دسترسی در سایتِ http://jnrm.srbiau.ac.ir
سال ششم، شماره بیست و ششم، مهر و آبان ۱۳۹۹
شماره شاپا: ۵۸۸-۲۵۸۸X

دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات

پژوهش‌های نوین در ریاضی

تخمین کارایی هزینه برای واحدها در تکنولوژی‌های متفاوت با استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها

محسن حکمت نیا[۱و۲]، علیرضا امیرتیموری[۱]، سهراب کردرستمی[۳*]، محسن واعظ قاسمی[۱]

(۱) گروه ریاضی، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد رشت، رشت، ایران
(۲) گروه ریاضی، پردیس علوم و تحقیقات گیلان، دانشگاه آزاد اسلامی، رشت، ایران
(۳) گروه ریاضی، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد لاهیجان، لاهیجان، ایران

تاریخ ارسال مقاله: ۹۸/۰۲/۲۵ تاریخ پذیرش مقاله: ۹۸/۱۰/۱۹

چکیده

تحلیل پوششی داده‌ها (DEA) روشی برای ارزیابی کارایی نسبی مجموعه‌ای از واحدهای تصمیم‌گیرنده در یک فرآیند تولید است. یکی از شاخه‌های ارزیابی عملکرد، بررسی کارایی هزینه می‌باشد. کارایی هزینه توانایی تولید مقدار کنونی خروجی را با کمترین مقدار هزینه ارزیابی می‌کند. حال فرض کنیم که چندین گروه از واحدها مورد نظر می‌باشد که بطور مجزا عمل می‌کنند و تکنولوژی‌های متفاوتی دارند اما به طور متمرکز مدیریت می‌شوند یا به عبارتی دیگر منبع تامین‌کننده مواد اولیه آنها مشترک است اما هرکدام از این گروه‌ها هزینه‌های متفاوتی را برای این منابع پرداخت می‌کنند. مدل‌های سنتی DEA هیچ پیشنهادی برای محاسبه کارایی هزینه در چنین شرایطی که واحدها به گروه‌های با تکنولوژی‌های متفاوت دسته‌بندی شده باشند و هزینه ورودی‌ها متفاوت باشد، ارائه نمی‌کند. در این مقاله با استفاده از مفهوم کارایی هزینه و استفاده از مفهوم ابر مرز و با استفاده از ارتباط منطقی کارایی هزینه و کارایی تکنیکی روشی برای محاسبه کارایی هزینه در شرایط تکنولوژیکی متفاوت ارائه می‌شود. همچنین روشی ارائه می‌شود که برمبنای آن بتوان از انتقال واحدها به‌منظور بهبود عملکرد آنها استفاده کرد. روش ارائه شده در این تحقیق در مثال عددی و مطالعه کاربردی مورد استفاده قرار می‌گیرد و نتایج آن‌ها مورد بررسی قرار می‌گیرند.

واژه‌های کلیدی: کارایی هزینه، تحلیل پوششی داده‌ها، تکنولوژی‌های متفاوت، کارایی گروه‌ها.

*. عهده‌دار مکاتبات: Email:sohrabkordrostami@gmail.com

۱- مقدمه

چارنز و همکاران [۱] تحلیل پوششی داده‌ها (DEA) را به عنوان ابزاری برای ارزیابی کارایی نسبی و عملکرد مجموعه‌ای از واحدهای تصمیم‌گیرنده در یک فرآیند تولید، معرفی کردند. روش‌های مختلفی برای اندازه گیری کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده (DMU)[1] ارائه شده که می‌توان آن‌ها را به دو دسته کلی تقسیم کرد: روش‌های پارامتری و روش‌های غیرپارامتری. فارل [۲] برای نخستین بار روشی غیرپارامتری را مطرح کرد. او با استفاده از خروجی‌ها و ورودی‌های واحدهای تصمیم گیرنده، تابعی را به مجموعه‌ی خروجی‌ها و ورودی‌ها برازش داد به طوری که تمام واحدهای تصمیم گیرنده زیر نمودار تابع باشند. کارایی هزینه (CE)[2] توانایی تولید مقدار کنونی خروجی را با کمترین مقدار هزینه ارزیابی می‌کند. طبق جهانشاهلو و همکاران [۳]، مفاهیم و تئوری کارایی هزینه را می‌توان به فارل، همان کسی که سازنده بنیان‌های بسیاری از مفاهیم DEA است، نسبت داد. واحدها در نواحی مختلف با امکان تولیدهای متفاوتی روبرو هستند که آنها را مجبور به انتخاب از مجموعه‌های متفاوت از ترکیبات ورودی و خروجی می‌کند. این تفاوت را می‌توان به میزان دسترسی به نیروی انسانی، زیرساختهای اقتصادی، سرمایه مالی، دسترسی به منابع و هرمشخصه دیگر اقتصادی اجتماعی و انسانی دیگر که در امر تولید دخیل می‌باشند نسبت داد. بنابراین محاسبه کارایی با استفاده از روش‌های DEA گاهی اوقات ممکن است به دلیل عدم توجه به این تفاوت‌ها به نتایج نادرست منجر شود. حال فرض کنیم که چندین گروه از واحدها مورد نظر می‌باشد که بطور مجزا عمل می‌کنند و تکنولوژی‌های متفاوتی دارند اما به طور متمرکز مدیریت می‌شوند یا به عبارتی دیگر منبع تامین کننده مواد اولیه آنها مشترک است اما هرکدام از این گروه‌ها هزینه‌های متفاوتی را برای این منابع پرداخت می‌کنند. مدل‌های سنتی DEA هیچ پیشنهادی برای محاسبه کارایی تکنیکی و کارایی هزینه درچنین شرایطی که واحدها به گروه‌های با تکنولوژی‌های متفاوت دسته‌بندی شده باشند و هزینه ورودی‌ها متفاوت باشد، ارائه نمی‌کند. در واقع محاسبه کارایی هزینه در واحدها در گروه‌های متفاوت موضوع جالبی است که تاکنون کمتر مورد بررسی قرار گرفته است. در سال ۲۰۱۹، حکمت نیا و همکاران [۴] با استفاده از مفهوم ابرمرز به ارزیابی کارایی تکنیکی واحدها در گروه‌های متفاوت، پرداختند. در آن تحقیق، نویسندگان فقط به ارزیابی کارایی تکنیکی پرداختند و پیشنهادی جهت ارزیابی کارایی هزینه نداشتند.

سزارونی [۵] به ارزیابی کارایی هزینه صنعت به عنوان مجموعه‌ای از واحدها می‌پردازد. در واقع بدون درنظر گرفتن نوع تکنولوژی واحدهای تشکیل‌دهنده صنعت به دنبال محاسبه گروهی از واحدها می‌باشد که کارایی هزینه صنعت را حداقل کند.

در این مقاله با استفاده از مفهوم کارایی هزینه و استفاده از مفهوم ابرمرز و با استفاده از ارتباط منطقی کارایی هزینه و کارایی تکنیکی روشی برای محاسبه کارایی هزینه در شرایط تکنولوژیکی متفاوت ارائه می‌شود. به این منظور، گروه حداقل‌کننده هزینه برای هر DMU تعیین می‌شود یا به عبارت دیگر گروهی که در آن DMU امکان بیشتری برای بهبود کارایی هزینه را دارد مشخص می‌شود و سازوکاری بر اساس مدل‌های پیشنهادی برای بهبود عملکرد یک واحد به‌وسیله انتقال این واحد بین گروه‌های مختلف تعیین می‌گردد.

ادامه این مقاله به این صورت دسته‌بندی می‌شود: در بخش ۲ تعاریف، مفاهیم اولیه و پیشینه تحقیق در زمینه کارایی هزینه ارائه می‌شود. در بخش ۳ روشی برای محاسبه کارایی هزینه واحدهایی که در گروه‌ها با تکنولوژی‌های متفاوت دسته‌بندی شده‌اند، ارائه می‌شود. بخش ۴ شامل مثالی توضیحی برای روش ارائه شده می‌باشد و در بخش ۵ نتیجه‌گیری از بحث انجام می‌شود.

۲- پیشینه تحقیق

DEA ابتدا توسط چارنز و همکاران [۱] معرفی شد. آنها این روش را با معرفی مدل اولیه CCR مطرح کردند و بعدها توسط بنکر و همکاران [۶] با معرفی مدل BCC گسترش یافت.

1. Decision Making Unite
2. Cost Efficiency

از DEA می‌توان به عنوان یک روش غیرپارامتریک برای تخمین مرز کارایی نام برد. این روش با استفاده از اصول موضوعه به تخمین مرز کارایی می‌پردازد. مجموعه‌ای که DEA با استفاده از اصول موضوعه می‌سازد تحت عنوان مجموعه امکان تولید (PPS)[1] یا مجموعه تکنولوژیکی معرفی می‌شود. برای اطلاعات بیشتر در زمینه انواع اصول موضوعه و ساختن مجموعه امکان تولید به کوپر و همکاران [۷] مراجعه کنید. مجموعه امکان تولید ساخته شده تحت تکنولوژی بازده به مقیاس ثابت (CRS)[2] و بازده به مقیاس متغیر (VRS) به ترتیب به‌صورت زیر است.

پس از تعیین مجموعه تکنولوژی و تخمین مرز کارایی برای محاسبه نمرات کارایی حاصل از DEA می‌توان از روش تابع فاصله جهت‌دار (DDF)[3] که توسط چمبرز و همکاران [۸] و [۹] مطرح شد، به‌صورت زیر استفاده کرد.

$$DF(x,y) = sup_{\delta}\{(x-\delta g_x, y+\delta g_y)T\} \qquad (۳)$$

عبارت (۳)، را می‌توان به این صورت تعبیر کرد، "حداکثر مقداری که می‌توان درجهت بردار g از ورودی‌ها کم کرد و بر خروجی‌ها اضافه کرد تا اینکه همچنان در مجموعه امکان تولید باقی بماند". در (۳)، g جهت حرکت است که متناسب باهدف مسئله تعیین می‌گردد. در اینجا به‌منظور تعیین نمرات کارایی برحسب ظرفیت‌های خود واحد، ورودی DMU تحت عنوان g_x و خروجی واحد تحت عنوان g_y مورد استفاده قرار می‌گیرد. با استفاده از T_v و عبارت (۳) می‌توان مدل زیر را برای محاسبه نمرات کارایی استفاده کرد.

$$\begin{aligned}&\delta_1 = max\ \delta\\ &s.t.\\ &\textstyle\sum_{j=1}^{n}\ \lambda_j x_j \le x_o(1-\delta)\\ &\textstyle\sum_{j=1}^{n}\ \lambda_j y_j \ge y_o(1+\delta)\\ &\textstyle\sum_{j=1}^{n}\ \lambda_j = 1\\ &\lambda_j \ge 0\ j=1,\dots,n\end{aligned} \qquad (۴)$$

به سادگی می‌توان مدل (۵) را که در حالت CRS است به‌دست آورد.

تعریف۱: DMU_o یک واحد کارای تکنیکی است هرگاه جواب بهینه مدل (۴) برای آن صفر باشد.

$$\begin{aligned}&\delta_1 = max\ \delta\\ &s.t.\\ &\textstyle\sum_{j=1}^{n}\ \lambda_j x_j \le x_o(1-\delta)\\ &\textstyle\sum_{j=1}^{n}\ \lambda_j y_j \ge y_o(1+\delta)\\ &\lambda_j \ge 0\ j=1,\dots,n\end{aligned} \qquad (۵)$$

۳- کارایی هزینه واحدها با تکنولوژی‌های متفاوت

کارایی هزینه توانایی تولید مقدار کنونی خروجی را با کمترین مقدار هزینه ارزیابی می‌کند. طبق پارادای [۱۰] مفاهیم و تئوری کارایی هزینه را می‌توان به فارل [۲] همان کسی که سازنده بنیان‌های بسیاری از مفاهیم DEA است، نسبت داد. به دنبال تعریف فارل از کارایی هزینه، نیاز به داده‌های کمی ورودی و خروجی هست و به همان اندازه نیاز به شناخت دقیق قیمت یا هزینه‌ی ورودی‌ها برای هر یک از DMUها است. به همین منظور و برای محاسبه کارایی هزینه یک DMU، فار [۱۱] مدل زیر را برای ارزیابی کارایی هزینه واحد تصمیم‌گیرنده (o) که در تکنولوژی بازده به مقیاس ثابت است پیشنهاد کرد. که در آن c_{io} هزینه i امین مؤلفه ورودی DMU_o می‌باشد که می‌تواند برای DMUهای مختلف، متفاوت باشد. اگر (x^*,λ^*) جواب بهینه (۶) باشد، آنگاه کارایی هزینه DMU_o به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$E_c = \frac{c_o x^*}{c_o x_o} \qquad (۷)$$

$$T_C = \{(x,y)|\ \textstyle\sum_{j=1}^{n}\lambda_j x_j \le x, \sum_{j=1}^{n}\lambda_j y_j \ge y, \lambda_j \ge 0\} \qquad (۱)$$

$$T_v = \{(x,y)|\ \textstyle\sum_{j=1}^{n}\lambda_j x_j \le x, \sum_{j=1}^{n}\lambda_j y_j \ge y, \sum_{j=1}^{n}\lambda_j = 1, \lambda_j \ge 0\} \qquad (۲)$$

عبارت (۷) ارائه دهنده کارایی هزینه در حالت CRS است و می‌توان برای حالتی که VRS باشد از مدل (۸) استفاده کرد.

1. Possibility Production Set
2. Constant Returns to Scale
3. Directional Distance Function

تعریف۲: DMU_o یک واحد کارای هزینه است هرگاه مقدار E_c برای آن برابر ۱ باشد.

$$\begin{aligned} &min \sum_{i=1}^{m} \ c_{io}x_i \\ &s.t. \\ &\sum_{j=1}^{n} \ \lambda_j x_{ij} \le x_i (i = 1, \dots, m) \\ &\sum_{j=1}^{n} \ \lambda_j y_{rj} \ge y_{ro} \ (r = 1, \dots . s) \\ &\sum_{j=1}^{n} \ \lambda_j = 1 \\ &\lambda_j \ge 0 \ \ j = 1, \dots, n \end{aligned} \qquad (۸)$$

اختلاف در میزان دسترسی به نیروی انسانی، زیرساختهای اقتصادی، سرمایه مالی، دسترسی به منابع و هر مشخصه دیگر اقتصادی اجتماعی و انسانی دیگر که در امر تولید دخیل می‌باشند را می‌توان از جمله عوامل مهمی دانست که باعث ایجاد امکان تولیدهایی متفاوت با امکان انتخاب از مجموعه‌های متفاوت از ترکیبات ورودی و خروجی می‌شوند. برای محاسبه کارایی هزینه DMUهایی که در گروه‌های متفاوت از لحاظ تکنولوژیکی فعالیت می‌کنند ابتدا باید یک مرز تولید تخمین زد که بتوان با استفاده از آن معیاری برای تعین کارایی واحدها تعیین نمود.

با توجه به این که فارل [۲] اولین تعریف از کارایی هزینه را به صورت نسبت کمترین هزینه ممکن برای تولید یک محصول به هزینه انجام شده برای آن، ارائه کرد، حال فرض کنیم که چندین گروه از واحدها مورد نظر می‌باشد که به‌طور مجزا عمل می‌کنند اما به طور متمرکز مدیریت می‌شوند یا به عبارتی دیگر منبع تامین‌کننده مواد اولیه آنها مشترک است اما هرکدام از این گروه‌ها هزینه‌های متفاوتی را برای این منابع پرداخت می‌کنند. هرکدام از این گروه‌ها ورودی‌های متشابهی را به خروجی‌های متشابه تبدیل می‌کنند اما هرکدام از آن گروه‌ها دارای تکنولوژی‌های متفاوت برای تبدیل ورودی به خروجی می‌باشند. و هرکدام از ورودی‌ها در این گروه‌ها دارای هزینه‌های متفاوتی می‌باشند.

مطابق با [۱۲]، شرط لازم برای این که یک واحد کارای هزینه باشد این است که این واحد کارایی تکنیکی باشد به همین دلیل یکی از راهکارهای بهبود کارایی هزینه مطابق با روش‌های سنتی DEA این است که این واحد را به یک واحد کارایی تکنیکی تبدیل کرد. بر این اساس می‌توان نتیجه گرفت که اگر در شرایطی که امکان انتقال DMUها میان گروه‌ها فراهم باشد، یک واحد را می‌توان با انتقال به گروهی که امکان بهبود عملکرد در آن برای آن DMU بیشتر است به یک واحد کارا تبدیل کرد.

در واقع چون ورودی و خروجی یک تکنولوژی برابر مجموعه کل ورودی‌ها و خروجی‌های DMUهای فعال آن است به همین دلیل می‌توان تکنولوژی کل یا ابرمرز را هم به‌صورت یک پوشش کامل برای تکنولوژی‌های گروه‌های تکنولوژیکی تعریف کرد. فرض کنید تعداد n واحد تصمیم گیرنده موجود است که هرکدام تعداد m ورودی x_i که i=1,..,m را به s خروجی y_r که r=1,..s تبدیل می‌کند. فرض کنید که از تعداد کل واحدها، n_1 واحد تحت تکنولوژی بازده به مقیاس ثابت و n_2 واحد تحت تکنولوژی بازده به مقیاس متغیر فعالیت می‌کنند. برای بررسی کارایی هزینه نسبت به ابرمرز، ابتدا باید سنجید که واحد تحت ارزیابی به چه بخشی از ابرمرز تصویر می‌شود یا به عبارت دیگر نقطه تصویر آن در بخشی که توسط کدام تکنولوژی ساخته می‌شود تصویر می‌شود سپس با حل مدل کارایی هزینه برای واحد مورد نظر کارایی هزینه را به‌صورت حاصل تقسیم حداقل هزینه بر هزینه انجام شده برای آن واحد محاسبه می‌کنیم. فرض کنید ضرایب هزینه متناظر با تکنولوژی CRS بصورت $C^{crs} = (c_1^{crs}, \dots, c_m^{crs})$ و متناظر با تکنولوژی VRS به‌صورت $C^{vrs} = (c_1^{vrs}, \dots, c_m^{vrs})$ باشد. برای تخمین کارایی هزینه DMU_o در محیطی با تکنولوژی‌های متفاوت می‌توان از الگوریتم زیر استفاده کرد.

۱. جواب بهینه مدل‌های (۴) و (۵) را برای DMU_o محاسبه کنید و $\delta = \max\{\delta_1, \delta_2\}$.

۲. اگر $\delta = \delta_1$ باشد، به ۳ بروید در غیراین‌صورت به مرحله ۴ بروید.

۳. جواب بهینه مدل (۸) را برای DMU_o محاسبه کنید و با استفاده از (۷) مقدار کارایی هزینه را محاسبه کنید.

۴. اگر $\delta = \delta_2$ باشد، به ۵ بروید.

۵. جواب بهینه مدل (۶) را برای DMU_o محاسبه کنید و با استفاده از (۷) مقدار کارایی هزینه را محاسبه کنید.

۴- مثال عددی

در جدول ۱ داده‌های مربوط به ۱۲واحد تصمیم گیرنده که هرکدام از آنها دارای ۲ ورودی و ۳خروجی می‌باشند، ذکر شده است. از میان این واحدها DMU_1 الی DMU_6 در تکنولوژی CRS و واحدهای DMU_7 تا DMU_{12} در تکنولوژی VRS فعالیت می‌کنند.

در جدول۲ اطلاعات هزینه‌ی ورودی‌ها برای گروه‌های مختلف ذکر شده است.

جدول ۱:اطلاعات مربوط به فعالیت ۱۲ DMU.

	Y۳	Y۲	Y۱	X۲	X۱
DMU ۱	0.9284	1	0.9362	0.25	0.8577
DMU ۲	0.978	0.8056	0.882	0.875	0.9288
DMU ۳	0.9284	0.8472	0.9168	0.458	0.9288
DMU ۴	0.7989	0.7194	0.8143	0.658	0.7603
DMU ۵	0.9752	0.9028	0.9149	0.445	0.9438
DMU ۶	0.832	0.7056	0.8375	0.795	0.7528
DMU ۷	0.9587	0.7972	0.9033	0.256	0.9401
DMU ۸	0.9311	0.9083	0.9304	0.125	0.9476
DMU ۹	0.9862	0.8333	0.9381	0.248	0.9213
DMU ۱۰	0.7713	0.9028	0.8569	0.124	0.8764
DMU ۱۱	0.9256	0.8306	0.971	0.356	0.9813
DMU ۱۲	0.9174	0.8139	0.8897	0.129	0.8352

جدول ۲. اطلاعات مربوط به قیمت ورودی‌ها برای گروه‌ها

قیمت / ورودی	CRS تکنولوژی	VRS تکنولوژی
X۱	4.5	4.8
X۲	6.4	11.6

جدول ۳. نتایج ارزیابی کارایی هزینه

	$\delta_1(BCC)$	$\delta_2(CCR)$	کارایی هزینه
DMU ۱	-1.48886	0	1
DMU ۲	0.019124	0.044327	0.588095
DMU ۳	0.036497	0.081647	0.767797
DMU ۴	-0.09851	0.032743	0.622173
DMU ۵	-0.04251	0.050123	0.808286
DMU ۶	-0.10946	0	0.577275
DMU ۷	0.056606	-0.00843	0.879714
DMU ۸	0	-1.00582	1
DMU ۹	0	-0.07082	1
DMU ۱۰	0	-0.84535	1
DMU ۱۱	0	0.095089	0.640576
DMU ۱۲	0	-0.91502	1

در جدول ۳ نتایج مربوط به بررسی کارایی هزینه ۱۲ واحد تصمیم‌گیرنده ذکر شده است.

در جدول ۳ ستون دوم نشان‌دهنده نمرات کارایی واحدها در تکنولوژی VRS است. ستون سوم نشان‌دهنده نمرات کارایی واحدها در تکنولوژی CRS است و ستون چهارم نشان‌دهنده نمرات کارایی هزینه هرکدام از واحدها می‌باشد. دلیل اینکه برخی از عناصر جدول بالا کوچک‌تر از صفر هستند این است که این واحدها خارج از مرز تکنولوژی تخمین زده شده به وسیله واحدهای موجود در آن تکنولوژی می‌باشند. باتوجه به الگوریتم ارائه شده، نمره کارایی هزینه برای DMU_1 الی DMU_6 و DMU_{11} از حل مدل (۶) و محاسبه عبارت (۷) برای جواب بهینه حاصل شده است. یا به‌عبارت دیگر گروه تکنولوژیکی CRS را به‌عنوان گروه مرجع انتخاب کرده‌اند. نمرات کارایی هزینه برای DMU_7 تا DMU_{10} و DMU_{12} از حل مدل (۸) و محاسبه عبارت (۷) حاصل شده است. همان‌گونه که انتظار می‌رفت، واحدهایی که به عنوان واحدهای کارای هزینه در جدول ۳ معرفی شده‌اند واحدهایی هستند که δ در آنها برابر صفر است. بنابراین DMU۱، DMU۸، DMU۹، DMU۱۰ و DMU۱۲ واحدهای کارای هزینه می‌باشند.

با توجه به نتایج به‌دست آمده از جدول ۳ برای DMU۱۱ می‌توان گفت که این واحد در صورت انتقال به گروه مقابل امکان بهبود عملکرد دارد در صورتی که این واحد در گروه فعلی‌اش یک واحد کارا است. به‌علاوه اینکه در صورت انتقال امکان اینکه به یک واحد کارایی هزینه نیز تبدیل شود وجود دارد.

۵- ارزیابی کارایی هزینه شعب منتخب بانک

در این بخش به ارزیابی کارایی هزینه ۳۰ واحد از شعب منتخب از صنعت بانکداری در جمهوری اسلامی ایران می‌پردازیم. با توجه به اهمیت حفظ نام و مشخصات هر شعبه در فرایندهای داده کاوی، در این مقاله از هر شعبه به عنوان یک DMU نام برده می‌شود. اطلاعات مربوط به گزارش عملکرد شعب در ۶ ماه نخست سال ۱۳۹۷ می‌باشد.

اندازه‌گیری کارایی هزینه یکی از پرکاربردترین ابزارها در جهت بهبود عملکرد سیستم بانکداری در سرتاسر جهان می‌باشد. به عنوان نمونه می‌توان از [۱۳]–[۱۵] نام برد.

برحسب اندازه و حجم فعالیت، شعب بانکی در ایران به ۷ درجه یا سطح ۱ الی ۶ و ممتاز سطح‌بندی می‌شوند. در این مقاله واحدهای سطح ۳ و ۴ به دلیل تجانس بیشتر استفاده شده است. در این مقاله ورودی شامل تعداد کارکنان، هزینه‌های غیرعملیاتی و دارایی‌ها است. خروجی‌ها عبارت است از سپرده‌ها، سود، ارزش افزوده‌ها و وام‌ها (همه متغیرهای پولی در ۱۰ هزار ریال فعلی ایران بیان می‌شوند). بر اساس تحلیل عملکرد واحدها در سطح‌های مختلف و برحسب نوع فعالیت واحدها و شرایط انجام این فعالیت، واحدهای سطح ۳ دارای بازده به مقیاس ثابت و واحدهای سطح ۴ دارای بازده به مقیاس متغیر می‌باشند. اطلاعات مربوط به این DMUها در جدول ۴ ذکر شده است. پس از محاسبه ضرایب همبستگی پیرسون مشخص شد که نمی‌توان هیچ یک از این متغیرها را نادیده بگیریم.

با توجه به نتایج بدست آمده از جدول۶، DMUهای شماره ۲ تا ۷ و ۱۰ و ۱۵،DMUهایی از سطح ۳ هستند که کارای هزینه هستند و DMUهای شماره ۲۰، ۲۲، ۲۳، ۲۴ و ۲۶، DMUهایی از سطح ۴ هستند که کارای هزینه می باشند. همان‌گونه که از نتایج جدول ۶ مشخص است، از میان واحدهای سطح ۳ واحد شماره ۹ برای بهبود عملکرد می‌تواند به سطح ۴ انتقال داده شود و یا به‌عبارت دیگر واحدهای سطح ۴ ارائه‌دهنده الگویی مناسب‌تر برای این واحد جهت بهبود در کارایی هزینه می‌باشند. از میان واحدهایی که در سطح ۴ می‌باشند، واحدهای شماره ۱۶، ۱۷، ۲۱، ۲۹ و۳۰ واحدهایی می‌باشند که واحدهای سطح ۳ الگویی مناسب‌تر جهت بهبود در عملکردشان ارائه می‌کنند و به همین دلیل می‌توان پیشنهاد کرد که در صورت انتقال می‌توانند بهبود در عملکردشان ایجاد کنند.

جدول۴. اطلاعات مربوط به ۳۰ واحد

DMU_j	درجه شعبه	پرسنل	هزینه غیر عملیاتی	دارایی	سپرده	سود	ارزش افزوده	وام‌ها
DMU۱	3	17.66771	32.14957	3204.065	295207.1	60272.84	8091.006	114515.8
DMU۲	3	13.25938	27.76559	1693.661	273151.3	55083.47	10646.23	231965.2
DMU۳	3	11.96026	29.25871	2241.585	329613.6	75425.89	8929.289	142206.2
DMU۴	3	10.36378	15.87939	3380.67	257394.6	77502.37	8232.963	195372.2
DMU۵	3	11.31303	12.14087	3748.057	342367.3	56423.84	7791.498	217331.8
DMU۶	3	10.13672	21.07517	2738.057	330547.5	41158.48	8775.262	227504.5
DMU۷	3	12.28034	21.38112	3369.298	261761.8	74911.95	9393.612	299683.4
DMU۸	3	14.42909	29.6028	2725.983	297084	68539.69	7829.844	115560.6
DMU۹	3	12.84481	31.30573	2348.558	285941.6	53048.49	8823.328	279750.8
DMU۱۰	3	13.40928	12.79626	2689.273	297157.2	41075.47	8215.232	262026.7
DMU۱۱	3	17.80566	15.76724	2469.289	275714.9	77014.07	10261.48	134198.1
DMU۱۲	3	16.45332	13.70724	2642.665	320751.1	48507.34	8206.473	231765
DMU۱۳	3	17.92993	14.53581	3571.453	344216.7	74733.73	8204.016	242432
DMU۱۴	3	13.73058	25.34471	2547.624	325392.9	67022.31	8121.021	222130.3
DMU۱۵	3	12.40168	31.41026	1762.661	298896.8	67658.31	10577.55	124088
DMU۱۶	4	16.20527	33.39778	2322.376	299345.4	59837.03	9112.262	131226.4
DMU۱۷	4	12.86679	29.04584	2785.437	327187.4	58887.3	8804.315	151428
DMU۱۸	4	13.89636	26.79281	2590.02	265506.5	49964.9	7941.572	231802.6
DMU۱۹	4	10.32569	34.66887	3365.087	280549	53860.29	10430.89	167049.9
DMU۲۰	4	11.84576	20.4648	1889.077	330483.4	64912.87	7682.653	177879.6
DMU۲۱	4	17.40916	26.84317	2422.962	258813.7	57878.96	10749.95	233516.8
DMU۲۲	4	10.80251	19.68886	2213.227	287846	76741.84	10915.51	280376.4
DMU۲۳	4	12.05353	24.36354	2336.695	311613.8	76902.98	8860.286	304056.5
DMU۲۴	4	15.43718	23.7463	2042.308	323177.3	77361.98	9258.385	239353.9
DMU۲۵	4	16.04926	24.6382	2417.978	301945.6	59873.65	8063.768	195359.7
DMU۲۶	4	14.41859	18.26975	2201.926	312154	51484.73	10462.94	148193.5
DMU۲۷	4	10.47609	23.00317	2061.26	262576.7	52080.45	8165.349	125564.4
DMU۲۸	4	16.09247	11.03839	2432.859	306486.7	60224.01	7982.803	127022.2
DMU۲۹	4	17.89038	27.81594	3230.528	259216.6	61998.96	10635.55	175721.2
DMU۳۰	4	15.37248	33.22535	2444.652	343557.5	42072.82	9312.113	120647

جدول۵. هزینه مربوط به ورودی هر سطح از DMUها

سطح	پرسنل	هزینه غیر عملیاتی	دارایی
۳	۳۸.۲۲۴۴۹	۱۳.۹۱۵۷۸۱	۰.۱۴۱۹۸۶
۴	۲۳.۴۰۰۴۵۷	۱۶.۵۳۵۹۷۳	۰.۱۹۵۶۷۸

جدول۶. نتایج ارزیابی عملکرد

	سطح	کارایی هزینه	$\delta_1(BCC)$	δ_2(CCR)
DMU۱	3	0.658842	0.114716	0.189277
DMU۲	3	1	-0.17721	0
DMU۳	3	1	-0.03423	0
DMU۴	3	1	-0.1379	0
DMU۵	3	1	-0.2191	0
DMU۶	3	1	-0.09055	0
DMU۷	3	1	-0.02631	0
DMU۸	3	0.793089	0.079831	0.104627
DMU۹	3	0.802544	0.036403	0
DMU۱۰	3	1	-0.21241	0
DMU۱۱	3	0.971654	-0.07245	0
DMU۱۲	3	0.91414	-0.12097	0
DMU۱۳	3	0.915333	-0.12658	0
DMU۱۴	3	0.948884	-4.2E-06	0.00061
DMU۱۵	3	1	-0.14643	0
DMU۱۶	4	0.781695	0.070263	0.096566
DMU۱۷	4	0.844974	0.000564	0.067477
DMU۱۸	4	0.783529	0.154978	0.089948
DMU۱۹	4	0.683809	0	-0.07909
DMU۲۰	4	1	0	-0.10419
DMU۲۱	4	0.873919	0.015401	0.055608
DMU۲۲	4	1	0	-0.14626
DMU۲۳	4	1	0	-0.11128
DMU۲۴	4	1	0	-0.08821
DMU۲۵	4	0.787916	0.080187	0.047976
DMU۲۶	4	1	0	-0.06024
DMU۲۷	4	0.92854	0	0.026457
DMU۲۸	4	0.954137	0	-0.09331
DMU۲۹	4	0.762536	0.026323	0.099472
DMU۳۰	4	0.811306	0	0.039047

۶- نتیجه‌گیری

تحلیل پوششی داده‌ها (DEA) روشی برای ارزیابی نسبی عملکرد مجموعه‌ای از واحدهای تصمیم‌گیرنده در یک فرآیند تولید است. یکی از شاخه‌های ارزیابی عملکرد، بررسی کارایی هزینه می‌باشد. کارایی هزینه در واقع توانایی تولید مقدار کنونی خروجی را با کمترین مقدار هزینه ارزیابی می‌کند. با توجه به این که مدل‌های سنتی DEA هیچ پیشنهادی برای محاسبه کارایی هزینه در شرایطی که واحدها به گروه‌های تکنولوژیکی با تکنولوژی‌های متفاوت دسته‌بندی شده باشند ارائه نمی‌کنند در این مقاله با استفاده از مفاهیم کارایی و ابرمرز روشی برای محاسبه کارایی هزینه در شرایط

تکنولوژیکی متفاوت ارائه شد. روش ارائه شده بر این امر استوار بود که واحد در صورتی کارایی هزینه می‌باشد که ابتداً کارایی تکنیکی باشد. پس لذا با استفاده از مفهوم کارایی تکنیکی و یافتن بهترین گروه برای فعالیت یک واحد به ارائه روشی پرداخته شد که بتواند کارایی هزینه را در شرایطی که واحدها با تکنولوژی‌های متفاوت و در نتیجه هزینه‌های متفاوت ورودی موجود باشند، محاسبه نماید. روش ارائه شده در مقاله در یک مثال عددی و در ارزیابی عملکرد۳۰ واحد از شعب منتخب بانک در صنعت بانکداری جمهوری اسلامی ایران مورد استفاده قرار گرفت و نتایج آن مورد بررسی قرار گرفت. بخاطر اهمیت موضوع ارزیابی کارایی هزینه و وجود عوامل نامطلوب در بسیاری از فرایندها، بررسی کارایی هزینه با حضور عوامل نامطلوب در شرایط تکنولوژیکی متفاوت را می‌توان به عنوان مسیری برای انجام تحقیقات بعدی پیشنهاد نمود.

فهرست منابع

[1] A. Charnes, W. Cooper, and E. Rhodes, “Measuring the efficiency of decision making units,” *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 2, no. 6, pp. 429–444, Nov. 1978.

[2] M. J. Farrell, “The Measurement of Productive Efficiency,” *J. R. Stat. Soc.*, vol. 129A, pp. 253–281, 1957.

[3] G. R. Jahanshahloo, F. H. Lotfi, M. A. Jondabeh, S. Banihashemi, and L. Lakzaie, “Cost Efficiency Measurement with Certain Price on Fuzzy Data and Application in Insurance Organization,” *Appl. Math. Sci.*, vol. 2, no. 1, pp. 1–18, 2008.

[4] M. Hekmatnia, A. Amirteimoori, and S. Kordrostami, “Group efficiency analysis in decision processes: a data envelopment analysis approach,” *Croat. Oper. Res. Rev.*, vol. 10, no. 1, pp. 75–88, Jul. 2019.

[5] G. Cesaroni, “Industry cost efficiency in data envelopment analysis,” *Socioecon. Plann. Sci.*, vol. 61, pp. 37–43, Mar. 2018.

[6] R. D. Banker, A. Charnes, and W. W. Cooper, “Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis,” *Manage. Sci.*, vol. 30, no. 9, pp. 1078–1092, Sep. 1984.

[7] W. W. Cooper, Lawrence M. Seiford, and J. Zhu, *Handbook on Data Envelopment Analysis*, vol. 164. 2011.

[8] R. G. Chambers, Y. Chung, and R. Fare, “Profit, Directional Distance Functions,” vol. 98, no. 2, pp. 351–364, 1998.

[9] R. G. Chambers, Y. Chung, and R. Färe, “Benefit and distance functions,” *J. Econ. Theory*, 1996.

[10] J. C. Paradi, H. D. Sherman, and F. K. Tam, “Bank Branch Operational Studies Using DEA,” in *International Series in Operations Research and Management Science*, 2018, pp. 145–158.

[11] R. Färe, S. Grosskopf, and C. A. K. Lovell, *The measurement of efficiency of production*. Kluwer-Nijhoff Pub., 1985.

[12] W. W. Cooper, L. M. Seiford, and K. Tone, *Introduction to Data Envelopment Analysis and Its Uses*. 2006.

[13] H. Margono, S. C. Sharma, and P. D. Melvin, “Cost efficiency, economies of scale, technological progress and productivity in Indonesian banks,” *J. Asian Econ.*, vol. 21, no. 1, pp. 53–65, 2010.

[14] Z. Chen, R. Matousek, and P. Wanke, “Chinese bank efficiency during the global financial crisis: A combined approach using satisficing DEA and Support Vector Machines☆,” *North Am. J. Econ. Financ.*, vol. 43, no. October, pp. 71–86, 2018.

[15] F. D. S. Fernandes, C. Stasinakis, and V. Bardarova, “Two-stage DEA-Truncated Regression: Application in banking efficiency and financial development,” *Expert Syst. Appl.*, vol. 96, pp. 284–301, 2018.