دسترسی در سایتِ http://jnrm.srbiau.ac.ir
سال هشتم، شماره سی و هفتم، مرداد و شهریور ۱۴۰۱
شماره شاپا: ۵۸۸-۲۵۸۸X

دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات
پژوهش‌های نوین در ریاضی

# تخمین جواب مدل برنامه‌ریزی غیرخطی روش بهترین-بدترین با استفاده از حل مدل‌های برنامه‌ریزی خطی مختلط

**محمدرضا دهقانی[۱]، مهدی عباسی[*۲]**

(۱و۲) گروه مهندسی صنایع، واحد شیراز، دانشگاه آزاد اسلامی، شیراز، ایران

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۹/۰۶/۱۶ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۰/۰۲/۰۷

**چکیده**

روش بهترین - بدترین یکی از روش‌های جدید در مسائل تصمیم‌گیری چند شاخصه می‌باشد. روش مزبور با تشکیل و حل یک مدل برنامه‌ریزی غیرخطی، جواب بهینه مسأله را تعیین می‌کند. در این مقاله یک الگوریتم جهت تخمین جواب مدل برنامه‌ریزی غیرخطی روش مزبور با میزان خطای قابل قبول با مدلسازی و حل مسائل برنامه‌ریزی خطی مختلط پیشنهاد شده است. در الگوریتم پیشنهادی ابتدا مدل برنامه‌ریزی غیرخطی معادل مدل اصلی تشکیل می‌شود. سپس با تقریب تکه‌ای خطی جملات غیرخطی مدل توسط روش SOS2، اولین مدل برنامه‌ریزی خطی مختلط متناظر تشکیل و حل می‌شود. اگر خطای جواب حاصله قابل قبول بود، جواب تخمینی حاصل شده است. در غیر اینصورت با بهبود تقریب تکه‌ای خطی جملات غیرخطی، مدل برنامه‌ریزی خطی مختلط جدید تشکیل و حل می‌شود. بهبود تقریب تکه‌ای خطی جملات غیرخطی مدل برنامه‌ریزی غیرخطی، با تشکیل و حل مدل‌های برنامه‌ریزی خطی مختلط جدید از طریق بروزرسانی نقاط شکست SOS2 تا دستیابی به جواب قابل قبول برای مدل غیرخطی ادامه می‌یابد. به منظور بررسی اعتبار الگوریتم، روشی جهت تولید نمونه‌های پوشش دهنده حالت‌های مختلف یک مسأله پیشنهاد شد. سپس با استفاده از روش مزبور، تعداد ۱۲۸ نمونه‌ی سه و پنج شاخصه تولید شد. نتایج حاصل از پیاده‌سازی الگوریتم پیشنهادی برای حل نمونه‌های تولید شده، عملکرد مناسب الگوریتم پیشنهادی را نشان می‌دهد. در این خصوص با حل حداکثر سه مدل برنامه‌ریزی خطی مختلط جهت حل نمونه‌ها، تخمین جواب با حداکثر ۱٪ خطا به دست می‌آید.

**واژه‌های کلیدی:** روش بهترین-بدترین (BWM)، مجموعه‌های منظم خاص (SOS)، تقریب تکه‌ای خطی (PLA)، مدل برنامه‌ریزی خطی مختلط (MILPM).

*. عهده‌دار مکاتبات: Email: abbasi.iau@gmail.com, abbasi_m@iaushiraz.ac.ir

## ۱. مقدمه

از وظایف مهم مدیریت سازمان‌ها، تصمیم‌گیری بوده و کیفیت این تصمیمات رابطه مستقیمی با میزان موفقیت سازمان دارد. بنابراین استفاده از روش‌های مناسبتر تصمیم‌گیری موضوعی در خور توجه است. یکی از حوزه‌های تصمیم‌گیری، رتبه‌بندی گزینه‌ها بر اساس اولویت‌های تصمیم‌گیرنده با توجه به معیارهای مورد نظر می‌باشد. در تصمیم‌گیری چند معیاره (MCDM[1])، مجموعه‌ای از گزینه‌ها با توجه به مجموعه‌ای از معیارها به منظور شناسایی و انتخاب مطلوب‌ترین گزینه ارزیابی می‌شود. مسائل MCDM با توجه به فضای حل مسأله به دو دسته پیوسته و گسسته تقسیم می‌شود. برای مسأله‌های پیوسته از روش‌های تصمیم‌گیری چند هدفه (MODM[2]) و برای مسأله‌های گسسته از روش تصمیم‌گیری چند شاخصه (MADM[3]) استفاده می‌گردد [۱]. مسأله مورد بررسی در تحقیق حاضر جزو مسائل MADM محسوب می‌شود.

روش‌های مختلفی جهت حل مسائل MADM وجود دارد، که از محبوب‌ترین این تکنیک‌ها فرآیند تحلیل سلسله مراتبی (AHP[4]) است که برای اولین بار در دهه ۱۹۷۰ توسط ساعتی معرفی شد [۱]. روش بهترین-بدترین (BWM[5]) به عنوان یکی از جدیدترین روش‌های حل مسائل MADM می‌باشد که توسط رضایی در سال ۲۰۱۵ ارائه شد، این روش نسبت به AHP به داده‌های مقایسه‌ای کمتری نیاز داشته و نتایج قابل اعتمادتری ایجاد می‌کند. در روش BWM جواب‌ها با تشکیل و حل یک مدل برنامه‌ریزی غیرخطی حاصل می‌شود [۲]. مدل‌های معادل خطی مختلفی برای حل مدل برنامه‌ریزی ریاضی غیرخطی BWM اصلی ارائه شده است [۳و۴]. از طرف دیگر روش‌های مختلفی جهت تقریب و خطی کردن یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی غیرخطی با مدل برنامه‌ریزی ریاضی خطی از جمله روش مبتنی بر مجموعه‌های منظم خاص (SOS[6]) وجود دارد [۵]. در این تحقیق یک الگوریتم بر اساس SOS نوع ۲ (SOS2) برای تقریب و خطی کردن مدل برنامه‌ریزی ریاضی غیرخطی BWM، ارائه شده است. همچنین به منظور بررسی اعتبار الگوریتم، روشی جهت تولید نمونه‌های پوشش دهنده حالت‌های مختلف یک مسأله BWM پیشنهاد شد. سپس با استفاده از روش مزبور، تعداد ۱۲۸ نمونه‌ی سه و پنج شاخصه تولید شد. در ادامه الگوریتم پیشهادی برای نمونه های مزبور پیاده سازی شد.

## ۲. پیشینه تحقیق

در این بخش ابتدا به تحقیقات مربوط به روش BWM با تمرکز بر روش‌های حل آن پرداخته می‌شود. سپس تحقیقات مربوط به SOS بررسی می‌شود.

رضایی در سال ۲۰۱۵ روش BWM را برای حل مسائل MADM ارائه نمود. در این روش یک مدل مینیمکس غیرخطی (NLPM[7]) برای تعیین وزن شاخص‌ها ارائه گردید. سپس جهت اطمینان از نتایج حاصله، فرمولی جهت محاسبه نرخ سازگاری (CR[8]) ارائه شد [۲]. سپس رضایی در سال ۲۰۱۶ یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی خطی (LPM[9]) معادل مدل مینیمکس غیرخطی ارائه داد. این مدل اولین مدل برنامه‌ریزی خطی متناظر با مدل برنامه‌ریزی غیر خطی می‌باشد. همچنین بیان گردید که هر چه مقدار تابع هدف به صفر نزدیکتر باشد، سازگاری در

[1] MCDM:Multiple Criteria Decision Making
[2] MODM:Multiple Objective Decision Making
[3] MADM:Multiple Attribute Decision Making
[4] AHP:Analytic Hierarchy Process
[5] BWM: Best Worst Method
[6] SOS: Special Ordered Sets
[7] NLPM: Non-Linear Programming Model
[8] CR:Consistency Ratio
[9] LPM: Linear Programming Model

نتایج بیشتر است [۳]. قابل توجه آنکه جواب‌های حاصل از LPM تقریبی برای جواب‌های NLPM بوده و ممکن است کاملاً با جواب‌های NLPM متفاوت باشد.

ابوترابی و همکاران از ترکیب عدد Z (Z-numbers) با روش BWM، روش حل Z-BWM ارائه داده‌اند که به وسیله آن می‌توان سطح عدم اطمینان اطلاعات در یک تصمیم چند شاخصه را کنترل کنند. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد روش Z-BWM باعث کاهش نرخ ناسازگاری نتایج در مقایسه با BWM اصلی می‌شود [۶]. بیم استربوئر و همکاران پس از طرح ایرادهای مدل LPM به عنوان تقریب NLPM، یک مدل تقریب خطی (MILPM[1]) معادل مدل برنامه‌ریزی غیرخطی BWM با استفاده از تغییر متغیر x و y و تقریب SOS2 ارائه دادند. سپس برای مثال‌های مختلف سه شاخصه مدل‌های خطی BWM سال ۲۰۱۶ رضایی (LPM)، مدل BWM اصلی (NLPM) و مدل پیشنهادی (MILPM) را مدلسازی و حل نمودند. نتایج حل مثال‌های سه شاخصه نشان می‌دهد که وزن محاسبه شده شاخص‌ها توسط MILPM در همه حالات با NLPM یکسان می‌باشد، ولی در بیشتر مواقع با مدل LPM یکسان نیست. نویسندگان این نتیجه را به معنی عدم اطمینان از نتایج به دست آمده از LPM تفسیر نمودند [۴]. لیانگ و همکاران آستانه قابل قبول نرخ سازگاری (CRT[2]) برای CR با توجه به تعداد شاخص‌ها و مقدار $a_{BW}$ (ارجحیت بهترین شاخص نسبت به بدترین شاخص) ارائه نمودند. آستانه مزبور برای دو وضعیت داده‌های ورودی و نتایج خروجی ارائه شده و نشان داده شد که مقادیر مزبور همبسته‌اند [۷]. محمدی و رضایی یک مدل بیزی BWM[3] برای یافتن وزن نهایی شاخص‌ها در تصمیم‌گیری گروهی ارائه کرده‌اند. سپس با استفاده از حل مثال عددی و مقایسه نتایج به دست آمده با نتایج BWM اصلی، اعتبار مدل پیشنهادی مشخص گردید [۸]. امیری و همکاران یک راه‌حل جدید جهت روش BWM ارائه داده‌اند. در این تحقیق دو مدل پیشنهاد شد که از متغیرهای آزاد در علامت استفاده می‌کنند. همچنین این مدل‌ها نسبت به مدل‌های قبلی محدودیت‌های کمتری داشته که منجر به پیچیدگی محاسباتی کمتری می‌شود [۹]. وفادار نیکجو و همکاران دو پارامتر جدید به عنوان قابلیت اطمینان تصمیم‌گیرنده‌ها به مدل BWM اصلی اضافه و یک مدل نوتروزوفیک برای BWM اصلی[4] پیشنهاد کرده‌اند. مدل پیشنهادی باعث عملکرد بهتر BWM اصلی در مسائل واقعی شده است [۱۰].

در ادامه به تحقیقات مربوط به روش SOS، انواع آن و کاربردهای آن پرداخته می شود.

بیل و تواملین در سال ۱۹۷۰ تقریب‌های SOS را برای جایگزینی توابع غیرخطی با تقریب های جزیی خطی (PLA[5]) ارائه نمودند [۵]. لیفر و همکاران یک مدل بهینه‌سازی سراسری برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح ارائه دادند که با جایگزین کردن تمام عبارات غیرمحدب با تقریب SOS، تقریب را به صورت یک برنامه خطی MILP ایجاد کرده‌اند [۱۱]. انصاری و حسنی‌فرد به حل یک مسأله بهینه‌سازی غیرخطی، عدد صحیح و غیرمحدب با استفاده از روش‌های محدب‌سازی مبتنی بر SOS پرداخته اند. مقایسه نتایج به دست آمده از تقریب SOS با روش‌های مشابه نشان داد که روش SOS نتایج بهتری ارائه می‌کند [۱۲]. کانگ و همکاران به بررسی برنامه‌ریزی کوتاه مدت حرارتی به عنوان یک مسأله پیچیده بهینه‌سازی غیرخطی و غیرمحدب که در عملکرد اقتصادی سیستم‌های نیروگاهی بسیار

[1] MILPM: Mixed-Integer Linear Programming Model
[2] CRT:Consistency Ratio Thresholds
[3] Bayesian Best-Worst Method
[4] Neutrosophic Enhanced BWM
[5] PLA: Piecewise Linear Approximation

مهم است، با استفاده از تقریب SOS2 پرداخته‌اند. مدل پیشنهادی در سه نیروگاه حرارتی اجرا شده که نتایج پایدار و سازگاری به دست آمده است [۱۳]. هو و همکاران یک مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح برای طراحی شهری ارائه داده‌اند. که در این مدل از مفهوم تقریب SOS برای کدگذاری متقارن در طراحی شهری استفاده کرده‌اند. این تحقیق نشان می‌دهد که یک سری از کارها در طراحی شهری می‌تواند به طور کامل توسط این مدل، مدلسازی شود [۱۴]. هوچت و پابلو ویلما یک چارچوب برای ساخت یک ساختار مستحکم برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط برای محدودیت‌های منطقی مبهم با تقریب‌های SOS2 ارائه داده‌اند [۱۵]. اپل و دیمیتریوس از تقریب SOS2 جهت بهینه‌سازی سیستم‌های تولیدی روغن و تبدیل مدل‌های غیرخطی به خطی استفاده کرده‌اند [۱۶]. اکبری‌دیباور و همکاران یک رویکرد بهینه برنامه‌ریزی دو سطحی تصادفی جهت پرداخت بر مبنای پیشنهادات بهتر برای صاحبان سیستم‌های ذخیره‌سازی آب پمپ شده در بازار انرژی ارائه نموده‌اند. در این مدل از تقریب SOS1 جهت خطی‌سازی استفاده کرده‌اند [۱۷].

در پیشینه تحقیق به بررسی مدل‌های برنامه‌ریزی ریاضی BWM مرتبط با نسخه اصلی (NLPM) و گسترده (LPM و MILPM) و همچنین بکارگیری تقریب براساس SOS پرداخته شد. با بررسی‌های انجام شده، روشی برای تخمین جواب NLPM با خطای قابل قبول با استفاده از حل یک یا تعدادی مسأله MILPM یافت نشد (شکاف تحقیق). نوآوری اصلی تحقیق حاضر، انجام این موضوع با استفاده از تقریب SOS2 می‌باشد.

## ۳. مبانی نظری

### ۳،۱. روش بهترین – بدترین

روش BWM در سال ۲۰۱۵ توسط رضایی ارائه شد. گام‌های روش BWM به صورت زیر می‌باشد:

گام ۱: مجموعه شاخص‌های تصمیم‌گیری به صورت $\{C_1, C_2, \ldots, C_n\}$ تعریف می‌شود.

گام ۲: بهترین شاخص (B) و بدترین شاخص (W) مشخص می‌شود.

گام ۳: ارجحیت بهترین شاخص نسبت به سایر شاخص‌ها (BO[1]) با اعداد ۱ تا ۹ مشخص می‌شود. $a_{Bj}$ مقدار ارجحیت بهترین شاخص نسبت به سایر شاخص‌ها (j) را نشان می‌باشد.

گام ۴: ارجحیت همه شاخص‌ها نسبت به بدترین شاخص (OW[2]) با اعداد ۱ تا ۹ مشخص می‌گردد. $a_{jW}$ مقدار ارجحیت شاخص (j) را نسبت به بدترین شاخص نشان می‌دهد.

گام ۵: با تشکیل و حل مدل برنامه‌ریزی ریاضی (۱)، مقادیر بهینه وزن شاخص‌ها $(w_1 . w_2 . \ldots . w_n)$ محاسبه می‌گردد.

$$\min \max \left\{ \left| \frac{w_B}{w_j} - aBj \right|, \left| \frac{w_j}{w_w} - ajW \right| \right\} \quad (۱)$$

s.t:

$$\sum_j w_j = 1$$
$$w_j \geq 0, \forall j$$

مدل BWM غیرخطی معادل (۱) بصورت مدل (۲) (NLPM) تبدیل می‌شود:

$$\min \xi \quad (۲)$$

s.t:

$$\left| \frac{w_B}{w_j} - aBj \right| \leq \xi, \forall j$$
$$\left| \frac{w_j}{w_w} - ajW \right| \leq \xi, \forall j$$
$$\sum_j w_j = 1$$
$$w_j \geq 0, \forall j$$

مقدار بهینه تابع هدف حاصل از حل مدل (۲)، $\xi^*$ می‌باشد. نرخ سازگاری (CR) با استفاده از $\xi^*$ و

[1] BO:Best-to-Others
[2] OW:Others-to-Worst

مقدار شاخص سازگاری (CI[1]) محاسبه می‌شود. با استفاده از مقادیر شاخص سازگاری جدول (۱) و مقدار بهینه تابع هدف حاصل از مدل (۲)، میزان نرخ سازگاری طبق رابطه (۳) محاسبه می‌گردد [۲].

$$\text{نرخ سازگاری} = \frac{\xi}{\text{شاخص سازگاری}} \qquad (۳)$$

نرخ سازگاری عددی بین صفر و یک می‌باشد. هر چه نرخ سازگاری به صفر نزدیکتر باشد، سازگاری بیشتر و هر چه به یک نزدیکتر باشد، سازگاری کمتر می‌باشد. جهت اطمینان از نتایج به دست آمده از روش BWM نیاز به محاسبه نرخ سازگاری می‌باشد [۳].

برای اطمینان از قابل قبول بودن ارزیابی‌ها و نتایج، از روش‌های بررسی و اندازه‌گیری سازگاری مبتنی بر داده‌های ورودی (CRI[2]) و یا مبتنی بر نتایج خروجی (CRO[3]) استفاده شده و جداولی جهت حد قابل قبول یا آستانه نرخ سازگاری (CRT) مبتنی بر ورودی و خروجی با توجه به مقادیر مختلف مقیاس ($a_{BW}$=3,4,…,9) و تعداد شاخص‌های مسأله (3,4,…,9) ارائه گردیده است. پس از محاسبه نرخ سازگاری مسأله BWM مورد نظر، مقدار مزبور با حد قابل قبول سازگاری مقایسه می‌شود. در صورتی که نرخ سازگاری کمتر از حد قابل قبول باشد، نتایج قابل قبول می‌باشد؛ در صورتی که نرخ سازگاری محاسبه شده بیشتر از حد قابل قبول باشد، نیاز به ارزیابی مجدد مقایسات زوجی می‌باشد [۷].

### ۳،۲. حل مدل روش بهترین – بدترین با روش SOS2

بیم استربوئر و همکاران در سال ۲۰۱۸ یک مدل تقریب خطی MILPM جهت حل مدل مینیمکس غیرخطی روش BWM (NLPM) ارائه نمودند. در این خصوص ابتدا با اعمال تغییر متغیرهای $x_j = \frac{\xi+w_J}{2}$ و $y_j = \frac{\xi-w_J}{2}$، مدل (۴) را به عنوان مدل معادل NLPM پیشنهاد کردند (ENLPM[4]):

$$\begin{aligned}
&\min \xi \\
&\text{s.t:} \qquad (۴)\\
&\left|w_B \quad aBjw_J\right| \le x_j^2 \quad y_j^2 \quad ,\forall j\\
&\left|w_j \quad ajww_w\right| \le x_w^2 \quad y_w^2 \,,\forall j\\
&x_j = \frac{\xi+w_J}{2} \qquad y_j = \frac{\xi-w_J}{2}\\
&\sum_j w_j = 1\\
&w_j \ge 0, \forall j
\end{aligned}$$

سپس با استفاده از روش SOS2، مدل تقریبی MILP متناظر با مدل غیرخطی (۴) را ارائه نمودند. در این خصوص جهت جملات غیرخطی مدل (۴)، نقاط شکست $\{X_1=0, X_2, \ldots,X_n\}$ جهت بازه متغیر x و نقاط شکست $\{Y_1= -0.5, Y_2,\ldots,Y_m\}$ جهت بازه متغیر y لحاظ گردید و PLA جهت هر جمله غیرخطی بصورت روابط (۵) ارائه گردید.

$$\begin{aligned}
&x_j^2 \approx \varphi_1(x_j) \quad \sum_{b=1}^{n} \lambda_{bj} X_b^2 \,, x_j = \\
&\sum_{b=1}^{n} \lambda_{bj} X_b \quad \lambda \in s \qquad (۵)\\
&y_j^2 \approx \varphi_2(y_j) := \sum_{b=1}^{m} \mu_{bj} Y_b^2 \,, y_j = \\
&\sum_{b=1}^{n} \mu_{bj} Y_b \quad \mu \in s\\
&S = \left\{\sum_j w_j = 1 \,, w_j \ge 0 \,, j = 1 \ldots\ldots n\right\}
\end{aligned}$$

سپس با استفاده از روابط (۵) و تقریب SOS2 (که حداکثر دو متغیر از $\lambda_{bj}$ و $\mu_{bj}$ که مجاور یکدیگر قرار گرفته‌اند می‌توانند مقدار غیرصفر را بپذیرند)، MILPM مربوطه را تشکیل داده و در نرم‌افزارهای استاندارد، مدلسازی و حل کرده‌اند. سپس تعداد ۶۴ مسأله سه شاخصه (که یکی از آنها مثال ۲۰۱۵ رضایی است) مدلسازی و حل گردید. نتایج به دست آمده از این مدل نشان می‌دهد که جواب‌های به دست آمده مدل SOS2 برای مسأله رضایی ۲۰۱۵

[1] CI:Consistency Index
[2] CRI:Input-based Consistency Ratio
[3] CRO:Output-based Consistency Ratio
[4] ENLPM: Equivalent Non-Linear Programming Model

و مسأله‌های مختلف سه شاخصه با مدل مینیمکس غیرخطی یکسان می‌باشد [۴].

### ۳،۳. الگوریتم SOS برای حل مسائل NLP

تقریب SOS در سال ۱۹۷۰ به وسیله بیل و تواملین معرفی گردید. آنها تقریب SOS را برای جایگزینی توابع غیرخطی با توابع تکه‌ای خطی این تابع ها ارائه نموده‌اند [۵]. بسته به بُعد توابع غیرخطی روش‌های مختلفی در این زمینه وجود دارد [۱۲]. دو نوع متغیر تقریب SOS متداول مرتبط با مسائل برنامه‌ریزی ریاضی، SOS نوع ۱ (SOS1) و SOS نوع ۲ (SOS2) است [۱۸]. SOS2 مجموعه منظمی از اعداد است که حداکثر دو عدد می‌تواند غیرصفر بوده که این دو متغیر همسایه (یا پشت سر هم) می‌باشند [۱۵].SOS1 مجموعه منظمی از اعداد است که حداکثر یک عدد می تواند صفر باشد [۱۷].

نحوه اجرای الگوریتم SOS بصورت زیر می‌باشد:

گام ۱: مقداردهی اولیه تقریب SOS، یک تعداد نقاط شکست هم فاصله بصورت اولیه برای هر متغیر پیوسته انتخاب می‌گردند و توابع غیرخطی و غیرمحدب به توابع تکه‌ای خطی تجزیه می‌شوند؛

گام ۲: حل مسأله در هر تکرار بر اساس مقداردهی تقریب SOS، انجام شود؛

گام ۳: مشخص کردن وضعیت پایانی الگوریتم (در صورت برقرار شدن شرط پایان الگوریتم، جواب بدست آمده جواب نهایی می‌باشد در غیر این صورت به گام ۴ بروید)؛

گام ۴: بروزرسانی نقاط شکست تقریب SOS و ادامه الگوریتم از گام ۲. انتظار می‌رود که مجموعه جدید نقاط شکست به دقیق‌تر شدن تقریب خطی توابع غیرخطی مسأله منجر گردد، در نتیجه همگرایی به جواب بهینه با سرعت بیشتری انجام خواهد شد. انتخاب تعداد کمتر نقاط شکست برای هر متغیر پیوسته و افزایش هوشمندانه این نقاط شکست در هر گام به موفقیت الگوریتم کمک شایانی می‌نماید [۱۲].

## ۴- الگوریتم پیشنهادی

در این مقاله الگوریتمی جهت حل NLPM با استفاده از روش SOS2 طی چهار قدم به شرح زیر ارائه می‌شود:

قدم ۰: اخذ پارامترهای NLPM و میزان خطای قابل قبول

در این قدم پارامترهای مسأله و میزان خطای قابل قبول از تصمیم‌گیرنده اخذ می‌گردد.

قدم ۱: احتساب مقداردهی اولیه تقریب SOS و تشکیل MILPM

در این قدم ابتدا با استفاده از روابط (۵) جهت متغیرهای x و y، تقریب SOS2 ایجاد می‌گردد. سپس تعداد نقاط شکست و مقادیر اولیه جهت متغیرهای x و y در مرحله اول تعیین می‌گردد. در اینجا بصورت پیش فرض تعداد ۱۸ نقطه شکست جهت x و y مشخص می‌گردد که به فاصله‌های مساوی از یکدیگر و بصورت صعودی قرار دارند. باتوجه به اینکه $x_j = \frac{\xi + w_J}{2}$ و $y_j = \frac{\xi - w_J}{2}$ بوده و $0 \le \xi \le \xi_{max}$ و $0 \le w_j \le 1$ می‌باشد، بازه x بین عدد صفر تا $\frac{\xi_{max}+1}{2}$ و بازه y بین عدد ۰/۵- تا $\frac{\xi_{max}}{2}$ می‌باشد. سپس به منظور انجام درون‌یابی‌ها، با استفاده از روابط (۵) قسمت اول MILPM تعریف می‌شود.

در ادامه، قسمت دوم MILPM، با احتساب محدودیت‌های متغیرهای مشترک درون‌یابی‌های روابط (۵) در مدل (۴)، مدل (۶) بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} &\min \xi \\ &\text{s.t:} \qquad (۶) \\ &\left|w_B \quad aBjw_J\right| \le \varphi_1(x_j) \quad \varphi_2(y_j), \forall j \end{aligned}$$

$$|\mathrm{w_j} \quad \mathrm{ajww}_w| \le \varphi_1(x_w) \quad \varphi_2(y_w), \forall j$$
$$\xi = (2 \times \mathrm{x}_j) \quad \mathrm{w}_j$$
$$\xi = (2 \times \mathrm{y}_j) + \mathrm{w}_j$$
$$\sum_j \mathrm{w}_j = 1$$
$$\mathrm{w}_j \ge 0, \forall j$$
$$\mathrm{x}_j \ge 0, \forall j$$

در واقع مدل تلفیقی (۵) و (۶) بگونه‌ای عمل می‌کند که مقدار بهینه با احتساب درون‌یابی‌ها تعیین شوند.

قدم ۲: حل MILPM در هر مرحله با استفاده از نرم‌افزارهای استاندارد (مانند لینگو)

در این قدم MILPM تشکیل شده را با استفاده از نقاط شکست به‌روز شده در هر مرحله با استفاده از نرم‌افزارهای استاندارد (مانند لینگو) برنامه‌نویسی و حل کرده و به قدم ۳ برو.

لازم به ذکر است اگر مسأله در اولین مرحله (اولیه) جواب نداشت. تعداد نقاط شکست تعریف شده اولیه را کاهش داده و مجدد مسأله را اجرا می‌کنیم و اینکار را آنقدر تکرار می‌کنیم تا مسأله جواب داشته باشد.

در اینجا به هر بار تشکیل و حل MILPM یک مرحله گفته می‌شود.

قدم ۳: بررسی شرط توقف

اگر اختلاف بین مقدار تابع هدف ($\xi$) به دست آمده از قدم ۲ با مقدار تابع هدف ($\xi$)، NLPM کمتر از خطای قابل قبول باشد، شرط توقف حاصل شده است. در این صورت مقدار تابع هدف ($\xi$) و وزن‌های به دست آمده مربوط به شاخص‌ها جواب نهایی می باشد، پایان.

در غیر این صورت برو به قدم ۴.

قدم ۴: تعریف و بروزرسانی نقاط شکست تقریب SOS

در این قدم مقادیر x و yهایی که از حل مسأله در مرحله قبل به دست آمده را به نقاط شکست مسأله اضافه کرده و مقادیر را بصورت صعودی مرتب می‌کنیم. سپس به قدم ۲ می‌رویم.

بنابراین پیش بینی می‌گردد که بروزرسانی نقاط شکست به دقیق‌تر شدن تقریب خطی NLPM مسأله منجر شده و همگرایی به جواب بهینه با سرعت بیشتری انجام شود [۱۲].

## ۵- یافته های پژوهش

در این قسمت به منظور تشریح و بررسی اعتبار الگوریتم پیشنهادی، نحوه تولید ۱۲۸ نمونه، پیاده سازی الگوریتم پیشنهادی برای نمونه‌ها و تجزیه و تحلیل نتایج حاصل از اجرای الگوریتم پیشنهادی برای نمونه‌ها تشریح می‌شود.

### ۵،۱. تولید نمونه های سه و پنج شاخصه

در این خصوص پارامترهای ۶۴ مدل برنامه‌ریزی غیرخطی سه شاخصه روش بهترین-بدترین با مبنا قرار دادن وضعیت کاملاً سازگار مثال مقاله ۲۰۱۵ رضایی [۲] و همچنین پارامترهای ۶۴ مدل برنامه‌ریزی غیرخطی پنج شاخصه روش بهترین-بدترین با مبنا قرار دادن مثال یک مقاله ۲۰۱۶ رضایی ([۳]) تولید می‌شود (مجموعاً ۱۲۸ نمونه بررسی می‌شود که تعداد سه نمونه از نمونه‌های یاد شده، مثال ۲۰۱۵ رضایی و مثال‌های اول و دوم ۲۰۱۶ رضایی می‌باشند).

جهت استخراج ۶۴ نمونه از مثال سه شاخصه مقاله ۲۰۱۵ رضایی، ابتدا با احتساب وضعیت کاملاً سازگار با فرض ثابت بودن شاخص‌های بهترین و بدترین و مقایسات سایر شاخص‌ها نسبت به آنها، مسأله مبنای کاملاً سازگار متناظر با مثال مورد نظر در نظر گرفته می‌شود. مسأله مبنا جهت تولید ۶۴ نمونه سه شاخصه مطابق جدول (۲) می‌باشد.

در اینجا $C_3$ بهترین شاخص و $C_1$ بدترین شاخص می‌باشد. از آنجا که در جدول (۲) رابطه $a_{31}= a_{BW}$ برقرار بوده و حداکثر مقدار $a_{BW}$ برابر ۸ = $a_{32}\times a_{21}$ می‌باشد، با جایگذاری اعداد ۱ تا ۸ به جای مقادیر ارجحیت $a_{21}$ و $a_{32}$، ۶۴ نمونه سه شاخصه تولید می‌شود که از حالت کاملاً سازگار تا کاملاً ناسازگار را دربر می‌گیرد. اگر $a_{21}$=۵ و $a_{32}$=۲ در نظر گرفته شود، مثال ۲۰۱۵ رضایی حاصل خواهد شد.

قابل توجه آنکه در [۴]، تعداد ۶۴ نمونه تولید شده است، اما الزام احتساب وضعیت کاملاً سازگار متناظر برای تولید نمونه های مزبور و نحوه ایجاد وضعیت کاملاً سازگار بیان نشده است.

بصورت مشابه استخراج ۶۴ مسأله پنج شاخصه با مبنا قرار دادن مثال یک مقاله ۲۰۱۶ رضایی (که کاملاً سازگار است) طبق جدول (۳) حاصل می‌شود.

در اینجا $C_2$ بهترین شاخص و $C_5$ بدترین شاخص می‌باشد. از آنجا که در جدول (۳) رابطه $a_{25}= a_{BW}$ برقرار بوده و حداکثر مقدار $a_{BW}$ برابر ۸ = $a_{24}\times a_{45}$ می‌باشد، با جایگذاری اعداد ۱ تا ۸ به جای مقادیر ارجحیت $a_{24}$ و $a_{45}$، ۶۴ نمونه پنج شاخصه تولید می‌شود که از حالت کاملاً سازگار تا کاملاً ناسازگار را در بر می‌گیرد. همچنین اگر $a_{24}$ =۳ و $a_{45}$=۳ در نظر گرفته شود، مثال دو مقاله ۲۰۱۶ رضایی حاصل خواهد شد.

### ۵،۲. تخمین جواب برای نمونه‌های تولید شده

#### ۵،۲،۱. اجرای الگوریتم پیشنهادی برای نمونه‌های سه شاخصه

قدم‌های اجرای الگوریتم پیشنهادی برای نمونه‌های سه شاخصه به صورت زیر است:

قدم ۰: اخذ پارامترهای NLPM و میزان خطای قابل قبول

در این قدم به عنوان مثال، NLPM با جایگذاری $a_{21}$=۲ و $a_{32}$=۴ جهت نمونه کاملاً سازگار (جدول ۲) تشکیل (مدل (۷)) و خطای قابل قبول مقادیر ۰/۰۱، ۰/۰۰۱ و ۰/۰۰۰۱ مشخص گردید.

$$\min \xi$$
$$\text{s.t:} \qquad (۷)$$
$$\left|\frac{w_3}{w_1} \quad 8\right| \le \xi$$
$$\left|\frac{w_3}{w_2} \quad a_{32}\right| \le \xi$$
$$\left|\frac{w_2}{w_1} \quad a_{21}\right| \le \xi$$
$$w_1 + w_2 + w_3 = 1$$
$$w_j \ge 0, \forall j$$

قدم ۱: احتساب مقداردهی اولیه تقریب SOS و تشکیل MILPM

در این قدم ابتدا با استفاده از روابط (۵) جهت متغیرهای x و y، تقریب خطی SOS2 بصورت رابطه (۸) ایجاد می‌گردد. سپس ۱۸ نقطه شکست با فاصله مساوی از یکدیگر جهت متغیرهای x و y لحاظ می‌گردد. با توجه به $a_{BW}$ جدول (۱)، حداکثر مقدار اتا برابر ۴/۴۷ لحاظ می‌گردد. بنابراین متغیر x در بازه بین صفر تا ۲/۷۳۵ و متغیر y در بازه بین ۰/۵− تا ۲/۲۳۵ قرار می‌گیرد.

$$x_1^2 \approx \varphi_1(x_1) \quad \sum_{b=1}^{18} \lambda_{b1} X_b^2 \ , x_1 = \sum_{b=1}^{18} \lambda_{b1} X_b \ \ \lambda \in s$$
$$x_2^2 \approx \varphi_1(x_2) \quad \sum_{b=1}^{18} \alpha_{b2} X_b^2 \ , x_1 = \sum_{b=1}^{18} \alpha_{b2} X_b \ \ \alpha \in s \qquad (۸)$$
$$y_1^2 \approx \varphi_2(y_1) := \sum_{b=1}^{18} \mu_{b1} Y_b^2 \ , y_1 = \sum_{b=1}^{18} \mu_{b1} Y_b \ \ \mu \in s$$
$$y_2^2 \approx \varphi_2(y_1) := \sum_{b=1}^{18} \beta_{b2} Y_b^2 \ , y_1 = \sum_{b=1}^{18} \beta_{b2} Y_b \ \ \beta \in s$$

سپس مقادیر به دست آمده از رابطه (۸) مربوط به $\varphi_1(x_j)$ و $\varphi_2(y_j)$ در مدل (۶) جایگذاری شده و MILPM مسأله به صورت مدل (۹) تشکیل می‌گردد.

$$\min \xi$$
$$\text{s.t:} \qquad (۹)$$
$$|w_3 \quad 8w_1| \le \varphi_1(x_1) \quad \varphi_2(y_1)$$
$$|w_3 \quad 4w_2| \le \varphi_1(x_2) \quad \varphi_2(y_2)$$
$$|w_2 \quad 2w_1| \le \varphi_1(x_1) \quad \varphi_2(y_1)$$

$$\xi = (2 \times x_1) \quad w_1$$
$$\xi = (2 \times x_2) \quad w_2$$
$$\xi = (2 \times y_1) + w_1$$
$$\xi = (2 \times y_2) + w_2$$
$$w_1 + w_2 + w_3 = 1$$
$$w_1 \geq 0 \ , w_2 \geq 0 \ , w_3 \geq 0$$
$$x_1 \geq 0 \ , x_2 \geq 0$$

قدم ۲: حل MILPM هر مرحله با استفاده از نرم‌افزارهای استاندارد (مانند لینگو)

مدلی که بر اساس روابط (۸) و (۹) ایجاد شده را در یک نرم‌افزار استاندارد (مانند لینگو) برنامه‌نویسی می‌کنیم. سپس با استفاده از نقاط شکست تعریف شده مطابق جدول (۴)، مدل حل می‌شود. از آنجا که مقدار تابع هدف ($\xi$) در مرحله یک برابر ۰/۰۰۰۳ به دست می‌آید، الگوریتم از قدم ۳ ادامه می‌یابد.

قدم ۳: بررسی شرط توقف

در اینجا اختلاف تابع هدف قدم ۲ (۰/۰۰۰۳) با مقدار تابع هدف NLPM (۰/۰۰۰۰) عدد ۰/۰۰۰۳ است (مقدار خطای جواب فعلی). از آنجا که میزان خطای جواب کمتر از خطای قابل قبول ۰/۰۱ و ۰/۰۰۱ می‌باشد، جواب حاصله تخمین قابل قبول با خطاهای یاد شده است. ولی جواب حاصله نمی‌تواند به عنوان تخمین قابل قبولی برای خطای ۰/۰۰۰۱ در نظر گرفته شود. برو به قدم ۴.

قدم ۴: تعریف و بروزرسانی نقاط شکست تقریب SOS

مقادیر به دست آمده جهت متغیر x (۰/۰۴۵۷ و ۰/۰۹۱۱) و y (۰/۰۹۰۷- و ۰/۰۴۵۴-) در مرحله یک اجرای الگوریتم را به نقاط شکست اولیه مسأله اضافه کرده و مطابق جدول (۴)، نقاط شکست را به ترتیب صعودی درج و الگوریتم از قدم ۲ (به منظور حل MILPM با تقریب خطی بروزرسانی شده) ادامه می‌یابد.

این الگوریتم تا آنجا ادامه پیدا می کند که شرط توقف برقرار شود. نمونه مورد نظر طی یک مرحله به خطای ۰/۰۱ و ۰/۰۰۱، طی دو مرحله به خطای ۰/۰۰۰۱ می‌رسد. نتایج حل این نمونه به همراه ۶۳ نمونه دیگر طبق جدول‌های (۵) و (۶) ارائه شده است.

در جدول (۵) جواب بهینه LPM و NLPM و مرحله یک MILPM به همراه مقادیر وزن شاخص‌های مربوط به نمونه‌های سه شاخصه نشان داده شده است. همچنین در این جدول اختلاف مقدار تابع هدف LPM و مرحله یک MILPM نسبت به مقدار تابع هدف NLPM محاسبه و ثبت گردیده است.

در جدول (۶) جواب بهینه MILPM و تعداد مراحل اجرای الگوریتم جهت رسیدن به خطای قابل قبول ۱٪، ۰/۱٪ و ۰/۰۱٪ همراه مقادیر وزن شاخص‌های مربوط به نمونه‌های سه شاخصه محاسبه و ثبت گردیده است.

### ۵،۲،۲. اجرای الگوریتم پیشنهادی برای نمونه‌های پنج شاخصه

بصورت مشابه قدم‌های اجرای الگوریتم پیشنهادی برای نمونه‌های پنج شاخصه به صورت زیر است:

قدم ۰: اخذ پارامترهای NLPM و میزان خطای قابل قبول

در این قدم به عنوان مثال، NLPM با جایگذاری $a_{24}$=۲ و $a_{45}$=۴ جهت نمونه کاملاً سازگار (جدول ۳) تشکیل (مدل (۱۰)) و خطای قابل قبول مقادیر ۰/۰۱، ۰/۰۰۱ و ۰/۰۰۰۱ مشخص گردید.

$$\min \xi$$
$$\text{s.t:} \qquad (۱۰)$$
$$\left|\frac{w_2}{w_1} \quad 2\right| \leq \xi$$
$$\left|\frac{w_2}{w_3} \quad 4\right| \leq \xi$$
$$\left|\frac{w_2}{w_4} \quad a_{24}\right| \leq \xi$$

$$\left|\frac{w_2}{w_5} \quad 8\right| \le \xi$$
$$\left|\frac{w_1}{w_5} \quad 4\right| \le \xi$$
$$\left|\frac{w_3}{w_5} \quad 2\right| \le \xi$$
$$\left|\frac{w_4}{w_5} \quad a_{45}\right| \le \xi$$
$$w_1 + w_2 + w_3 + w_4 + w_5 = 1$$
$$w_j \ge 0, \forall j$$

قدم ۱: احتساب مقداردهی اولیه تقریب SOS و تشکیل MILPM

در این قدم ابتدا با استفاده از روابط (۵) جهت متغیرهای $x_1$، $x_3$، $x_4$، $x_5$، $y_1$، $y_3$، $y_4$ و $y_5$ تقریب خطی SOS2 ایجاد می‌گردد. سپس ۱۸ نقطه شکست با فاصله مساوی از یکدیگر جهت این متغیرها لحاظ می‌گردد. با توجه به $a_{BW}$ جدول (۱)، حداکثر مقدار اتا برابر ۴/۴۷ لحاظ می‌گردد. بنابراین متغیر x در بازه بین صفر تا ۲/۷۳۵ و متغیر y در بازه بین ۰/۵- تا ۲/۲۳۵ قرار می‌گیرد.

سپس مقادیر به دست آمده از تقریب خطی SOS2 مربوط به $\varphi_1(x_j)$ و $\varphi_2(y_j)$ در مدل (۶) جایگذاری شده و MILPM مسأله به صورت مدل (۱۱) تشکیل می‌گردد.

$$\min \xi$$
$$\text{s.t:} \qquad (11)$$
$$|w_2 \quad 2w_1| \le \varphi_1(x_1) \quad \varphi_2(y_1)$$
$$|w_2 \quad 4w_3| \le \varphi_1(x_3) \quad \varphi_2(y_3)$$
$$|w_2 \quad 2w_4| \le \varphi_1(x_4) \quad \varphi_2(y_4)$$
$$|w_2 \quad 8w_5| \le \varphi_1(x_5) \quad \varphi_2(y_5)$$
$$|w_1 \quad 4w_5| \le \varphi_1(x_5) \quad \varphi_2(y_5)$$
$$|w_3 \quad 2w_5| \le \varphi_1(x_5) \quad \varphi_2(y_5)$$
$$|w_4 \quad 4w_5| \le \varphi_1(x_5) \quad \varphi_2(y_5)$$
$$\xi = (2 \times x_1) \quad w_1$$
$$\xi = (2 \times x_3) \quad w_3$$
$$\xi = (2 \times x_4) \quad w_4$$
$$\xi = (2 \times x_5) \quad w_5$$
$$\xi = (2 \times y_1) + w_1$$
$$\xi = (2 \times y_3) + w_3$$
$$\xi = (2 \times y_4) + w_4$$
$$\xi = (2 \times y_5) + w_5$$
$$w_1 + w_2 + w_3 + w_4 + w_5 = 1$$
$$w_1 \ge 0 \ , w_2 \ge 0 \ , w_3 \ge 0 \ , w_4 \ge 0, w_5 \ge 0$$
$$x_1 \ge 0 \ , x_3 \ge 0 \ , x_4 \ge 0 \ , x_5 \ge 0$$

قدم ۲: حل MILPM هر مرحله با استفاده از نرم‌افزارهای استاندارد (مانند لینگو)

مدلی که بر اساس روابط تقریب SOS2 و رابطه (۱۱) ایجاد شده است را در یک نرم‌افزار استاندارد (مانند لینگو) برنامه‌نویسی می‌کنیم. سپس با استفاده از نقاط شکست تعریف شده مدل حل می‌شود. مقدار تابع هدف ($\xi$) برابر ۰/۰۰۳۱ به دست می‌آید. برو به قدم ۳.

قدم ۳: بررسی شرط توقف

در اینجا اختلاف تابع هدف به دست آمده از قدم ۲ (۰/۰۰۳۱) با مقدار تابع هدف NLPM (۰/۰۰۰۰) عدد ۰/۰۰۳۱ است (مقدار خطای جواب فعلی). از آنجا که میزان خطای جواب کمتر از خطای قابل قبول ۰/۰۱ می‌باشد، جواب حاصله تخمین قابل قبول با خطای یاد شده است. ولی جواب حاصله نمی‌تواند به عنوان تخمین قابل قبولی برای خطاهای ۰/۰۰۱ و ۰/۰۰۰۱ در نظر گرفته شود. برو به قدم ۴.

قدم ۴: تعریف و بروزرسانی نقاط شکست تقریب SOS

مقادیر به دست آمده جهت متغیرهای x (۰/۰۲۸۰، ۰/۰۵۴۴، ۰/۱۰۶۷ و ۰/۱۰۶۷) و y (۰/۱۰۳۶-، ۰/۱۰۳۶-، ۰/۰۵۱۳- و ۰/۰۲۴۹-) در مرحله یک اجرای الگوریتم را به نقاط شکست اولیه مسأله اضافه کرده و نقاط شکست را به ترتیب صعودی درج و به قدم ۲ (به منظور حل MILPM با تقریب خطی بروزرسانی شده) برو.

این الگوریتم تا آنجا ادامه پیدا می کند که شرط توقف برقرار شود. نمونه مورد نظر طی یک مرحله به خطای ۰/۰۱، طی ۲ مرحله به خطای ۰/۰۰۱ و طی ۳ مرحله به خطای ۰/۰۰۰۱ می‌رسد. نتایج حل این نمونه به همراه ۶۳ نمونه دیگر طبق جدول‌های (۷)

و (۸) ارائه شده است.

در جدول (۷) جواب بهینه مدل‌های LPM، NLPM و مرحله یک MILPM به همراه مقادیر وزن شاخص‌های مربوط به نمونه‌های پنج شاخصه نشان داده شده است. همچنین در این جدول اختلاف مقدار تابع هدف LPM و مرحله یک MILPM نسبت به مقدار تابع هدف NLPM محاسبه و ثبت گردیده است.

در جدول (۸) جواب بهینه MILPM و تعداد مراحل اجرای الگوریتم جهت رسیدن به خطای قابل قبول ۱٪، ۰/۱٪ و ۰/۰۱٪ به همراه مقادیر وزن شاخص‌های مربوط به نمونه‌های پنج شاخصه محاسبه و ثبت گردیده است.

### ۵،۳. تحلیل نتایج حاصل از اجرای الگوریتم پیشنهادی برای نمونه‌های تولید شده

با استفاده از جداول (۶) و (۸)، تعداد مراحل برای دستیابی به جواب قابل قبول براساس MILPM در نمونه‌های سه و پنج شاخصه مطابق جدول (۹) بدست آمده است. در این خصوص موارد زیر قابل توجه است:

- با انجام سه مرحله جهت حل نمونه‌های سه و پنج شاخصه، حتماً جواب با حداکثر ۱٪ خطا به دست می‌آید.
- حداقل ۴۲٪ مواقع، در مرحله اول جواب با ۱٪ خطا به دست می‌آید. در صورتی که حداکثر ۱۴٪ مواقع، در مرحله اول جواب با ۰/۱٪ خطا به دست می‌آید.
- حداقل ۳۱٪ مواقع، طی سه مرحله جواب با ۰/۰۱٪ خطا به دست می‌آید. در صورتی که حداکثر ۳٪ مواقع، در مرحله اول جواب با ۰/۰۱٪ خطا به دست می‌آید.
- درحالتی که مسأله کاملاً سازگار باشد، مقادیر تابع هدف LPM، NLPM و MILPM (پس از چندین مرحله) یکسان می‌گردد.

با استفاده از جداول (۵) و (۷)، که میزان اختلاف تابع هدف LPM و MILPM مرحله یک با تابع هدف NLPM را نشان می‌دهد نتایج زیر قابل استخراج می‌باشد:

- حداکثر مقدار تابع هدف NLPM و MILPM متناسب با حداکثر مقدار اتا مربوطه می‌باشد، در صورتی که در LPM حداکثر مقدار تابع هدف در مسأله سه شاخصه، ۰/۳۲۹۴ و در مسأله پنج شاخصه ۰/۱۷۸۳ محاسبه گردیده است که اختلاف زیادی با مقدار تابع هدف NLPM دارد.
- خطای مقدار تابع هدف در مسأله پنج شاخصه بر اساس MILPM در مرحله اول نسبت به NLPM حداکثر به میزان ۰/۰۸۱۹ و در سه شاخصه به میزان ۰/۰۵۴۹ می‌باشد. که نشان دهنده قابل اطمینان بودن جواب‌ها با استفاده از روش MILPM می‌باشد که با افزایش تعداد مراحل حل، این میزان خطا نیز کاهش می‌یابد.
- در LPM حداکثر خطای مقدار تابع هدف در مسأله سه شاخصه نسبت به NLPM به میزان ۴/۱۳۹۵ و در پنج شاخصه عدد ۴/۲۹۰۵ می‌باشد.

نتایجی که از جدول (۱۰) فراوانی تابع هدف و تعداد مراحل حل جهت رسیدن به جواب با خطای قابل قبول به دست می‌آید بصورت زیر می‌باشد:

- تابع هدف‌های مساوی در حالت‌های مختلف نمونه‌های سه و پنج شاخصه با فراوانی یکسان تکرار می‌گردد.
- نمونه‌هایی که مقدار تابع هدف NLPM یکسان دارند (می‌تواند تعداد شاخص‌ها یکسان باشد یا نباشد) لزوماً تعداد مراحل رسیدن به جواب با خطای قابل قبول با روش MILPM یکسان نمی‌باشد.
- در مقایسه نمونه‌های سه شاخصه با پنج شاخصه با تابع هدف NLPM یکسان:

• در ۵۶٪ از مسأله‌ها (۳۶ مسأله) تعداد مراحل حل جهت رسیدن به خطای ۱٪ دقیقاً یکسان می‌باشد؛

• در ۳۶٪ از مسأله‌ها (۲۳ مسأله) تعداد مراحل حل جهت رسیدن به خطای ۰/۱٪ دقیقاً یکسان می‌باشد؛

• در ۳۰٪ از مسأله‌ها (۱۹ مسأله) تعداد مراحل حل جهت رسیدن به خطای ۰/۰۱٪ دقیقاً یکسان می‌باشد.

• در ۸٪ از مسأله‌ها (۵ مسأله) تعداد مراحل حل جهت رسیدن به خطاهای ۱٪ ، ۰/۱٪ و ۰/۰۱٪ دقیقاً یکسان می‌باشد.

- نمونه‌هایی که در مرحله یک به خطای ۰/۰۱٪ رسیده‌اند میزان تابع هدف آنها کمتر از ۰/۵ می‌باشد (تابع هدف ۰ و ۰/۴۶).

- با افزایش تعداد شاخص‌های نمونه، تعداد مراحل حل با روش MILPM بصورت نسبی و نه لزوماً افزایش می‌یابد. به عنوان مثال ۶۱٪ از مسأله‌های پنج شاخصه (۳۹ مسأله) مراحل حل آنها جهت رسیدن به خطای ۰/۰۱٪ از مسأله‌های سه شاخصه بیشتر است.

- بصورت کلی میانگین تعداد مراحل حل با روش MILPM جهت به دست آوردن جواب با خطاهای قابل قبول ۱٪، ۰/۱٪ و ۰/۰۱٪ مسأله پنج شاخصه نسبت به سه شاخصه به ترتیب به میزان ۱۲٪، ۲۱٪ و ۲۴٪ بیشتر می‌باشد. که این اختلاف با کمتر شدن مقدار تابع NLPM (افزایش سازگاری مسأله) کمتر و با بیشتر شدن مقدار تابع NLPM (کاهش سازگاری مسأله) بیشتر می‌گردد یعنی:

• میانگین تعداد مراحل حل مسأله پنج شاخصه نسبت به سه شاخصه با خطای قابل قبول ۱٪، ۰/۱٪ و ۰/۰۱٪ جهت تخمین مقدار تابع هدف NLPM بیشتر از عدد یک به ترتیب ۱۷٪، ۲۸٪ و ۳۸٪ بیشتر می‌باشد.

• میانگین تعداد مراحل حل مسأله پنج شاخصه نسبت به سه شاخصه با خطای قابل قبول ۱٪، ۰/۱٪ و ۰/۰۱٪ جهت تخمین مقدار تابع هدف NLPM یک و کمتر از عدد یک به ترتیب ۶٪، ۱۳٪ و ۹٪ بیشتر می‌باشد.

## ۶- بحث

در این قسمت دو موضوع مربوط به الگوریتم پیشنهادی طی دو زیر بند متمایز به بحث گذاشته می‌شود.

### ۶،۱. الگوریتم پیشنهادی در شرایطی که جواب مسأله NLPM معلوم نباشد

در الگوریتم ارائه شده فرض بر این است که مقدار تابع هدف NLPM مسأله معلوم باشد. با احتساب این فرض، میزان خطا بصورت اختلاف مقدار تابع هدف به دست آمده از MILPM با تابع هدف NLPM تعیین شده و در صورت قابل قبول بودن خطای مورد نظر از نظر تصمیم‌گیرنده، حل مسأله به پایان رسیده و جواب به دست آمده به عنوان تخمین جواب در نظر گرفته می‌شود.

ممکن است مقدار تابع هدف NLPM مسأله معلوم نباشد. در این حالت با توجه به همگرایی الگوریتم پیشنهادی با استفاده از تقریب‌های SOS و تحلیل‌های زیر تخمین جواب حاصل می‌شود:

-در صورتی که خطای قابل قبول تصمیم‌گیرنده ۱٪ باشد با انجام ۳ مرحله حل با روش MILPM، مطمئناً تخمین جواب با خطای قابل قبول ۱٪ به دست می‌آید. (ممکن است جواب به دست آمده با خطای قابل قبول کمتر از ۱٪ مثلاً ۰/۱٪ یا ۰/۰۱٪ نیز به دست آید.)

- در صورتی که خطای قابل قبول تصمیم‌گیرنده کمتر از ۱٪ باشد. از مرحله ۳ به بعد از خطای همگرایی استفاده می‌شود. یعنی میزان اختلاف

مقدار تابع هدف به دست آمده از مراحل بعد را نسبت مقدار تابع هدف مرحله ۳ محاسبه کرده و به عنوان خطای همگرایی لحاظ می‌گردد. اگر خطای همگرایی محاسبه شده کمتر از خطای قابل قبول تصمیم‌گیرنده باشد، جواب به دست آمده به عنوان جواب نهایی با میزان خطای قابل قبول لحاظ می‌گردد.

در این مورد باید توجه داشت که با استفاده از تحلیل جدول‌های (۶) و (۸)، نتیجه گرفته می‌شود که استفاده از خطای همگرایی باعث می‌شود که در مسأله سه شاخصه در ۳۸٪ از مسأله‌ها (۲۴ مسأله) با تعداد مرحله مشابه الگوریتم پیشنهادی به خطای قابل قبول ۰/۱٪ و در ۱۶٪ از مسأله‌ها (۱۰ مسأله) به خطای ۰/۰۱٪ رسید.

همچنین در مسأله پنج شاخصه در ۲۳٪ از مسأله‌ها (۱۵ مسأله) با تعداد مرحله مشابه الگوریتم پیشنهادی به خطای قابل قبول ۰/۱٪ و در ۳٪ از مسأله‌ها (۲ مسأله) به خطای ۰/۰۱٪ رسید. از سوی دیگر حداکثر اختلاف بین خطای همگرایی و خطای قابل قبول ۰/۱٪ با تعداد مرحله مشابه به میزان ۰/۰۱۳ است و نسبت به خطای قابل قبول ۰/۰۱٪ با تعداد مرحله مشابه به میزان ۰/۰۱۴۵ می‌باشد یعنی خطای همگرایی باعث افزایش تعداد مراحل حل مسأله می‌گردد.

بنابراین از مزایای استفاده از خطای همگرایی تخمین جواب با خطای کمتر و دقیقتر می‌باشد. ولی از معایب آن افزایش تعداد مراحل حل جهت رسیدن به جواب نهایی می‌باشد که با افزایش تعداد شاخص‌ها نیز بیشتر افزایش می‌یابد.

همچنین اگر جواب به دست در مرحله ۳ نزدیک به عدد صفر باشد مسأله کاملاً سازگار می‌باشد و مقدار تابع هدف مسأله برابر صفر می‌باشد.

### ۶،۲. الگوریتم پیشنهادی در شرایطی که مسأله ناسازگار باشد

همان گونه که بیان شد برای اطمینان از منطقی بودن ارزیابی‌ها و نتایج روش BWM، نیاز به بررسی میزان نرخ سازگاری قابل قبول می‌باشد. نرخ سازگاری مبتنی بر ورودی (CRI) و یا مبتنی بر خروجی (CRO) بررسی و اندازه‌گیری می‌گردد.

بنابراین در صورتی که از نرخ سازگاری مبتنی بر ورودی استفاده گردد، سازگاری داده‌های ارجحیت‌ها طبق جدول حد قابل قبول نرخ سازگاری مبتنی بر ورودی [۷] بررسی و در صورت سازگار بودن مسأله طبق الگوریتم پیشنهادی مسأله حل می‌گردد. در غیر این نسبت به ارزیابی مجدد مقایسات زوجی اقدام تا پس از قابل قبول بودن نرخ سازگاری مبتنی بر ورودی نسبت به حل مسأله اقدام گردد.

نرخ سازگاری مبتنی بر خروجی طبق رابطه (۳) پس از حل مسأله محاسبه می‌گردد. بنابراین با استفاده از جدول حد قابل قبول نرخ سازگاری مبتنی بر خروجی [۷] جهت نمونه‌های سه و پنج شاخصه با حداکثر ارجحیت ۸ حد آستانه نرخ سازگاری به ترتیب برابر ۰/۲۰۸۷ و برابر ۰/۳۶۱۱ می‌باشد. یعنی در این مسأله سه شاخصه زمانی که تابع هدف کمتر از ۰/۹۳۲۹ باشد (۳۰ مسأله) و در این مسأله پنج شاخصه زمانی که تابع هدف کمتر از ۱/۶۱۴۱ باشد (۴۲ مسأله) مسأله سازگار و نیاز به ادامه حل از طریق الگوریتم پیشنهادی می‌باشد. پس در صورتی که جواب به دست آمده در مرحله یک بیشتر از مقادیر اعلام شده باشد با لحاظ حداکثر خطا ۰/۰۸۱۹ جهت مسأله پنج شاخصه و حداکثر ۰/۰۵۴۹ جهت مسأله سه شاخصه، جواب‌های به دست آمده قابل اطمینان نبوده و نیاز به ادامه حل مسأله نمی‌باشد.

## ۷- نتیجه گیری

در این تحقیق یک الگوریتم جهت تخمین جواب NLPM با استفاده از حل MILPM ارائه شد. تشکیل MILPMها بر اساس الگوریتم SOS2

می‌باشد. نتایج حاصل از حل ۱۲۸ نمونه سه و پنج شاخصه، عملکرد مناسب الگوریتم پیشنهادی را نشان داد.

پیشنهاد می‌شود جهت تحقیقات آتی با استفاده از دیگر روش‌های تقریب جهت خطی کردن NLPM بهره گرفت.

## فهرست منابع


[۱] اصغرپور، محمدجواد. تصمیم‌گیری‌های چند معیاره، چاپ هفدهم، انتشارات دانشگاه تهران. (۱۳۹۸).

[2] Rezaei, J. (2015). Best-worst multi-criteria decision-making method. Omega, 53, 49-57.

[3] Rezaei, J. (2016). Best-worst multi-criteria decision-making method: Some properties and a linear model. Omega, 64, 126-130.

[4] Beemsterboer, D. J. C., Hendrix, E. M. T., & Claassen, G. D. H. (2018). On solving the best-worst method in multi-criteria decision-making. IFAC-PapersOnLine, 51(11), 1660-1665.

[5] Beale, E. M. L., & Tomlin, J. A. (1970). Special facilities in a general mathematical programming system for non-convex problems using ordered sets of variables. OR, 69(447-454), 99.

[6] Aboutorab, H., Saberi, M., Asadabadi, M. R., Hussain, O., & Chang, E. (2018). ZBWM: The Z-number extension of Best Worst Method and its application for supplier development. Expert Systems with Applications, 107, 115-125.

[7] Liang, F., Brunelli, M., & Rezaei, J. (2019). Consistency issues in the best worst method: Measurements and thresholds. Omega, 102175.

[8] Mohammadi, M., & Rezaei, J. (2019). Bayesian best-worst method: A probabilistic group decision making model. Omega, 102075

[9] AMIRI, M., & EMAMAT, M. S. M. M. (2020). A Goal Programming Model for BWM. INFORMATICA, 31(1), 21-34.

[10] Vafadarnikjoo, A., Tavana, M., Botelho, T., & Chalvatzis, K. (2020). A neutrosophic enhanced best–worst method for considering decision-makers' confidence in the best and worst criteria. Annals of Operations Research, 1-28.

[11] Leyffer, S., Sartenaer, A., & Wanufelle, E. (2008). Branch-and-refine for mixed-integer nonconvex global optimization. Preprint ANL/MCS-P1547-0908, Mathematics and Computer Science Division, Argonne National Laboratory, 39, 40-78.

[۱۲] انصاری, محمدرضا, حسنی‌فرد, فاطمه. (۱۳۹۶). حل یک مسئله بهینه‌سازی غیرخطی، عدد صحیح و غیرمحدب با استفاده از روش‌های محدب‌سازی مبتنی بر مجموعه منظم خاص. فصلنامه سیستم‌های مختلط و غیرخطی, ۱(۱), ۷۱-۸۵.

[13] Kang, C., Guo, M., & Wang, J. (2017). Short-term hydrothermal scheduling using a two-stage linear programming with special ordered sets method. Water Resources Management, 31(11), 3329-3341.

[14] Hua, H., Hovestadt, L., Tang, P., & Li, B. (2019). Integer programming for urban design. European Journal of Operational Research, 274(3), 1125-1137.

[15] Huchette, J., & Vielma, J. P. (2019). A combinatorial approach for small and strong formulations of disjunctive constraints. Mathematics of Operations Research, 44(3), 793-820.

[16] Epelle, E. I., & Gerogiorgis, D. I. (2020). A Computational Performance Comparison of MILP vs. MINLP Formulations for Oil Production Optimisation. Computers & Chemical Engineering, 106903.

[17] Akbari-Dibavar, A.,Mohammadi-Ivatloo, B., & Zare, K. (2020). Optimal

stochastic bilevel scheduling of pumped hydro storage systems in a pay-as-bid energy market environment. Journal of Energy Storage, 31, 101608.

[18] MirHassani, S. A., &Hooshmand, F. (2019). Methods and Models in Mathematical Programming. Springer International Publishing.

**جدول ۱– شاخص‌های سازگاری (CI) روش BWM**

| $a_{BW}$ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ | ۶ | ۷ | ۸ | ۹ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| CI (max ξ) | ۰/۰۰ | ۰/۴۴ | ۱/۰۰ | ۱/۶۳ | ۲/۳۰ | ۳/۰۰ | ۳/۷۳ | ۴/۴۷ | ۵/۲۳ |

**جدول۲- مسأله مبنا جهت تولید ۶۴ نمونه سه شاخصه**

| | $C_1$ | $C_2$ | $C_3$ |
|---|---|---|---|
| $a_{Bj}=a_{3j}$ | ۸ | ۴ | ۱ |
| $a_{JW}=a_{J1}$ | ۱ | ۲ | ۸ |

**جدول۳- مسأله مبنا جهت تولید ۶۴ نمونه پنج شاخصه**

| | $C_1$ | $C_2$ | $C_3$ | $C_4$ | $C_5$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $a_{Bj}=a_{2j}$ | ۲ | ۱ | ۴ | ۲ | ۸ |
| $a_{JW}=a_{J5}$ | ۴ | ۸ | ۲ | ۴ | ۱ |

**جدول ۴- نقاط شکست مربوط مثال سه شاخصه**

| نقاط شکست y | | نقاط شکست x | | ردیف |
|---|---|---|---|---|
| مرحله ۲ | مرحله ۱ | مرحله ۲ | مرحله ۱ | |
| -۰/۵۰۰۰ | -۰/۵۰۰۰ | ۰/۰۰۰۰ | ۰/۰۰۰۰ | ۱ |
| -۰/۳۳۹۱ | -۰/۳۳۹۱ | ۰/۰۴۵۷ | ۰/۱۶۰۹ | ۲ |
| -۰/۱۷۸۲ | -۰/۱۷۸۲ | ۰/۰۹۱۱ | ۰/۳۲۱۸ | ۳ |
| -۰/۰۹۰۷ | -۰/۰۱۷۴ | ۰/۱۶۰۹ | ۰/۴۸۲۶ | ۴ |
| -۰/۰۴۵۴ | ۰/۱۴۳۵ | ۰/۳۲۱۸ | ۰/۶۴۳۵ | ۵ |
| -۰/۰۱۷۴ | ۰/۳۰۴۴ | ۰/۴۸۲۶ | ۰/۸۰۴۴ | ۶ |
| ۰/۱۴۳۵ | ۰/۴۶۵۳ | ۰/۶۴۳۵ | ۰/۹۶۵۳ | ۷ |
| ۰/۳۰۴۴ | ۰/۶۲۶۲ | ۰/۸۰۴۴ | ۱/۱۲۶۲ | ۸ |
| ۰/۴۶۵۳ | ۰/۷۸۷۱ | ۰/۹۶۵۳ | ۱/۲۸۷۱ | ۹ |
| ۰/۶۲۶۲ | ۰/۹۴۷۹ | ۱/۱۲۶۲ | ۱/۴۴۷۹ | ۱۰ |
| ۰/۷۸۷۱ | ۱/۱۰۸۸ | ۱/۲۸۷۱ | ۱/۶۰۸۸ | ۱۱ |
| ۰/۹۴۷۹ | ۱/۲۶۹۷ | ۱/۴۴۷۹ | ۱/۷۶۹۷ | ۱۲ |
| ۱/۱۰۸۸ | ۱/۴۳۰۶ | ۱/۶۰۸۸ | ۱/۹۳۰۶ | ۱۳ |
| ۱/۲۶۹۷ | ۱/۵۹۱۵ | ۱/۷۶۹۷ | ۲/۰۹۱۵ | ۱۴ |
| ۱/۴۳۰۶ | ۱/۷۵۲۴ | ۱/۹۳۰۶ | ۲/۲۵۲۴ | ۱۵ |
| ۱/۵۹۱۵ | ۱/۹۱۳۲ | ۲/۰۹۱۵ | ۲/۴۱۳۲ | ۱۶ |
| ۱/۷۵۲۴ | ۲/۰۷۴۱ | ۲/۲۵۲۴ | ۲/۵۷۴۱ | ۱۷ |
| ۱/۹۱۳۲ | ۲/۲۳۵۰ | ۲/۴۱۳۲ | ۲/۷۳۵۰ | ۱۸ |
| ۲/۰۷۴۱ | - | ۲/۵۷۴۱ | - | ۱۹ |
| ۲/۲۳۵۰ | - | ۲/۷۳۵۰ | - | ۲۰ |

**جدول(۵)- جواب بهینه مدل‌های LM و NLM و مرحله یک مدل MILM نمونه‌های سه شاخصه**

| | $a_{32}$ | ۱ | | | ۲ | | | ۳ | | | ٤ | | | ٥ | | | ٦ | | | ۷ | | | ۸ | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $a_{21}$ | | NLM | LM | MILM | NLM | LM | MILM | NLM | LM | MILM | NLM | LM | MILM | NLM | LM | MILM | NLM | LM | MILM | NLM | LM | MILM | NLM | LM | MILM |
| ۱ | خطا | – | ۱/۳۰۸۰ | ۰/۰۱۲۶ | – | ۱/۰۲۱۳ | ۰/۰۳۳۹ | – | ۰/۷۵۴۱ | ۰/۰۳۳۶ | – | ۰/۵۳۸۹ | ۰/۰۰۸۰ | – | ۰/۳۶۲۳ | ۰/۰۴۱۱ | – | ۰/۲۱۷۶ | ۰/۰۲۶۱ | – | ۰/۰۹۸۷ | ۰/۰۵۴۹ | – | ۰/۰۰۰۰ | ۰/۰۰۰۰ |
| | ξ | ۱/۵۴۱۴ | ۰/۲۳۳۳ | ۱/۵۵۳۹ | ۱/۱۶۲۳ | ۰/۱۵۰۰ | ۱/۱۹۶۱ | ۰/۸۵۴۱ | /۱۰۰۰ | ۰/۸۸۷۷ | ۰/۶۰۵۶ | ۰/۰۶۶۷ | ۰/۶۱۳۵ | ۰/۴۰۵۱ | ۰/۰۴۲۹ | ۰/۳۶۴۱ | ۰/۲۴۲۶ | ۰/۰۲۵۰ | ۰/۲۶۸۷ | ۰/۱۰۹۸ | ۰/۰۱۱۱ | ۰/۰۵۴۸ | ۰/۰۰۰۰ | ۰/۰۰۰۰ | ۰/۰۰۰۰ |
| | $w_1$ | ۰/۱۰۰۰ | ۰/۱۰۰۰ | ۰/۱۰۰۰ | ۰/۱۰۰۰ | ۰/۱۰۰۰ | ۰/۱۰۰۰ | ۰/۱۰۰۰ | ۰/۱۰۰۰ | ۰/۱۰۰۰ | ۰/۱۰۰۰ | ۰/۱۰۰۰ | ۰/۱۰۰۰ | ۰/۱۰۰۰ | ۰/۱۰۰۰ | ۰/۱۰۰۰ | ۰/۱۰۰۰ | ۰/۱۰۰۰ | ۰/۱۰۰۰ | ۰/۱۰۰۰ | ۰/۱۰۰۰ | ۰/۱۰۰۰ | ۰/۱۰۰۰ | ۰/۱۰۰۰ | ۰/۱۰۰۲ |
| | $w_2$ | ۰/۲۵۴۱ | ۰/۳۳۳۳ | ۰/۲۵۲۵ | ۰/۲۱۶۲ | ۰/۲۵۰۰ | ۰/۲۱۳۹ | ۰/۱۸۵۴ | ۰/۲۰۰۰ | ۰/۱۸۴۱ | ۰/۱۶۰۶ | ۰/۱۶۶۷ | ۰/۱۶۰۴ | ۰/۱۴۰۵ | ۰/۱۴۲۹ | ۰/۱۴۱۱ | ۰/۱۲۴۳ | ۰/۱۲۵۰ | ۰/۱۲۴۱ | ۰/۱۱۱۰ | ۰/۱۱۱۱ | ۰/۱۱۱۱ | ۰/۱۰۰۰ | ۰/۱۰۰۰ | ۰/۰۹۹۸ |
| | $w_3$ | ۰/۶۴۵۹ | ۰/۵۶۶۷ | ۰/۶۴۷۵ | ۰/۶۸۳۸ | ۰/۶۵۰۰ | ۰/۶۸۶۱ | ۰/۷۱۴۶ | ۰/۷۰۰۰ | ۰/۷۱۵۹ | ۰/۷۳۹۴ | ۰/۷۳۳۳ | ۰/۷۳۹۶ | ۰/۷۵۹۵ | ۰/۷۵۷۱ | ۰/۷۵۸۹ | ۰/۷۷۵۷ | ۰/۷۷۵۰ | ۰/۷۷۵۹ | ۰/۷۸۹۰ | ۰/۷۸۸۹ | ۰/۷۸۸۹ | ۰/۸۰۰۰ | ۰/۸۰۰۰ | ۰/۸۰۰۰ |
| ۲ | خطا | – | ۰/۹۸۰۵ | ۰/۰۲۴۱ | – | ۰/۶۱۰۷ | ۰/۰۲۲۸ | – | ۰/۲۸۰۳ | ۰/۰۰۴۴ | – | ۰/۰۰۰۰ | ۰/۰۰۰۳ | – | ۰/۲۳۳۴ | ۰/۰۲۰۰ | – | ۰/۴۲۳۴ | ۰/۰۱۶۵ | – | ۰/۵۸۰۵ | ۰/۰۰۷۰ | – | ۰/۷۱۰۳ | ۰/۰۱۷۷ |
| | ξ | ۱/۱۶۲۳ | ۰/۱۸۱۸ | ۱/۱۸۶۴ | ۰/۷۰۱۶ | ۰/۰۹۰۹ | ۰/۶۷۸۸ | ۰/۳۱۶۶ | ۰/۰۳۶۴ | ۰/۳۱۲۲ | ۰/۰۰۰۰ | ۰/۰۰۰۰ | ۰/۰۰۰۳ | ۰/۲۵۸۳ | ۰/۰۲۶۰ | ۰/۲۷۸۳ | ۰/۴۶۸۹ | ۰/۰۴۵۵ | ۰/۴۸۵۴ | ۰/۶۴۱۱ | ۰/۰۶۰۶ | ۰/۶۳۴۱ | ۰/۷۸۳۰ | ۰/۰۷۲۷ | ۰/۷۶۵۳ |
| | $w_1$ | ۰/۰۹۰۹ | ۰/۰۹۰۹ | ۰/۰۹۰۹ | ۰/۰۹۰۹ | ۰/۰۹۰۹ | ۰/۰۹۰۹ | ۰/۰۹۰۹ | ۰/۰۹۰۹ | ۰/۰۹۰۹ | ۰/۰۹۰۹ | ۰/۰۹۰۹ | ۰/۰۹۱۱ | ۰/۰۹۰۹ | ۰/۰۹۰۹ | ۰/۰۹۰۹ | ۰/۰۹۰۹ | ۰/۰۹۰۹ | ۰/۰۹۰۹ | ۰/۰۹۰۹ | ۰/۰۹۰۹ | ۰/۰۹۰۹ | ۰/۰۹۰۹ | ۰/۰۹۰۹ | ۰/۰۹۰۹ |
| | $w_2$ | ۰/۲۸۷۵ | ۰/۳۶۳۶ | ۰/۲۸۴۰ | ۰/۲۴۵۶ | ۰/۲۷۲۷ | ۰/۲۴۸۱ | ۰/۲۱۰۶ | ۰/۲۱۸۲ | ۰/۲۱۰۹ | ۰/۱۸۱۸ | ۰/۱۸۱۸ | ۰/۱۸۱۸ | ۰/۱۵۸۳ | ۰/۱۵۵۸ | ۰/۱۵۸۸ | ۰/۱۳۹۲ | ۰/۱۳۶۴ | ۰/۱۳۹۲ | ۰/۱۲۳۵ | ۰/۱۲۱۲ | ۰/۱۲۳۵ | ۰/۱۱۰۶ | ۰/۱۰۹۱ | ۰/۱۱۰۶ |
| | $w_3$ | ۰/۶۲۱۶ | ۰/۵۴۵۵ | ۰/۶۲۵۱ | ۰/۶۶۳۵ | ۰/۶۳۶۴ | ۰/۶۶۱۰ | ۰/۶۹۸۵ | ۰/۶۹۰۹ | ۰/۶۹۸۲ | ۰/۷۲۷۳ | ۰/۷۲۷۳ | ۰/۷۲۷۱ | ۰/۷۵۰۸ | ۰/۷۵۳۲ | ۰/۷۵۰۳ | ۰/۷۶۹۹ | ۰/۷۷۲۷ | ۰/۷۶۹۹ | ۰/۷۸۵۶ | ۰/۷۸۷۹ | ۰/۷۸۵۶ | ۰/۷۹۸۵ | ۰/۸۰۰۰ | ۰/۷۹۸۴ |
| ۳ | خطا | – | ۰/۷۱۵۲ | ۰/۰۲۸۳ | – | ۰/۲۷۵۰ | ۰/۰۰۳۴ | – | ۰/۱۲۹۲ | ۰/۰۰۰۹ | – | ۰/۴۸۰۳ | ۰/۰۳۶۶ | – | ۰/۷۷۶۶ | ۰/۰۳۹۱ | – | ۱/۰۲۲۹ | ۰/۰۳۶۲ | – | ۱/۲۲۶۳ | ۰/۰۳۷۹ | – | ۱/۳۹۴۵ | ۰/۰۳۲۲ |
| | ξ | ۰/۸۵۴۱ | ۰/۱۳۸۹ | ۰/۸۸۲۴ | ۰/۳۱۶۶ | ۰/۰۴۱۷ | ۰/۳۱۳۲ | ۰/۱۴۵۹ | ۰/۰۱۶۷ | ۰/۱۴۶۸ | ۰/۵۳۵۹ | ۰/۰۵۵۶ | ۰/۵۷۲۵ | ۰/۸۵۹۹ | ۰/۰۸۳۳ | ۰/۸۹۹۰ | ۱/۱۲۷۰ | ۰/۱۰۴۲ | ۱/۱۶۳۲ | ۱/۳۴۶۷ | ۰/۱۲۰۴ | ۱/۳۰۸۷ | ۱/۵۲۷۹ | ۰/۱۳۳۳ | ۱/۵۶۰۱ |
| | $w_1$ | ۰/۰۸۳۳ | ۰/۰۸۳۳ | ۰/۰۸۳۳ | ۰/۰۸۳۳ | ۰/۰۸۳۳ | ۰/۰۸۳۳ | ۰/۰۸۳۳ | ۰/۰۸۳۳ | ۰/۰۸۳۳ | ۰/۰۸۳۳ | ۰/۰۸۳۳ | ۰/۰۸۳۳ | ۰/۰۸۳۳ | ۰/۰۸۳۳ | ۰/۰۸۳۳ | ۰/۰۸۳۳ | ۰/۰۸۳۳ | ۰/۰۸۳۳ | ۰/۰۸۳۳ | ۰/۰۸۳۳ | ۰/۰۸۳۳ | ۰/۰۸۳۳ | ۰/۰۸۳۳ | ۰/۰۸۳۳ |
| | $w_2$ | ۰/۳۲۱۲ | ۰/۳۸۸۹ | ۰/۳۱۷۳ | ۰/۲۷۶۴ | ۰/۲۹۱۷ | ۰/۲۷۶۹ | ۰/۳۳۷۸ | ۰/۲۳۳۳ | ۰/۲۳۸۰ | ۰/۲۰۵۳ | ۰/۱۹۴۴ | ۰/۲۰۷۴ | ۰/۱۷۸۳ | ۰/۱۶۶۷ | ۰/۱۷۹۷ | ۰/۱۵۶۱ | ۰/۱۴۵۸ | ۰/۱۵۶۷ | ۰/۱۳۷۸ | ۰/۱۲۹۶ | ۰/۱۲۳۲ | ۰/۱۱۶۷ | ۰/۱۲۳۰ |
| | $w_3$ | ۰/۵۹۵۵ | ۰/۵۲۷۸ | ۰/۵۹۹۴ | ۰/۶۴۰۳ | ۰/۶۲۵۰ | ۰/۶۳۹۷ | ۰/۶۷۸۸ | ۰/۶۸۳۳ | ۰/۲۳۸۰ | ۰/۷۱۱۳ | ۰/۷۲۲۲ | ۰/۷۰۹۳ | ۰/۷۳۸۳ | ۰/۷۵۰۰ | ۰/۷۳۶۹ | ۰/۷۶۰۶ | ۰/۷۷۰۸ | ۰/۷۶۰۰ | ۰/۷۷۸۹ | ۰/۷۸۷۰ | ۰/۷۷۹۴ | ۰/۷۹۴۰ | ۰/۸۰۰۰ | ۰/۷۹۳۷ |
| ٤ | خطا | – | ۰/۵۰۳۰ | ۰/۰۰۸۸ | – | ۰/۰۰۰۰ | ۰/۰۱۲۶ | – | ۰/۴۷۴۴ | ۰/۰۲۶۳ | – | ۰/۸۹۷۴ | ۰/۰۲۰۷ | – | ۱/۲۶۲۶ | ۰/۰۳۸۵ | – | ۱/۵۷۱۲ | ۰/۰۳۳۹ | – | ۱/۸۲۹۱ | ۰/۰۴۴۰ | – | ۲/۰۴۳۴ | ۰/۰۰۳۷ |
| | ξ | ۰/۶۰۵۶ | ۰/۱۰۲۶ | ۰/۶۱۴۳ | ۰/۰۰۰۰ | ۰/۰۰۰۰ | ۰/۰۱۲۶ | ۰/۵۳۵۹ | ۰/۰۶۱۵ | ۰/۵۶۲۲ | ۱/۰۰۰۰ | ۰/۱۰۲۶ | ۰/۹۷۹۳ | ۱/۳۹۴۴ | ۰/۱۳۱۹ | ۱/۳۶۶۰ | ۱/۷۲۵۱ | ۰/۱۵۳۸ | ۱/۶۹۱۲ | ۲/۰۰۰۰ | ۰/۱۷۰۹ | ۱/۹۵۶۰ | ۲/۲۲۸۰ | ۰/۱۸۴۶ | ۲/۳۳۱۷ |
| | $w_1$ | ۰/۰۷۶۹ | ۰/۰۷۶۹ | ۰/۰۷۶۹ | ۰/۰۷۶۹ | ۰/۰۷۶۹ | ۰/۰۷۷۴ | ۰/۰۷۶۹ | ۰/۰۷۶۹ | ۰/۰۷۶۹ | ۰/۰۷۶۹ | ۰/۰۷۶۹ | ۰/۰۷۶۹ | ۰/۰۷۶۹ | ۰/۰۷۶۹ | ۰/۰۷۶۹ | ۰/۰۷۶۹ | ۰/۰۷۶۹ | ۰/۰۷۶۹ | ۰/۰۷۶۹ | ۰/۰۷۶۹ | ۰/۰۷۶۹ | ۰/۰۷۶۹ | ۰/۰۷۶۹ | ۰/۰۷۶۹ |
| | $w_2$ | ۰/۳۵۴۳ | ۰/۴۱۰۳ | ۰/۳۵۳۷ | ۰/۳۰۷۷ | ۰/۳۰۷۷ | ۰/۳۰۷۵ | ۰/۲۶۶۵ | ۰/۲۴۶۲ | ۰/۲۷۰۲ | ۰/۲۳۰۸ | ۰/۲۰۵۱ | ۰/۲۲۹۲ | ۰/۲۰۰۴ | ۰/۱۷۵۸ | ۰/۱۹۸۸ | ۰/۱۷۵۰ | ۰/۱۵۳۸ | ۰/۱۷۴۰ | ۰/۱۵۳۸ | ۰/۱۳۶۸ | ۰/۱۵۲۹ | ۰/۱۳۶۳ | ۰/۱۲۳۱ | ۰/۱۳۶۴ |
| | $w_3$ | ۰/۵۶۸۸ | ۰/۵۱۲۸ | ۰/۵۶۹۳ | ۰/۶۱۵۴ | ۰/۶۱۵۴ | ۰/۶۱۵۱ | ۰/۶۵۶۶ | ۰/۶۷۶۹ | ۰/۶۵۲۹ | ۰/۶۹۲۳ | ۰/۷۱۷۹ | ۰/۶۹۳۹ | ۰/۷۲۲۶ | ۰/۷۴۷۳ | ۰/۷۲۴۳ | ۰/۷۴۸۱ | ۰/۷۶۹۲ | ۰/۷۴۹۱ | ۰/۷۶۹۲ | ۰/۷۸۶۳ | ۰/۷۷۰۲ | ۰/۷۸۶۸ | ۰/۸۰۰۰ | ۰/۷۸۶۷ |

**ادامه جدول(۵)- جواب بهینه مدل‌های LM و NLM و مرحله یک مدل MILM نمونه‌های سه شاخصه**

| | $a_{32}$ | ۱ | | | ۲ | | | ۳ | | | ٤ | | | ٥ | | | ٦ | | | ۷ | | | ۸ | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $a_{21}$ | | NLM | LM | MILM | NLM | LM | MILM | NLM | LM | MILM | NLM | LM | MILM | NLM | LM | MILM | NLM | LM | MILM | NLM | LM | MILM | NLM | LM | MILM |
| ۵ | خطا | – | ۰/۳۳۳۷ | ۰/۰۲۸۴ | – | ۰/۲۲۲۶ | ۰/۰۱۶۵ | – | ۰/۷۵۹۹ | ۰/۰۲۴۱ | – | ۱/۲۵۱۶ | ۰/۰۱۰۰ | – | ۱/۶۸۶۵ | ۰/۰۲۲۹ | – | ۲/۰۶۱۹ | ۰/۰۱۱۲ | – | ۳/۳۸۰۶ | ۰/۰۱۹۵ | – | ۳/۶۴۸۳ | ۰/۰۰۰۹ |
| | ξ | ۰/۴۰۵۱ | ۰/۰۷۱۴ | ۰/۳۷۶۷ | ۰/۲۵۸۳ | ۰/۰۳۵۷ | ۰/۲۷۴۹ | ۰/۸۵۹۹ | ۰/۱۰۰۰ | ۰/۸۸۴۰ | ۱/۳۹۴۴ | ۰/۱۴۲۹ | ۱/۳۸۴۴ | ۱/۸۵۹۹ | ۰/۱۷۳۵ | ۱/۸۸۲۹ | ۲/۲۵۸۳ | ۰/۱۹۶۴ | ۲/۳۴۷۲ | ۲/۵۹۴۹ | ۰/۲۱۴۳ | ۲/۵۷۵۴ | ۲/۸۷۶۹ | ۰/۲۲۸۶ | ۲/۸۷۷۸ |
| | $w_1$ | ۰/۰۷۱۴ | ۰/۰۷۱۴ | ۰/۰۷۱۴ | ۰/۰۷۱۴ | ۰/۰۷۱۴ | ۰/۰۷۱۴ | ۰/۰۷۱۴ | ۰/۰۷۱۴ | ۰/۰۷۱۴ | ۰/۰۷۱۴ | ۰/۰۷۱۴ | ۰/۰۷۱۴ | ۰/۰۷۱۴ | ۰/۰۷۱۴ | ۰/۰۷۱۴ | ۰/۰۷۱۴ | ۰/۰۷۱۴ | ۰/۰۷۱۴ | ۰/۰۷۱۴ | ۰/۰۷۱۴ | ۰/۰۷۱۴ | ۰/۰۷۱۴ | ۰/۰۷۱۴ | ۰/۰۷۱۴ |
| | $w_2$ | ۰/۳۸۶۱ | ۰/۴۳۸۶ | ۰/۳۸۸۸ | ۰/۳۳۸۷ | ۰/۳۳۱۴ | ۰/۳۴۰۷ | ۰/۲۹۵۷ | ۰/۲۵۷۱ | ۰/۲۹۹۲ | ۰/۲۵۷۵ | ۰/۲۱۴۳ | ۰/۲۵۵۸ | ۰/۲۲۴۳ | ۰/۱۸۳۷ | ۰/۲۳۵۹ | ۰/۱۹۵۸ | ۰/۱۶۰۷ | ۰/۱۹۵۳ | ۰/۱۷۱۸ | ۰/۱۴۲۹ | ۰/۱۷۱۲ | ۰/۱۵۱۷ | ۰/۱۲۸۶ | ۰/۱۵۱۷ |
| | $w_3$ | ۰/۵۴۲۵ | ۰/۵۰۰۰ | ۰/۵۳۹۷ | ۰/۵۸۹۹ | ۰/۶۰۷۱ | ۰/۵۸۷۹ | ۰/۶۳۲۹ | ۰/۶۷۱۴ | ۰/۶۲۹۳ | ۰/۶۷۱۰ | ۰/۷۱۴۳ | ۰/۶۷۲۸ | ۰/۷۰۴۳ | ۰/۷۴۴۹ | ۰/۷۰۲۷ | ۰/۷۳۳۷ | ۰/۷۶۷۹ | ۰/۷۳۳۲ | ۰/۷۵۶۸ | ۰/۷۸۵۷ | ۰/۷۵۷۴ | ۰/۷۷۶۹ | ۰/۸۰۰۰ | ۰/۷۷۶۹ |
| ٦ | خطا | – | ۰/۱۹۸۲ | ۰/۰۲۳۱ | – | ۰/۴۰۲۲ | ۰/۰۰۱۴ | – | ۰/۹۹۳۷ | ۰/۰۰۶۰ | – | ۱/۵۴۷۳ | ۰/۰۰۷۳ | – | ۲/۰۴۸۸ | ۰/۰۰۹۶ | – | ۲/۴۹۱۷ | ۰/۰۰۱۶ | – | ۲/۸۷۵۲ | ۰/۰۳۷۰ | – | ۳/۲۰۲۲ | ۰/۰۲۸۶ |
| | ξ | ۰/۲۴۲۶ | ۰/۰۴۴۴ | ۰/۲۶۵۸ | ۰/۴۶۸۹ | ۰/۰۶۶۷ | ۰/۴۷۰۳ | ۱/۱۲۷۰ | ۰/۱۳۳۳ | ۱/۱۳۳۰ | ۱/۷۲۵۱ | ۰/۱۷۷۸ | ۱/۷۱۷۸ | ۲/۲۵۸۳ | ۰/۲۰۹۵ | ۲/۲۴۸۸ | ۲/۷۲۵۱ | ۰/۲۳۳۳ | ۲/۷۲۶۷ | ۳/۱۲۷۰ | ۰/۲۵۱۹ | ۳/۱۶۴۰ | ۳/۴۶۸۹ | ۰/۲۶۶۷ | ۳/۴۹۷۵ |
| | $w_1$ | ۰/۰۶۶۷ | ۰/۰۶۶۷ | ۰/۰۶۶۷ | ۰/۰۶۶۷ | ۰/۰۶۶۷ | ۰/۰۶۶۷ | ۰/۰۶۶۷ | ۰/۰۶۶۷ | ۰/۰۶۶۷ | ۰/۰۶۶۷ | ۰/۰۶۶۷ | ۰/۰۶۶۷ | ۰/۰۶۶۷ | ۰/۰۶۶۷ | ۰/۰۶۶۷ | ۰/۰۶۶۷ | ۰/۰۶۶۷ | ۰/۰۶۶۷ | ۰/۰۶۶۷ | ۰/۰۶۶۷ | ۰/۰۶۶۷ | ۰/۰۶۶۷ | ۰/۰۶۶۷ | ۰/۰۶۶۷ |
| | $w_2$ | ۰/۴۱۶۲ | ۰/۴۴۴۴ | ۰/۴۱۳۴ | ۰/۳۶۸۷ | ۰/۳۳۳۳ | ۰/۳۶۸۹ | ۰/۳۲۴۹ | ۰/۲۶۶۷ | ۰/۳۲۵۷ | ۰/۲۸۵۰ | ۰/۲۲۲۲ | ۰/۲۸۳۸ | ۰/۲۴۹۴ | ۰/۱۹۰۵ | ۰/۲۴۸۵ | ۰/۲۱۸۳ | ۰/۱۶۶۷ | ۰/۲۱۸۷ | ۰/۱۹۱۵ | ۰/۱۴۸۱ | ۰/۱۹۳۱ | ۰/۱۶۸۷ | ۰/۱۳۳۳ | ۰/۱۶۹۶ |
| | $w_3$ | ۰/۵۱۷۲ | ۰/۴۸۸۹ | ۰/۵۱۹۹ | ۰/۵۶۴۶ | ۰/۶۰۰۰ | ۰/۵۶۴۴ | ۰/۶۰۵۸ | ۰/۶۶۶۷ | ۰/۶۰۷۷ | ۰/۶۴۸۳ | ۰/۷۱۱۱ | ۰/۶۴۹۶ | ۰/۶۸۳۹ | ۰/۷۴۲۹ | ۰/۶۸۴۸ | ۰/۷۱۵۰ | ۰/۷۶۶۷ | ۰/۷۱۴۷ | ۰/۷۴۱۸ | ۰/۷۸۵۲ | ۰/۷۴۰۲ | ۰/۷۴۴۶ | ۰/۸۰۰۰ | ۰/۷۶۳۸ |
| ۷ | خطا | – | ۰/۰۸۸۹ | ۰/۰۱۸۱ | – | ۰/۵۴۷۴ | ۰/۰۰۶۱ | – | ۱/۱۸۴۲ | ۰/۰۲۸۵ | – | ۱/۷۹۱۷ | ۰/۰۲۰۱ | – | ۲/۳۵۳۸ | ۰/۰۱۴۵ | – | ۲/۸۶۱۴ | ۰/۰۳۲۲ | – | ۳/۳۱۰۲ | ۰/۰۳۶۱ | – | ۳/۷۰۰۰ | ۰/۰۰۰۸ |
| | ξ | ۰/۱۰۹۸ | ۰/۰۲۰۸ | ۰/۰۹۱۷ | ۰/۶۴۱۱ | ۰/۰۹۳۸ | ۰/۶۳۵۰ | ۱/۳۴۶۷ | ۰/۱۶۲۵ | ۱/۳۱۸۲ | ۲/۰۰۰۰ | ۰/۲۰۸۳ | ۱/۹۷۹۹ | ۲/۵۹۴۹ | ۰/۲۴۱۱ | ۲/۵۸۰۴ | ۳/۱۲۷۰ | ۰/۲۶۵۶ | ۳/۱۵۹۲ | ۳/۵۹۴۹ | ۰/۲۸۴۷ | ۳/۵۵۸۸ | ۴/۰۰۰۰ | ۰/۳۰۰۰ | ۳/۹۹۹۲ |
| | $w_1$ | ۰/۰۶۲۵ | ۰/۰۶۲۵ | ۰/۰۶۲۵ | ۰/۰۶۲۵ | ۰/۰۶۲۵ | ۰/۰۶۲۵ | ۰/۰۶۲۵ | ۰/۰۶۲۵ | ۰/۰۶۲۵ | ۰/۰۶۲۵ | ۰/۰۶۲۵ | ۰/۰۶۲۵ | ۰/۰۶۲۵ | ۰/۰۶۲۵ | ۰/۰۶۲۵ | ۰/۰۶۲۵ | ۰/۰۶۲۵ | ۰/۰۶۲۵ | ۰/۰۶۲۵ | ۰/۰۶۲۵ | ۰/۰۶۲۵ | ۰/۰۶۲۵ | ۰/۰۶۲۵ | ۰/۰۶۲۵ |
| | $w_2$ | ۰/۴۴۴۴ | ۰/۴۵۸۳ | ۰/۴۴۵۶ | ۰/۳۹۷۴ | ۰/۳۴۳۸ | ۰/۳۹۶۸ | ۰/۳۵۲۳ | ۰/۲۷۵۰ | ۰/۳۵۰۰ | ۰/۳۱۲۵ | ۰/۲۲۹۲ | ۰/۳۰۹۵ | ۰/۲۷۵۳ | ۰/۱۹۶۴ | ۰/۲۷۳۵ | ۰/۲۴۲۱ | ۰/۱۷۱۹ | ۰/۲۴۴۸ | ۰/۲۱۲۸ | ۰/۱۵۲۸ | ۰/۲۱۰۸ | ۰/۱۸۷۵ | ۰/۱۳۷۵ | ۰/۱۸۷۳ |
| | $w_3$ | ۰/۴۹۳۱ | ۰/۴۷۹۲ | ۰/۴۹۱۹ | ۰/۵۴۰۱ | ۰/۵۹۳۸ | ۰/۵۴۰۷ | ۰/۵۸۴۲ | ۰/۶۶۲۵ | ۰/۵۸۷۵ | ۰/۶۲۵۰ | ۰/۷۰۸۳ | ۰/۶۳۸۰ | ۰/۶۶۲۲ | ۰/۷۴۱۱ | ۰/۶۶۴۰ | ۰/۶۹۵۴ | ۰/۷۶۵۶ | ۰/۶۹۳۷ | ۰/۷۲۴۷ | ۰/۷۸۴۷ | ۰/۷۲۶۷ | ۰/۷۵۰۰ | ۰/۸۰۰۰ | ۰/۷۵۰۲ |
| ۸ | خطا | – | ۰/۰۰۰۰ | ۰/۰۰۰۰ | – | ۰/۶۶۵۴ | ۰/۰۰۱۹ | – | ۱/۳۳۹۶ | ۰/۰۲۷۹ | – | ۱/۹۹۳۷ | ۰/۰۰۲۹ | – | ۲/۶۰۸۰ | ۰/۰۰۰۶ | – | ۳/۱۷۴۸ | ۰/۰۲۱۸ | – | ۳/۶۸۶۳ | ۰/۰۰۰۷ | – | ۴/۱۳۹۵ | ۰/۰۰۹۶ |
| | ξ | ۰/۰۰۰۰ | ۰/۰۰۰۰ | ۰/۰۰۰۰ | ۰/۷۸۳۰ | ۰/۱۱۷۶ | ۰/۷۸۱۱ | ۱/۵۲۷۹ | ۰/۱۸۸۲ | ۱/۵۵۵۷ | ۲/۲۲۸۰ | ۰/۲۳۵۳ | ۲/۲۳۰۹ | ۲/۸۷۶۹ | ۰/۲۹۴۱ | ۲/۸۷۷۵ | ۳/۴۶۸۹ | ۰/۲۹۴۱ | ۳/۴۹۰۷ | ۴/۰۰۰۰ | ۰/۳۱۳۷ | ۳/۹۹۹۳ | ۴/۴۶۸۹ | ۰/۳۲۹۴ | ۴/۴۷۸۵ |
| | $w_1$ | ۰/۰۵۸۸ | ۰/۰۵۸۸ | ۰/۰۵۹۰ | ۰/۰۵۸۸ | ۰/۰۵۸۸ | ۰/۰۵۸۸ | ۰/۰۵۸۸ | ۰/۰۵۸۸ | ۰/۰۵۸۸ | ۰/۰۵۸۸ | ۰/۰۵۸۸ | ۰/۰۵۸۸ | ۰/۰۵۸۸ | ۰/۰۵۸۸ | ۰/۰۵۸۸ | ۰/۰۵۸۸ | ۰/۰۵۸۸ | ۰/۰۵۸۸ | ۰/۰۵۸۸ | ۰/۰۵۸۸ | ۰/۰۵۸۸ | ۰/۰۵۸۸ | ۰/۰۵۸۸ | ۰/۰۵۸۸ |
| | $w_2$ | ۰/۴۷۰۶ | ۰/۴۷۰۶ | ۰/۴۷۰۷ | ۰/۴۲۴۵ | ۰/۳۵۲۹ | ۰/۴۲۴۴ | ۰/۳۸۰۷ | ۰/۲۸۲۴ | ۰/۳۸۴۳ | ۰/۳۳۹۵ | ۰/۲۳۵۳ | ۰/۳۳۹۸ | ۰/۳۰۱۴ | ۰/۲۰۱۷ | ۰/۳۰۱۵ | ۰/۲۶۶۵ | ۰/۱۷۶۵ | ۰/۲۶۹۰ | ۰/۲۳۵۳ | ۰/۱۵۶۹ | ۰/۲۳۵۱ | ۰/۲۰۷۷ | ۰/۱۴۱۲ | ۰/۲۰۸۲ |
| | $w_3$ | ۰/۴۷۰۶ | ۰/۴۷۰۶ | ۰/۴۷۰۲ | ۰/۵۱۶۶ | ۰/۵۸۸۲ | ۰/۵۱۶۸ | ۰/۵۶۰۵ | ۰/۶۵۸۸ | ۰/۵۵۷۸ | ۰/۶۰۱۶ | ۰/۷۰۵۹ | ۰/۶۰۱۳ | ۰/۶۳۹۸ | ۰/۷۳۹۵ | ۰/۶۳۹۷ | ۰/۶۷۴۶ | ۰/۷۶۴۷ | ۰/۶۷۲۲ | ۰/۷۰۵۹ | ۰/۷۸۴۳ | ۰/۷۰۶۱ | ۰/۷۳۳۵ | ۰/۸۰۰۰ | ۰/۷۳۳۰ |

**جدول(۶)- جواب بهینه MILPM و مراحل جهت رسیدن به خطای قابل قبول نمونه‌های سه شاخصه**

| | $a_{32}$ | ۱ | | | ۲ | | | ۳ | | | ٤ | | | ٥ | | | ٦ | | | ۷ | | | ۸ | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $a_{21}$ | | خطا ۱٪ | خطا ۰٪/۱ | خطا ۰٪/۰۱ | خطا ۱٪ | خطا ۰٪/۱ | خطا ۰٪/۰۱ | خطا ۱٪ | خطا ۰٪/۱ | خطا ۰٪/۰۱ | خطا ۱٪ | خطا ۰٪/۱ | خطا ۰٪/۰۱ | خطا ۱٪ | خطا ۰٪/۱ | خطا ۰٪/۰۱ | خطا ۱٪ | خطا ۰٪/۱ | خطا ۰٪/۰۱ | خطا ۱٪ | خطا ۰٪/۱ | خطا ۰٪/۰۱ | خطا ۱٪ | خطا ۰٪/۱ | خطا ۰٪/۰۱ |
| ۱ | مرحله | ۲ | ۳ | ۴ | ۲ | ۳ | ۴ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۲ | ۳ | ۴ | ۲ | ۳ | ۴ | ۳ | ۴ | ۴ | ۱ | ۱ | ۱ |
| | $\xi$ | ۱/۵۴۲۸ | ۱/۵۴۱۵ | ۱/۵۴۱۴ | ۱/۱۴۸۲ | ۱/۱۶۲۵ | ۱/۱۶۲۳ | ۰/۸۴۷۹ | ۰/۸۵۴۴ | ۰/۸۵۴۱ | ۰/۶۱۳۵ | ۰/۶۰۵۷ | ۰/۶۰۵۶ | ۰/۴۱۹۲ | ۰/۴۰۵۵ | ۰/۴۰۵۱ | ۰/۲۴۳۲ | ۰/۲۴۳۲ | ۰/۲۴۲۷ | ۰/۱۰۸۸ | ۰/۱۰۸۸ | ۰/۱۰۹۸ | ۰/۰۰۰۰ | ۰/۰۰۰۰ | ۰/۰۰۰۰ |
| | $w_1$ | ۰/۱۰۰۰ | ۰/۱۰۰۰ | ۰/۱۰۰۰ | ۰/۱۰۰۰ | ۰/۱۰۰۰ | ۰/۱۰۰۰ | ۰/۱۰۰۰ | ۰/۱۰۰۰ | ۰/۱۰۰۰ | ۰/۱۰۰۰ | ۰/۱۰۰۰ | ۰/۱۰۰۰ | ۰/۱۰۰۰ | ۰/۱۰۰۰ | ۰/۱۰۰۰ | ۰/۱۰۰۰ | ۰/۱۰۰۰ | ۰/۱۰۰۰ | ۰/۱۰۰۰ | ۰/۱۰۰۰ | ۰/۱۰۰۰ | ۰/۱۰۰۲ | ۰/۱۰۰۲ | ۰/۱۰۰۲ |
| | $w_2$ | ۰/۲۵۴۰ | ۰/۲۵۴۱ | ۰/۲۵۴۱ | ۰/۲۱۶۸ | ۰/۲۱۶۲ | ۰/۲۱۶۲ | ۰/۱۸۵۷ | ۰/۱۸۵۴ | ۰/۱۸۵۴ | ۰/۱۶۰۴ | ۰/۱۶۰۶ | ۰/۱۶۰۶ | ۰/۱۴۰۰ | ۰/۱۴۰۵ | ۰/۱۴۰۵ | ۰/۱۲۴۴ | ۰/۱۲۴۴ | ۰/۱۲۴۳ | ۰/۱۱۱۰ | ۰/۱۱۱۰ | ۰/۱۱۱۰ | ۰/۰۹۹۸ | ۰/۰۹۹۸ | ۰/۰۹۹۸ |
| | $w_3$ | ۰/۶۴۶۰ | ۰/۶۴۵۹ | ۰/۶۴۵۹ | ۰/۶۸۳۲ | ۰/۶۸۳۸ | ۰/۶۸۳۸ | ۰/۷۱۴۳ | ۰/۷۱۴۶ | ۰/۷۱۴۶ | ۰/۷۳۹۶ | ۰/۷۳۹۴ | ۰/۷۳۹۴ | ۰/۷۶۰۰ | ۰/۷۵۹۵ | ۰/۷۵۹۵ | ۰/۷۷۵۶ | ۰/۷۷۵۶ | ۰/۷۷۵۷ | ۰/۷۸۹۰ | ۰/۷۸۹۰ | ۰/۷۸۹۰ | ۰/۸۰۰۰ | ۰/۸۰۰۰ | ۰/۸۰۰۰ |
| ۲ | مرحله | ۲ | ۳ | ۳ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۱ | ۱ | ۲ | ۲ | ۲ | ۳ | ۲ | ۳ | ۳ | ۱ | ۲ | ۲ | ۳ | ۳ | ۳ |
| | $\xi$ | ۱/۱۵۸۷ | ۱/۱۶۲۳ | ۱/۱۶۲۳ | ۰/۶۹۸۴ | ۰/۷۰۲۲ | ۰/۷۰۱۶ | ۰/۳۱۲۲ | ۰/۳۱۶۳ | ۰/۳۱۶۶ | ۰/۰۰۰۳ | ۰/۰۰۰۳ | ۰/۰۰۰۰ | ۰/۲۵۹۷ | ۰/۲۵۹۷ | ۰/۲۵۸۴ | ۰/۴۵۵۱ | ۰/۴۶۸۹ | ۰/۴۶۸۹ | ۰/۶۳۴۱ | ۰/۶۴۱۲ | ۰/۶۴۱۲ | ۰/۷۸۳۱ | ۰/۷۸۳۱ | ۰/۷۸۳۱ |
| | $w_1$ | ۰/۰۹۰۹ | ۰/۰۹۰۹ | ۰/۰۹۰۹ | ۰/۰۹۰۹ | ۰/۰۹۰۹ | ۰/۰۹۰۹ | ۰/۰۹۰۹ | ۰/۰۹۰۹ | ۰/۰۹۰۹ | ۰/۰۹۱۱ | ۰/۰۹۱۱ | ۰/۰۹۰۹ | ۰/۰۹۰۹ | ۰/۰۹۰۹ | ۰/۰۹۰۹ | ۰/۰۹۰۹ | ۰/۰۹۰۹ | ۰/۰۹۰۹ | ۰/۰۹۰۹ | ۰/۰۹۰۹ | ۰/۰۹۰۹ | ۰/۰۹۰۹ | ۰/۰۹۰۹ | ۰/۰۹۰۹ |
| | $w_2$ | ۰/۲۸۸۲ | ۰/۲۸۷۵ | ۰/۲۸۷۵ | ۰/۲۴۶۰ | ۰/۲۴۵۶ | ۰/۲۴۵۶ | ۰/۲۱۰۹ | ۰/۲۱۰۶ | ۰/۲۱۰۶ | ۰/۱۸۱۸ | ۰/۱۸۱۸ | ۰/۱۸۱۸ | ۰/۱۵۸۳ | ۰/۱۵۸۳ | ۰/۱۵۸۳ | ۰/۱۳۸۹ | ۰/۱۳۹۲ | ۰/۱۳۹۲ | ۰/۱۲۳۵ | ۰/۱۲۳۶ | ۰/۱۳۳۶ | ۰/۱۱۰۶ | ۰/۱۱۰۶ | ۰/۱۱۰۶ |
| | $w_3$ | ۰/۶۲۰۹ | ۰/۶۲۱۶ | ۰/۶۲۱۶ | ۰/۶۶۳۱ | ۰/۶۶۳۵ | ۰/۶۶۳۵ | ۰/۶۹۸۲ | ۰/۶۹۸۵ | ۰/۶۹۸۵ | ۰/۷۲۷۱ | ۰/۷۲۷۱ | ۰/۷۲۷۳ | ۰/۷۵۰۸ | ۰/۷۵۰۸ | ۰/۷۵۰۸ | ۰/۷۷۰۲ | ۰/۷۶۹۹ | ۰/۷۶۹۹ | ۰/۷۸۵۶ | ۰/۷۸۵۵ | ۰/۷۸۵۵ | ۰/۷۹۸۵ | ۰/۷۹۸۵ | ۰/۷۹۸۵ |
| ۳ | مرحله | ۲ | ۳ | ۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۱ | ۱ | ۳ | ۳ | ۳ | ۴ | ۳ | ۳ | ۴ | ۳ | ۳ | ۴ | ۳ | ۳ | ۴ | ۲ | ۳ | ۳ |
| | $\xi$ | ۰/۸۵۰۳ | ۰/۸۵۴۱ | ۰/۸۵۴۱ | ۰/۳۱۳۲ | ۰/۳۱۶۲ | ۰/۳۱۶۶ | ۰/۱۴۶۸ | ۰/۱۴۶۸ | ۰/۱۴۵۹ | ۰/۵۳۶۲ | ۰/۵۳۶۲ | ۰/۵۳۵۹ | ۰/۸۶۰۶ | ۰/۸۶۰۶ | ۰/۸۵۹۹ | ۱/۱۲۷۴ | ۱/۱۲۷۴ | ۱/۱۲۷۰ | ۱/۳۴۵۶ | ۱/۳۴۵۶ | ۱/۳۴۶۷ | ۱/۵۲۹۷ | ۱/۵۲۸۰ | ۱/۵۲۸۰ |
| | $w_1$ | ۰/۰۸۳۳ | ۰/۰۸۳۳ | ۰/۰۸۳۳ | ۰/۰۸۳۳ | ۰/۰۸۳۳ | ۰/۰۸۳۳ | ۰/۰۸۳۳ | ۰/۰۸۳۳ | ۰/۰۸۳۳ | ۰/۰۸۳۳ | ۰/۰۸۳۳ | ۰/۰۸۳۳ | ۰/۰۸۳۳ | ۰/۰۸۳۳ | ۰/۰۸۳۳ | ۰/۰۸۳۳ | ۰/۰۸۳۳ | ۰/۰۸۳۳ | ۰/۰۸۳۳ | ۰/۰۸۳۳ | ۰/۰۸۳۳ | ۰/۰۸۳۳ | ۰/۰۸۳۳ | ۰/۰۸۳۳ |
| | $w_2$ | ۰/۳۳۱۹ | ۰/۳۳۱۲ | ۰/۳۳۱۲ | ۰/۲۷۶۹ | ۰/۲۷۶۵ | ۰/۲۷۶۴ | ۰/۲۳۸۰ | ۰/۲۳۸۰ | ۰/۲۳۷۸ | ۰/۲۰۵۴ | ۰/۲۰۵۴ | ۰/۲۰۵۳ | ۰/۱۷۸۴ | ۰/۱۷۸۴ | ۰/۱۷۸۳ | ۰/۱۵۶۰ | ۰/۱۵۶۰ | ۰/۱۵۶۱ | ۰/۱۳۷۸ | ۰/۱۳۷۸ | ۰/۱۳۷۸ | ۰/۱۲۲۶ | ۰/۱۲۲۷ | ۰/۱۲۲۷ |
| | $w_3$ | ۰/۵۹۴۸ | ۰/۵۹۵۵ | ۰/۵۹۵۵ | ۰/۶۳۹۷ | ۰/۶۴۰۲ | ۰/۶۴۰۳ | ۰/۲۳۸۰ | ۰/۶۷۸۸ | ۰/۷۱۱۳ | ۰/۷۱۱۳ | ۰/۷۱۱۳ | ۰/۷۳۸۳ | ۰/۷۳۸۳ | ۰/۷۳۸۳ | ۰/۷۶۰۶ | ۰/۷۶۰۶ | ۰/۷۶۰۶ | ۰/۷۷۸۹ | ۰/۷۷۸۹ | ۰/۷۷۸۹ | ۰/۷۹۴۱ | ۰/۷۹۴۰ | ۰/۷۹۴۰ | ۰/۷۹۴۰ |
| ٤ | مرحله | ۱ | ۳ | ۴ | ۱ | ۳ | ۵ | ۲ | ۳ | ۳ | ۲ | ۳ | ۴ | ۳ | ۳ | ۳ | ۳ | ۳ | ۳ | ۳ | ۳ | ۴ | ۱ | ۲ | ۳ |
| | $\xi$ | ۰/۶۱۴۳ | ۰/۶۰۶۰ | ۰/۶۰۵۶ | ۰/۰۱۲۶ | ۰/۰۰۱۱ | ۰/۰۰۰۱ | ۰/۵۳۰۰ | ۰/۵۳۵۹ | ۰/۵۳۵۹ | ۰/۹۹۶۵ | ۰/۹۹۹۴ | ۰/۹۹۹۹ | ۱/۳۹۴۴ | ۱/۳۹۴۴ | ۱/۳۹۴۴ | ۱/۷۲۵۰ | ۱/۷۲۵۰ | ۱/۷۲۵۰ | ۱/۹۹۸۹ | ۱/۹۹۸۹ | ۲/۰۰۰۰ | ۳/۲۳۱۷ | ۲/۲۳۸۲ | ۲/۲۳۸۰ |
| | $w_1$ | ۰/۰۷۶۹ | ۰/۰۷۶۹ | ۰/۰۷۶۹ | ۰/۰۷۷۴ | ۰/۰۷۶۹ | ۰/۰۷۶۹ | ۰/۰۷۶۹ | ۰/۰۷۶۹ | ۰/۰۷۶۹ | ۰/۰۷۶۹ | ۰/۰۷۶۹ | ۰/۰۷۶۹ | ۰/۰۷۶۹ | ۰/۰۷۶۹ | ۰/۰۷۶۹ | ۰/۰۷۶۹ | ۰/۰۷۶۹ | ۰/۰۷۶۹ | ۰/۰۷۶۹ | ۰/۰۷۶۹ | ۰/۰۷۶۹ | ۰/۰۷۶۹ | ۰/۰۷۶۹ | ۰/۰۷۶۹ |
| | $w_2$ | ۰/۳۵۳۷ | ۰/۳۵۴۲ | ۰/۳۵۴۳ | ۰/۳۰۷۵ | ۰/۳۰۷۷ | ۰/۳۰۷۷ | ۰/۲۶۵۹ | ۰/۲۶۶۵ | ۰/۲۶۶۵ | ۰/۲۳۰۵ | ۰/۲۳۰۷ | ۰/۲۳۰۸ | ۰/۲۰۰۴ | ۰/۲۰۰۴ | ۰/۲۰۰۴ | ۰/۱۷۵۰ | ۰/۱۷۵۰ | ۰/۱۷۵۰ | ۰/۱۵۳۸ | ۰/۱۵۳۸ | ۰/۱۵۳۸ | ۰/۱۳۶۴ | ۰/۱۳۶۳ | ۰/۱۳۶۳ |
| | $w_3$ | ۰/۵۶۹۳ | ۰/۵۶۸۹ | ۰/۵۶۸۸ | ۰/۶۱۵۱ | ۰/۶۱۵۴ | ۰/۶۱۵۴ | ۰/۶۵۷۲ | ۰/۶۵۶۶ | ۰/۶۵۶۶ | ۰/۶۹۲۶ | ۰/۶۹۲۴ | ۰/۶۹۲۳ | ۰/۷۲۲۶ | ۰/۷۲۲۶ | ۰/۷۲۲۶ | ۰/۷۴۸۱ | ۰/۷۴۸۱ | ۰/۷۴۸۱ | ۰/۷۶۹۳ | ۰/۷۶۹۳ | ۰/۷۶۹۲ | ۰/۷۸۶۷ | ۰/۷۸۶۸ | ۰/۷۸۶۸ |

**ادامه جدول(۶)- جواب بهینه MILPM و مراحل جهت رسیدن به خطای قابل قبول نمونه‌های سه شاخصه**

| | $a_{32}$ | ۱ | | | ۲ | | | ۳ | | | ٤ | | | ٥ | | | ٦ | | | ۷ | | | ۸ | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $a_{21}$ | | خطا ۱٪ | خطا ۰٪/۱ | خطا ۰٪/۰۱ | خطا ۱٪ | خطا ۰٪/۱ | خطا ۰٪/۰۱ | خطا ۱٪ | خطا ۰٪/۱ | خطا ۰٪/۰۱ | خطا ۱٪ | خطا ۰٪/۱ | خطا ۰٪/۰۱ | خطا ۱٪ | خطا ۰٪/۱ | خطا ۰٪/۰۱ | خطا ۱٪ | خطا ۰٪/۱ | خطا ۰٪/۰۱ | خطا ۱٪ | خطا ۰٪/۱ | خطا ۰٪/۰۱ | خطا ۱٪ | خطا ۰٪/۱ | خطا ۰٪/۰۱ |
| ۵ | مرحله | ۲ | ۳ | ۳ | ۲ | ۳ | ۴ | ۲ | ۳ | ۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱ | ۳ | ۴ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱ | ۲ | ۲ |
| | $\xi$ | ۰/۴۱۱۲ | ۰/۴۰۵۲ | ۰/۴۰۵۲ | ۰/۲۶۱۷ | ۰/۲۵۹۰ | ۰/۲۵۸۵ | ۰/۸۵۵۶ | ۰/۸۵۹۹ | ۰/۸۵۹۹ | ۱/۳۸۴۴ | ۱/۳۹۵۳ | ۱/۳۹۴۴ | ۱/۸۶۴۱ | ۱/۸۶۰۷ | ۱/۸۶۰۱ | ۲/۲۴۷۲ | ۲/۲۵۸۱ | ۲/۲۵۸۳ | ۲/۵۹۱۹ | ۲/۵۹۴۴ | ۲/۵۹۴۸ | ۲/۸۷۷۸ | ۲/۸۷۷۸ | ۲/۸۷۷۰ |
| | $w_1$ | ۰/۰۷۱۴ | ۰/۰۷۱۴ | ۰/۰۷۱۴ | ۰/۰۷۱۴ | ۰/۰۷۱۴ | ۰/۰۷۱۴ | ۰/۰۷۱۴ | ۰/۰۷۱۴ | ۰/۰۷۱۴ | ۰/۰۷۱۴ | ۰/۰۷۱۴ | ۰/۰۷۱۴ | ۰/۰۷۱۴ | ۰/۰۷۱۴ | ۰/۰۷۱۴ | ۰/۰۷۱۴ | ۰/۰۷۱۴ | ۰/۰۷۱۴ | ۰/۰۷۱۴ | ۰/۰۷۱۴ | ۰/۰۷۱۴ | ۰/۰۷۱۴ | ۰/۰۷۱۴ | ۰/۰۷۱۴ |
| | $w_2$ | ۰/۳۸۵۶ | ۰/۳۸۶۱ | ۰/۳۸۶۱ | ۰/۳۳۹۲ | ۰/۳۳۸۸ | ۰/۳۳۸۷ | ۰/۲۹۵۳ | ۰/۲۹۵۷ | ۰/۲۹۵۷ | ۰/۲۵۵۸ | ۰/۲۵۷۸ | ۰/۲۵۷۵ | ۰/۲۲۴۶ | ۰/۲۲۴۳ | ۰/۲۲۴۳ | ۰/۱۹۵۳ | ۰/۱۹۵۸ | ۰/۱۹۵۸ | ۰/۱۷۱۷ | ۰/۱۷۱۸ | ۰/۱۷۱۸ | ۰/۱۵۱۷ | ۰/۱۵۱۷ | ۰/۱۵۱۶ |
| | $w_3$ | ۰/۵۴۳۰ | ۰/۵۴۲۵ | ۰/۵۴۲۵ | ۰/۵۸۹۴ | ۰/۵۸۹۸ | ۰/۵۸۹۹ | ۰/۶۳۳۳ | ۰/۶۳۲۹ | ۰/۶۳۲۹ | ۰/۶۷۲۸ | ۰/۶۷۰۸ | ۰/۶۷۱۰ | ۰/۷۰۴۰ | ۰/۷۰۴۲ | ۰/۷۰۴۳ | ۰/۷۳۳۲ | ۰/۷۳۲۷ | ۰/۷۳۲۷ | ۰/۷۵۶۸ | ۰/۷۵۶۸ | ۰/۷۵۶۸ | ۰/۷۷۶۹ | ۰/۷۷۶۹ | ۰/۷۷۶۹ |
| ٦ | مرحله | ۲ | ۳ | ۳ | ۱ | ۱ | ۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۱ | ۳ | ۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۳ | ۳ | ۴ | ۲ | ۴ | ۴ |
| | $\xi$ | ۰/۲۴۵۷ | ۰/۲۴۲۶ | ۰/۲۴۲۶ | ۰/۴۷۰۳ | ۰/۴۷۰۳ | ۰/۴۶۸۹ | ۱/۱۳۳۰ | ۱/۱۲۶۰ | ۱/۱۲۷۰ | ۱/۷۱۷۸ | ۱/۷۲۵۷ | ۱/۷۲۵۱ | ۲/۲۴۸۸ | ۲/۲۵۸۰ | ۲/۲۵۸۳ | ۲/۷۲۶۷ | ۲/۷۲۴۹ | ۲/۷۲۵۱ | ۳/۱۲۷۶ | ۳/۱۲۷۶ | ۳/۱۲۷۰ | ۳/۴۶۸۹ | ۳/۴۷۴۰ | ۳/۴۶۸۹ |
| | $w_1$ | ۰/۰۶۶۷ | ۰/۰۶۶۷ | ۰/۰۶۶۷ | ۰/۰۶۶۷ | ۰/۰۶۶۷ | ۰/۰۶۶۷ | ۰/۰۶۶۷ | ۰/۰۶۶۷ | ۰/۰۶۶۷ | ۰/۰۶۶۷ | ۰/۰۶۶۷ | ۰/۰۶۶۷ | ۰/۰۶۶۷ | ۰/۰۶۶۷ | ۰/۰۶۶۷ | ۰/۰۶۶۷ | ۰/۰۶۶۷ | ۰/۰۶۶۷ | ۰/۰۶۶۷ | ۰/۰۶۶۷ | ۰/۰۶۶۷ | ۰/۰۶۶۷ | ۰/۰۶۶۷ | ۰/۰۶۶۷ |
| | $w_2$ | ۰/۴۱۶۰ | ۰/۴۱۶۲ | ۰/۴۱۶۲ | ۰/۳۶۸۹ | ۰/۳۶۸۹ | ۰/۳۶۸۷ | ۰/۳۲۵۷ | ۰/۳۲۴۸ | ۰/۳۲۴۹ | ۰/۲۸۳۸ | ۰/۲۸۵۲ | ۰/۲۸۵۰ | ۰/۲۴۸۵ | ۰/۲۴۹۴ | ۰/۲۴۹۴ | ۰/۲۱۸۷ | ۰/۲۱۸۳ | ۰/۲۱۸۳ | ۰/۱۹۱۶ | ۰/۱۹۱۶ | ۰/۱۹۱۵ | ۰/۱۶۸۹ | ۰/۱۶۸۷ | ۰/۱۶۸۷ |
| | $w_3$ | ۰/۵۱۷۳ | ۰/۵۱۷۱ | ۰/۵۱۷۱ | ۰/۵۶۴۴ | ۰/۵۶۴۴ | ۰/۵۶۴۶ | ۰/۶۰۷۷ | ۰/۶۰۸۶ | ۰/۶۰۸۵ | ۰/۶۴۹۶ | ۰/۶۴۸۲ | ۰/۶۴۸۳ | ۰/۶۸۴۸ | ۰/۶۸۳۹ | ۰/۶۸۳۹ | ۰/۷۱۴۷ | ۰/۷۱۵۰ | ۰/۷۱۵۰ | ۰/۷۴۱۸ | ۰/۷۴۱۸ | ۰/۷۴۱۸ | ۰/۷۶۴۵ | ۰/۷۶۴۶ | ۰/۷۶۴۶ |
| ۷ | مرحله | ۲ | ۳ | ۳ | ۱ | ۳ | ۴ | ۲ | ۳ | ۳ | ۲ | ۳ | ۳ | ۱ | ۳ | ۴ | ۲ | ۳ | ۳ | ۳ | ۳ | ۴ | ۱ | ۲ | ۲ |
| | $\xi$ | ۰/۱۱۳۹ | ۰/۱۰۹۸ | ۰/۱۰۹۸ | ۰/۶۳۵۰ | ۰/۶۴۰۷ | ۰/۶۴۱۰ | ۱/۳۴۹۹ | ۱/۳۴۶۷ | ۱/۳۴۶۷ | ۲/۰۰۱۶ | ۲/۰۰۰۰ | ۲/۰۰۰۰ | ۲/۵۸۰۴ | ۲/۵۹۴۳ | ۲/۵۹۴۸ | ۳/۱۱۲۸ | ۳/۱۲۷۱ | ۳/۱۲۷۱ | ۳/۵۹۴۴ | ۳/۵۹۴۴ | ۳/۵۹۴۹ | ۳/۹۹۹۲ | ۳/۹۹۹۲ | ۴/۰۰۰۰ |
| | $w_1$ | ۰/۰۶۲۵ | ۰/۰۶۲۵ | ۰/۰۶۲۵ | ۰/۰۶۲۵ | ۰/۰۶۲۵ | ۰/۰۶۲۵ | ۰/۰۶۲۵ | ۰/۰۶۲۵ | ۰/۰۶۲۵ | ۰/۰۶۲۵ | ۰/۰۶۲۵ | ۰/۰۶۲۵ | ۰/۰۶۲۵ | ۰/۰۶۲۵ | ۰/۰۶۲۵ | ۰/۰۶۲۵ | ۰/۰۶۲۵ | ۰/۰۶۲۵ | ۰/۰۶۲۵ | ۰/۰۶۲۵ | ۰/۰۶۲۵ | ۰/۰۶۲۵ | ۰/۰۶۲۵ | ۰/۰۶۲۵ |
| | $w_2$ | ۰/۴۴۴۱ | ۰/۴۴۴۴ | ۰/۴۴۴۴ | ۰/۳۹۶۸ | ۰/۳۹۷۴ | ۰/۳۹۷۴ | ۰/۳۵۳۸ | ۰/۳۵۳۳ | ۰/۳۵۳۳ | ۰/۳۱۲۹ | ۰/۳۱۲۵ | ۰/۳۱۲۵ | ۰/۲۷۳۵ | ۰/۲۷۵۲ | ۰/۲۷۵۳ | ۰/۲۴۱۶ | ۰/۲۴۲۱ | ۰/۲۴۲۱ | ۰/۲۱۲۸ | ۰/۲۱۲۸ | ۰/۲۱۲۸ | ۰/۱۸۷۳ | ۰/۱۸۷۳ | ۰/۱۸۷۵ |
| | $w_3$ | ۰/۴۹۳۱ | ۰/۴۹۳۱ | ۰/۴۹۳۴ | ۰/۵۴۰۷ | ۰/۵۴۰۱ | ۰/۵۴۰۱ | ۰/۵۸۳۷ | ۰/۵۸۴۲ | ۰/۵۸۴۲ | ۰/۶۲۴۶ | ۰/۶۲۵۰ | ۰/۶۲۵۰ | ۰/۶۶۴۰ | ۰/۶۶۲۳ | ۰/۶۶۲۲ | ۰/۶۹۵۹ | ۰/۶۹۵۴ | ۰/۶۹۵۴ | ۰/۷۲۴۷ | ۰/۷۲۴۷ | ۰/۷۲۴۷ | ۰/۷۵۰۲ | ۰/۷۵۰۲ | ۰/۷۵۰۰ |
| ۸ | مرحله | ۱ | ۱ | ۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۲ | ۲ | ۳ | ۱ | ۲ | ۴ | ۱ | ۱ | ۲ | ۲ | ۳ | ۳ | ۱ | ۱ | ۲ | ۱ | ۳ | ۴ |
| | $\xi$ | ۰/۰۰۰۰ | ۰/۰۰۰۰ | ۰/۰۰۰۰ | ۰/۷۸۱۱ | ۰/۷۸۳۳ | ۰/۷۸۳۰ | ۱/۵۲۶۵ | ۱/۵۲۶۵ | ۱/۵۲۷۹ | ۲/۲۳۰۹ | ۲/۲۲۸۷ | ۲/۲۲۸۰ | ۲/۸۷۷۵ | ۲/۸۷۷۵ | ۲/۸۷۷۰ | ۳/۴۶۷۰ | ۳/۴۶۸۹ | ۳/۴۶۸۹ | ۳/۹۹۹۳ | ۳/۹۹۹۳ | ۴/۰۰۰۰ | ۴/۴۷۸۵ | ۴/۴۶۹۳ | ۴/۴۶۹۰ |
| | $w_1$ | ۰/۰۵۹۰ | ۰/۰۵۹۰ | ۰/۰۵۹۰ | ۰/۰۵۸۸ | ۰/۰۵۸۸ | ۰/۰۵۸۸ | ۰/۰۵۸۸ | ۰/۰۵۸۸ | ۰/۰۵۸۸ | ۰/۰۵۸۸ | ۰/۰۵۸۸ | ۰/۰۵۸۸ | ۰/۰۵۸۸ | ۰/۰۵۸۸ | ۰/۰۵۸۸ | ۰/۰۵۸۸ | ۰/۰۵۸۸ | ۰/۰۵۸۸ | ۰/۰۵۸۸ | ۰/۰۵۸۸ | ۰/۰۵۸۸ | ۰/۰۵۸۸ | ۰/۰۵۸۸ | ۰/۰۵۸۸ |
| | $w_2$ | ۰/۴۷۰۷ | ۰/۴۷۰۷ | ۰/۴۷۰۷ | ۰/۴۲۴۴ | ۰/۴۲۴۶ | ۰/۴۲۴۵ | ۰/۳۸۰۶ | ۰/۳۸۰۶ | ۰/۳۸۰۷ | ۰/۳۳۹۸ | ۰/۳۳۹۶ | ۰/۳۳۹۵ | ۰/۳۰۱۵ | ۰/۳۰۱۵ | ۰/۳۰۱۴ | ۰/۲۶۶۷ | ۰/۲۶۶۵ | ۰/۲۶۶۵ | ۰/۲۳۵۱ | ۰/۲۳۵۱ | ۰/۲۳۵۳ | ۰/۲۰۸۲ | ۰/۲۰۷۷ | ۰/۲۰۷۷ |
| | $w_3$ | ۰/۴۷۰۲ | ۰/۴۷۰۲ | ۰/۴۷۰۲ | ۰/۵۱۶۸ | ۰/۵۱۶۶ | ۰/۵۱۶۶ | ۰/۵۶۰۶ | ۰/۵۶۰۶ | ۰/۵۶۰۵ | ۰/۶۰۱۳ | ۰/۶۰۱۶ | ۰/۶۰۱۶ | ۰/۶۳۹۷ | ۰/۶۳۹۷ | ۰/۶۳۹۸ | ۰/۶۷۴۵ | ۰/۶۷۴۶ | ۰/۶۷۴۶ | ۰/۷۰۶۱ | ۰/۷۰۶۱ | ۰/۷۰۵۹ | ۰/۷۳۳۰ | ۰/۷۳۳۴ | ۰/۷۳۳۵ |

**جدول(۷)- جواب بهینه مدل‌های LM و NLM و مرحله یک مدل MILM نمونه‌های پنج شاخصه**

| | $a_{24}$ | ۱ | | | ۲ | | | ۳ | | | ٤ | | | ٥ | | | ٦ | | | ۷ | | | ۸ | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $a_{45}$ | | NLM | LM | MILM | NLM | LM | MILM | NLM | LM | MILM | NLM | LM | MILM | NLM | LM | MILM | NLM | LM | MILM | NLM | LM | MILM | NLM | LM | MILM |
| ۱ | خطا | - | ۱/۳۹۵۵ | ۰/۰۲۲۶ | - | ۱/۰۶۸۵ | ۰/۰۵۵۶ | - | ۰/۷۹۱۶ | ۰/۰۵۲۷ | - | ۰/۵۶۳۹ | ۰/۰۱۲۲ | - | ۰/۳۷۸۳ | ۰/۰۶۴۶ | - | ۰/۲۲۷۰ | ۰/۰۳۸۹ | - | ۰/۱۰۲۸ | ۰/۰۸۱۹ | - | ۰/۰۰۰۰ | ۰/۰۰۷۰ |
| | ξ | ۱/۵۴۱۴ | ۰/۱۴۵۸ | ۱/۵۶۴۰ | ۱/۱۶۲۳ | ۰/۰۹۲۸ | ۱/۲۱۷۹ | ۰/۸۵۴۱ | ۰/۰۶۲۵ | ۰/۹۰۶۸ | ۰/۶۰۵۶ | ۰/۰۴۱۷ | ۰/۶۱۷۸ | ۰/۴۰۵۱ | ۰/۰۲۶۸ | ۰/۳۴۰۶ | ۰/۲۴۲۶ | ۰/۰۱۵۶ | ۰/۲۸۱۵ | ۰/۱۰۹۸ | ۰/۰۰۶۹ | ۰/۰۲۷۹ | ۰/۰۰۰۰ | ۰/۰۰۰۰ | ۰/۰۰۷۰ |
| | $w_1$ | ۰/۲۷۳۵ | ۰/۲۵۰۰ | ۰/۱۸۱۴ | ۰/۳۱۳۱ | ۰/۲۵۰۰ | ۰/۲۰۱۷ | ۰/۲۴۷۵ | ۰/۲۵۰۰ | ۰/۲۱۶۰ | ۰/۲۲۶۸ | ۰/۲۵۰۰ | ۰/۲۲۶۴ | ۰/۲۴۰۰ | ۰/۲۵۰۰ | ۰/۲۶۷۴ | ۰/۲۴۹۱ | ۰/۲۵۰۰ | ۰/۲۴۱۳ | ۰/۲۵۴۷ | ۰/۲۵۰۰ | ۰/۲۴۸۹ | ۰/۲۵۰۰ | ۰/۲۵۰۰ | ۰/۲۴۹۷ |
| | $w_2$ | ۰/۳۹۲۸ | ۰/۳۵۴۲ | ۰/۴۷۴۵ | ۰/۴۱۴۷ | ۰/۴۰۶۳ | ۰/۴۸۳۶ | ۰/۴۴۹۳ | ۰/۴۳۷۵ | ۰/۴۸۹۴ | ۰/۴۹۱۹ | ۰/۴۵۸۳ | ۰/۴۹۳۱ | ۰/۴۸۱۱ | ۰/۴۷۷۳ | ۰/۴۶۰۱ | ۰/۴۸۷۹ | ۰/۴۸۳۴ | ۰/۴۹۸۱ | ۰/۴۸۸۹ | ۰/۴۹۳۱ | ۰/۴۹۴۰ | ۰/۵۰۰۰ | ۰/۵۰۰۰ | ۰/۴۹۹۳ |
| | $w_3$ | ۰/۱۱۸۳ | ۰/۱۲۵۰ | ۰/۰۸۵۷ | ۰/۰۸۰۳ | ۰/۱۲۵۰ | ۰/۰۹۳۵ | ۰/۱۲۳۸ | ۰/۱۲۵۰ | ۰/۱۰۰۴ | ۰/۱۰۷۹ | ۰/۱۲۵۰ | ۰/۱۰۶۹ | ۰/۱۲۶۵ | ۰/۱۲۵۰ | ۰/۱۲۶۳ | ۰/۱۲۲۰ | ۰/۱۲۵۰ | ۰/۱۱۶۷ | ۰/۱۲۵۷ | ۰/۱۲۵۰ | ۰/۱۲۵۰ | ۰/۱۲۵۰ | ۰/۱۲۵۰ | ۰/۱۲۵۴ |
| | $w_4$ | ۰/۱۵۴۶ | ۰/۲۰۸۳ | ۰/۱۸۵۰ | ۰/۱۳۱۲ | ۰/۱۵۶۳ | ۰/۱۵۰۷ | ۰/۱۱۶۶ | ۰/۱۲۵۰ | ۰/۱۲۵۸ | ۰/۱۰۶۸ | ۰/۱۰۴۲ | ۰/۱۰۶۹ | ۰/۰۸۹۰ | ۰/۰۸۹۳ | ۰/۰۵۵۵ | ۰/۰۷۸۲ | ۰/۰۷۸۱ | ۰/۰۷۹۷ | ۰/۰۶۸۸ | ۰/۰۶۹۴ | ۰/۰۶۹۶ | ۰/۰۶۲۵ | ۰/۰۶۲۵ | ۰/۰۶۲۸ |
| | $w_5$ | ۰/۰۶۰۸ | ۰/۰۶۲۵ | ۰/۰۷۳۳ | ۰/۰۶۰۷ | ۰/۰۶۲۵ | ۰/۰۷۰۵ | ۰/۰۶۲۹ | ۰/۰۶۲۵ | ۰/۰۶۸۴ | ۰/۰۶۶۵ | ۰/۰۶۲۵ | ۰/۰۶۶۷ | ۰/۰۶۳۴ | ۰/۰۶۲۵ | ۰/۰۶۰۶ | ۰/۰۶۲۹ | ۰/۰۶۲۵ | ۰/۰۶۴۲ | ۰/۰۶۲۰ | ۰/۰۶۲۵ | ۰/۰۶۲۶ | ۰/۰۶۲۵ | ۰/۰۶۲۵ | ۰/۰۶۲۸ |
| ۲ | خطا | - | ۱/۰۴۴۶ | ۰/۰۲۲۴ | - | ۰/۶۴۲۷ | ۰/۰۴۳۱ | - | ۰/۲۹۳۱ | ۰/۰۰۷۳ | - | ۰/۰۰۰۰ | ۰/۰۰۵۵ | - | ۰/۲۴۱۹ | ۰/۰۲۸۹ | - | ۰/۴۴۰۷ | ۰/۰۰۸۸ | - | ۰/۶۰۴۱ | ۰/۰۱۰۱ | - | ۰/۷۲۹۱ | ۰/۰۱۰۸ |
| | ξ | ۱/۱۶۲۳ | ۰/۱۱۷۶ | ۱/۱۸۴۷ | ۰/۷۰۱۶ | ۰/۰۵۸۸ | ۰/۶۵۸۵ | ۰/۳۱۶۶ | ۰/۰۲۲۵ | ۰/۳۰۹۳ | ۰/۰۰۰۰ | ۰/۰۰۰۰ | ۰/۰۰۵۵ | ۰/۲۵۸۳ | ۰/۰۱۶۴ | ۰/۲۸۷۲ | ۰/۴۶۸۹ | ۰/۰۲۸۲ | ۰/۴۷۷۶ | ۰/۶۴۱۱ | ۰/۰۳۷۰ | ۰/۶۳۱۰ | ۰/۷۸۳۰ | ۰/۰۴۴۰ | ۰/۷۷۲۲ |
| | $w_1$ | ۰/۲۷۸۲ | ۰/۲۳۵۳ | ۰/۱۸۸۷ | ۰/۲۰۷۴ | ۰/۲۳۵۳ | ۰/۲۶۴۰ | ۰/۲۳۳۱ | ۰/۲۳۵۳ | ۰/۲۴۸۲ | ۰/۲۳۵۳ | ۰/۲۳۵۳ | ۰/۲۳۵۰ | ۰/۲۳۲۵ | ۰/۲۴۵۹ | ۰/۲۳۴۷ | ۰/۲۰۸۶ | ۰/۲۵۳۵ | ۰/۲۵۰۱ | ۰/۲۰۰۴ | ۰/۲۵۹۳ | ۰/۲۵۴۹ | ۰/۲۳۴۸ | ۰/۲۶۳۷ | ۰/۲۰۰۴ |
| | $w_2$ | ۰/۴۰۰۴ | ۰/۳۵۲۹ | ۰/۴۵۱۷ | ۰/۴۵۸۸ | ۰/۴۱۱۸ | ۰/۴۰۵۸ | ۰/۴۵۶۰ | ۰/۴۴۷۱ | ۰/۴۴۱۳ | ۰/۴۷۰۶ | ۰/۴۷۰۶ | ۰/۴۶۹۹ | ۰/۴۷۹۹ | ۰/۴۷۵۴ | ۰/۴۹۴۹ | ۰/۵۰۰۲ | ۰/۴۷۸۹ | ۰/۴۷۴۰ | ۰/۵۰۹۱ | ۰/۴۸۱۵ | ۰/۴۷۴۶ | ۰/۵۱۰۴ | ۰/۴۸۳۵ | ۰/۵۴۷۱ |
| | $w_3$ | ۰/۰۷۷۶ | ۰/۱۱۷۶ | ۰/۰۸۸۲ | ۰/۱۰۱۱ | ۰/۱۱۷۶ | ۰/۱۲۲۰ | ۰/۱۱۴۰ | ۰/۱۱۷۶ | ۰/۱۱۹۷ | ۰/۱۱۷۶ | ۰/۱۱۷۶ | ۰/۱۱۸۰ | ۰/۱۲۸۳ | ۰/۱۲۳۰ | ۰/۱۱۵۷ | ۰/۱۴۱۷ | ۰/۱۲۶۸ | ۰/۱۳۴۲ | ۰/۱۵۱۶ | ۰/۱۲۹۶ | ۰/۱۴۰۹ | ۰/۱۲۶۰ | ۰/۱۳۱۹ | ۰/۱۱۴۳ |
| | $w_4$ | ۰/۱۸۵۲ | ۰/۲۳۵۳ | ۰/۲۰۵۷ | ۰/۱۶۹۸ | ۰/۱۷۶۵ | ۰/۱۵۲۳ | ۰/۱۳۷۵ | ۰/۱۴۱۲ | ۰/۱۳۳۳ | ۰/۱۱۷۶ | ۰/۱۱۷۶ | ۰/۱۱۸۰ | ۰/۱۰۱۲ | ۰/۰۹۸۴ | ۰/۱۰۴۷ | ۰/۰۹۰۴ | ۰/۰۸۴۵ | ۰/۰۸۵۷ | ۰/۰۸۰۱ | ۰/۰۷۴۱ | ۰/۰۷۴۶ | ۰/۰۷۰۷ | ۰/۰۶۵۹ | ۰/۰۷۵۸ |
| | $w_5$ | ۰/۰۵۸۶ | ۰/۰۵۸۸ | ۰/۰۶۵۷ | ۰/۰۶۲۹ | ۰/۰۵۸۸ | ۰/۰۵۵۸ | ۰/۰۵۹۴ | ۰/۰۵۸۸ | ۰/۰۵۷۵ | ۰/۰۵۸۸ | ۰/۰۵۸۸ | ۰/۰۵۹۱ | ۰/۰۵۸۱ | ۰/۰۵۷۴ | ۰/۰۶۰۰ | ۰/۰۹۰۱ | ۰/۰۵۶۳ | ۰/۰۵۶۰ | ۰/۰۵۸۹ | ۰/۰۵۵۶ | ۰/۰۵۴۹ | ۰/۰۵۴۹ | ۰/۰۵۴۹ | ۰/۰۶۴۳ |
| ۳ | خطا | - | ۰/۷۶۱۵ | ۰/۰۱۵۱ | - | ۰/۲۸۸۸ | ۰/۰۰۶۵ | - | ۰/۱۳۵۰ | ۰/۰۰۸۰ | - | ۰/۵۰۰۸ | ۰/۰۵۳۱ | - | ۰/۸۰۸۷ | ۰/۰۵۳۴ | ۱/۰۶۴۱ | ۰/۰۴۰۱ | - | ۱/۲۷۵۱ | ۰/۰۵۴۴ | - | ۱/۴۴۹۴ | ۰/۰۴۰۶ |
| | ξ | ۰/۸۵۴۱ | ۰/۰۹۲۶ | ۰/۸۶۹۲ | ۰/۳۱۶۶ | ۰/۰۲۷۸ | ۰/۳۱۰۱ | ۰/۱۴۵۹ | ۰/۰۱۰۹ | ۰/۱۵۳۹ | ۰/۵۳۵۹ | ۰/۰۳۵۱ | ۰/۵۸۹۰ | ۰/۸۵۹۹ | ۰/۰۵۱۳ | ۰/۹۱۳۴ | ۱/۱۲۷۰ | ۰/۰۶۲۹ | ۱/۱۶۷۱ | ۱/۳۴۶۷ | ۰/۰۷۱۶ | ۱/۲۹۳۳ | ۱/۵۲۷۹ | ۰/۰۷۸۴ | ۱/۵۶۸۵ |
| | $w_1$ | ۰/۲۳۳۱ | ۰/۲۲۲۲ | ۰/۱۹۱۱ | ۰/۲۳۸۲ | ۰/۲۲۲۲ | ۰/۲۳۴۹ | ۰/۲۱۴۵ | ۰/۲۲۹۵ | ۰/۲۲۷۱ | ۰/۱۹۵۲ | ۰/۲۴۵۶ | ۰/۲۰۱۰ | ۰/۲۰۵۹ | ۰/۲۵۶۴ | ۰/۱۸۶۱ | ۰/۱۷۳۸ | ۰/۲۶۴۲ | ۰/۲۵۳۲ | ۰/۲۰۱۶ | ۰/۲۷۰۰ | ۰/۲۵۸۵ | ۰/۱۶۲۳ | ۰/۲۷۴۵ | ۰/۱۶۳۰ |
| | $w_2$ | ۰/۳۹۱۷ | ۰/۳۵۱۹ | ۰/۴۳۰۹ | ۰/۴۲۴۰ | ۰/۴۱۶۷ | ۰/۴۱۷۱ | ۰/۴۵۳۴ | ۰/۴۴۸۱ | ۰/۴۴۶۲ | ۰/۴۸۰۹ | ۰/۴۵۶۱ | ۰/۴۹۰۵ | ۰/۴۸۹۶ | ۰/۴۶۱۵ | ۰/۵۲۱۳ | ۰/۵۰۶۲ | ۰/۴۶۵۴ | ۰/۴۵۰۶ | ۰/۵۴۲۸ | ۰/۴۶۸۳ | ۰/۴۵۱۷ | ۰/۵۷۲۶ | ۰/۴۷۰۶ | ۰/۵۸۱۲ |
| | $w_3$ | ۰/۱۰۹۱ | ۰/۱۱۱۱ | ۰/۱۰۸۹۷ | ۰/۰۹۹۶ | ۰/۱۱۱۱ | ۰/۱۱۳۱ | ۰/۱۱۷۶ | ۰/۱۱۴۸ | ۰/۱۱۵۷ | ۰/۱۲۸۸ | ۰/۱۳۲۸ | ۰/۱۰۷۵ | ۰/۱۳۱۰ | ۰/۱۳۲۱ | ۰/۱۰۶۶ | ۰/۱۶۰۷ | ۰/۱۳۲۱ | ۰/۱۵۴۵ | ۰/۱۰۱۵ | ۰/۱۳۵۰ | ۰/۱۶۱۹ | ۰/۱۱۶۶ | ۰/۱۱۳۷۳ | ۰/۱۰۴۷ |
| | $w_4$ | ۰/۲۱۱۳ | ۰/۲۵۹۳ | ۰/۲۲۸۴ | ۰/۱۸۳۰ | ۰/۱۹۴۴ | ۰/۱۸۰۶ | ۰/۱۵۸۸ | ۰/۱۵۳۰ | ۰/۱۵۶۳ | ۰/۱۳۸۸ | ۰/۱۲۲۸ | ۰/۱۴۳۴ | ۰/۱۱۸۳ | ۰/۱۰۲۶ | ۰/۱۲۷۱ | ۰/۱۰۳۹ | ۰/۰۸۸۱ | ۰/۰۹۲۳ | ۰/۰۹۶۰ | ۰/۰۷۷۱ | ۰/۰۷۹۵ | ۰/۰۸۸۵ | ۰/۰۶۸۶ | ۰/۰۹۰۱ |
| | $w_5$ | ۰/۰۵۴۸ | ۰/۰۵۵۶ | ۰/۰۵۹۹ | ۰/۰۵۵۲ | ۰/۰۵۵۶ | ۰/۰۵۴۳ | ۰/۰۵۵۷ | ۰/۰۵۴۶ | ۰/۰۵۴۸ | ۰/۰۵۶۳ | ۰/۰۵۲۶ | ۰/۰۵۷۶ | ۰/۰۵۵۳ | ۰/۰۵۱۳ | ۰/۰۵۸۹ | ۰/۰۵۵۵ | ۰/۰۵۰۳ | ۰/۰۴۹۴ | ۰/۰۵۸۱ | ۰/۰۴۹۶ | ۰/۰۴۸۳ | ۰/۰۶۰۱ | ۰/۰۴۹۰ | ۰/۰۶۱۰ |
| ٤ | خطا | - | ۰/۵۳۵۴ | ۰/۰۰۷۸ | - | ۰/۰۰۰۰ | ۰/۰۰۳۱ | - | ۰/۴۹۶۳ | ۰/۰۳۳۴ | - | ۰/۹۳۶۵ | ۰/۰۳۲۶ | - | ۱/۳۱۵۰ | ۰/۰۴۶۹ | - | ۱/۶۳۴۲ | ۰/۰۵۲۵ | - | ۱/۹۰۰۵ | ۰/۰۶۲۶ | ۲/۱۲۱۸ | ۰/۰۰۴۵ |
| | ξ | ۰/۶۰۵۶ | ۰/۰۷۰۲ | ۰/۶۱۳۴ | ۰/۰۰۰۰ | ۰/۰۰۰۰ | ۰/۰۰۳۱ | ۰/۵۳۵۹ | ۰/۰۲۹۶ | ۰/۵۶۹۳ | ۱/۰۰۰۰ | ۰/۰۶۳۵ | ۰/۹۶۷۴ | ۱/۳۹۴۴ | ۰/۰۷۹۵ | ۱/۳۴۷۶ | ۱/۷۲۵۱ | ۰/۰۹۰۹ | ۱/۶۷۲۶ | ۲/۰۰۰۰ | ۰/۰۹۹۵ | ۱/۹۳۷۴ | ۲/۲۲۸۰ | ۰/۱۰۶۲ | ۲/۳۳۲۵ |
| | $w_1$ | ۰/۲۱۲۲ | ۰/۲۱۰۵ | ۰/۱۸۹۴ | ۰/۲۱۰۵ | ۰/۲۱۰۵ | ۰/۲۱۰۴ | ۰/۲۲۰۷ | ۰/۲۳۷۶ | ۰/۱۹۰۵ | ۰/۱۵۷۹ | ۰/۲۵۴۰ | ۰/۲۳۹۱ | ۰/۱۴۴۴ | ۰/۲۶۶۹ | ۰/۲۴۷۷ | ۰/۲۳۳۲ | ۰/۲۷۲۷ | ۰/۲۵۴۹ | ۰/۱۲۸۲ | ۰/۲۷۸۶ | ۰/۲۶۱۱ | ۰/۱۴۱۸ | ۰/۲۸۳۲ | ۰/۱۴۱۷ |
| | $w_2$ | ۰/۳۸۸۹ | ۰/۳۵۰۹ | ۰/۴۱۱۳ | ۰/۴۲۱۱ | ۰/۴۲۱۱ | ۰/۴۲۰۷ | ۰/۴۳۰۱ | ۰/۴۳۵۶ | ۰/۴۶۲۴ | ۰/۴۷۳۷ | ۰/۴۴۴۴ | ۰/۴۲۹۶ | ۰/۴۹۰۳ | ۰/۴۵۰۳ | ۰/۴۳۱۲ | ۰/۴۸۰۳ | ۰/۴۵۴۵ | ۰/۴۳۳۲ | ۰/۵۱۲۸ | ۰/۴۵۷۷ | ۰/۴۳۴۹ | ۰/۵۹۹۵ | ۰/۴۶۰۲ | ۰/۵۹۹۵ |
| | $w_3$ | ۰/۱۰۴۱ | ۰/۱۰۵۳ | ۰/۰۸۹۴ | ۰/۱۰۵۳ | ۰/۱۰۵۳ | ۰/۱۰۵۶ | ۰/۱۲۴۳ | ۰/۱۱۸۸ | ۰/۱۰۲۱ | ۰/۱۵۷۹ | ۰/۱۲۷۰ | ۰/۱۴۱۹ | ۰/۱۷۷۱ | ۰/۱۳۲۵ | ۰/۱۵۵۹ | ۰/۱۲۴۸ | ۰/۱۳۶۴ | ۰/۱۶۵۸ | ۰/۲۰۵۱ | ۰/۱۳۹۳ | ۰/۱۷۴۳ | ۰/۰۹۶۳ | ۰/۱۴۱۶ | ۰/۰۹۶۲ |
| | $w_4$ | ۰/۲۴۲۲ | ۰/۲۸۰۷ | ۰/۲۵۴۳ | ۰/۲۱۰۵ | ۰/۲۱۰۵ | ۰/۲۱۰۴ | ۰/۱۷۴۶ | ۰/۱۵۸۴ | ۰/۱۹۰۵ | ۰/۱۵۷۹ | ۰/۱۲۷۰ | ۰/۱۴۱۹ | ۰/۱۳۶۰ | ۰/۱۰۶۰ | ۰/۱۱۹۳ | ۰/۱۱۲۳ | ۰/۰۹۰۹ | ۰/۱۰۱۵ | ۰/۱۰۲۶ | ۰/۰۷۹۶ | ۰/۰۸۶۳ | ۰/۱۰۳۹ | ۰/۰۷۰۸ | ۰/۱۰۳۹ |
| | $w_5$ | ۰/۰۵۲۶ | ۰/۰۵۲۶ | ۰/۰۵۵۵ | ۰/۰۵۲۶ | ۰/۰۵۲۶ | ۰/۰۵۲۹ | ۰/۰۵۰۴ | ۰/۰۴۹۵ | ۰/۰۵۴۴ | ۰/۰۵۲۶ | ۰/۰۴۷۶ | ۰/۰۴۷۶ | ۰/۰۵۲۲ | ۰/۰۴۶۴ | ۰/۰۴۵۹ | ۰/۰۴۹۴ | ۰/۰۴۵۵ | ۰/۰۴۴۶ | ۰/۰۵۱۳ | ۰/۰۴۴۸ | ۰/۰۴۳۴ | ۰/۰۵۸۶ | ۰/۰۴۴۲ | ۰/۰۵۸۶ |

**ادامه جدول(۷) - جواب بهینه مدل‌های LM و NLM و مرحله یک مدل MILM نمونه‌های پنج شاخصه**

| | $a_{24}$ | ۱ | | | ۲ | | | ۳ | | | ٤ | | | ٥ | | | ٦ | | | ۷ | | | ۸ | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $a_{45}$ | | NLM | LM | MILM | NLM | LM | MILM | NLM | LM | MILM | NLM | LM | MILM | NLM | LM | MILM | NLM | LM | MILM | NLM | LM | MILM | NLM | LM | MILM |
| ۵ | خطا | - | ۰/۳۵۵۱ | ۰/۰۰۴۲ | - | ۰/۲۳۴۲ | ۰/۰۱۹۷ | - | ۰/۷۹۶۶ | ۰/۰۱۸۹ | - | ۱/۳۰۷۵ | ۰/۰۲۵۱ | - | ۱/۷۵۷۲ | ۰/۰۳۰۰ | - | ۲/۱۴۴۴ | ۰/۰۱۶۴ | - | ۲/۴۷۲۴ | ۰/۰۲۷۸ | - | ۲/۷۴۷۹ | ۰/۰۰۱۰ |
| | ξ | ۰/۴۰۵۱ | ۰/۰۵۰۰ | ۰/۴۰۰۹ | ۰/۲۵۸۳ | ۰/۰۲۴۱ | ۰/۲۷۸۰ | ۰/۸۵۹۹ | ۰/۰۶۳۳ | ۰/۸۷۸۸ | ۱/۳۹۴۴ | ۰/۰۸۷۰ | ۱/۳۶۹۴ | ۱/۸۵۹۹ | ۰/۱۰۲۷ | ۱/۸۸۹۹ | ۲/۲۵۸۳ | ۰/۱۱۴۰ | ۲/۳۴۲۰ | ۳/۵۹۴۹ | ۰/۱۲۲۴ | ۲/۵۶۷۱ | ۰/۱۲۹۰ | ۲/۸۷۷۹ |
| | $w_1$ | ۰/۱۸۲۴ | ۰/۲۰۰۰ | ۰/۱۸۴۷ | ۰/۱۹۳۴ | ۰/۲۱۶۹ | ۰/۱۹۲۱ | ۰/۱۷۲۳ | ۰/۲۴۴۳ | ۰/۱۶۷۴ | ۰/۱۳۷۳ | ۰/۲۶۰۹ | ۰/۲۳۷۰ | ۰/۱۲۶۸ | ۰/۲۷۱۹ | ۰/۱۳۹۱ | ۰/۱۱۶۶ | ۰/۲۷۹۸ | ۰/۲۵۵۴ | ۰/۱۱۰۳ | ۰/۲۸۵۷ | ۰/۲۶۲۰ | ۰/۲۹۰۳ | ۰/۱۲۵۲ |
| | $w_2$ | ۰/۳۸۵۴ | ۰/۳۵۰۰ | ۰/۳۹۲۵ | ۰/۴۱۳۶ | ۰/۴۰۹۶ | ۰/۴۱۶۵ | ۰/۴۳۵۴ | ۰/۴۲۵۳ | ۰/۴۶۳۸ | ۰/۴۶۵۹ | ۰/۴۳۴۸ | ۰/۴۱۲۳ | ۰/۴۸۳۰ | ۰/۴۴۱۱ | ۰/۵۴۰۲ | ۰/۴۹۶۴ | ۰/۴۴۵۶ | ۰/۴۱۸۵ | ۰/۵۰۶۹ | ۰/۴۴۹۰ | ۰/۴۲۰۷ | ۰/۵۵۳۴ | ۰/۴۵۱۶ | ۰/۶۱۰۷ |
| | $w_3$ | ۰/۱۰۷۲ | ۰/۱۰۰۰ | ۰/۰۸۸۱ | ۰/۱۰۵۵ | ۰/۱۰۸۴ | ۰/۰۹۷۸ | ۰/۱۳۸۷ | ۰/۱۲۲۲ | ۰/۰۹۶۲ | ۰/۱۶۸۴ | ۰/۱۳۰۴ | ۰/۱۴۹۳ | ۰/۱۸۷۴ | ۰/۱۳۶۰ | ۰/۰۹۲۱ | ۰/۲۰۶۰ | ۰/۱۳۹۹ | ۰/۱۷۳۹ | ۰/۲۱۹۸ | ۰/۱۴۲۹ | ۰/۱۸۲۶ | ۰/۱۴۵۲ | ۰/۰۸۸۸ |
| | $w_4$ | ۰/۲۷۴۳ | ۰/۳۰۰۰ | ۰/۲۸۲۷ | ۰/۲۳۷۵ | ۰/۲۱۶۹ | ۰/۲۴۲۸ | ۰/۲۰۲۵ | ۰/۱۶۲۹ | ۰/۲۲۰۰ | ۰/۱۷۸۸ | ۰/۱۳۰۴ | ۰/۱۵۷۵ | ۰/۱۵۳۸ | ۰/۱۰۸۸ | ۰/۱۷۳۷ | ۰/۱۳۲۷ | ۰/۰۹۳۳ | ۰/۱۱۱۵ | ۰/۱۱۵۱ | ۰/۰۸۱۶ | ۰/۰۹۵۱ | ۰/۱۰۸۰ | ۰/۱۱۹۲ |
| | $w_5$ | ۰/۰۵۰۷ | ۰/۰۵۰۰ | ۰/۰۵۱۹ | ۰/۰۵۰۱ | ۰/۰۴۸۲ | ۰/۰۵۰۷ | ۰/۰۴۹۱ | ۰/۰۴۵۲ | ۰/۰۵۲۶ | ۰/۰۴۹۶ | ۰/۰۴۳۵ | ۰/۰۴۲۸ | ۰/۰۴۹۰ | ۰/۰۴۳۳ | ۰/۰۵۴۹ | ۰/۰۴۸۴ | ۰/۰۴۱۵ | ۰/۰۴۰۸ | ۰/۰۴۷۸ | ۰/۰۴۰۸ | ۰/۰۳۹۷ | ۰/۰۵۰۹ | ۰/۰۴۰۳ | ۰/۰۵۶۱ |
| ٦ | خطا | - | ۰/۲۱۰۹ | ۰/۰۰۴۹ | - | ۰/۴۳۴۴ | ۰/۰۰۰۱ | - | ۱/۰۴۳۷ | ۰/۰۰۰۲۶ | - | ۱/۶۱۸۴ | ۰/۰۱۱۲ | - | ۳/۱۳۶۱ | ۰/۰۱۵۳ | - | ۲/۵۹۱۷ | ۰/۰۰۷۲ | - | ۲/۹۸۵۴ | ۰/۰۴۴۲ | - | ۳/۳۲۰۷ | ۰/۰۳۳۴ |
| | ξ | ۰/۲۴۲۶ | ۰/۰۳۱۷ | ۰/۲۴۷۵ | ۰/۴۶۸۹ | ۰/۰۴۴۴ | ۰/۴۶۸۷ | ۱/۱۲۷۰ | ۰/۰۸۳۳ | ۱/۱۲۴۴ | ۱/۷۲۵۱ | ۰/۱۰۶۷ | ۱/۷۱۳۹ | ۲/۲۵۸۳ | ۰/۱۲۲۲ | ۲/۲۴۳۱ | ۲/۷۲۵۱ | ۰/۱۳۳۳ | ۲/۷۳۳۳ | ۳/۱۲۷۰ | ۰/۱۴۱۷ | ۳/۱۷۱۲ | ۰/۱۴۸۱ | ۳/۴۶۸۹ | ۳/۵۰۲۲ |
| | $w_1$ | ۰/۱۸۰۵ | ۰/۱۹۰۵ | ۰/۱۹۶۹ | ۰/۱۷۹۶ | ۰/۲۲۲۲ | ۰/۲۰۴۳ | ۰/۱۳۸۷ | ۰/۲۵۰۰ | ۰/۲۲۰۲ | ۰/۱۳۳۳ | ۰/۲۶۶۷ | ۰/۳۳۴۴ | ۰/۱۱۱۲ | ۰/۲۷۷۸ | ۰/۲۴۵۵ | ۰/۱۶۱۵ | ۰/۲۸۵۷ | ۰/۱۲۰۴ | ۰/۰۹۷۳ | ۰/۲۹۱۷ | ۰/۱۱۵۱ | ۰/۲۹۶۳ | ۰/۱۱۲۱ |
| | $w_2$ | ۰/۳۷۲۶ | ۰/۳۴۹۲ | ۰/۳۶۸۱ | ۰/۴۰۳۳ | ۰/۴۰۰۰ | ۰/۳۸۷۳ | ۰/۴۳۳۷ | ۰/۴۱۶۷ | ۰/۳۹۲۴ | ۰/۴۵۶۳ | ۰/۴۲۶۷ | ۰/۳۹۷۸ | ۰/۴۷۳۳ | ۰/۴۳۳۳ | ۰/۴۰۲۱ | ۰/۴۵۷۷ | ۰/۴۳۸۱ | ۰/۵۸۳ | ۰/۴۹۹۰ | ۰/۴۴۱۷ | ۰/۵۲۳۵ | ۰/۵۰۸۲ | ۰/۴۴۴۴ | ۰/۶۱۵۳ |
| | $w_3$ | ۰/۰۹۹۲ | ۰/۰۹۵۲ | ۰/۰۹۶۹ | ۰/۱۰۷۹ | ۰/۱۱۱۱ | ۰/۱۰۹۶ | ۰/۱۴۸۶ | ۰/۱۲۵۰ | ۰/۱۳۴۱ | ۰/۱۷۲۹ | ۰/۱۳۳۳ | ۰/۱۵۲۷ | ۰/۱۹۶۵ | ۰/۱۳۸۹ | ۰/۱۶۷۲ | ۰/۱۹۸۳ | ۰/۱۴۲۹ | ۰/۰۸۴۶ | ۰/۲۲۹۹ | ۰/۱۴۵۸ | ۰/۰۸۳۱ | ۰/۲۴۳۴ | ۰/۱۴۸۱ | ۰/۰۸۳۳ |
| | $w_4$ | ۰/۲۹۹۸ | ۰/۳۱۷۵ | ۰/۲۹۱۱ | ۰/۲۶۲۷ | ۰/۲۲۲۲ | ۰/۲۵۳۱ | ۰/۳۳۱۵ | ۰/۱۶۶۷ | ۰/۲۱۰۳ | ۰/۲۰۰۶ | ۰/۱۳۳۳ | ۰/۱۷۴۲ | ۰/۱۷۲۷ | ۰/۱۱۱۱ | ۰/۱۴۶۰ | ۰/۱۳۹۸ | ۰/۰۹۵۲ | ۰/۱۷۳۷ | ۰/۱۲۸۸ | ۰/۰۸۳۳ | ۰/۱۵۴۸ | ۰/۱۰۷۴۱ | ۰/۱۳۶۶ |
| | $w_5$ | ۰/۰۴۸۰ | ۰/۰۴۷۶ | ۰/۰۴۷۱ | ۰/۰۴۷۵ | ۰/۰۴۴۴ | ۰/۰۴۵۷ | ۰/۰۴۷۵ | ۰/۰۴۱۷ | ۰/۰۴۳۰ | ۰/۰۴۶۹ | ۰/۰۴۰۰ | ۰/۰۴۰۹ | ۰/۰۴۶۲ | ۰/۰۳۸۹ | ۰/۰۳۹۱ | ۰/۰۴۳۷ | ۰/۰۳۸۱ | ۰/۰۵۳۰ | ۰/۰۴۴۸ | ۰/۰۳۷۵ | ۰/۰۵۳۴ | ۰/۰۴۴۳ | ۰/۰۵۳۷ | ۰/۰۵۴۷ |
| ۷ | خطا | - | ۰/۰۹۴۶ | ۰/۰۰۴۴ | - | ۰/۵۷۹۲ | ۰/۰۰۵۶ | - | ۱/۲۴۶۳ | ۰/۰۰۶۳ | - | ۱/۸۷۶۵ | ۰/۰۱۵۷ | - | ۲/۴۵۶۱ | ۰/۰۲۴۲ | - | ۲/۹۷۷۲ | ۰/۰۳۷۰ | - | ۳/۴۳۶۹ | ۰/۰۴۸۱ | - | ۳/۸۳۵۶ | ۰/۰۱۳۸ |
| | ξ | ۰/۱۰۵۴ | ۰/۰۱۵۲ | ۰/۱۰۹۸ | ۰/۶۴۱۱ | ۰/۰۶۱۹ | ۰/۶۳۵۵ | ۱/۳۴۶۷ | ۰/۱۰۰۴ | ۱/۳۴۰۴ | ۲/۰۰۰۰ | ۰/۱۲۳۵ | ۱/۹۸۴۳ | ۲/۵۹۴۹ | ۰/۱۳۸۸ | ۲/۵۷۰۶ | ۳/۱۲۷۰ | ۰/۱۴۹۸ | ۳/۱۶۴۰ | ۳/۵۹۴۹ | ۰/۱۵۸۰ | ۳/۵۴۶۸ | ۰/۱۶۴۴ | ۳/۹۸۶۲ |
| | $w_1$ | ۰/۱۷۷۸ | ۰/۱۸۱۸ | ۰/۱۸۱۳ | ۰/۱۶۱۲ | ۰/۲۲۶۸ | ۰/۲۰۰۷ | ۰/۱۷۵۵ | ۰/۲۵۴۸ | ۰/۲۱۷۶ | ۰/۱۱۱۱ | ۰/۲۷۱۶ | ۰/۲۳۱۵ | ۰/۱۰۰۷ | ۰/۲۸۲۸ | ۰/۲۴۴۱ | ۰/۰۹۳۲ | ۰/۲۹۰۷ | ۰/۱۶۰۲ | ۰/۲۵۱۸ | ۰/۲۹۶۷ | ۰/۲۶۱۷ | ۰/۲۶۶۷ | ۰/۳۰۱۴ | ۰/۱۰۲۵ |
| | $w_2$ | ۰/۳۶۰۴ | ۰/۳۴۸۵ | ۰/۳۶۱۵ | ۰/۳۹۰۲ | ۰/۳۹۱۸ | ۰/۳۷۲۸ | ۰/۴۰۷۰ | ۰/۴۰۹۳ | ۰/۳۷۹۰ | ۰/۴۴۴۴ | ۰/۴۱۹۸ | ۰/۳۸۴۹ | ۰/۴۶۲۶ | ۰/۴۲۶۷ | ۰/۳۸۹۹ | ۰/۴۷۷۶ | ۰/۴۳۱۷ | ۰/۳۹۳۶ | ۰/۴۵۰۹ | ۰/۴۳۵۵ | ۰/۴۸۹۶ | ۰/۴۰۰۰ | ۰/۴۴۸۴ | ۰/۶۱۵۳ |
| | $w_3$ | ۰/۰۸۷۷ | ۰/۰۹۰۹ | ۰/۰۸۷۴ | ۰/۱۱۶۲ | ۰/۱۱۳۴ | ۰/۱۱۱۰ | ۰/۱۲۷۷ | ۰/۱۳۶۹ | ۰/۱۷۷۸ | ۰/۱۳۵۸ | ۰/۱۵۴۷ | ۰/۲۰۰۶ | ۰/۱۴۱۴ | ۰/۱۶۹۷ | ۰/۲۲۰۱ | ۰/۱۴۵۴ | ۰/۱۸۰۹ | ۰/۲۱۷۶ | ۰/۱۴۸۴ | ۰/۰۶۴۵ | ۰/۲۰۰۰ | ۰/۱۵۰۷ | ۰/۰۷۶۹ |
| | $w_4$ | ۰/۳۲۴۸ | ۰/۳۳۳۳ | ۰/۳۲۷۴ | ۰/۲۸۷۲ | ۰/۲۲۶۸ | ۰/۲۷۲۵ | ۰/۳۴۶۲ | ۰/۱۶۹۹ | ۰/۲۲۶۳ | ۰/۲۲۲۲ | ۰/۱۳۵۸ | ۰/۱۹۰۵ | ۰/۱۹۲۴ | ۰/۱۱۳۱ | ۰/۱۶۰۶ | ۰/۱۶۶۲ | ۰/۰۹۶۹ | ۰/۱۳۸۳ | ۰/۱۳۲۴ | ۰/۰۸۴۸ | ۰/۱۴۲۰ | ۰/۱۰۰۰ | ۰/۰۷۵۳ | ۰/۱۵۲۹ |
| | $w_5$ | ۰/۰۴۵۷ | ۰/۰۴۵۵ | ۰/۰۴۵۹ | ۰/۰۴۵۲ | ۰/۰۴۱۲ | ۰/۰۴۳۰ | ۰/۰۴۳۵ | ۰/۰۳۸۶ | ۰/۰۴۰۳ | ۰/۰۴۴۴ | ۰/۰۳۷۰ | ۰/۰۳۸۴ | ۰/۰۴۳۷ | ۰/۰۳۶۰ | ۰/۰۳۶۷ | ۰/۰۴۲۹ | ۰/۰۳۵۲ | ۰/۰۳۵۵ | ۰/۰۳۸۹ | ۰/۰۳۴۷ | ۰/۰۴۲۱ | ۰/۰۳۳۳ | ۰/۰۳۴۲ | ۰/۰۵۱۳ |
| ۸ | خطا | - | ۰/۰۰۰۰ | ۰/۰۰۰۰ | - | ۰/۷۰۶۱ | ۰/۰۰۰۵ | - | ۱/۴۱۲۸ | ۰/۰۰۰۹ | - | ۲/۰۹۰۱ | ۰/۰۰۲۸ | - | ۲/۷۲۳۸ | ۰/۰۰۰۸ | - | ۳/۳۰۴۹ | ۰/۰۲۷۳ | - | ۳/۸۲۸۰ | ۰/۰۱۲۷ | - | ۴/۲۹۰۵ | ۰/۰۱۱۱ |
| | ξ | ۰/۰۰۰۰ | ۰/۰۰۰۰ | ۰/۰۰۰۰ | ۰/۷۸۳۰ | ۰/۰۷۶۹ | ۰/۷۸۲۵ | ۱/۵۲۷۹ | ۰/۱۱۵۱ | ۱/۵۲۷۰ | ۲/۲۲۸۰ | ۰/۱۳۷۹ | ۲/۲۳۰۸ | ۲/۸۷۶۹ | ۰/۱۵۳۱ | ۲/۸۷۷۶ | ۳/۴۶۸۹ | ۰/۱۶۳۹ | ۳/۴۹۶۲ | ۴/۰۰۰۰ | ۰/۱۷۲۰ | ۳/۹۸۷۳ | ۴/۴۶۸۹ | ۰/۱۷۸۳ |
| | $w_1$ | ۰/۱۷۳۹ | ۰/۱۷۳۹ | ۰/۱۷۳۵ | ۰/۱۵۴۱ | ۰/۲۳۰۸ | ۰/۱۴۵۸ | ۰/۱۲۶۱ | ۰/۲۵۹۰ | ۰/۲۰۳۱ | ۰/۲۱۴۷ | ۰/۲۷۵۹ | ۰/۱۱۴۸ | ۰/۱۰۷۲ | ۰/۲۸۷۱ | ۰/۱۰۷۱ | ۰/۱۰۱۶ | ۰/۲۹۵۱ | ۰/۱۰۱۲ | ۰/۰۹۷۶ | ۰/۳۰۱۱ | ۰/۲۵۶۸ | ۰/۲۳۵۰ | ۰/۳۰۵۷ | ۰/۰۹۴۴ |
| | $w_2$ | ۰/۳۴۷۸ | ۰/۳۴۷۸ | ۰/۳۴۷۱ | ۰/۳۹۴۴ | ۰/۳۸۴۶ | ۰/۳۹۸۴ | ۰/۴۴۴۷ | ۰/۴۰۲۹ | ۰/۳۹۸۳ | ۰/۳۷۸۴ | ۰/۴۱۳۸ | ۰/۴۸۵۳ | ۰/۵۲۲۶ | ۰/۴۲۱۱ | ۰/۵۲۲۶ | ۰/۵۵۵۹ | ۰/۴۳۶۲ | ۰/۵۵۴۲ | ۰/۵۸۵۴ | ۰/۴۳۰۱ | ۰/۴۸۱۹ | ۰/۴۰۶۴ | ۰/۴۳۳۱ | ۰/۶۱۰۹ |
| | $w_3$ | ۰/۰۸۷۰ | ۰/۰۸۷۰ | ۰/۰۸۷۲ | ۰/۰۸۲۵ | ۰/۱۱۵۴ | ۰/۰۸۳۲ | ۰/۰۸۰۵ | ۰/۱۲۹۵ | ۰/۰۸۱۸ | ۰/۱۵۶۴ | ۰/۱۳۷۹ | ۰/۰۷۸۰ | ۰/۰۷۶۰ | ۰/۱۴۳۵ | ۰/۰۷۶۰ | ۰/۰۷۴۴ | ۰/۱۴۷۵ | ۰/۰۷۴۳ | ۰/۰۷۳۲ | ۰/۱۵۰۵ | ۰/۰۶۰۲ | ۰/۲۱۰۹ | ۰/۱۵۲۹ | ۰/۰۷۲۱ |
| | $w_4$ | ۰/۳۴۷۸ | ۰/۳۴۷۸ | ۰/۳۴۸۵ | ۰/۳۲۴۱ | ۰/۳۲۰۸ | ۰/۳۲۷۲ | ۰/۳۰۲۱ | ۰/۱۲۲۷ | ۰/۲۷۴۶ | ۰/۲۱۳۵ | ۰/۱۳۷۹ | ۰/۲۷۴۵ | ۰/۲۴۶۲ | ۰/۱۱۴۸ | ۰/۲۴۶۲ | ۰/۲۱۹۶ | ۰/۰۹۸۴ | ۰/۲۲۱۸ | ۰/۱۹۵۱ | ۰/۰۸۶۰ | ۰/۱۶۰۸ | ۰/۱۱۵۱ | ۰/۰۷۶۴ | ۰/۱۷۲۵ |
| | $w_5$ | ۰/۰۴۳۵ | ۰/۰۴۳۵ | ۰/۰۴۳۷ | ۰/۰۴۴۹ | ۰/۰۳۸۵ | ۰/۰۴۵۴ | ۰/۰۴۶۷ | ۰/۰۳۶۰ | ۰/۰۴۲۱ | ۰/۰۳۷۰ | ۰/۰۳۴۵ | ۰/۰۴۷۵ | ۰/۰۴۸۰ | ۰/۰۳۳۵ | ۰/۰۴۸۱ | ۰/۰۴۸۵ | ۰/۰۳۲۸ | ۰/۰۴۸۵ | ۰/۰۴۸۸ | ۰/۰۳۲۳ | ۰/۰۴۰۲ | ۰/۰۳۲۶ | ۰/۰۳۱۸ | ۰/۰۴۹۰ |

**جدول(۸)- جواب بهینه MILPM و مراحل جهت رسیدن به خطای قابل قبول نمونه‌های پنج شاخصه**

| | $a_{24}$ | ۱ | | | ۲ | | | ۳ | | | ٤ | | | ٥ | | | ٦ | | | ۷ | | | ۸ | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $a_{45}$ | | خطا ۱٪ | خطا ۰٪/۱ | خطا ۰٪/۰۱ | خطا ۱٪ | خطا ۰٪/۱ | خطا ۰٪/۰۱ | خطا ۱٪ | خطا ۰٪/۱ | خطا ۰٪/۰۱ | خطا ۱٪ | خطا ۰٪/۱ | خطا ۰٪/۰۱ | خطا ۱٪ | خطا ۰٪/۱ | خطا ۰٪/۰۱ | خطا ۱٪ | خطا ۰٪/۱ | خطا ۰٪/۰۱ | خطا ۱٪ | خطا ۰٪/۱ | خطا ۰٪/۰۱ | خطا ۱٪ | خطا ۰٪/۱ | خطا ۰٪/۰۱ |
| | مرحله | ۳ | ۴ | ۶ | ۳ | ۳ | ۴ | ۳ | ۴ | ۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۳ | ۳ | ۴ | ۴ | ۳ | ۴ | ۳ | ۳ | ۵ | ۱ | ۲ | ۳ |
| ۱ | $\xi$ | ۱/۵۳۹۷ | ۱/۵۴۱۲ | ۱/۵۴۱۳ | ۱/۱۶۱۴ | ۱/۱۶۱۴ | ۱/۱۶۲۳ | ۰/۸۵۲۰ | ۰/۸۵۴۱ | ۰/۸۵۴۱ | ۰/۶۱۷۸ | ۰/۶۰۴۷ | ۰/۶۰۵۵ | ۰/۴۰۷۵ | ۰/۴۰۵۱ | ۰/۴۰۵۱ | ۰/۲۴۳۲ | ۰/۲۴۳۲ | ۰/۲۴۲۶ | ۰/۱۱۳۲ | ۰/۱۰۹۵ | ۰/۱۰۹۸ | ۰/۰۰۰۷ | ۰/۰۰۰۷ | ۰/۰۰۰۱ |
| | $w_1$ | ۰/۲۰۳۶ | ۰/۲۰۴۲ | ۰/۲۰۴۰ | ۰/۲۰۰۳ | ۰/۲۰۰۳ | ۰/۲۰۰۴ | ۰/۲۱۵۱ | ۰/۲۱۵۲ | ۰/۲۱۵۲ | ۰/۲۲۶۴ | ۰/۲۲۴۵ | ۰/۲۷۵۲ | ۰/۲۳۴۷ | ۰/۲۳۸۶ | ۰/۲۳۸۶ | ۰/۲۶۰۲ | ۰/۲۶۰۲ | ۰/۲۶۰۲ | ۰/۲۴۶۱ | ۰/۲۵۴۷ | ۰/۲۵۳۲ | ۰/۲۴۹۷ | ۰/۲۵۰۱ | ۰/۲۵۰۰ |
| | $w_2$ | ۰/۳۹۹۵ | ۰/۴۲۵۰ | ۰/۴۰۷۷ | ۰/۴۸۲۸ | ۰/۴۸۲۸ | ۰/۴۸۲۸ | ۰/۴۸۸۸ | ۰/۴۸۸۸ | ۰/۴۸۸۸ | ۰/۴۹۳۱ | ۰/۴۴۰۶ | ۰/۴۳۵۸ | ۰/۴۹۵۸ | ۰/۴۷۷۴ | ۰/۴۷۷۴ | ۰/۴۷۵۷ | ۰/۴۷۵۷ | ۰/۴۷۵۷ | ۰/۴۹۹۱ | ۰/۴۸۸۹ | ۰/۴۹۰۸ | ۰/۴۹۹۳ | ۰/۵۰۰۰ | ۰/۵۰۰۰ |
| | $w_3$ | ۰/۰۷۷۹ | ۰/۱۳۷۸ | ۰/۱۶۴۷ | ۰/۰۹۳۵ | ۰/۰۹۳۵ | ۰/۰۹۳۵ | ۰/۱۰۰۸ | ۰/۱۰۰۷ | ۰/۱۰۰۷ | ۰/۱۰۶۹ | ۰/۱۲۹۶ | ۰/۱۲۱۹ | ۰/۱۱۲۵ | ۰/۱۳۲۸ | ۰/۱۳۲۸ | ۰/۱۲۶۶ | ۰/۱۲۶۶ | ۰/۱۲۶۶ | ۰/۱۲۱۳ | ۰/۱۲۵۷ | ۰/۱۲۴۸ | ۰/۱۲۵۴ | ۰/۱۲۵۰ | ۰/۱۲۵۰ |
| | $w_4$ | ۰/۱۵۷۱ | ۰/۱۶۷۲ | ۰/۱۶۰۴ | ۰/۱۵۳۷ | ۰/۱۵۳۷ | ۰/۱۵۳۷ | ۰/۱۲۶۹ | ۰/۱۲۶۸ | ۰/۱۲۶۸ | ۰/۱۰۶۹ | ۰/۰۹۵۷ | ۰/۰۹۶۸ | ۰/۰۹۱۷ | ۰/۰۸۸۳ | ۰/۰۸۸۳ | ۰/۰۷۶۲ | ۰/۰۷۶۲ | ۰/۰۷۶۲ | ۰/۰۷۰۲ | ۰/۰۶۸۸ | ۰/۰۶۹۰ | ۰/۰۶۲۸ | ۰/۰۶۲۵ | ۰/۰۶۲۵ |
| | $w_5$ | ۰/۰۶۱۹ | ۰/۰۶۵۸ | ۰/۰۶۳۱ | ۰/۰۷۰۶ | ۰/۰۷۰۶ | ۰/۰۷۰۶ | ۰/۰۶۸۴ | ۰/۰۶۸۴ | ۰/۰۶۸۴ | ۰/۰۶۶۷ | ۰/۰۵۹۶ | ۰/۰۶۰۳ | ۰/۰۶۵۳ | ۰/۰۶۲۹ | ۰/۰۶۲۹ | ۰/۰۶۱۳ | ۰/۰۶۱۳ | ۰/۰۶۱۳ | ۰/۰۶۳۳ | ۰/۰۶۲۰ | ۰/۰۶۲۲ | ۰/۰۶۲۸ | ۰/۰۶۲۵ | ۰/۰۶۲۵ |
| | مرحله | ۳ | ۴ | ۵ | ۳ | ۴ | ۵ | ۱ | ۳ | ۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۳ | ۳ | ۴ | ۱ | ۳ | ۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۱ | ۳ | ۳ |
| ۲ | $\xi$ | ۱/۱۵۹۴ | ۱/۱۶۱۹ | ۱/۱۶۲۲ | ۰/۶۹۸۷ | ۰/۷۰۱۰ | ۰/۷۰۱۴ | ۰/۳۰۹۳ | ۰/۳۱۶۵ | ۰/۳۱۶۵ | ۰/۰۰۵۵ | ۰/۰۰۰۵ | ۰/۰۰۰۱ | ۰/۲۵۹۳ | ۰/۲۵۹۳ | ۰/۲۵۸۳ | ۰/۴۷۷۶ | ۰/۴۶۸۹ | ۰/۴۶۸۹ | ۰/۶۳۱۰ | ۰/۶۴۰۸ | ۰/۶۴۱۱ | ۰/۷۷۲۲ | ۰/۷۸۲۹ | ۰/۷۸۲۹ |
| | $w_1$ | ۰/۲۹۲۰ | ۰/۲۰۱۴ | ۰/۲۰۱۳ | ۰/۲۶۲۵ | ۰/۲۱۵۲ | ۰/۲۰۸۶ | ۰/۲۴۸۲ | ۰/۲۲۳۷ | ۰/۲۲۲۷ | ۰/۲۳۵۰ | ۰/۲۲۵۳ | ۰/۲۳۵۳ | ۰/۲۴۳۸ | ۰/۲۴۲۸ | ۰/۲۴۲۸ | ۰/۲۵۰۱ | ۰/۲۵۰۱ | ۰/۲۵۰۱ | ۰/۲۵۴۹ | ۰/۲۰۷۱ | ۰/۲۰۷۱ | ۰/۲۰۰۴ | ۰/۲۵۳۲ | ۰/۲۵۳۲ |
| | $w_2$ | ۰/۳۸۹۸ | ۰/۴۳۵۲ | ۰/۴۰۸۹ | ۰/۴۰۷۳ | ۰/۴۴۹۶ | ۰/۴۵۷۳ | ۰/۴۴۱۳ | ۰/۴۶۶۷ | ۰/۴۶۶۷ | ۰/۴۶۹۹ | ۰/۴۷۰۶ | ۰/۴۷۰۶ | ۰/۴۷۲۸ | ۰/۴۷۲۸ | ۰/۴۷۲۸ | ۰/۴۷۴۰ | ۰/۴۷۴۰ | ۰/۴۷۴۰ | ۰/۴۷۴۶ | ۰/۵۳۲۷ | ۰/۵۳۲۷ | ۰/۵۴۷۱ | ۰/۴۷۷۷ | ۰/۴۷۷۷ |
| | $w_3$ | ۰/۰۸۰۸ | ۰/۰۹۸۵ | ۰/۱۳۱۰ | ۰/۱۲۳۴ | ۰/۱۱۴۸ | ۰/۱۰۳۲ | ۰/۱۱۹۷ | ۰/۱۰۸۱ | ۰/۱۰۸۱ | ۰/۱۱۸۰ | ۰/۱۱۷۶ | ۰/۱۱۷۶ | ۰/۱۲۶۴ | ۰/۱۲۶۴ | ۰/۱۲۶۴ | ۰/۱۳۴۲ | ۰/۱۳۴۲ | ۰/۱۳۴۲ | ۰/۱۴۰۹ | ۰/۱۱۴۸ | ۰/۱۱۴۸ | ۰/۱۱۴۳ | ۰/۱۴۸۵ | ۰/۱۴۸۵ |
| | $w_4$ | ۰/۱۸۰۴ | ۰/۲۰۱۳ | ۰/۱۸۹۱ | ۰/۱۵۰۹ | ۰/۱۶۴۵ | ۰/۱۶۹۳ | ۰/۱۳۳۳ | ۰/۱۴۰۷ | ۰/۱۴۰۷ | ۰/۱۱۸۰ | ۰/۱۱۷۶ | ۰/۱۱۷۶ | ۰/۰۹۹۷ | ۰/۰۹۹۷ | ۰/۰۹۹۷ | ۰/۰۸۵۷ | ۰/۰۸۵۷ | ۰/۰۸۵۷ | ۰/۰۷۴۶ | ۰/۰۸۳۸ | ۰/۰۸۳۸ | ۰/۰۷۵۸ | ۰/۰۶۶۲ | ۰/۰۶۶۲ |
| | $w_5$ | ۰/۰۵۷۰ | ۰/۰۶۳۶ | ۰/۰۵۹۸ | ۰/۰۵۵۸ | ۰/۰۶۰۹ | ۰/۰۶۳۷ | ۰/۰۵۷۵ | ۰/۰۶۰۷ | ۰/۰۶۰۷ | ۰/۰۵۹۱ | ۰/۰۵۸۸ | ۰/۰۵۸۸ | ۰/۰۵۷۳ | ۰/۰۵۷۳ | ۰/۰۵۷۳ | ۰/۰۵۶۰ | ۰/۰۵۶۰ | ۰/۰۵۶۰ | ۰/۰۵۴۹ | ۰/۰۶۱۶ | ۰/۰۶۱۶ | ۰/۰۶۳۳ | ۰/۰۵۴۴ | ۰/۰۵۴۴ |
| | مرحله | ۳ | ۳ | ۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۱ | ۳ | ۳ | ۳ | ۴ | ۵ | ۳ | ۴ | ۵ | ۳ | ۴ | ۶ | ۳ | ۴ | ۴ | ۳ | ۴ | ۵ |
| ۳ | $\xi$ | ۰/۸۵۳۴ | ۰/۸۵۳۴ | ۰/۸۵۴۰ | ۰/۳۱۰۱ | ۰/۳۱۵۶ | ۰/۳۱۶۶ | ۰/۱۵۳۹ | ۰/۱۴۵۹ | ۰/۱۴۵۹ | ۰/۵۳۳۹ | ۰/۵۳۵۴ | ۰/۵۳۵۸ | ۰/۸۵۸۳ | ۰/۸۵۹۸ | ۰/۸۵۹۸ | ۱/۱۲۴۳ | ۱/۱۲۶۳ | ۱/۱۲۷۰ | ۱/۳۴۳۸ | ۱/۳۴۶۶ | ۱/۳۴۶۶ | ۱/۵۲۱۳ | ۱/۵۲۷۴ | ۱/۵۲۷۸ |
| | $w_1$ | ۰/۲۴۳۵ | ۰/۲۴۲۵ | ۰/۱۹۰۸ | ۰/۲۳۴۹ | ۰/۲۱۰۹ | ۰/۲۱۰۹ | ۰/۲۲۷۱ | ۰/۲۱۶۳ | ۰/۲۱۶۳ | ۰/۲۱۲۸ | ۰/۱۹۹۷ | ۰/۱۹۹۷ | ۰/۱۸۵۱ | ۰/۱۸۵۱ | ۰/۲۵۵۶ | ۰/۲۵۰۹ | ۰/۲۲۴۵ | ۰/۲۱۶۵ | ۰/۱۷۰۰ | ۰/۱۶۸۹ | ۰/۱۶۸۹ | ۰/۲۶۲۶ | ۰/۲۵۰۴ | ۰/۲۵۶۲ |
| | $w_2$ | ۰/۳۹۴۰ | ۰/۳۹۴۰ | ۰/۴۱۹۴ | ۰/۴۱۷۱ | ۰/۴۳۹۹ | ۰/۴۴۰۰ | ۰/۴۴۶۲ | ۰/۴۵۷۱ | ۰/۴۵۷۱ | ۰/۴۷۹۰ | ۰/۴۹۲۱ | ۰/۴۹۲۱ | ۰/۵۲۲۳ | ۰/۵۲۲۳ | ۰/۴۷۰۳ | ۰/۴۵۲۱ | ۰/۴۷۰۶ | ۰/۴۷۶۳ | ۰/۵۶۴۳ | ۰/۵۶۵۱ | ۰/۵۶۵۱ | ۰/۴۵۲۵ | ۰/۴۶۶۹ | ۰/۴۶۳۴ |
| | $w_3$ | ۰/۰۹۴۷ | ۰/۰۹۴۷ | ۰/۱۰۴۹ | ۰/۱۱۳۱ | ۰/۱۰۲۰ | ۰/۱۰۱۹ | ۰/۱۱۵۷ | ۰/۱۱۰۳ | ۰/۱۱۰۳ | ۰/۱۱۲۸ | ۰/۱۰۸۵ | ۰/۱۰۸۵ | ۰/۱۰۷۶ | ۰/۱۰۷۵ | ۰/۱۰۷۴ | ۰/۱۵۴۸ | ۰/۱۵۶۸ | ۰/۱۵۷۲ | ۰/۱۰۵۶ | ۰/۱۰۵۷ | ۰/۱۰۵۷ | ۰/۱۶۷۶ | ۰/۱۶۱۵ | ۰/۱۲۳۴ |
| | $w_4$ | ۰/۲۱۲۶ | ۰/۲۱۲۶ | ۰/۲۲۶۲ | ۰/۱۸۰۶ | ۰/۱۸۹۹ | ۰/۱۸۹۹ | ۰/۱۵۶۳ | ۰/۱۶۰۲ | ۰/۱۶۰۲ | ۰/۱۳۸۲ | ۰/۱۴۳۰ | ۰/۱۴۳۱ | ۰/۱۲۶۱ | ۰/۱۲۶۲ | ۰/۱۱۳۶ | ۰/۰۹۲۷ | ۰/۰۹۶۶ | ۰/۰۹۷۷ | ۰/۰۹۹۸ | ۰/۱۰۰۰ | ۰/۱۰۰۰ | ۰/۰۶۹۸ | ۰/۰۷۲۱ | ۰/۰۷۶۲ |
| | $w_5$ | ۰/۰۵۵۱ | ۰/۰۵۵۱ | ۰/۰۵۸۷ | ۰/۰۵۴۳ | ۰/۰۵۷۳ | ۰/۰۵۷۳ | ۰/۰۵۴۸ | ۰/۰۵۶۱ | ۰/۰۵۶۱ | ۰/۰۵۶۱ | ۰/۰۵۷۶ | ۰/۰۵۷۷ | ۰/۰۵۸۹ | ۰/۰۵۹۰ | ۰/۰۵۳۱ | ۰/۰۴۹۵ | ۰/۰۵۱۶ | ۰/۰۵۲۲ | ۰/۰۶۰۴ | ۰/۰۶۰۵ | ۰/۰۶۰۵ | ۰/۰۴۷۵ | ۰/۰۴۹۰ | ۰/۰۵۱۸ |
| | مرحله | ۱ | ۲ | ۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۳ | ۴ | ۵ | ۳ | ۴ | ۵ | ۳ | ۴ | ۶ | ۳ | ۳ | ۴ | ۳ | ۴ | ۵ | ۱ | ۲ | ۴ |
| ٤ | $\xi$ | ۰/۶۱۳۴ | ۰/۶۰۵۱ | ۰/۶۰۵۵ | ۰/۰۰۳۱ | ۰/۰۰۰۲ | ۰/۰۰۰۰ | ۰/۵۳۳۸ | ۰/۵۳۵۶ | ۰/۵۳۵۹ | ۰/۹۹۷۴ | ۰/۹۹۹۶ | ۰/۹۹۹۹ | ۱/۳۹۰۹ | ۱/۳۹۳۹ | ۱/۳۹۴۴ | ۱/۷۲۴۶ | ۱/۷۲۴۶ | ۱/۷۲۵۰ | ۱/۹۹۴۳ | ۱/۹۹۸۸ | ۱/۹۹۹۹ | ۲/۲۳۲۵ | ۲/۲۲۶۷ | ۲/۲۲۷۹ |
| | $w_1$ | ۰/۱۸۹۴ | ۰/۲۰۷۷ | ۰/۲۲۳۸ | ۰/۲۱۰۴ | ۰/۲۱۰۵ | ۰/۲۱۰۵ | ۰/۲۲۸۹ | ۰/۲۲۴۱ | ۰/۲۰۹۴ | ۰/۲۰۴۰ | ۰/۱۶۸۵ | ۰/۲۰۱۵ | ۰/۲۳۷۶ | ۰/۱۵۸۱ | ۰/۱۵۰۸ | ۰/۱۵۰۸ | ۰/۱۵۰۸ | ۰/۱۵۰۸ | ۰/۱۴۳۳ | ۰/۱۴۵۷ | ۰/۱۴۵۶ | ۰/۱۴۱۷ | ۰/۱۴۷۵ | ۰/۱۵۰۹ |
| | $w_2$ | ۰/۴۱۱۳ | ۰/۳۹۵۱ | ۰/۳۷۳۷ | ۰/۴۲۰۷ | ۰/۴۳۱۰ | ۰/۴۳۱۱ | ۰/۴۳۶۹ | ۰/۴۴۲۷ | ۰/۴۴۴۶ | ۰/۴۴۷۸ | ۰/۵۰۵۶ | ۰/۴۷۰۴ | ۰/۴۳۱۲ | ۰/۵۳۶۱ | ۰/۵۳۶۵ | ۰/۵۶۱۹ | ۰/۵۶۱۹ | ۰/۵۶۱۸ | ۰/۵۴۴۶ | ۰/۵۸۲۵ | ۰/۵۸۲۵ | ۰/۵۹۹۵ | ۰/۵۴۰۵ | ۰/۵۵۳۰ |
| | $w_3$ | ۰/۰۸۹۴ | ۰/۰۹۷۷ | ۰/۱۱۰۱ | ۰/۱۰۵۶ | ۰/۱۰۵۳ | ۰/۱۰۵۳ | ۰/۱۲۳۱ | ۰/۱۰۱۷ | ۰/۱۱۳۵ | ۰/۱۴۹۲ | ۰/۱۰۱۲ | ۰/۱۱۹۱ | ۰/۱۵۵۹ | ۰/۰۹۹۴ | ۰/۰۹۹۵ | ۰/۰۹۸۱ | ۰/۰۹۸۱ | ۰/۰۹۸۱ | ۰/۱۴۸۸ | ۰/۰۹۷۱ | ۰/۰۹۷۱ | ۰/۰۹۶۲ | ۰/۱۶۵۵ | ۰/۱۴۶۲ |
| | $w_4$ | ۰/۲۵۴۳ | ۰/۲۴۶۰ | ۰/۲۳۲۸ | ۰/۲۱۰۴ | ۰/۲۱۰۵ | ۰/۲۱۰۵ | ۰/۱۷۳۱ | ۰/۱۷۹۶ | ۰/۱۸۰۴ | ۰/۱۴۹۲ | ۰/۱۶۸۵ | ۰/۱۵۶۸ | ۰/۱۱۹۵ | ۰/۱۴۸۷ | ۰/۱۴۸۸ | ۰/۱۳۱۴ | ۰/۱۳۱۴ | ۰/۱۳۱۴ | ۰/۱۰۸۸ | ۰/۱۱۶۵ | ۰/۱۱۶۵ | ۰/۱۰۳۹ | ۰/۰۹۳۶ | ۰/۰۹۵۸ |
| | $w_5$ | ۰/۰۵۵۵ | ۰/۰۵۳۴ | ۰/۰۵۰۵ | ۰/۰۵۲۹ | ۰/۰۵۲۶ | ۰/۰۵۲۶ | ۰/۰۵۰۰ | ۰/۰۵۱۹ | ۰/۰۵۲۱ | ۰/۰۴۹۸ | ۰/۰۵۶۲ | ۰/۰۵۲۳ | ۰/۰۴۵۹ | ۰/۰۵۷۱ | ۰/۰۵۷۱ | ۰/۰۵۷۸ | ۰/۰۵۷۸ | ۰/۰۵۷۸ | ۰/۰۵۴۴ | ۰/۰۵۸۲ | ۰/۰۵۸۳ | ۰/۰۵۸۶ | ۰/۰۵۲۸ | ۰/۰۵۴۱ |

**ادامه جدول(۸) - جواب بهینه MILPM و مراحل جهت رسیدن به خطای قابل قبول نمونه‌های پنج شاخصه**

| | $a_{24}$ | ۱ | | | ۲ | | | ۳ | | | ٤ | | | ٥ | | | ٦ | | | ۷ | | | ۸ | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $a_{45}$ | | خطا ۱٪ | خطا ۰٪/۱ | خطا ۰٪/۰۱ | خطا ۱٪ | خطا ۰٪/۱ | خطا ۰٪/۰۱ | خطا ۱٪ | خطا ۰٪/۱ | خطا ۰٪/۰۱ | خطا ۱٪ | خطا ۰٪/۱ | خطا ۰٪/۰۱ | خطا ۱٪ | خطا ۰٪/۱ | خطا ۰٪/۰۱ | خطا ۱٪ | خطا ۰٪/۱ | خطا ۰٪/۰۱ | خطا ۱٪ | خطا ۰٪/۱ | خطا ۰٪/۰۱ | خطا ۱٪ | خطا ۰٪/۱ | خطا ۰٪/۰۱ |
| ۵ | مرحله | ۱ | ۳ | ۳ | ۲ | ۳ | ۴ | ۳ | ۳ | ۵ | ۲ | ۳ | ۴ | ۳ | ۴ | ۵ | ۲ | ۳ | ۴ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱ | ۱ | ۳ |
| | $\xi$ | ۰/۴۰۰۹ | ۰/۴۰۵۱ | ۰/۴۰۵۱ | ۰/۲۳۳۷ | ۰/۲۵۸۱ | ۰/۲۵۸۳ | ۰/۸۵۹۰ | ۰/۸۵۹۰ | ۰/۸۵۹۹ | ۱/۲۹۸۲ | ۱/۳۹۳۴ | ۱/۳۹۴۴ | ۱/۸۵۸۲ | ۱/۸۵۹۸ | ۱/۸۵۹۹ | ۲/۲۵۴۷ | ۲/۲۵۷۳ | ۲/۲۵۸۲ | ۲/۵۹۱۹ | ۲/۵۹۴۶ | ۲/۵۹۴۹ | ۲/۸۷۷۹ | ۲/۸۷۷۹ | ۲/۸۷۶۹ |
| | $w_1$ | ۰/۱۸۴۷ | ۰/۱۹۰۵ | ۰/۱۹۰۵ | ۰/۲۰۹۱ | ۰/۱۹۰۱ | ۰/۲۰۸۱ | ۰/۲۰۰۲ | ۰/۲۰۰۲ | ۰/۱۷۱۴ | ۰/۱۴۹۳ | ۰/۲۱۵۴ | ۰/۱۸۲۵ | ۰/۲۴۷۱ | ۰/۲۴۴۶ | ۰/۲۵۰۱ | ۰/۲۴۳۷ | ۰/۱۳۳۵ | ۰/۱۸۷۲ | ۰/۱۵۷۸ | ۰/۱۲۸۹ | ۰/۱۲۹۲ | ۰/۱۲۵۲ | ۰/۱۲۵۲ | ۰/۱۳۸۸ |
| | $w_2$ | ۰/۳۸۹۵ | ۰/۳۸۹۵ | ۰/۳۸۹۵ | ۰/۴۰۴۴ | ۰/۴۱۹۶ | ۰/۴۰۳۵ | ۰/۴۲۸۶ | ۰/۴۲۸۶ | ۰/۴۳۶۴ | ۰/۵۰۷۶ | ۰/۴۶۳۹ | ۰/۴۷۵۵ | ۰/۴۱۵۷ | ۰/۴۳۰۹ | ۰/۴۳۲۶ | ۰/۴۶۴۹ | ۰/۵۶۸۴ | ۰/۵۰۲۹ | ۰/۵۵۶۲ | ۰/۵۸۴۸ | ۰/۵۸۷۴ | ۰/۶۱۰۷ | ۰/۶۱۰۷ | ۰/۵۹۹۳ |
| | $w_3$ | ۰/۰۹۱۵ | ۰/۰۹۱۵ | ۰/۰۹۱۵ | ۰/۱۰۷۵ | ۰/۰۹۸۶ | ۰/۱۰۷۸ | ۰/۱۲۲۶ | ۰/۱۳۹۰ | ۰/۰۹۴۰ | ۰/۰۹۴۸ | ۰/۱۰۸۹ | ۰/۱۶۲۸ | ۰/۱۴۳۵ | ۰/۱۳۵۷ | ۰/۱۳۲۹ | ۰/۰۹۰۹ | ۰/۱۲۶۵ | ۰/۱۰۷۳ | ۰/۰۹۸۳ | ۰/۰۹۴۶ | ۰/۰۸۸۸ | ۰/۰۸۸۸ | ۰/۰۸۸۸ | ۰/۰۸۹۸ |
| | $w_4$ | ۰/۲۸۲۷ | ۰/۲۷۷۲ | ۰/۲۷۷۲ | ۰/۳۳۰۱ | ۰/۳۴۰۹ | ۰/۲۳۱۷ | ۰/۲۰۰۲ | ۰/۲۰۰۲ | ۰/۲۰۳۹ | ۰/۱۹۵۱ | ۰/۱۷۷۶ | ۰/۱۸۲۵ | ۰/۱۳۲۳ | ۰/۱۳۷۲ | ۰/۱۳۷۸ | ۰/۱۲۴۲ | ۰/۱۵۱۸ | ۰/۱۳۴۴ | ۰/۱۲۶۲ | ۰/۱۳۲۸ | ۰/۱۳۳۳ | ۰/۱۱۹۲ | ۰/۱۱۹۲ | ۰/۱۱۷۰ |
| | $w_5$ | ۰/۰۵۱۹ | ۰/۰۵۱۳ | ۰/۰۵۱۳ | ۰/۰۴۸۸ | ۰/۰۵۰۸ | ۰/۰۴۸۹ | ۰/۰۴۸۴ | ۰/۰۴۸۴ | ۰/۰۴۹۳ | ۰/۰۵۴۱ | ۰/۰۴۹۳ | ۰/۰۵۰۶ | ۰/۰۴۲۲ | ۰/۰۴۳۷ | ۰/۰۴۳۹ | ۰/۰۴۵۳ | ۰/۰۵۵۴ | ۰/۰۴۹۰ | ۰/۰۵۲۵ | ۰/۰۵۵۲ | ۰/۰۵۵۴ | ۰/۰۵۶۱ | ۰/۰۵۶۱ | ۰/۰۵۵۱ |
| ٦ | مرحله | ۱ | ۲ | ۳ | ۱ | ۱ | ۱ | ۱ | ۲ | ۴ | ۱ | ۳ | ۴ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱ | ۴ | ۵ | ۳ | ۵ | ۷ | ۳ | ۵ | ۶ |
| | $\xi$ | ۰/۲۴۷۵ | ۰/۲۴۱۹ | ۰/۲۴۲۶ | ۰/۴۶۸۷ | ۰/۴۶۸۷ | ۰/۴۶۸۷ | ۱/۱۲۴۴ | ۱/۱۲۵۹ | ۱/۱۲۶۹ | ۱/۷۱۳۹ | ۱/۷۲۴۵ | ۱/۷۲۵۲ | ۲/۲۵۳۳ | ۲/۲۵۷۳ | ۲/۲۵۸۳ | ۲/۷۲۳۳ | ۲/۷۲۴۹ | ۲/۷۲۵۰ | ۳/۱۲۰۱ | ۳/۱۲۶۵ | ۳/۱۲۶۹ | ۳/۴۶۰۱ | ۳/۴۶۸۴ | ۳/۴۶۸۸ |
| | $w_1$ | ۰/۱۹۶۹ | ۰/۱۹۹۴ | ۰/۱۹۸۷ | ۰/۲۰۴۳ | ۰/۲۰۴۳ | ۰/۲۰۴۳ | ۰/۲۲۰۲ | ۰/۲۳۳۳ | ۰/۱۴۷۳ | ۰/۲۳۴۴ | ۰/۱۳۴۶ | ۰/۱۳۵۲ | ۰/۱۷۷۴ | ۰/۱۲۶۵ | ۰/۱۲۶۵ | ۰/۱۴۵۲ | ۰/۱۲۰۴ | ۰/۲۰۸۱ | ۰/۲۶۱۶ | ۰/۱۵۹۹ | ۰/۱۱۵۹ | ۰/۲۶۷۴ | ۰/۱۰۶۲ | ۰/۱۶۶۹ |
| | $w_2$ | ۰/۳۶۵۳ | ۰/۳۶۳۷ | ۰/۳۶۸۱ | ۰/۳۸۷۳ | ۰/۳۸۷۳ | ۰/۳۸۷۳ | ۰/۳۹۲۴ | ۰/۴۱۵۳ | ۰/۴۳۸۷ | ۰/۳۹۷۸ | ۰/۵۰۱۱ | ۰/۵۰۳۶ | ۰/۴۸۷۰ | ۰/۵۳۸۶ | ۰/۵۳۸۵ | ۰/۵۶۸۳ | ۰/۴۸۸۹ | ۰/۵۰۰۶ | ۰/۴۰۸۳ | ۰/۵۵۸۸ | ۰/۵۹۴۰ | ۰/۴۱۰۵ | ۰/۵۵۵۵ | ۰/۵۶۰۰ |
| | $w_3$ | ۰/۰۹۶۹ | ۰/۰۹۶۷ | ۰/۰۹۵۰ | ۰/۱۰۹۶ | ۰/۱۰۹۶ | ۰/۱۰۹۶ | ۰/۱۳۴۱ | ۰/۱۳۱۶ | ۰/۱۵۲۷ | ۰/۰۹۲۶ | ۰/۰۸۸۰ | ۰/۱۱۰۷ | ۰/۰۸۶۱ | ۰/۰۸۶۱ | ۰/۰۸۶۱ | ۰/۰۸۴۶ | ۰/۱۷۱۰ | ۰/۰۹۱۸ | ۰/۱۸۸۲ | ۰/۰۸۶۸ | ۰/۰۸۳۴ | ۰/۱۹۵۸ | ۰/۱۶۷۳ | ۰/۱۰۰۷ |
| | $w_4$ | ۰/۲۹۱۱ | ۰/۲۹۳۲ | ۰/۲۹۳۹ | ۰/۲۵۳۱ | ۰/۲۵۳۱ | ۰/۲۵۳۱ | ۰/۲۱۰۳ | ۰/۲۲۱۷ | ۰/۲۳۴۳ | ۰/۱۷۴۲ | ۰/۲۲۰۲ | ۰/۲۲۱۴ | ۰/۱۷۷۴ | ۰/۱۹۶۳ | ۰/۱۹۶۴ | ۰/۱۷۷۷ | ۰/۱۴۹۳ | ۰/۱۵۲۸ | ۰/۱۰۵۲ | ۰/۱۴۴۳ | ۰/۱۵۳۴ | ۰/۹۰۴ | ۰/۱۴۲۶ | ۰/۱۲۳۶ |
| | $w_5$ | ۰/۰۴۷۱ | ۰/۰۴۶۹ | ۰/۰۴۷۱ | ۰/۰۴۵۷ | ۰/۰۴۵۷ | ۰/۰۴۵۷ | ۰/۰۴۳۰ | ۰/۰۴۵۵ | ۰/۰۴۸۱ | ۰/۰۴۰۹ | ۰/۰۵۱۵ | ۰/۰۵۱۸ | ۰/۰۴۷۵ | ۰/۰۵۲۵ | ۰/۰۵۲۵ | ۰/۰۵۳۰ | ۰/۰۴۵۶ | ۰/۰۴۶۷ | ۰/۰۳۶۷ | ۰/۰۵۰۲ | ۰/۰۵۳۴ | ۰/۰۳۵۸ | ۰/۰۴۸۴ | ۰/۰۴۸۸ |
| ۷ | مرحله | ۱ | ۳ | ۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۱ | ۴ | ۴ | ۲ | ۴ | ۵ | ۳ | ۴ | ۵ | ۴ | ۵ | ۱ | ۴ | ۶ | |
| | $\xi$ | ۰/۱۰۵۴ | ۰/۱۰۹۸ | ۰/۱۰۹۸ | ۰/۶۳۵۵ | ۰/۶۴۰۳ | ۰/۶۴۱۰ | ۱/۳۴۰۴ | ۱/۳۴۶۳ | ۱/۳۴۶۶ | ۱/۹۹۶۷ | ۲/۰۰۰۰ | ۲/۰۰۰۰ | ۲/۵۸۹۱ | ۲/۵۹۳۸ | ۲/۵۹۴۸ | ۳/۱۳۰۵ | ۳/۱۲۶۷ | ۳/۱۲۷۰ | ۳/۵۹۱۵ | ۳/۵۹۴۰ | ۳/۵۹۴۸ | ۳/۹۸۶۲ | ۳/۹۹۹۶ | ۳/۹۹۹۹ |
| | $w_1$ | ۰/۱۷۷۸ | ۰/۱۷۸۷ | ۰/۱۷۸۷ | ۰/۲۰۰۷ | ۰/۱۹۵۸ | ۰/۱۹۳۶ | ۰/۲۱۷۶ | ۰/۱۳۶۰ | ۰/۱۳۶۰ | ۰/۱۳۴۸ | ۰/۱۲۵۸ | ۰/۱۲۵۸ | ۰/۱۱۴۸ | ۰/۲۱۳۷ | ۰/۲۱۹۰ | ۰/۲۵۲۲ | ۰/۲۵۲۳ | ۰/۲۴۷۰ | ۰/۰۹۷۴ | ۰/۱۰۷۲ | ۰/۱۰۵۷ | ۰/۱۰۲۵ | ۰/۱۰۱۹۹۹ | ۰/۱۰۱۶ |
| | $w_2$ | ۰/۳۶۱۵ | ۰/۳۵۹۸ | ۰/۳۵۹۸ | ۰/۳۷۲۸ | ۰/۳۷۷۰ | ۰/۳۷۷۸ | ۰/۳۷۹۰ | ۰/۴۵۵۳ | ۰/۴۵۵۰ | ۰/۴۸۸۴ | ۰/۴۹۳۴ | ۰/۴۹۳۴ | ۰/۵۲۶۴ | ۰/۴۴۵۹ | ۰/۴۶۶۲ | ۰/۳۹۳۸ | ۰/۳۹۳۸ | ۰/۳۹۷۷ | ۰/۵۳۵۸ | ۰/۵۹۰۶ | ۰/۵۹۱۶ | ۰/۶۱۵۳ | ۰/۵۴۸۶ | ۰/۶۰۹۸ |
| | $w_3$ | ۰/۰۹۱۸ | ۰/۰۹۱۸ | ۰/۰۹۱۸ | ۰/۱۱۱۰ | ۰/۱۰۶۱ | ۰/۱۰۶۷ | ۰/۱۳۶۹ | ۰/۰۸۵۱ | ۰/۰۸۵۱ | ۰/۰۸۴۲ | ۰/۰۸۶۳ | ۰/۰۸۶۳ | ۰/۰۹۰۹ | ۰/۱۱۲۹ | ۰/۱۰۷۷۰ | ۰/۱۸۱۳ | ۰/۱۸۱۵ | ۰/۱۸۱۱ | ۰/۱۶۳۴ | ۰/۰۷۷۸ | ۰/۰۷۷۹ | ۰/۰۷۶۹ | ۰/۰۶۸۶ | ۰/۰۸۵۲ |
| | $w_4$ | ۰/۳۲۴۴ | ۰/۳۲۴۲ | ۰/۳۲۴۲ | ۰/۲۷۲۵ | ۰/۲۷۷۴ | ۰/۲۷۸۰ | ۰/۲۲۶۳ | ۰/۲۷۵۰ | ۰/۲۷۵۲ | ۰/۲۴۳۸ | ۰/۲۴۶۲ | ۰/۲۴۶۲ | ۰/۲۱۸۳ | ۰/۱۸۸۴ | ۰/۱۹۳۸ | ۰/۱۳۷۳ | ۰/۱۳۷۱ | ۰/۱۳۸۴ | ۰/۱۵۷۱ | ۰/۱۷۳۴ | ۰/۱۷۳۷ | ۰/۱۵۳۹ | ۰/۱۱۳۷۲ | ۰/۱۵۲۵ |
| | $w_5$ | ۰/۰۴۵۹ | ۰/۰۴۵۶ | ۰/۰۴۵۶ | ۰/۰۴۳۰ | ۰/۰۴۳۶ | ۰/۰۴۳۷ | ۰/۰۴۰۳ | ۰/۰۴۸۷ | ۰/۰۴۸۷ | ۰/۰۴۸۸ | ۰/۰۴۹۲ | ۰/۰۴۹۲ | ۰/۰۴۹۶ | ۰/۰۴۲۱ | ۰/۰۴۴۰ | ۰/۰۳۵۴ | ۰/۰۳۵۴ | ۰/۰۳۵۷ | ۰/۰۴۶۲ | ۰/۰۵۰۹ | ۰/۰۵۱۰ | ۰/۰۵۱۳ | ۰/۰۴۵۷ | ۰/۰۵۰۸ |
| ۸ | مرحله | ۱ | ۱ | ۱ | ۱ | ۱ | ۲ | ۱ | ۱ | ۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۱ | ۱ | ۳ | ۳ | ۵ | ۷ | ۱ | ۳ | ۳ | ۱ | ۳ | ۵ |
| | $\xi$ | ۰/۰۰۰۰ | ۰/۰۰۰۰ | ۰/۰۰۰۰ | ۰/۷۸۲۵ | ۰/۷۸۲۵ | ۰/۷۸۳۱ | ۱/۵۲۷۰ | ۱/۵۳۷۰ | ۱/۵۲۷۸ | ۲/۲۳۰۸ | ۲/۲۳۷۲ | ۲/۲۳۸۰ | ۲/۸۷۷۶ | ۲/۸۷۷۶ | ۲/۸۷۶۹ | ۳/۴۶۲۱ | ۳/۴۶۸۶ | ۳/۴۶۸۷ | ۳/۹۸۷۳ | ۴/۰۰۰۰ | ۴/۰۰۰۰ | ۴/۴۷۹۹ | ۴/۴۶۸۰ | ۴/۴۶۸۸ |
| | $w_1$ | ۰/۱۷۳۵ | ۰/۱۷۳۵ | ۰/۱۷۳۵ | ۰/۱۴۵۸ | ۰/۱۴۵۸ | ۰/۱۴۵۹ | ۰/۲۰۳۱ | ۰/۲۰۳۱ | ۰/۱۹۳۸ | ۰/۱۱۴۸ | ۰/۱۱۸۳ | ۰/۱۳۴۵ | ۰/۱۰۷۱ | ۰/۱۰۷۱ | ۰/۱۲۰۸ | ۰/۲۴۹۷ | ۰/۲۵۲۶ | ۰/۱۰۱۷ | ۰/۲۵۶۸ | ۰/۰۹۱۶ | ۰/۰۹۱۶ | ۰/۰۹۴۴ | ۰/۱۲۸۵ | ۰/۱۳۱۹ |
| | $w_2$ | ۰/۳۴۷۱ | ۰/۳۴۷۱ | ۰/۳۴۷۱ | ۰/۳۹۸۴ | ۰/۳۹۸۴ | ۰/۳۹۸۲ | ۰/۳۹۸۳ | ۰/۳۹۸۳ | ۰/۴۰۵۵ | ۰/۴۸۵۳ | ۰/۴۵۶۹ | ۰/۴۴۹۱ | ۰/۵۲۲۶ | ۰/۵۲۲۶ | ۰/۵۱۴۴ | ۰/۳۸۳۲ | ۰/۳۹۸۱ | ۰/۴۹۱۹ | ۰/۴۸۱۹ | ۰/۵۴۹۸ | ۰/۵۴۹۸ | ۰/۶۱۰۹ | ۰/۴۶۳۰ | ۰/۴۷۲۵ |
| | $w_3$ | ۰/۰۸۷۲ | ۰/۰۸۷۲ | ۰/۰۸۷۲ | ۰/۰۸۳۲ | ۰/۰۸۳۲ | ۰/۰۸۳۳ | ۰/۰۸۱۸ | ۰/۰۸۱۸ | ۰/۰۸۲۶ | ۰/۰۷۸۰ | ۰/۱۳۵۲ | ۰/۱۰۶۲ | ۰/۰۷۶۰ | ۰/۰۷۶۰ | ۰/۰۷۵۲ | ۰/۱۸۳۹ | ۰/۱۵۷۳ | ۰/۱۶۹۱ | ۰/۰۶۰۲ | ۰/۱۲۹۶ | ۰/۱۲۹۶ | ۰/۰۷۲۱ | ۰/۲۴۰۲ | ۰/۲۲۳۹ |
| | $w_4$ | ۰/۳۴۸۵ | ۰/۳۴۸۵ | ۰/۳۴۸۵ | ۰/۳۲۷۲ | ۰/۳۲۷۳ | ۰/۳۲۷۳ | ۰/۲۷۴۶ | ۰/۲۷۴۶ | ۰/۲۷۵۵ | ۰/۲۷۴۵ | ۰/۲۵۳۴ | ۰/۲۵۷۸ | ۰/۲۴۶۲ | ۰/۲۴۶۲ | ۰/۲۴۲۳ | ۰/۱۵۰۸ | ۰/۱۵۷۳ | ۰/۱۹۴۴ | ۰/۱۶۰۸ | ۰/۱۸۳۲ | ۰/۱۸۳۲ | ۰/۱۷۳۵ | ۰/۱۴۱۲ | ۰/۱۳۳۸ |
| | $w_5$ | ۰/۰۴۳۷ | ۰/۰۴۳۷ | ۰/۰۴۳۷ | ۰/۰۴۵۴ | ۰/۰۴۵۴ | ۰/۰۴۵۳ | ۰/۰۴۲۱ | ۰/۰۴۲۱ | ۰/۰۴۲۶ | ۰/۰۴۷۵ | ۰/۰۴۳۹ | ۰/۰۴۴۷ | ۰/۰۴۸۱ | ۰/۰۴۸۱ | ۰/۰۴۷۳ | ۰/۰۳۳۴ | ۰/۰۳۴۷ | ۰/۰۴۲۹ | ۰/۰۴۰۲ | ۰/۰۴۵۸ | ۰/۰۴۵۸ | ۰/۰۴۹۰ | ۰/۰۳۷۱ | ۰/۰۳۷۹ |

**جدول (۹)-آنالیز تعداد مراحل رسیدن به خطای قابل قبول**

| تعداد مرحله | تعداد مسأله سه شاخصه | | | تعداد مسأله پنج شاخصه | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | ۱٪ | ۰/۱٪ | ۰/۰۱٪ | ۱٪ | ۰/۱٪ | ۰/۰۱٪ |
| یک مرحله | ۲۷ | ۹ | ۲ | ۳۰ | ۶ | ۲ |
| دو مرحله | ۲۶ | ۱۴ | ۶ | ۷ | ۱۳ | ۱ |
| سه مرحله | ۱۱ | ۴۰ | ۳۰ | ۲۷ | ۲۰ | ۲۰ |
| چهار مرحله | ۰ | ۱ | ۲۵ | ۰ | ۲۲ | ۱۸ |
| پنج مرحله | ۰ | ۰ | ۱ | ۰ | ۳ | ۱۶ |
| شش مرحله | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۵ |
| هفت مرحله | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۲ |
| جمع | ۶۴ | ۶۴ | ۶۴ | ۶۴ | ۶۴ | ۶۴ |

**جدول(۱۰)- فراوانی تابع هدف و تعداد مراحل حل**

| نمونه | $a_{21}$ سه شاخصه / $a_{45}$ پنج شاخصه | $a_{32}$ سه شاخصه / $a_{24}$ پنج شاخصه | $\xi_{NLPM}$ | تعداد مراحل برای دستیابی به جواب تخمینی نمونه سه شاخصه با خطای | | | تعداد مراحل برای دستیابی به جواب تخمینی نمونه پنج شاخصه با خطای | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | ٪۱ | ٪۰/۱ | ٪۰/۰۱ | ٪۱ | ٪۰/۱ | ٪۰/۰۱ |
| ۱ و ۶۵ | ۱ | ۱ | ۱/۵۴۱۴ | ۲ | ۳ | ۴ | ۳ | ۴ | ۶ |
| ۲ و ۶۶ | ۱ | ۲ | ۱/۱۶۲۳ | ۲ | ۳ | ۴ | ۳ | ۳ | ۴ |
| ۳ و ۶۷ | ۱ | ۳ | ۰/۸۵۴۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۳ | ۴ | ۴ |
| ۴ و ۶۸ | ۱ | ۴ | ۰/۶۰۵۶ | ۱ | ۲ | ۳ | ۱ | ۲ | ۳ |
| ۵ و ۶۹ | ۱ | ۵ | ۰/۴۰۵۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۳ | ۴ | ۴ |
| ۶ و ۷۰ | ۱ | ۶ | ۰/۲۴۲۶ | ۲ | ۲ | ۳ | ۳ | ۳ | ۴ |
| ۷ و ۷۱ | ۱ | ۷ | ۰/۱۰۹۸ | ۳ | ۳ | ۴ | ۳ | ۴ | ۵ |
| ۸ و ۷۲ | ۱ | ۸ | ۰/۰۰۰۰ | ۱ | ۱ | ۱ | ۱ | ۲ | ۳ |
| ۹ و ۷۳ | ۲ | ۱ | ۱/۱۶۲۳ | ۲ | ۳ | ۳ | ۳ | ۴ | ۵ |
| ۱۰ و ۷۴ | ۲ | ۲ | ۰/۷۰۱۶ | ۲ | ۳ | ۴ | ۳ | ۴ | ۵ |
| ۱۱ و ۷۵ | ۲ | ۳ | ۰/۳۱۶۶ | ۱ | ۲ | ۳ | ۱ | ۳ | ۳ |
| ۱۲ و ۷۶ | ۲ | ۴ | ۰/۰۰۰۰ | ۱ | ۱ | ۲ | ۱ | ۲ | ۳ |
| ۱۳ و ۷۷ | ۲ | ۵ | ۰/۲۵۸۳ | ۲ | ۲ | ۳ | ۳ | ۳ | ۴ |
| ۱۴ و ۷۸ | ۲ | ۶ | ۰/۴۶۸۹ | ۲ | ۳ | ۳ | ۱ | ۳ | ۳ |
| ۱۵ و ۷۹ | ۲ | ۷ | ۰/۶۴۱۱ | ۱ | ۲ | ۲ | ۱ | ۲ | ۳ |
| ۱۶ و ۸۰ | ۲ | ۸ | ۰/۷۸۳۰ | ۳ | ۳ | ۳ | ۱ | ۳ | ۳ |
| ۱۷ و ۸۱ | ۳ | ۱ | ۰/۸۵۴۱ | ۲ | ۳ | ۳ | ۳ | ۳ | ۴ |
| ۱۸ و ۸۲ | ۳ | ۲ | ۰/۳۱۶۶ | ۱ | ۲ | ۳ | ۱ | ۲ | ۳ |
| ۱۹ و ۸۳ | ۳ | ۳ | ۰/۱۴۵۹ | ۱ | ۱ | ۳ | ۱ | ۳ | ۳ |
| ۲۰ و ۸۴ | ۳ | ۴ | ۰/۵۳۵۹ | ۳ | ۳ | ۴ | ۳ | ۴ | ۵ |
| ۲۱ و ۸۵ | ۳ | ۵ | ۰/۸۵۹۹ | ۳ | ۳ | ۴ | ۳ | ۴ | ۵ |
| ۲۲ و ۸۶ | ۳ | ۶ | ۱/۱۲۷۰ | ۳ | ۳ | ۴ | ۳ | ۴ | ۶ |
| ۲۳ و ۸۷ | ۳ | ۷ | ۱/۳۴۶۷ | ۳ | ۳ | ۴ | ۳ | ۴ | ۴ |
| ۲۴ و ۸۸ | ۳ | ۸ | ۱/۵۲۷۹ | ۲ | ۳ | ۳ | ۳ | ۴ | ۵ |
| ۲۵ و ۸۹ | ۴ | ۱ | ۰/۶۰۵۶ | ۱ | ۳ | ۴ | ۱ | ۲ | ۳ |
| ۲۶ و ۹۰ | ۴ | ۲ | ۰/۰۰۰۰ | ۱ | ۳ | ۵ | ۱ | ۲ | ۳ |

**ادامه جدول(۱۰)- فراوانی تابع هدف و تعداد مراحل حل**

| نمونه | $a_{21}$ سه شاخصه / $a_{45}$ پنج شاخصه | $a_{32}$ سه شاخصه / $a_{24}$ پنج شاخصه | $\xi_{NLPM}$ | تعداد مراحل برای دستیابی به جواب تخمینی نمونه سه شاخصه با خطای | | | تعداد مراحل برای دستیابی به جواب تخمینی نمونه پنج شاخصه با خطای | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | ۱٪ | ۰/۱٪ | ۰/۰۱٪ | ۱٪ | ۰/۱٪ | ۰/۰۱٪ |
| ۲۷ و ۹۱ | ۴ | ۳ | ۰/۵۳۵۹ | ۲ | ۳ | ۳ | ۳ | ۴ | ۵ |
| ۲۸ و ۹۲ | ۴ | ۴ | ۱/۰۰۰۰ | ۲ | ۳ | ۴ | ۳ | ۴ | ۵ |
| ۲۹ و ۹۳ | ۴ | ۵ | ۱/۳۹۴۴ | ۳ | ۳ | ۳ | ۳ | ۴ | ۶ |
| ۳۰ و ۹۴ | ۴ | ۶ | ۱/۷۲۵۱ | ۳ | ۳ | ۳ | ۳ | ۳ | ۴ |
| ۳۱ و ۹۵ | ۴ | ۷ | ۲/۰۰۰۰ | ۳ | ۳ | ۴ | ۳ | ۴ | ۵ |
| ۳۲ و ۹۶ | ۴ | ۸ | ۲/۲۲۸۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۱ | ۲ | ۴ |
| ۳۳ و ۹۷ | ۵ | ۱ | ۰/۴۰۵۱ | ۲ | ۳ | ۳ | ۱ | ۳ | ۳ |
| ۳۴ و ۹۸ | ۵ | ۲ | ۰/۲۵۸۳ | ۲ | ۳ | ۴ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۳۵ و ۹۹ | ۵ | ۳ | ۰/۸۵۹۹ | ۲ | ۳ | ۳ | ۳ | ۳ | ۵ |
| ۳۶ و ۱۰۰ | ۵ | ۴ | ۱/۳۹۴۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۳۷ و ۱۰۱ | ۵ | ۵ | ۱/۸۵۹۹ | ۲ | ۳ | ۴ | ۳ | ۴ | ۵ |
| ۳۸ و ۱۰۲ | ۵ | ۶ | ۲/۲۵۸۳ | ۱ | ۳ | ۴ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۳۹ و ۱۰۳ | ۵ | ۷ | ۲/۵۹۴۹ | ۲ | ۳ | ۴ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۴۰ و ۱۰۴ | ۵ | ۸ | ۲/۸۷۶۹ | ۱ | ۱ | ۲ | ۱ | ۱ | ۳ |
| ۴۱ و ۱۰۵ | ۶ | ۱ | ۰/۲۴۲۶ | ۲ | ۳ | ۳ | ۱ | ۲ | ۳ |
| ۴۲ و ۱۰۶ | ۶ | ۲ | ۰/۴۶۸۹ | ۱ | ۱ | ۳ | ۱ | ۱ | ۱ |
| ۴۳ و ۱۰۷ | ۶ | ۳ | ۱/۱۲۷۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۱ | ۲ | ۴ |
| ۴۴ و ۱۰۸ | ۶ | ۴ | ۱/۷۲۵۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۱ | ۳ | ۴ |
| ۴۵ و ۱۰۹ | ۶ | ۵ | ۲/۲۵۸۳ | ۱ | ۳ | ۴ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۴۶ و ۱۱۰ | ۶ | ۶ | ۲/۷۲۵۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۱ | ۴ | ۵ |
| ۴۷ و ۱۱۱ | ۶ | ۷ | ۳/۱۲۷۰ | ۳ | ۳ | ۴ | ۳ | ۵ | ۷ |
| ۴۸ و ۱۱۲ | ۶ | ۸ | ۳/۴۶۸۹ | ۲ | ۴ | ۴ | ۳ | ۵ | ۶ |
| ۴۹ و ۱۱۳ | ۷ | ۱ | ۰/۱۰۹۸ | ۲ | ۳ | ۳ | ۱ | ۳ | ۳ |
| ۵۰ و ۱۱۴ | ۷ | ۲ | ۰/۶۴۱۱ | ۱ | ۳ | ۴ | ۱ | ۲ | ۳ |
| ۵۱ و ۱۱۵ | ۷ | ۳ | ۱/۳۴۶۷ | ۲ | ۳ | ۳ | ۱ | ۲ | ۳ |
| ۵۲ و ۱۱۶ | ۷ | ۴ | ۲/۰۰۰۰ | ۲ | ۳ | ۳ | ۲ | ۴ | ۴ |

**ادامه جدول(۱۰)- فراوانی تابع هدف و تعداد مراحل حل**

| نمونه | $a_{21}$ سه شاخصه / $a_{45}$ پنج شاخصه | $a_{32}$سه شاخصه / $a_{24}$ پنج شاخصه | $\xi_{NLPM}$ | تعداد مراحل برای دستیابی به جواب تخمینی نمونه سه شاخصه با خطای | | | تعداد مراحل برای دستیابی به جواب تخمینی نمونه پنج شاخصه با خطای | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | ٪۱ | ٪۰/۱ | ٪۰/۰۱ | ٪۱ | ٪۰/۱ | ٪۰/۰۱ |
| ۵۳ و ۱۱۷ | ۷ | ۵ | ۲/۵۹۴۹ | ۱ | ۳ | ۴ | ۲ | ۴ | ۵ |
| ۵۴ و ۱۱۸ | ۷ | ۶ | ۳/۱۲۷۰ | ۲ | ۳ | ۳ | ۳ | ۴ | ۵ |
| ۵۵ و ۱۱۹ | ۷ | ۷ | ۳/۵۹۴۹ | ۳ | ۳ | ۴ | ۳ | ۴ | ۵ |
| ۵۶ و ۱۲۰ | ۷ | ۸ | ۴/۰۰۰۰ | ۱ | ۱ | ۲ | ۱ | ۴ | ۶ |
| ۵۷ و ۱۲۱ | ۸ | ۱ | ۰/۰۰۰۰ | ۱ | ۱ | ۱ | ۱ | ۱ | ۱ |
| ۵۸ و ۱۲۲ | ۸ | ۲ | ۰/۷۸۳۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۱ | ۱ | ۲ |
| ۵۹ و ۱۲۳ | ۸ | ۳ | ۱/۵۲۷۹ | ۲ | ۲ | ۳ | ۱ | ۱ | ۴ |
| ۶۰ و ۱۲۴ | ۸ | ۴ | ۲/۲۲۸۰ | ۱ | ۲ | ۴ | ۱ | ۲ | ۳ |
| ۶۱ و ۱۲۵ | ۸ | ۵ | ۲/۸۷۶۹ | ۱ | ۱ | ۲ | ۱ | ۱ | ۳ |
| ۶۲ و ۱۲۶ | ۸ | ۶ | ۳/۴۶۸۹ | ۲ | ۳ | ۳ | ۳ | ۵ | ۷ |
| ۶۳ و ۱۲۷ | ۸ | ۷ | ۴/۰۰۰۰ | ۱ | ۱ | ۲ | ۱ | ۳ | ۳ |
| ۶۴ و ۱۲۸ | ۸ | ۸ | ۴/۴۶۸۹ | ۱ | ۳ | ۴ | ۱ | ۳ | ۵ |