باشد. در خاتمه سهم مقاله حاضردر تبدیل مدل برنامه‌ریزی فازی با رویکرد تابع احتمال به فرم مساله برنامه‌ریزی خطی می‌باشد بطوری که استفاده از روش آلفا برش، امکان تحلیل‌های واقع‌بینانه را برای تصمیم‌گیرنده فراهم می‌کند. شکاف مطالعاتی در بخش سوم مقاله مربوط به رابطه بین کارایی مرحله اول، دوم و کلی شبکه می‌باشد که ممکن است وابسته به نظر تصمیم‌گیرنده باشد. بطور کلی ساختار مقاله حاضر بصورت زیر طبقه‌بندی می‌شود. در بخش سوم مفاهیم اولیه DEA و شبکه، مقدمات فازی بطور مختصر ارائه می‌شود. در بخش چهارم مدل‌های شبکه فازی دومرحله‌ای و فرایند تابع احتمال فازی برای محاسبه کارایی بحث می‌شود و در بخش پنجم مطالعه کاربردی ۱۶ شرکت هواپیمایی ایران و در خاتمه نتیجه‌گیری قرار دارد.

۲- مبانی نظری و پیشینه تحقیق

با گسترش روز افزون جوامع بشری و لزوم ارزیابی عملکرد سازمان‌ها به منظورتحصیل بیشترین کارایی استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها(DEA) توسعه چشمگیری داشته است زیرا مدل‌های DEA می‌توانند کارایی واحدها را محاسبه نمایند. از اینرو می‌تواند گزینه‌ای مناسب برای ارزیابی عملکرد سازمان‌ها محسوب شوند. امروزه دانش DEA بطور گسترده در بخش‌های مختلف تولیدی و خدماتی جوامع گوناگون مورد استفاده قرار می‌گیرد بطوریکه با بهره‌گیری از این دانش، مدیران می‌توانند واحدهای تصمیم‌گیرنده کارا را شناسایی نموده و حتی الگوی آنها را با استفاده از مدل‌های برنامه‌ریزی خطی بدست آورند. در سال۱۹۵۷ فارل اولین مدل DEA را معرفی کرد [1]. پس از آن در سال ۱۹۷۸ چارنز و همکاران مدل CCR را تحت تکنولوژی بازده به مقیاس ثابت ارائه کردند[2]. در سال ۱۹۸۴ بنکر و همکاران مدل BCC را با تکنولوژی بازده به مقیاس متغیر پیشنهاد کردند[3] . از سویی دیگر در سال ۱۹۳۷ ماکس بلاک به منظور ارزیابی دقیق‌تر و کارآمد سازمان‌ها، داده‌های نادقیق را مورد توجه قرار داد و مفهوم فازی را در غالب نام «ابهام»برای داده‌های مبهم پیشنهادکرد. او برای اولین بار منحنی عضویت را معرفی کرد. پس از آن مفهوم رتبه‌بندی اعداد فازی توسط وردیگی و همکاران ارائه شد[4]. از آنجا که در عمل بسیاری از داده‌ها نادقیق هستند در اندک زمانی تکنیک تحلیل پوششی داده‌های فازی (FDEA) مورد توجه مدیران بسیاری

قرار گرفت. هاوانگ و همکاران در مقاله‌ای روش‌ها و کاربردهای برنامه‌ریزی ریاضـی فازی را مورد بررسی قرار دادند [5]. در ادامه مهدوی امیری و ناصری برنامه‌ریزی خطی با متغیرهای فازی را مورد بررسی قرار دادند و نتایج دوگان را بدست آوردند[6].از سویی دیگر در سال ۲۰۱۰ مسائل برنامه‌ریزی خطی انعطاف‌پذیر توسط ابراهیم‌نژاد و ناصری مورد بررســی قرار گرفت، [7]. پس از آن در ســال ۲۰۱۳ گاویندان و همکاران با لحاظ کردن رویکرد چندمعیاره فازی برای اندازه‌گیری عملکرد پایداری تامین‌کننده، مدلی جدید برای رتبه‌بندی تامین‌کنندگان پیشـنهاد کرد [8] . در ادامه در سال ۲۰۱۴ مدل سه‌مرحله‌ای فازی DEA توسط ابراهیم‌نژاد و همکاران ارائه شد[9] در سال ۲۰۱۵ در نگرشـی نوین مسـائل برنامه‌ریزی خطی کاملاً فازی (FFLP) توسط ناصری و همکاران مورد بررسی قرار گرفت [10] برای حل برخی از مدل‌های برنامه‌ریزی فازی می‌توان از روش‌های متعددی استفاده کرد از آن جمله می‌توان به رویکرد رتبه‌بندی و یا رویکرد امکان‌پذیری اشـاره نمود در این مقاله از رویکرد امکان‌پذیری استفاده شده است .
بر این اسـاس، مدل‌هایDEA فازی به مسـائل برنامه‌ریزی خطی امکان‌پذیر تبدیل می‌شـوند. با گذشت زمان نیاز مدیران برای بررسـی هر چه بهتر سـاختار درونی واحدهای تصـمیم‌گیرنده(DMUs) موجب شد مدل‌های DEA شـبکه پیشـنهاد گردد. مدل‌های تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای اولین بار توسط فار و گروسکوف [11] معرفی شـدند که در آنها به بررسی مطلبی تحت عنوان" جعبه سیاه "پرداخته شد. پس از آن مطالعات گسترده‌ای در این زمینه صـورت گرفت از جمله کائو در سـال ۲۰۱۱ کارایی سـیسـتم‌های دومرحله‌ای با داده‌های فازی را بررسـی کرد[12]. در ادامه چن و همکاران مدل DEA شـبکه برای ارزیابی عملکرد زنجیره تامین را ارائه نمودند [13] . سپس کائو و همکاران مدل‌های شبکه تحلیل پوششی داده‌ها را توسعه دادند [14]. در سال ۲۰۱۶ دسپوتیس برای ارزیابی کارایی شبکه دومرحله‌ای یک مدل برنامه‌ریزی خطی دوهدفه پیشنهاد کرد بطوریکه کارایی هر مرحله بطور جداگانه‌ای بدسـت می‌آمد [15]. سـپس چن و زو یک شبکه دومرحله‌ای دیگری از تحلیل پوششی داده‌ها را مورد بررسی قرار دادند[16].
در سال‌های اخیر چندین مطالعه در حوزه ارزیابی عمکرد شبکه‌های فازی در ایران انجام شده است. اخیرا توسلی و همکاران یک مدل DEA شبکه فازی جدید برای ارزیابی کارایی شبکه توزیع برق ایران پیشنهاد کردند و همچنین پورباباگل و همکاران یک شـبکه فازی جدید برای ارزیابی عملکرد زنجیره تامین روی ۲۰ شرکت برتر لبنیات ایران پیشنهاد کردند. [17]و [18].

۳-مفاهیم اولیه

در این بخش مفـاهیم اولیه مدل‌های DEA در ماهیت ورودی ارائه می‌شـــود .ســـپس برخی مفاهیم فازی بطور مختصر شرح داده می‌شود.

۳-۱: مدل پوششی CCR در ماهیت ورودی

فرض کنیـدn واحـد تصـــمیم‌گیرنـده با مصـــرف m ورودی $X_j = (x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{mj})$ می‌توانند s خروجی $Y_j = (y_{1j}, x_{2j}, \dots, y_{sj})$ را تولید کنند که در آن $X_j, Y_j \geq 0$ باشند، مدل شعاعی CCR در ماهیت ورودی که اولین بار توســط چارنز و همکاران تحت تکنولوژی بازده به مقیاس ثابت برای ارزیابی DMUo ارائه گردید به صورت زیر تعریف می‌شود :

$$\begin{aligned} \theta^* &= Min \quad \theta \\ &S.t. \quad (\theta X_o, Y_o) \in T_c \qquad (1) \end{aligned}$$

با توجه به تعریف T_c می‌توان نوشت.

$$T_c = \{(X,Y) \mid X \geq \sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_j \ \& \ Y \leq \sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_j \\ , \lambda_j \geq 0, j = 1,\dots,n\} \qquad (2)$$

مجموعه امکان تولید T_c بر اساس اصول اولیه DEA ، اصل شمول مشاهدات، امکان‌پذیری، تحدب و بیکرانی اشعه و کمینه برونیابی تعریف شده است. فرم مولفه‌ای مدل (۱) بصورت زیر نمایش داده می‌شود.

$$\begin{aligned} \theta^* = Min \quad & \theta & & (3) \\ S.t. \quad & \sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_{ij} \leq \theta x_{io} & & i = 1,\dots,m \\ & \sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_{rj} \geq y_{ro} & & r = 1,\dots,s \\ & \lambda_j \geq 0 \quad , & & j = 1,\dots,n \\ & \theta & & \text{آزاد} \end{aligned}$$

بدیهی است همواره $0 < \theta^* \leq 1$. اگر در جواب بهینه $\theta^* < 1$ باشد آنگاه DMU_o روی مرز کارایی قرار ندارد و در نتیجه ناکارا است زیرا $(\theta^* X_o, Y_o) \in T_c$ و همچنین $\theta^* X_o < X_o$ و این یعنی $(\theta^* X_o, Y_o)$، که عضوی از T_c است، غالب بر (X_o, Y_o) است.

تعریف ۱: DMU_o در مدل (۳) کاراست اگر و تنها اگر $\theta^* = 1$ و تمامی متغیرهای کمکی بهینه در فاز دوم مدل (۳) برابر صفر باشند.

۳-۲: مدل پوششی شبکه دومرحله‌ای در ماهیت ورودی

فرض کنید شبکه‌ای دومرحله‌ای با داده‌های (X_j, Z_j, Y_j)، که $j \in \{1,2,000,n\}$ در دسترس است مدل پوششی چن و همکاران [19] بصورت (۴) درنظر گرفته می‌شود.

$$\begin{aligned} Min \quad & \theta_0^1 & & (4) \\ s.t \quad & \sum_{j=1}^{n} \lambda_j X_j \leq \theta_o X_o \\ & \sum_{j=1}^{n} \lambda_j Z_j \geq Z_o \\ & \sum_{j=1}^{n} \mu_j Z_j \leq Z_o \\ & \sum_{j=1}^{n} \mu_j Y_j \geq Y_o \\ & \lambda_j \geq 0, \quad \forall j \\ & \mu_j \geq 0 \quad \forall j \end{aligned}$$

مدل (۴) ، یک مساله برنامه‌ریزی خطی است که برای ارزیابی کارایی یک شبکه دومرحله‌ای توسط چن و همکاران در سال ۲۰۱۰ ارائه شد در این مدل، متغیر λ_j متناظر با مرحله اول شبکه و متغیر μ_j متناظر با مرحله دوم شبکه

می‌باشد. در مرحله اول کاهش ورودی X_o در نظر گرفته می‌شود. اگر در مدل (۴) مقدار $\theta_o^1 = 1$ باشد آنگاه DMUo کارای مرحله اول می‌باشد.

۳-۳:مفاهیم فازی

در این بخش تعریف اعداد فازی و عملگرهای مرتبط با آن آورده شده است. اعداد فازی زیرمجموعه‌های فازی خاصی از مجموعه‌های اعداد حقیقی هستند. پیش از معرفی اعداد فازی ابتدا به تعریف تابع عضویت می‌پردازیم.

تعریف۲: فرض کنید X یک مجموعه ناتهی باشد. هر زیر مجموعه فازی از X توسط یک تابع مانند A به نام تابع عضویت مشخص می‌شود و بصورت زیر تعریف می‌شود.

$$A: X \rightarrow [0,1] \qquad (5)$$

مجموعه تمام زیرمجموعه‌های فازی X را با F(X) نمایش می‌دهند و بصورت زیر تعریف می‌شود.

$$F(x) = \{A | A: X \rightarrow [0,1]\} \qquad (6)$$

به عبارت دیگر $\mu_A(x)$ تابع عضویت مجموعه فازی A نامیده می‌شود و می‌توان آن را بفرم زیر نمایش داد.

$$A = \{(x, \mu\_A(x)) / x \in A, \mu\_A(x): X \rightarrow [0,1]\} \qquad (7)$$

تعریف۳: فرض کنید X مجموعه‌ای ناتهی باشد و $A \in F(x)$.برای هر عدد حقیقی $\alpha \in (0,1]$ مجموعه $A = \{x \in X | A(x) > 0\}$ را مجموعه α-برشA می نامیم.

تعریف ۴: به بیشترین مقدار تابع عضویت مجموعه فازی $\tilde{A}$ ، ارتفاع مجموعه فازی می‌گویند و آن را با نماد hgt($\tilde{A}$) نشان می‌دهند.

تعریف۵ : مجموعه فازی$\tilde{A}$ را نرمال گوییم هرگاه hgt($\tilde{A}$)=1 باشد.

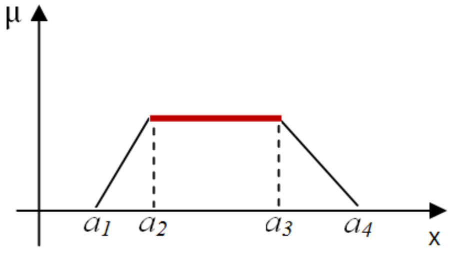
تعریف۶ : عددفازی ذوذنقه‌ای: $\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3, a_4)$ را عدد فازی ذوزنقه‌ای می‌نامند هرگاه تابع عضویت آن بصورت زیرتعریف شود.

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} \dfrac{x - a_1}{a_2 - a_1} & a_1 \le x \le a_2 \\ 1 & a_2 \le x \le a_3 \\ \dfrac{a_4 - x}{a_4 - a_3} & a_3 \le x \le a_4 \end{cases} \qquad (8)$$

در شکل ۱ عدد فازی ذوزنقه $\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3, a_4)$ نمایش داده شده است که در آن که درa_1 شاخص چپ،a_2 و a_3 میانه وa_4 شاخص راست می‌باشد. در این مقاله اعداد فازی، به صورت ذوزنقه‌ای در نظر گرفته شده‌اند.

قضیه۱: آلفا-برش عددفازی ذوزنقه ای $\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3, a_4)$، بازه‌ای بسته است که بصورت زیر تعریف می‌شود.

$$\left[\tilde{A}\right]_\alpha = \left[\left[\tilde{A}\right]_\alpha^l, \left[\tilde{A}\right]_\alpha^u\right] = \left[a_1 + (a_2 - a_1)\alpha, a_4 - (a_4 - a_3)\alpha\right] \qquad (9)$$



شکل۱: عدد فازی ذوزنقه‌ای

تعریف۸: اگر $\tilde{A}=(a_1,a_2,a_3,a_4)$ و $\tilde{B}=(b_1,b_2,b_3,b_4)$ دو عدد ذوزنقه‌ای باشـــند در اینصـــورت جمع، تفریق، ضرب و تقسیم اعداد فازی بصورت زیرتعریف می‌شود.

$$\tilde{A}\times\tilde{B}=(a_1,a_2,a_3,a_4)\times(b_1,b_2,b_3,b_4) \qquad (10)$$
$$=(a_1\times b_1,a_2\times b_2,a_3\times b_3,a_4\times b_4)$$

$$\tilde{A}+\tilde{B}=(a_1,a_2,a_3,a_4)+(b_1,b_2,b_3,b_4) \qquad (11)$$
$$=(a_1+b_1,a_2+b_2,a_3+b_3,b_4+,b_4)$$

$$\tilde{A}-\tilde{B}=(a_1,a_2,a_3,a_4)-(b_1,b_2,b_3,b_4) \qquad (12)$$
$$=(a_1-b_4,a_2-b_3,a_3-b_2,a_4-b_1)$$

$$\frac{\tilde{A}}{\tilde{B}}=\left(\frac{a_1}{b_4},\frac{a_2}{b_3},\frac{a_3}{b_2},\frac{a_4}{b_1}\right) \qquad (13)$$

لم ۱: فرض کنید $\tilde{a}_1,\tilde{a}_2,.....\tilde{a}_n$ متغیرهای فازی با تابع عضـــویت محدب و نرمال باشـــد. فرض کنید $(0)_{\alpha_i}^{L}$ و $(0)_{\alpha_i}^{u}$ به ترتیب کران‌های پایین و بالای مجموعه آلفا- سـطح $\tilde{a}_i,i=1,....,n$ باشـد آنگاه برای هر سـطح امکان‌پذیر α_1,α_2 و α_3 بطوریکه $0\le\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3\le 1$ می‌توان نوشت.

$$(1)\pi(\tilde{a}_1+\tilde{a}_2+......+\tilde{a}_n\le b)\ge\alpha_1 \qquad (14)$$
$$\Leftrightarrow(\tilde{a}_1)_{\alpha_1}^{l}+(\tilde{a}_1)_{\alpha_1}^{l}+....+(\tilde{a}_n)_{\alpha_1}^{l}\le b$$
$$(2)\pi(\tilde{a}_1+\tilde{a}_2+......+\tilde{a}_n\ge b)\ge\alpha_2 \qquad (15)$$
$$\Leftrightarrow(\tilde{a}_1)_{\alpha_2}^{u}+(\tilde{a}_1)_{\alpha_2}^{u}+....+(\tilde{a}_n)_{\alpha_2}^{u}\ge b$$
$$(3)\pi(\tilde{a}_1+\tilde{a}_2+......+\tilde{a}_n=b)\ge\alpha_3 \qquad (16)$$
$$\Leftrightarrow(\tilde{a}_1)_{\alpha 3}^{u}+(\tilde{a}_1)_{\alpha 3}^{u}+....+(\tilde{a}_n)_{\alpha 3}^{u}\ge b$$
$$,(\tilde{a}_1)_{\alpha 3}^{l}+(\tilde{a}_1)_{\alpha 3}^{l}+....+(\tilde{a}_n)_{\alpha 3}^{l}\le b$$

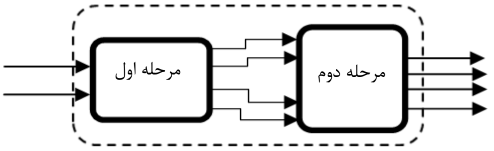
تعریف۹ : مجوعه فازی $\tilde{a}$ محدب است اگر

$$\mu_{\tilde{a}}(\lambda s_1+(1-\lambda)s_2)\ge\min(\mu_{\tilde{a}}(s_1),\mu_{\tilde{a}}(s_2)) \qquad (17)$$
$$for \quad all \qquad s_1,s_2\in R \qquad ,\lambda\in[0,1]$$

به عبارت دیگر مجموعه فازی $\tilde{a}$ محدب است اگر همه مجموعه‌های α-سطح آن محدب باشد.

۴- کارایی شبکه دومرحله‌ای فازی

در این بخش با در نظر گرفتن شبکه دومرحله‌ای (شکل ۲) مدل متناظر برای محاسبه کارایی مرحله اول و دوم پیشنهاد می‌شود. شکل۲ بیانگر یک شبکه دومرحله‌ای با داده‌های فازی است .



شکل۲. شبکه دو مرحله‌ای با داده‌های فازی

مدل ماهیت ورودی پوششی چن و همکاران [19] را با داده‌های فازی $DMU_o = (\tilde{X}_o, \tilde{Z}_o, \tilde{Y}_o)$ برای مرحله اول شبکه فازی بصورت (۱۸) درنظر بگیرید.

$$\begin{aligned}
&Min \quad \theta_0^1 && (18)\\
&s.t \quad \sum_{j=1}^{n} \lambda_j \tilde{X}_{ij} \le \theta_o \tilde{X}_o \qquad i=1,\dots,m\\
&\sum_{j=1}^{n} \lambda_j \tilde{Z}_{lj} \ge \tilde{Z}_o \qquad l=1,\dots,d\\
&\sum_{j=1}^{n} \mu_j \tilde{Z}_{lj} \le \tilde{Z}_o \qquad l=1,\dots,d\\
&\sum_{j=1}^{n} \mu_j \tilde{Y}_{rj} \ge \tilde{Y}_o \qquad r=1,\dots,s\\
&\lambda_j \ge 0, \quad \forall j\\
&\mu_j \ge 0 \quad \forall j
\end{aligned}$$

در مدل (۱۸) بردار $\tilde{X}_{ij}$ نمایانگر ورودی‌ها و بردار $\tilde{Z}_{lj}$ نمایانگر خروجی‌های مرحله اول می‌باشند. همچنین بردار $\tilde{z}_{lj}$ که بردار میانی نامیده می‌شود بردار ورودی‌های مرحله دوم و بردار $\tilde{Y}_{rj}$خروجی‌های مرحله دوم است.

۴-۱- کارایی مرحله اول شبکه دومرحله‌ای فازی

مدل (۱۸)، یک مساله برنامه‌ریزی خطی فازی است که برای کاهش ورودی $\tilde{X}_0$ در مرحله اول شبکه در نظر گرفته می‌شود. متغیر λ_j متناظر با مرحله اول شبکه و متغیر μ_jمتناظر با مرحله دوم شبکه می‌باشد. اگر در مدل (۱۸) مقدار $\theta_o^1 = 1$ باشد پس DMUo با پارامترهای فازی، کارای مرحله اول می‌باشد. لیکن با توجه به اینکه مدل (۱۸) ، یک مسئله برنامه‌ریزی خطی فازی است برای حل این مدل می‌توان آن را دی فازی نمود .
در این بخش با هدف دی فازی کردن مدل مرحله اول شبکه فازی، از رویکرد تابع احتمال استفاده می‌شود چارنز و کوپر [20].از اینرو با انتخاب $\alpha_i,\ i=1,\dots,m$ و$\beta_l,\ l=1,\dots,d$ و $\gamma_l,\ l=1,\dots,d$ و $\omega_r, r=1,\dots,s$ به عنوان سطوح اطمینان مطلوب که محدودیت‌های اول تا چهارم می‌پذیرند و با بکارگیری برنامه‌ریزی احتمال مقید مدل فازی (۱۸) به مدل احتمال (۱۹) تبدیل می‌شود.

$$
\begin{aligned}
&Min \quad \theta_o^1 \qquad\qquad\qquad\qquad (19)\\
&s.t \quad \pi(\sum_{j=1}^{n}\lambda_j \tilde{X}_j - \theta_o \tilde{X}_o \le 0) \ge \alpha_i \qquad i=1,\dots,m\\
&\qquad \pi(\sum_{j=1}^{n}\lambda_j \tilde{Z}_j - \tilde{Z}_o \ge 0) \ge \beta_l \qquad l=1,\dots,d\\
&\qquad \pi(\sum_{j=1}^{n}\mu_j \tilde{Z}_j - \tilde{Z}_o \le 0) \ge \gamma_l \qquad l=1,\dots,d\\
&\qquad \pi(\sum_{j=1}^{n}\mu_j \tilde{Y}_j - \tilde{Y}_o \ge 0) \ge \omega_r \qquad r=1,\dots,s\\
&\qquad \lambda_j \ge 0, \quad \forall j \in N \qquad j=1,\dots,n\\
&\qquad \mu_j \ge 0 \quad \forall j \in N \qquad j=1,\dots,n
\end{aligned}
$$

در مدل (۱۹) مقادیر α_i ، β_i، γ_i و ω_r سطوح اطمینان مطلوب برای محدودیت‌های اول تا چهارم هستند که برای مقایسه منطقی کارایی DMU ها، می‌بایست یکسان در نظر گرفته شوند از اینرو همگی دربازه [۱و۰] قرار دارند. لذا با توجه به اینکه متغیرهای فازی $\tilde{X}_{ij}$، $\tilde{Z}_{lj}$ و $\tilde{Y}_{rj}$ محدب و نرمال هستند بنابراین برای هر سطح امکان‌پذیر α_i ، β_i، γ_i و ω_r،که $0 \le \alpha_i \le 1$ و $0 \le \beta_l \le 1$و $0 \le \gamma_l \le 1$, و $0 \le \omega_r \le 1$ لم ۱ برقرار است. سپس با اعمال لم ۱ بر روی مدل (۱۹) ، می‌توان کران‌های بالا و پایین مجموعه‌های آلفا سطح مرتبط به هر محدویت را بدست آورد.

$$
\begin{aligned}
&Min \quad \theta_o^1 \qquad\qquad\qquad\qquad (20)\\
&s.t \quad \sum_{j=1}^{n}\lambda_j (\tilde{X}_j)_{\alpha_i}^l - \theta_o^1 (\tilde{X}_o)_{\alpha_i}^l \le 0 \qquad i=1,\dots,m\\
&\qquad \sum_{j=1}^{n}\lambda_j (\tilde{Z}_j)_{\beta_l}^u - (\tilde{Z}_o)_{\beta_l}^u \ge 0 \qquad l=1,\dots,d\\
&\qquad \sum_{j=1}^{n}\mu_j (\tilde{Z}_j)_{\gamma_l}^l - (\tilde{Z}_o)_{\gamma_l}^l \le 0 \qquad l=1,\dots,d\\
&\qquad \sum_{j=1}^{n}\mu_j (\tilde{Y}_j)_{\omega_r}^u - (\tilde{Y}_o)_{\omega_r}^u \ge 0 \qquad r=1,\dots,s\\
&\qquad \lambda_j \ge 0, \quad \forall j \in N \qquad j=1,\dots,n\\
&\qquad \mu_j \ge 0 \quad \forall j \in N \qquad j=1,\dots,n
\end{aligned}
$$

قضیه ۲. مدل (۲۰) همواره شدنی است.

اثبات. با درنظر گرفتن $\lambda = e_o, \mu = e_o, \theta_o^1 = 1$ در محدودیت‌های مدل (۲۰) ملاحظه می‌شود که دسته قیود ورودی‌ها با در نظر گرفتن $\lambda = e_o, \theta_o^1 = 1$ برقرار می‌باشند و بطور مشابه با در نظر گرفتن $\mu = e_o$ دسته قیود بردارهای خروجی و میانی نیز برقرار می‌باشند. بنابراین مدل (۲۰) همواره شدنی است.

مدل(۲۰)یک مسئله برنامه‌ریزی خطی فازی است که در آن α_i ، β_l، γ_l و ω_r کران‌های بالا و پایین مجموعه‌های آلفا- سطح محدودیت‌های اول تا چهارم می‌باشد. در این مدل، متغیرهای فازی $\tilde{X}_{ij}$ ، $\tilde{Z}_{lj}$ و $\tilde{Y}_{rj}$ اعداد ذوزنقه‌ای هستند و طبق قضیه ۱ هر عدد فازی ذوزنقه‌ای که بصورت کران‌های بالا و پایین مجموعه‌های آلفا- سطح نمایش داده شود را می‌توان با استفاده از α-برش‌های مرتبط، دی فازی کرد و به یک عدد قطعی تبدیل کرد از اینرو مدل (۲۰) را می‌توان از حالت فازی خارج نمود و به یک مدل برنامه‌ریزی غیر فازی تبدیل کرد. بنابراین مدل(۲۰) را می‌توان بصورت (۲۱) نوشت.

$$
\begin{aligned}
& Min \quad \theta_o^1 && (21)\\
& st \quad \sum_{j=1}^{n}\lambda_j (x_{ij1}+(x_{ij2}-x_{ij1})\alpha_i)-\theta_o^1(x_{io1}+(x_{io2}-x_{io1})\alpha_i)\le 0 \\
& \qquad\qquad i=1,\dots,m \\
& \sum_{j=1}^{n}\lambda_j (z_{lj4}-(z_{lj4}-z_{lj3})\beta_l)-(z_{lo4}-(z_{lo4}-z_{lo3})\beta_l)\ge 0 \\
& \qquad\qquad l=l,\dots,d \\
& \sum_{j=1}^{n}\mu_j (z_{lj1}+(z_{lj2}-z_{lj1})\gamma_l)-(z_{lo1}+(z_{lo2}-z_{lo1})\gamma_l)\le 0 \\
& \qquad\qquad l=l,\dots,d \\
& \sum_{j=1}^{n}\mu_j (y_{rj4}-(y_{rj4}-y_{rj3})\omega_r)-(y_{ro4}-(y_{ro4}-y_{ro3})\omega_r)\ge 0 \\
& \qquad\qquad r=l,\dots,s \\
& \lambda_j \ge 0, \quad \forall j\in N \\
& \mu_j \ge 0 \quad \forall j\in N
\end{aligned}
$$

الگوی واحد تحت ارزیابی در مدل (۲۱) براساس جواب‌های بهینه آن بصورت زیر می‌باشد.

$$
\begin{aligned}
&(22)\\
&\sum_{j=1}^{n}\lambda_j (x_{ij1}+(x_{ij2}-x_{ij1})\alpha_i)=\hat{x}_i \quad i=1,\dots,m, \\
&\sum_{j=1}^{n}\lambda_j (z_{lj4}-(z_{lj4}-z_{lj3})\beta_l)=\hat{z}_l^1 \quad l=l,\dots,d \\
&\sum_{j=1}^{n}\mu_j (z_{lj1}+(z_{lj2}-z_{lj1})\gamma_l)=\hat{z}_l^2 \quad l=l,\dots,d, \\
&\sum_{j=1}^{n}\mu_j (y_{rj4}-(y_{rj4}-y_{rj3})\omega_r)=\hat{y}_r \quad r=l,\dots,s.
\end{aligned}
$$

۲-۴ - کارایی مرحله دوم شبکه دومرحله‌ای فازی

بطور مشابه مدل پوششی متناظر با مرحله دوم شبکه برای کاهش ورودی $\tilde{Z}_o$ در تکنولوژی بازده به مقیاس ثابت به صورت زیر پیشنهاد می‌شود.

$$\begin{aligned}
&Min \quad \theta_0^2 && (23)\\
&s\,t \quad \sum_{j=1}^{n}\lambda_j \tilde{X}_{ij} \le \tilde{X}_o \qquad i=1,\dots,m\\
&\sum_{j=1}^{n}\lambda_j \tilde{Z}_{lj} \ge \tilde{Z}_o \qquad l=1,\dots,d\\
&\sum_{j=1}^{n}\mu_j \tilde{Z}_{lj} \le \theta_0^2\tilde{Z}_o \qquad l=1,\dots,d\\
&\sum_{j=1}^{n}\mu_j \tilde{Y}_{rj} \ge \tilde{Y}_o \qquad r=1,\dots,s\\
&\lambda_j \ge 0, \quad \forall j\\
&\mu_j \ge 0 \quad \forall j
\end{aligned}$$

مدل (۲۳) هم یک مساله برنامه‌ریزی خطی فازی می‌باشد که متغیر θ_o^2 بیانگر کارایی مرحله دوم می‌باشد. با انجام اعمالی مشابه آنچه که در قسمت قبل انجام شد می‌توان آن را به فرم یک مسئله برنامه‌ریزی خطی پارامتری بصورت (۲۴) نوشت.

قضیه ۴. مدل (۲۴) همواره شدنی است

$$\begin{aligned}
&Min \quad \theta_o^2 && (24)\\
&s\,t \quad \sum_{j=1}^{n}\lambda_j (x_{ij1}+(x_{ij2}-x_{ij1})\alpha_i)-(x_{io1}+(x_{io2}-x_{io1})\alpha_i) \le 0\\
&\qquad i=1,\dots,m\\
&\sum_{j=1}^{n}\lambda_j (z_{lj4}-(z_{lj4}-z_{lj3})\beta_l)-(z_{lo4}-(z_{lo4}-z_{lo3})\beta_l) \ge 0\\
&\qquad l=l,\dots,d\\
&\sum_{j=1}^{n}\mu_j (z_{lj1}+(z_{lj2}-z_{lj1})\gamma_l)-\theta_o^2(z_{lo1}+(z_{lo2}-z_{lo1})\gamma_l) \le 0\\
&\qquad l=l,\dots,d\\
&\sum_{j=1}^{n}\mu_j (y_{rj4}-(y_{rj4}-y_{rj3})\omega_r)-(y_{ro4}-(y_{ro4}-y_{ro3})\omega_r) \ge 0\\
&\qquad r=l,\dots,s\\
&\lambda_j \ge 0, \quad \forall j \in N\\
&\mu_j \ge 0 \quad \forall j \in N
\end{aligned}$$

اثبات. در مدل (۲۴) متغیرهای $(\lambda_j,\mu_j,\theta_o^2)$ را در نظر می‌گیریم. فرض کنیم $\lambda=e_o,\mu=e_o,\theta_o^2=1$. بنابراین دسته قیود ورودی‌ها با در نظر گرفتن $\lambda=e_o$ برقرار می‌باشند و بطور مشابه با در نظر گرفتن $\mu=e_o,\theta_o^2=1$ دسته قیود بردارهای خروجی و میانی نیز برقرار می‌باشند. بنابراین مدل (۲۴) همواره شدنی است.

۴-۳- کارایی کلی شبکه دومرحله‌ای فازی

برای محاسبه کارایی کلی شبکه دومرحله‌ای فازی، مدل (۲۵) با تکنولوژی بازده به مقیاس ثابت برای ارزیابی DMUo با پارامترهای فازی $(\tilde{X}_j,\tilde{Z}_j,\tilde{Y}_j)$ پیشنهاد می‌شود.

$$
\begin{aligned}
&Min \quad \theta_o^2 \qquad\qquad (25)\\
&Min \quad \theta_o^1\\
&s.t \quad \sum_{j=1}^{n}\lambda_j \tilde{X}_j \le \theta_o^1 \times \theta_o^2 \tilde{X}_o \qquad i=1,\dots,m\\
&\qquad \sum_{j=1}^{n}\lambda_j \tilde{Z}_j \ge \theta_o^2 \tilde{Z}_o \qquad l=l,\dots,d\\
&\qquad \sum_{j=1}^{n}\mu_j \tilde{Z}_j \le \theta_o^2 \tilde{Z}_o \qquad l=l,\dots,d\\
&\qquad \sum_{j=1}^{n}\mu_j \tilde{Y}_j \ge \tilde{Y}_o \qquad r=l,\dots,s\\
&\qquad \lambda_j \ge 0, \qquad \forall j\\
&\qquad \mu_j \ge 0 \qquad \forall j
\end{aligned}
$$

مدل (۲۵) یک مساله فازی غیرخطی دوهدفه می‌باشد که در آن برای رفع مشکل چند هدفه بودن از تغییر متغیر مناسب استفاده می‌شود و برای آنکه مدل به فرم مسئله برنامه‌ریزی خطی پارامتری تبدیل شود از رویکرد تابع احتمال استفاده می‌شود. در این مدل ابتدا تابع هدف اول، بهینه‌سازی می‌شود و مینیم مقدار θ_o^2 بدست می‌آید و سپس با لحاظ کردن شرط مینیم مقدار θ_o^2 تابع هدف دوم بهینه‌سازی شده و حداقل مقدار θ_o^1 بدست می‌آید از اینرو $\theta_o^1 \times \theta_o^2 = \theta_o$ در نظر می‌گیریم.

اکنون بر اساس ایده چن و همکاران [19] مدل دوهدفه غیرخطی فازی به مدل برنامه‌ریزی خطی فازی (۲۶) تبدیل می‌شود.

$$
\begin{aligned}
&Min \quad \theta_o \qquad\qquad\qquad (26)\\
&s.t \quad \sum_{j=1}^{n}\lambda_j \tilde{X}_j \le \theta_o \tilde{X}_o \qquad i=1,\dots,m\\
&\qquad \sum_{j=1}^{n}\lambda_j \tilde{Z}_j \ge \theta_o^2 \tilde{Z}_o \qquad l=l,\dots,d\\
&\qquad \sum_{j=1}^{n}\mu_j \tilde{Z}_j \le \theta_o^2 \tilde{Z}_o \qquad l=l,\dots,d\\
&\qquad \sum_{j=1}^{n}\mu_j \tilde{Y}_j \ge \tilde{Y}_o \qquad r=l,\dots,s\\
&\qquad \lambda_j \ge 0, \qquad \forall j \in N\\
&\qquad \mu_j \ge 0 \qquad \forall j \in N
\end{aligned}
$$

در مدل (۲۶) مقدار $\theta_o = \theta_o^1 * \theta_o^2$ در نظر گرفته شـده است که با جایگذاری براساس ایده چن و همکاران [19] مدل خطی فازی بدست می‌آید.

در این بخش بـا هـدف دی فـازی کردن مـدل کـارایی کلی شـبکـه فـازی از رویکرد تـابع احتمـال اسـتفـاده می‌شود.

$$
\begin{aligned}
& Min \quad \theta_o && (27)\\
& s.t \quad \pi\Big(\sum_{j=1}^{n}\lambda_j \tilde{X}_j - \theta_o \tilde{X}_o \le 0\Big) \ge \alpha_i && i=1,\dots,m\\
& \pi\Big(\sum_{j=1}^{n}\lambda_j \tilde{Z}_j - \theta_o^2 \tilde{Z}_o \ge 0\Big) \ge \beta_l && l=l,\dots,d\\
& \pi\Big(\sum_{j=1}^{n}\mu_j \tilde{Z}_j - \theta_o^2 \tilde{Z}_o \le 0\Big) \ge \gamma_l && l=l,\dots,d\\
& \pi\Big(\sum_{j=1}^{n}\mu_j \tilde{Y}_j - \tilde{Y}_o \ge 0\Big) \ge \omega_r && r=l,\dots,s\\
& \lambda_j \ge 0, \quad \forall j \in N\\
& \mu_j \ge 0 \quad \forall j \in N
\end{aligned}
$$

در مدل (۲۷) α_i ، β_l، γ_l و ω_r سطوح اطمینان مطلوب برای محدودیت‌های اول تا چهارم در نظر گرفته شده‌اند که دربازه [۰و۱] قرار دارند. لذا با توجه به اینکه متغیرهای فازی $\tilde{x}_{ij}$و $\tilde{z}_{lj}$ و $\tilde{Y}_{rj}$محدب و نرمال هستند بنابراین برای هر سطح امکان‌پذیر α_i ، β_i، γ_i ، ω_r، که $0 \le \alpha_i \le 1$ و $0 \le \beta_l \le 1$و $0 \le \gamma_l \le 1$,و $0 \le \omega_r \le 1$لم ۱ برقرار است. پس با اعمال لم ۱ بر روی مدل (۲۷)، کران‌های بالا و پایین مجموعه‌های آلفا سطح مرتبط به هر محدویت بدست می‌آید و مدل (۲۷) بصورت (۲۸) نوشته می‌شود.

$$
\begin{aligned}
& Min \quad \theta_o && (28)\\
& s.t \quad \Big(\sum_{j=1}^{n}\lambda_j \tilde{X}_j - \theta_o \tilde{X}_o\Big)^l_{\alpha_i} \le 0 && i=1,\dots,m\\
& \Big(\sum_{j=1}^{n}\lambda_j \tilde{Z}_j - \theta_o^2 \tilde{Z}_o\Big)^u_{\beta_l} \ge 0 && l=l,\dots,d\\
& \Big(\sum_{j=1}^{n}\mu_j \tilde{Z}_j - \theta_o^2 \tilde{Z}_o\Big)^l_{\gamma_l} \le 0 && l=l,\dots,d\\
& \Big(\sum_{j=1}^{n}\mu_j \tilde{Y}_j - \tilde{Y}_o\Big)^u_{\omega_r} \ge 0 && r=l,\dots,s\\
& \lambda_j \ge 0, \quad \forall j \in N\\
& \mu_j \ge 0 \quad \forall j \in N
\end{aligned}
$$

با توجه با فازی بودن $(\tilde{X},\tilde{Z},\tilde{Y})$مدل (۲۸) را می‌توان بصورت (۲۹) نوشت :

$$
\begin{aligned}
& Min \quad \theta_o && (29)\\
& s.t \quad \sum_{j=1}^{n}\lambda_j (\tilde{X}_j)^l_{\alpha_i} - \theta_o (\tilde{X}_o)^l_{\alpha_i} \le 0 && i=1,\dots,m\\
& \sum_{j=1}^{n}\lambda_j (\tilde{Z}_j)^u_{\beta_l} - \theta_o^2 (\tilde{Z}_o)^u_{\beta_l} \ge 0 && l=l,\dots,d\\
& \sum_{j=1}^{n}\mu_j (\tilde{Z}_j)^l_{\gamma_l} - \theta_o^2 (\tilde{Z}_o)^l_{\gamma_l} \le 0 && l=l,\dots,d\\
& \sum_{j=1}^{n}\mu_j (\tilde{Y}_j)^u_{\omega_r} - (\tilde{Y}_o)^u_{\omega_r} \ge 0 && r=l,\dots,s\\
& \lambda_j \ge 0, \quad \forall j \in N\\
& \mu_j \ge 0 \quad \forall j \in N
\end{aligned}
$$

با در نظر گرفتن عبارت $\lambda = e_o, \mu = e_o, \theta_o = 1, \theta_o^2 = 1$ مدل (۲۹) همواره شـدنی اسـت و طبق قضـیه ۱ هر عدد فازی ذوزنقه‌ای که بصورت کران‌های بالا و پایین مجموعه‌های آلفا- سطح نمایش داده می‌شود را می‌توان با استفاده از α-برش‌هـای مرتبط، دی فازی کرد و به یک عدد قطعی تبدیل کرد از اینرو مدل (۲۹) را می‌توان از حالت فازی خارج نموده و به یک مدل برنامه‌ریزی غیرفازی تبدیل کرد. بنابراین مدل(۲۹) را می‌توان بصورت (۳۰) نوشت

$$
\begin{aligned}
& Min \quad \theta_o \qquad\qquad\qquad\qquad (30) \\
& s.t \quad \sum_{j=1}^{n} \lambda_j (x_{ij1} + (x_{ij2} - x_{ij1})\alpha_i) - \theta_o (x_{io1} + (x_{io2} - x_{io1})\alpha_i) \le 0 \\
& \qquad\qquad\qquad i = 1,\dots,m \\
& \sum_{j=1}^{n} \lambda_j (z_{lj4} - (z_{lj4} - z_{lj3})\beta_l) - \theta_o^2 (z_{lo4} - (z_{lo4} - z_{lo3})\beta_l) \ge 0 \\
& \qquad\qquad\qquad l = l,\dots,d \\
& \sum_{j=1}^{n} \mu_j (z_{lj1} + (z_{lj2} - z_{lj1})\gamma_l) - \theta_o^2 (z_{lo1} + (z_{lo2} - z_{lo1})\gamma_l) \le 0 \\
& \qquad\qquad\qquad l = l,\dots,d \\
& \sum_{j=1}^{n} \mu_j (y_{rj4} - (y_{rj4} - y_{rj3})\omega_r) - (y_{ro4} - (y_{ro4} - y_{ro3})\omega_r) \ge 0 \\
& \qquad\qquad\qquad r = l,\dots,s \\
& \lambda_j \ge 0, \quad \forall j \in N \\
& \mu_j \ge 0 \quad \forall j \in N
\end{aligned}
$$

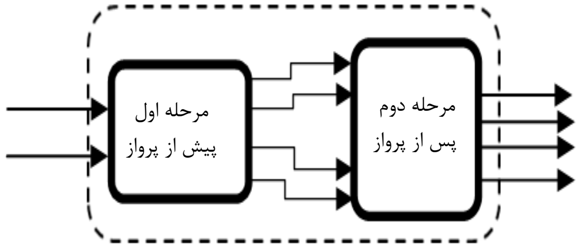
مـدل (۳۰) یک مســـاله برنامه‌ریزی خطی پارامتری اســـت. بنابراین می‌تواند از روش‌های مختلف حل برنامه‌ریزی خطی آن را حل نمود.

الگوی واحد تحت ارزیابی در مدل (۳۰) براساس جواب‌های بهینه آن بصورت (۳۱) می‌باشد.

$$
\begin{aligned}
& \qquad\qquad\qquad\qquad (31) \\
& \sum_{j=1}^{n} \lambda_j (x_{ij1} + (x_{ij2} - x_{ij1})\alpha_i) = \hat{x}_i \quad i = 1,\dots,m, \\
& \sum_{j=1}^{n} \lambda_j (z_{lj4} - (z_{lj4} - z_{lj3})\beta_l) = \hat{z}_l^1 \quad l = l,\dots,d \\
& \sum_{j=1}^{n} \mu_j (z_{lj1} + (z_{lj2} - z_{lj1})\gamma_l) = \hat{z}_l^2 \quad l = l,\dots,d, \\
& \sum_{j=1}^{n} \mu_j (y_{rj4} - (y_{rj4} - y_{rj3})\omega_r) = \hat{y}_r \quad r = l,\dots,s.
\end{aligned}
$$

۵- مطالعه کاربردی

صـنعت هواپیمایی هر کشور به عنوان بازوی توانمند جوامع، نقش مهمی در توسعه و رشد اقتصادی هر کشور دارد از اینرو ارزیابی صـحیح عملکرد شرکت‌های هواپیمایی امری مهم در توسعه و تحول این صنعت محسوب می‌شود. در این مقاله سـعی شـده است با استفاده از آمار و اطلاعاتی که شرکت‌های هواپیمایی ایران در سال ۲۰۱۷ بر روی ســایت آمار و اطلاعات قرار داده‌اند کارایی عملکرد ۱۶ شــرکت هواپیمایی ایران را ارزیابی شــود از اینرو با در نظر گرفتن یک شــبکه دومرحله ای برای پروازهای داخلی ۱۶ شــرکت هواپیمایی ایران، در مرحله اول خدمات پیش از پرواز و در مرحله دوم خدمات پس از پرواز لحاظ شـده اسـت. شـکل (۳) شبکه ۱۶شرکت مورد ارزیابی هواپیمایی داخلی ایران را نشان می‌دهد .داده‌های این تحقیق از مقاله مظفری و همکاران [21] گرفته شده است.



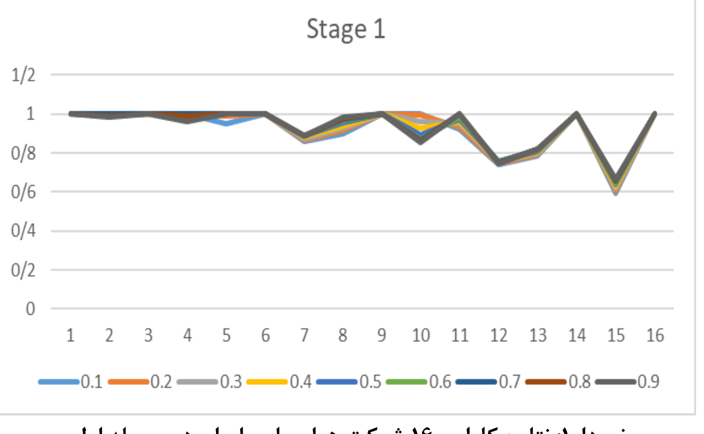
شکل۳. شبکه دومرحله‌ای ۱۶ شرکت هواپیمایی ایران با داده‌های فازی

جدول۱:معرفی داده‌های فازی ورودی، میانی و خروجی هر مرحله به تفکیک

مرحله اول : پیش از پرواز		مرحله دوم : پس از پرواز	
x_1^1	تعداد پرسنل در مرحله اول	z_1^2	تعداد هواپیما
x_2^1	تعداد صندلی خالی	z_2^2	میانگین تاخیر هواپیما
z_1^1	تعداد هواپیما	z_3^2	تعداد مسافر
z_2^1	میانگین تاخیر هواپیما	z_4^2	تعداد پرواز
z_3^1	تعداد مسافر	y_1^2	تعداد خطوط پرواز
z_4^1	تعداد پرواز	y_2^2	میانگین ظرفیت وزنی
		y_3^2	تعداد خلبانان و همانداران
		y_4^2	میانگین رضایتمندی

جدول۲:نتایج کارایی ۱۶ شرکت هواپیمایی ایران در مرحله اول

	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
DMU1	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
DMU2	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9985	0.9907	0.9864
DMU3	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
DMU4	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9909	0.9587
DMU5	0.9517	0.9882	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
DMU6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
DMU7	0.8603	0.8651	0.8711	0.8809	0.8901	0.8900	0.8899	0.8899	0.8901
DMU8	0.8990	0.9141	0.9282	0.9412	0.9532	0.9643	0.9744	0.9801	0.9848
DMU9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
DMU10	1.0000	0.9937	0.9592	0.9266	0.8959	0.8724	0.8667	0.8605	0.8540
DMU11	0.9200	0.9342	0.9479	0.9612	0.9740	0.9865	0.9986	1.0000	1.0000
DMU12	0.7424	0.7486	0.7544	0.7581	0.7591	0.7571	0.7528	0.7487	0.7448
DMU13	0.7866	0.7929	0.7988	0.8042	0.8093	0.8140	0.8184	0.8195	0.8201
DMU14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
DMU15	0.5961	0.6068	0.6170	0.6268	0.6362	0.6451	0.6537	0.6619	0.6698
DMU16	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

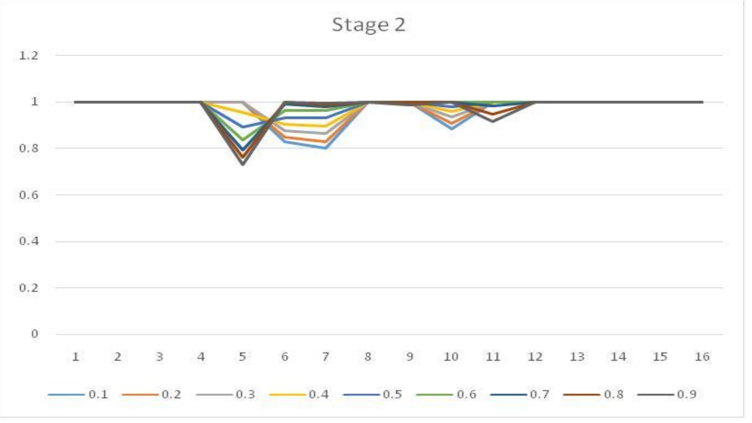


نمودار۱: نتایج کارایی ۱۶ شرکت هواپیمایی ایران در مرحله اول

با توجه به جدول (۲) و نمودار (۱) ملاحظه می‌شـود شـرکت‌های هواپیمایی اول تا چهارم و همچنین شرکت‌های شـشم، نهم ،دهم، چهاردهم و شانزدهم برای $\alpha=0.1$ کارا می‌باشند. بطور کلی واحدهای اول تا ششم برای آلفاهای متفاوت کارا و واحدهای چهاردهم و شـانزدهم هم کارا هسـتند. از طرفی دیگر واحدهای ۱۵، ۱۲، ۱۳ ، ۷و ۸ برای تمام α-برش‌ها ناکارا می‌باشـند یعنی با پذیرش هر ریسـکی باز هم واحدهای فوق ناکارا هستند. جدول (۲) کارایی عملکرد ۱۶ شـرکت هواپیمایی ایران را در مرحله پیش از پرواز نشـان می‌دهد. بطور کلی با در نظر گرفتن آلفای ۰,۵ مدیر، ریسـک پنجاه درصـدی را در پارامترهای ورودی و خروجی مرحله اول شـبکه در نظر می‌گیرد. نتایج بدسـت آمده از جدول (۲) نشـان می‌دهد که شـرکت‌های هواپیمایی ۱ ، ۳ ، ۶ ، ۹ ، ۱۴ و ۱۶ در مرحله اول با ارائه تعداد پرسنل بیشتر و داشتن تعداد صندلی خالی کمتر، تعداد پروازهای بیشتری داشته‌اند و مسافران بیشتری را جابه‌جا نموده‌اند از اینرو این شرکت‌ها کاملاً کارا بوده‌اند.

جدول۳: نتایج کارایی ۱۶ شرکت هواپیمایی ایران در مرحله دوم

	0.1	**0.2**	**0.3**	**0.4**	**0.5**	**0.6**	**0.7**	**0.8**	**0.9**
DMU1	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
DMU2	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
DMU3	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
DMU4	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
DMU5	1.0000	1.0000	1.0000	0.9565	0.8942	0.8396	0.7957	0.7640	0.7300
DMU6	0.8298	0.8499	0.8769	0.9054	0.9352	0.9648	0.9917	1.0000	1.0000
DMU7	0.8004	0.8314	0.8636	0.8970	0.9317	0.9642	0.9810	0.9885	0.9966
DMU8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
DMU9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9889
DMU10	0.8847	0.9113	0.9364	0.9600	0.9820	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
DMU11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9859	0.9472	0.9152
DMU12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
DMU13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
DMU14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
DMU15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
DMU16	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

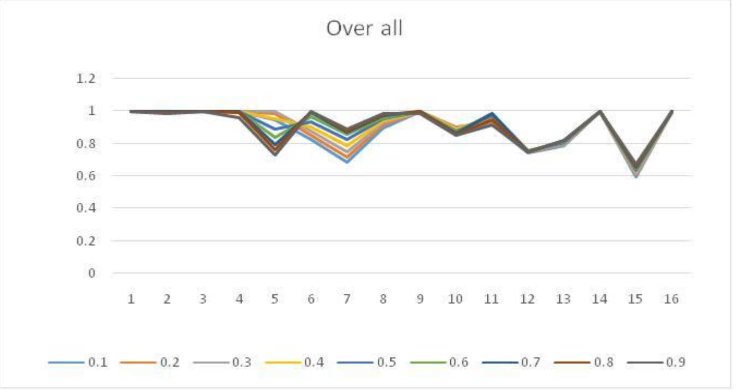


نمودار۲: نتایج کارایی ۱۶ شرکت هواپیمایی ایران در مرحله دوم

در مرحله دوم ملاحظه می‌شود اکثریت شرکت‌های هواپیمایی بر اساس α-برش‌های متفاوت کارا هستند و فقط واحدهای ۶، ۷و۱۰ برای اکثریت α-برش‌ها ناکارا هستند یعنی در مرحله دوم شرکت‌های هواپیمایی ایران واحدهای کارا هستند اما نیاز به رتبه‌بندی برای بالا بردن کیفیت وجود دارد. جدول (۳) کارایی عملکرد ۱۶ شرکت هواپیمایی ایران را در مرحله بعد از پرواز نشان می‌دهد. نتایج بدست آمده از جدول (۳) بیانگر آن است که شرکت‌های هواپیمایی ۱ ، ۲، ۳ ، ۸، ۹ ، ۱۴، ۱۵ و ۱۶ در مرحله دوم کارایی بیشتری داشته‌اند.

جدول۴:نتایج کارایی ۱۶ شرکت هواپیمایی ایران در مرحله کلی

DMU	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
DMU1	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
DMU2	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9985	0.9907	0.9864
DMU3	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
DMU4	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9909	0.9587
DMU5	0.9517	0.9882	1.0000	0.9565	0.8942	0.8396	0.7957	0.7640	0.7300
DMU6	0.8298	0.8499	0.8769	0.9054	0.9352	0.9648	0.9917	1.0000	1.0000
DMU7	0.6886	0.7192	0.7522	0.7901	0.8293	0.8581	0.8729	0.8797	0.8872
DMU8	0.8990	0.9141	0.9282	0.9412	0.9532	0.9643	0.9744	0.9801	0.9848
DMU9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9889
DMU10	0.8847	0.9056	0.8981	0.8895	0.8798	0.8724	0.8667	0.8605	0.8540
DMU11	0.9200	0.9342	0.9479	.9612	0.9740	0.9865	0.9845	0.9472	0.9152
DMU12	0.7424	0.7486	0.7544	0.7581	0.7591	0.7571	0.7528	0.7487	0.7448
DMU13	0.7866	0.7929	0.7988	0.8042	0.8093	0.8140	0.8184	0.8195	0.8201
DMU14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
DMU15	0.5961	0.6068	0.6170	0.6268	0.6362	0.6451	0.6537	0.6619	0.6698
DMU16	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000



نمودار۲: نتایج کارایی ۱۶ شرکت هواپیمایی ایران در مرحله کلی

جدول (۴) کارایی عملکرد ۱۶ شرکت هواپیمایی ایران را در مرحله کلی نشان می‌دهد. نتایج بدست آمده از جدول (۴) بیانگر آن است که شرکت‌های هواپیمایی ۱ ، ۳ ، ۱۴و ۱۶ کاملاً کارا هستند. بطور کلی مدیر با در نظر گرفتن آلفای ۰,۵ ، ریسک پنجاه درصدی را در پارامترهای ورودی و خروجی مرحله اول و دوم شبکه در نظر می‌گیرد که این تصمیم مدل برنامه‌ریزی خطی فازی را به یک مساله برنامه‌ریزی خطی تبدیل می‌کند. بنابراین با مدل‌سازی شبکه فازی دومرحله‌ای شرکت‌های هواپیمایی ایران و استفاده از ساختار رویکرد تابع احتمال برای ارزیابی آنها، بررسی واحدهای تصمیم‌گیرنده بیانگر آن است که شرکت‌های هواپیمایی ۱ ، ۳ ، ۱۴و ۱۶ در هر مرحله کارایی خود را حفظ نموده‌اند.

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله برای ارزیابی شرکت‌های هواپیمایی ایران با در نظر گرفتن شبکه دومرحله‌ای DEA مدل‌های پوششی در تکنولوژی بازده به مقیاس ثابت پیشنهاد شده است. محاسبه کارایی و یافتن الگوی مناسب در مرحله اول، دوم و کلی شبکه هواپیمایی که متناظر با خدمات قبل و بعد از پرواز می‌باشد می‌تواند یکی از نشانه‌های استاندارد یا عدم استاندارد شرکت‌ها باشد. از اینرو مدیر بر اساس نتایج فوق می‌تواند مسیری برای اصلاح ساختار سازمانی مشخص کند بطوریکه فقط ۳۷ درصد شرکت‌های هواپیمایی کارا هستند که این امر نشان از مشکلات متفاوت دارد و قطعاً نیاز به بازنگری دارند. بنابراین در مقاله حاضر در گام نخست هدف مدل‌سازی شبکه‌های دومرحله‌ای فازی با رویکرد تابع احتمال می‌باشد و سپس یافتن الگوی مناسب برای هر مرحله شبکه می‌باشد.

برای تحقیقات آتی ارزیابی شرکت‌های هواپیمایی ایران ابتدا منوط به محاسبه کارایی هزینه و درآمد در شبکه دومرحله‌ای فازی می‌باشد که استاندارد ورودی‌ها و خروجی‌ها را مشخص می‌کند و سپس استفاده از مدل‌های هیبریدی DEA-R برای ارزیابی شبکه دومرحله‌ای فازی پیشنهاد می‌شود.

فهرست منابع

[1] M.J Farrell,.(1957). The measurement of productivity efficiency. Journal of The Royal StatisticalSociety Series A: General 120, (3), 253–281.

[2] A.,Charnes, Cooper, W. W., Rhodes, E., (1978). Measuring the efficiency of decision makingunits. European Journal of Operational Research , 2, 429-444

[3] R, Banker,. D., Charnes, A., Cooper, W. W., (1984). Some models estimating technical and scaleinefficiencies in data envelopment analysis. Management Science, 30, 1078-1092.

[4] , J.L.Verdegay, Delgado, ,M. and M. A. "A general model for fuzzy linear programming", FuzzySetsand Systems 29 (1989) 21-29.

[5] C.L. Hwang., Y.J. Lai and Fuzzy Mathematical Programming Methods and Applications, Springer,Berlin, 1992

[6] N.Mahdavi-Amiri, , and Nasseri, S.H. , Duality results and a dual simplex method for linear programming problems with fuzzy variables, Fuzzy Sets and Systems, 158 (2007) 1961-1978.

[7] S.H.,Nasseri, , and A. Ebrahimnejad, A fuzzy primal simplex algorithm and its application for solving the flexible linear programmingproblems, European ournalof Industrial Engineering, 4(3) (2010) 372- 389.

[8] K .Govindan, A. Jafarian, , V.Nourbakhsh, , 2015. Bi-objective integrating sustainable order allocation and sustainable supply chain network strategic design with stochastic demand using a novel robust hybrid multi-objective metaheuristic. Comput. Oper Res.62,112–130. http : // dx . doi . org /1 0.1016

[9] A. Ebrahimnejad,. M Tavana,., Lotfi,., F.H .Shahverdi, R., Yousefpour, M., 2014. A three-stage Data envelopment Analysis model with application to banking industry. Measurement 49, 308–319.

[10] S.H. Nasseri, ,-A New Approach to Solve Fully Fuzzy Linear rogramming with Trapezoidal Numbers singConversion Functions-Received Summer 2015, Accepted Autumn 2015- Available Online at http://jnrm.srbiau.ac.ir-Vol.1, No.3, Autumn 2015.

[11] R. Färe, & Grosskopf, S. (1997). Intertemporal production frontiers: with dynamic DEA. Journal of the operational research society, 48(6), 656-656.

[12] C Kao, Liu ST (2011) Efficiencies of two-stage systems with fuzzydata. Fuzzy Sets Syst 176(1):20–35

[13] C. Chen and H. Yan, Network DEA model for supply chain performance evaluation, Europeanjournal of operational research, 213 (2011), 147-155.

[14] C. Kao, Network data envelopment analysis: A review, European journal of operationalresearch, 239 (2014), 1-16.

[15] D. K. Despotis, G. Koronakos, D. Sotiros,Compositionversus decomposition intwostage network DEA: a reverse approach,Journal of Productivity Analysis 45 (2016)71-87. http : // dx . doi . org / doi.org/10.1007/s11123-014-0415-x/

[16] K. Chen, , & J. Zhu, (2017). Second order cone programming approach to two-stage network data envelopment analysis. European Journal of Operational Research, 231–262(1),

[17] H.Pourbabagol, A., Maghsod, , Hanafizadeh,P,. (2023). A new fuzzy DEA network based on possibility and necessity measures for agile supply chain performance evaluation: A case study. Expert Systems with Applications, 220,119552

[18] S. Tavassoli, Saeedeh Ketabi, S.,Mahsa Ghandehari,.M,. (2022). A novel fuzzy network DEA model to evaluate efficiency of Iran's electricity distribution network with sustainability considerations. Sustainable Energy Technologies and Assessments, 52, 102269.

[19] Y Chen , J Du, H. David Sherman, Joe Zhu , DEA model with shared resources and efficiency decomposition, European Journal of Operational Research 207 (2010) 339–349

[20] A. Charnes, W.W. Cooper, Chance-constrained programming, Manage. Sci. 6 (1959) 73–79.

[21] S Ostovan , M. R. Mozaffari, , Jamshidi, A.& Gerami, J., Evaluation of Two-Stage Networks Basedon Average Efficiency Using DEA andDEA-R with Fuzzy Data, International Journal of Fuzzy , Systems , ISSN 1562 -24 79