



## طراحی شاخص‌های ارزیابی عملکرد بانک‌ها به وسیله مدل تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای و غیرمحدب FDH و غیرشعاعی SBM

آسیه سادات حاتمی<sup>۱</sup>، مرتضی شفیعی<sup>۲\*</sup>، مژده ربانی<sup>۳</sup>، محمد رضا مظفری<sup>۴</sup>

<sup>(۱)</sup> دانشجوی دکترا مدیریت صنعتی، واحد یزد، دانشگاه آزاد اسلامی، یزد، ایران

<sup>(۲)</sup> دانشیار گروه مدیریت صنعتی، دانشکده اقتصاد و مدیریت، واحد شیراز، دانشگاه آزاد اسلامی، شیراز، ایران

<sup>(۳)</sup> استادیار گروه مدیریت صنعتی، دانشکده اقتصاد و مدیریت، واحد یزد، دانشگاه آزاد اسلامی، یزد، ایران

<sup>(۴)</sup> دانشیار گروه ریاضی، دانشکده علوم پایه، واحد شیراز، دانشگاه آزاد اسلامی، شیراز، ایران

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۹/۰۶/۰۵ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۹/۰۹/۲۵

### چکیده

ارزیابی عملکرد از ضروریات هر بانکی به منظور برنامه‌ریزی و کنترل است و با توجه به نقش بانک‌ها در اقتصاد کشور، اندازه‌گیری کارایی آن بسیار حائز اهمیت است، لذا نیاز است تا از ابزارهای مناسبی برای ارزیابی کارایی بانک‌ها استفاده نمود. یکی از این ابزارها تحلیل پوششی داده‌ها می‌باشد و با توجه به ساختار چندمرحله‌ای بانک‌ها نمی‌توان از مدل‌های مرسوم تحلیل پوششی داده‌ها استفاده نمود، زیرا مدل‌های مرسوم به ساختار داخلی، محصولات میانجی یا فعالیت‌های ارتباطی توجه نمی‌کنند و تخمین ظاهری از کیفیت کارایی را ارائه می‌دهند. همچنین مدل‌های مرسوم به ماهیت ورودی و خروجی‌ها کمتر توجه می‌کنند و ماهیت شعاعی دارند، به همین دلیل هدف این پژوهش ارائه یک مدل جدید تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای غیرمحدب FDH و غیرشعاعی SBM است تا علاوه بر رفع ضعف مدل‌های مرسوم DEA از قدرت تفکیک بالاتری برخوردار باشند. مدل‌های پیشنهادی، غیر شعاعی و براساس ماکزیمم کردن متغیرهای کمکی براساس FDH می‌باشند که فرم برنامه‌ریزی خطی را ندارند اما برای حل مدل‌های پیشنهادی از نسبت‌های پارامترهای استفاده شده است. همچنین به منظور مطالعه تجربی به ارزیابی عملکرد ۱۹ شعبه یک بانک تجاری با در نظر گرفتن شاخص‌های تعداد پرسنل و میزان ساعت کاری پرسنل به عنوان ورودی و سپرده‌های بدون هزینه و سپرده‌های هزینه‌زا و تسهیلات به عنوان شاخص‌های میانی (واسطه‌ای) و شاخص‌های مطالبات معوق و کارمزد دریافتی به عنوان خروجی پرداخته شده‌است و به رتبه‌بندی شعبه‌های آن پرداخته شده‌است و نهایتاً شعبه‌های کارا و ناکارا مشخص شدند و استراتژی‌های لازم برای بهبود عملکرد شعب ناکارا داده شدند.

**واژه‌های کلیدی:** ارزیابی عملکرد، تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای، مدل غیرمحدب FDH، مدل غیرشعاعی SBM.

## ۱- مقدمه

تحلیل پوششی داده‌ها تکنیکی مبتنی بر برنامه‌ریزی ریاضی برای محاسبه کارایی<sup>۱</sup> نسبی مجموعه‌ای از واحدهای تصمیم‌گیرنده است که با استفاده از چندین ورودی مشابه، خروجی‌های مشابه تولید می‌کنند طراحی یک مدل تحلیل پوششی داده‌های غیرمجدب جهت ارزیابی کارایی در شبکه، مدلی برای لحاظ کردن اطلاعات ترجیح در تحلیل پوششی داده‌ها می‌باشد. این مدل زمانی مورد استفاده قرار می‌گیرد که تصمیم‌گیرنده ترجیحات خود را از طریق تعیین واحد تصمیم‌گیرنده<sup>۲</sup> با بیشترین یا کمترین ترجیح بیان می‌کند که این واحد تصمیم‌گیرنده می‌تواند یک واحد موجود یا مجازی باشد. در بعضی از مواقع تصمیم‌گیرنده تمایلی ارزیابی واحدهای مجازی ندارد. در این حالت یک مدل جدید از ارزیابی کارایی این شبکه مطرح می‌گردد که در آن فرض تحذب مجموعه امکان تولید حذف می‌شود و ارزیابی واحدها با توجه به ارزیابی کارایی صورت می‌گیرد.

ما با حذف اصل تحذب می‌خواهیم پژوهشی را انجام دهیم که در مجموعه امکان تولید ما باشد و وجود واقعی و عملیاتی داشته در تحقیقاتی که تاکنون صورت گرفته است که بصورت شبکه‌ایی و غیر شبکه‌ایی با استفاده از اصل تحذب مشکل این بود که در عمل اکثر مواقع تحذب اجرایی نمی‌شود بطور مثال: اگر بخواهیم بین چندین شعب بانک ارزیابی کارایی عملکرد را انجام دهیم با استفاده از اصل تحذب به جواب واقعی و عملیاتی نمی‌رسیم بدلیل اینکه ما در استان فارس ۲۳ شعبه و ۱۸ باجه بانک شهر را داریم در اصل تحذب می‌گوید هر دو نقطه در آن مجموعه را در نظر بگیریم باید به جواب برسیم اگر حداقل ۲۳ شعب را ما مثلاً بین یا یک چهارم در نظر بگیریم عدد ما اعشاری می‌شود و در

واقع ما بر فرض ۱۱/۵ شعبه نداریم ما در عمل به جواب واقعی و عملیاتی نمی‌رسیم یا مثلاً در شعب بانک الف ۵ پرسنل بانک ب ۱۰ پرسنل در نظر بگیریم ما اگر نقطه دلخواهی که انتخاب کنیم یک چهارم باشد ۳/۷۵ می‌شود و باز هم اعشاری و شدنی و واقعی نیست و یا مثال دیگری در دو شعبه در نظر بگیرید.

شعبه الف: ۱۰ پرسنل، ۱۰۰ مترمربع مساحت، ۵ میلیارد خزانه و ۷۰۰ میلیون تسهیلات

شعبه ب: ۸ پرسنل، ۲۰۰ مترمربع مساحت، ۴ میلیارد خزانه و ۹۰۰ میلیون تسهیلات

با فرض  $\lambda = 1/2$

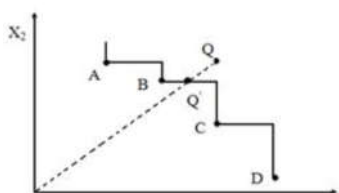
$2/2$  الف +  $1/2$  ب = ۹ پرسنل، ۱۵۰ مترمربع مساحت،  $4/5$  میلیارد خزانه و ۸۰۰ میلیون تسهیلات ممکن است شعبه‌ایی با تسهیلات فوق عملیاتی و اجرایی نباشد در نتیجه باشد.

تحلیل پوششی داده‌ها تکنیکی مبتنی بر برنامه‌ریزی ریاضی برای محاسبه کارایی نسبی مجموعه‌ای از واحدهای تصمیم‌گیرنده است که با استفاده از چندین ورودی مشابه، خروجی‌های مشابه تولید می‌کنند طراحی یک مدل تحلیل پوششی داده‌های غیر مجدب جهت ارزیابی کارایی در شبکه، مدلی برای لحاظ کردن اطلاعات ترجیح در تحلیل پوششی داده‌ها می‌باشد. این مدل زمانی مورد استفاده قرار می‌گیرد که تصمیم‌گیرنده ترجیحات خود را از طریق تعیین واحد تصمیم‌گیرنده با بیشترین یا کمترین ترجیح بیان می‌کند که این واحد تصمیم‌گیرنده می‌تواند یک واحد موجود یا مجازی باشد. همچنین در بعضی از مواقع تصمیم‌گیرنده تمایلی ارزیابی واحدهای مجازی ندارد. در این حالت یک مدل جدید از ارزیابی کارایی این شبکه مطرح می‌گردد که در آن فرض تحذب مجموعه امکان تولید حذف می‌شود و ارزیابی واحدها با توجه به ارزیابی کارایی صورت می‌گیرد

<sup>1</sup> Efficiency

<sup>2</sup> Decision Making Unites

مسئله برنامه‌ریزی خطی، به راحتی می‌توان دوگان مدل (FDH) را به دست آورد. انگیزه اصلی، حصول اطمینان از ارزیابی براساس DMUهای مشاهده شده است برای مثال، نقطه Q یک واحد ساختگی و غیر واقعی است شکل زیر مثالی از نمایش نتایج مدل (FDH) است که برای پنج DMU با دو ورودی  $X_1$  و  $X_2$  و یک خروجی  $y=1$  رسم شده است.



در این تحقیق با مطالعه مدل‌های (FDH) در تحلیل پوششی داده‌ها ابتدا اصول موضوعه را مشخص می‌کنیم و سپس با حذف شرط تحدب مدل‌های ارزیابی کارایی در شبکه را پیشنهاد می‌کنیم ابعاد این تحقیق وابسته بر اصول موضوعه و همچنین هدف تحقیق می‌باشد. بطور کلی ارزیابی شبکه در مدل‌های (FDH) و همچنین یافتن الگوریتم مناسب برای محاسبه کارایی با حذف شرط تحدب مورد توجه می‌باشد. جنبه‌های مجهول این تحقیق رابطه بین داده‌های نسبی و مدل‌های (FDH) می‌باشد که بسیار حائز اهمیت هستند. به طور کلی متغیرهای مربوط به تحقیق مقدار کارایی در شبکه (FDH) با حذف شرط تحدب می‌باشد. پارامترهای بردارهای ورودی و خروجی و میانی در روند اجرای الگوریتم و محاسبه کارایی بسیار ضروری می‌باشند البته تعیین بردارهای ورودی، خروجی و میانی بسیار حائز اهمیت هستند.

مدل‌های (FDH) اولین بار در سال (۱۹۸۴) بوسیله دیپیرین و سیمار و توکنز ابداع شد. اساس کار بر مبنای اصلی تحدب در ساختن مجموعه

مدل پوسته دسترسی آزاد که به اختصار (FDH)<sup>۱</sup> نامیده می‌شود در سال (۱۹۹۳) توسط تولکنز ارائه شده است در مدل (FDH) اصل تحدب در مجموعه امکان تولید مورد قبول واقع نیست در مدل‌های (CCR) و (BCC) برای هر واحد ناکارا یک نقطه مرجع روی مرز کارایی پیدا می‌شود به گونه‌ای که واحد تحت ارزیابی با کم کردن ورودی‌ها و افزودن خروجی‌هایش به یک نقطه مرجع روی مرز می‌رسد. واحد مرجع برای هر واحد ناکارا، ممکن است ترکیبی از واحدهای موجود باشد که در واقعیت وجود عینی ندارد و تصنعی و خیالی است. در مدل (FDH) این مشکل برطرف می‌شود و نقطه مرجع برای هر واحد تصمیم‌گیرنده یکی از واحدهای موجود است. انگیزه اصلی از به وجود آمدن مدل (FDH) که مدل پله‌ای نیز نامیده می‌شود این است که مطمئن شویم میزان کارایی تنها براساس مشاهدات واقعی به دست آمده است نه ترکیب محدب واحدها. زیرا در بعضی از مسائل دنیا واقعی ترکیب محدب واحدها معنا ندارد. تفاوت بین مدل تحلیل پوششی داده‌های معمولی و مدل (FDH) در این است که در اولی مجموعه امکان تولید یک چند وجهی محدب می‌باشد ولی در مدل (FDH) شرط تحدب مجموعه امکان تولید حذف گردیده است و لذا مجموعه کارا در مدل (FDH) تنها شامل واحدهای موجود (مشاهده شده) کارا می‌باشد. اینک دو روش برای حل مدل‌های (FDH) به کار برده می‌شود روش اول بر پایه الگوریتم پیشنهادی تولکنز در سال (۱۹۹۳) می‌باشد و روش دوم استفاده از مسئله برنامه‌ریزی ریاضی است که توسط کارستن و واندن در سال (۱۹۹۹) ارائه شده است. اخیراً پودینوسکی در سال (۲۰۰۴) و اگرل در سال (۲۰۰۱) با استفاده از یک مسئله برنامه‌ریزی خطی که هم ارز با مدل MILP است، روشی را برای حل مدل (FDH) ارائه کرده‌اند که با استفاده از این

<sup>۱</sup> Free Disposal Hull

تصمیم‌گیرنده تمایلی به ارزیابی واحدهای غیر از واحدهای موجود ندارد، لذا مدلی تحت عنوان مدل (FDH) طراحی شد که این امکان را فراهم می‌کند. در مدل (FDH) شرط تحذب از مجموعه امکان تولید حذف گردیده و مرز کار را به وسیله یک زیر مجموعه از واحدهای تصمیم‌گیری مشاهده شده تشکیل می‌شود. ویژگی جذاب مدل (FDH) این است که واحد مرجع برای هر واحد ناکارا تنها شامل یکی از واحدهای موجود می‌باشد. لذا مجموعه مرجع آن در بسیاری از موارد با مسائل دنیای واقعی سازگاری بیشتری دارد. در ارزیابی کارایی نیز هنگامی که هدف تنها ارزیابی واحدها موجود باشند، در حقیقت با یک تصمیم از مدل (FDH) سر و کار داریم که همراه با اطلاعات ترجیح می‌باشد. در این حالت نیز ارزیابی واحدها باید با توجه به ارزیابی کارایی صورت گیرد همچنین هدف از ارزیابی کارایی اصلی مقداری است که باید خروجی‌ها افزایش یابند و یا ورودی‌ها کاهش یابند تا به مرز تابع ارزش گذرنده از جواب با بیشترین ترجیح برسند. در اینجا تاکید بر این است که جواب با بیشترین یک واحد واقعی می‌باشد که واحد با بیشترین ترجیح (MPU) نامیده می‌شود. در این حالت تصمیم‌گیرنده نیز باید اطلاعات ترجیح خود را در اختیار قرار دهد. هر نوعی از اطلاعات ترجیح که منجر به مقایسه دو به دو واحدها شود، مناسب است، چرا که با استفاده از این اطلاعات مخروط‌های محدب ساخته شده و مرز تا به ارزش گذرنده از واحد با بیشترین ترجیح با استفاده از مخروط‌های محدب تقریب‌زده می‌شود. از این موضوع در ارزیابی کارایی در حالت غیرمحدب استفاده می‌شود. در حالت کلی مقدار کارایی به دست آمده در این مدل، مقدس است و این مدلی که قرار است ارائه شود برای بسیاری از کاربردهای جهان واقعی مانند ارزیابی دانشگاه‌ها و ارزیابی

امکان تولید<sup>۱</sup> (PPS) می‌باشد. بعبارت دیگر در این (PPS) ضرورتاً ترکیب محدب دو امکان تولید متعلق به مجموعه‌ی امکان تولید نمی‌باشد. در نتیجه با قبول اصولی، شامل مشاهدات، بی‌کرانی اشعه، امکان‌پذیری و کمینه درون‌یابی، (PPS) مدل (FDH) تعریف می‌شود.

امتیازات مدل‌های (FDH) به صورت زیر می‌باشد:

(۱) برای حل مدل‌های (FDH) نیازی به حل یک مسئله‌ی برنامه‌ریزی خطی نیست.

(۲) مجموعه مرجع در بسیاری از موارد یا مسائل حقیقی زندگی بیشتر سازگاری دارد.

(۳) شکل تابع توزیع و روابط تولید محدودیتی برای آن ایجاد نمی‌کند (چارنز و همکاران، ۱۹۹۵)  
ایرادات مدل‌های (FDH) به صورت زیر می‌باشد:

(۱) تمامی مدل‌ها، فرض بر این است که بردارهای ورودی و خروجی اکیداً مثبت می‌باشند که این مطلب در رابطه با مسائل عملی فرض بسیار سنگینی است.

(۲) در هیچ یک از مدل‌ها، مقادیر متغیر کمکی بدست نمی‌آید.

در مدل‌هایی که به نام (FDH) یا پوسته‌های مجزای آزاد نامیده می‌شود اصل تحذب حذف می‌شود. استدلال حذف شرط تحذب این است که بدلیل اینکه در بسیاری از سازمان‌ها، تحذب بین برخی ورودی‌ها و خروجی‌ها مانند: پرسنل، مساحت یا شعب بانک مفهوم ندارند. از اینرو در حالتی که ترکیب محدب واحدهای تصمیم‌گیرنده بی‌معنی می‌باشد. مدل‌های (FDH) در این راستا بسیار حائز اهمیت می‌باشد.

هرگاه تحذب واحدهای تصمیم‌گیرنده را حذف کنیم مجموعه امکان تولید بصورت غیر محدب بوجود می‌آید.

در اکثر موارد با این مشکل مواجه هستیم که

<sup>1</sup> Production PossibilitySet

۱- روش‌های پارامتری ۲- روش‌های ناپارامتری. در روش‌های پارامتری با استفاده از یک سری مشاهدات و داده‌ها سعی می‌کنند این تابع را تخمین بزنند. برای این منظور از فرآیند برازش منحنی استفاده می‌شود، ولی به دست آوردن تابع تولید با استفاده از این فرآیند ایراداتی دارد که در زیر به تعدادی از آنها اشاره شده است:

۱. روابط بین ورودی‌ها و خروجی‌ها به‌طور دلخواه در نظر گرفته می‌شود.

۲. اگر بعد بردار خروجی بیش از یک باشد، این روش را نمی‌توان به کار برد و برای مسائلی به کار می‌رود که فقط یک خروجی دارند.

۳. منحنی به دست آمده، تمایل مرکزی دارد و باید به گونه‌ای آن را برطرف کرد.

عیوب فوق اساسی‌ترین ایرادات روش پارامتری بود، لذا در سال ۱۹۵۷ فارل<sup>۲</sup>، روش غیر پارامتری را ارائه کرد که اساس کار تحلیل پوششی داده‌ها بود و در ادامه به آن پرداخته شده است (جهانشاهلو و همکاران، ۱۳۸۷). رابطه عملکرد یک سیستم با عوامل تأثیرگذار بر آن که به تابع تولید زیر معروف است:

$$F(u,v)=Y \quad (1-2)$$

در سیستم‌های چند ورودی و یک خروجی، تابع تولید، تابعی از دو بردار اثرگذار  $u$  و  $v$  می‌باشد که در آن  $u$  عوامل شناخته شده و  $v$  عوامل ناشناخته است. بردار  $u$  نیز می‌تواند از دو مؤلفه قابل کنترل و غیرقابل کنترل تشکیل گردد. در حالتی که  $F$  یک مقدراری نباشد، تابع تولید به صورت زیر خواهد بود (بنکر و همکاران، ۱۹۸۴).

$$(y_1, \dots, y_s) = F(u,v) = (f_1(u,v), \dots, f_s(u,v)) \quad (2-2)$$

عملکرد بانک‌ها و سایر واحدهای تصمیم‌گیرنده قابل اجرا و عملی می‌باشد در مدل (FDH) تنها واحدهای واقعی را ارزیابی می‌کنند.

برای مدل کارایی (FDH) با در نظر گرفتن اصول موضوع مدل متناظر پیشنهاد می‌شود. مدل‌های شبکه (FDH) در ماهیت ورودی ارائه شده است از اینرو برای ارزیابی عملکرد واحدهای تصمیم‌گیرنده از مدل‌های ارائه شده می‌توان استفاده کرد.

مقدار کارایی در شبکه (FDH) بین صفر و یک می‌باشد که علاوه بر مقیاس کارایی، الگوی واحدهای ناکارا پیشنهاد می‌شود.

در ادامه، در بخش ۲ ابتدا به مبانی نظری و تعدادی پیشینه پژوهش مرتبط با موضوع اشاره می‌شود. در بخش ۳ روش پژوهش و مدل استفاده شده در پژوهش معرفی می‌شود و کاربرد آن در رابطه با شعبه‌های بانک منتخب ارائه خواهد شد. در بخش ۴ نیز نتیجه گیری و پیشنهادها بیان می‌شود.

## ۲- مبانی نظری

### تابع تولید و مجموعه امکان تولید (PPS)<sup>۱</sup>

برای صحبت در مورد مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها ابتدا نیاز به مفهوم تابع تولید و روش‌های پارامتری و روش‌های غیرپارامتری و مجموعه امکان تولید (PPS) پرداخته شود. تابع تولید، تابعی است که برای هر ترکیب از ورودی‌ها، ماکسیمم خروجی را می‌دهد. این تابع در اقتصاد خرد بسیار مورد توجه است زیرا با داشتن آن می‌توان مشخص کرد که یک واحد خوب عمل می‌کند یا نه. به علت پیچیدگی فرآیند تولید، تغییر در تکنولوژی تولید و چند مقدار بودن تابع تولید، تابع تولید در دسترس نیست، از این رو ناچارند تقریبی از تابع تولید را در دست داشته باشند. تقریب تابع تولید به دو صورت امکان‌پذیر می‌باشد:

استفاده از روشی همانند اندازه‌گیری کارایی در مباحث مهندسی، به اندازه‌گیری کارایی برای واحد تولیدی اقدام کرد. موردی که فارل برای اندازه‌گیری کارایی مدنظر قرار داد شامل یک ورودی و یک خروجی بود. چارنز، کوپر و رودز دیدگاه فارل را توسعه دادند و الگویی را ارایه کردند که توانایی اندازه‌گیری کارایی با چندین ورودی و خروجی را داشت. این الگو، تحت عنوان تحلیل پوششی داده‌ها، نام گرفت و اولین بار، در رساله دکترای ادوارد رودز و به راهنمایی کوپر تحت عنوان ارزیابی پیشرفت تحصیلی دانش‌آموزان مدارس ملی آمریکا در سال ۱۹۷۶، در دانشگاه کارنگی مورد استفاده قرار گرفت (مهرگان، ۱۳۹۸). از آن جا که این الگو توسط چارنز، کوپر و رودز ارائه گردید، به الگوی (CCR)<sup>۱</sup> که از حروف اول نام سه فرد یاد شده تشکیل شده است، معروف گردید و در سال ۱۹۷۸ در مقاله‌ای با عنوان اندازه‌گیری کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده ارائه شد. مدل اولیه CCR بدون در نظر گرفتن مقیاس متغیر واحدهای تصمیم‌گیرنده (DMU)<sup>۲</sup> یا همان بنگاه‌ها طراحی شده بود. بنکر و همکاران در سال ۱۹۸۴ با تغییرات در مدل CCR و تبدیل بازگشت به مقیاس ثابت (CRS)<sup>۳</sup> به بازگشت مقیاس متغیر (VRS)<sup>۴</sup> قابلیت مدل را به منظور محاسبه مقیاس سازمان‌ها در بهره‌وری افزودند. این مدل به اختصار (BCC)<sup>۵</sup> متشکل از حروف اول بنیان‌گزاران مدل نامیده شد. در واقع تحلیل پوششی داده‌ها مبتنی بر یکسری بهینه‌سازی با استفاده از برنامه ریزی خطی می‌باشد که به آن روش ناپارامتری نیز گفته می‌شود. در این روش منحنی مرزی کارا از یک سری نقاط که به وسیله برنامه‌ریزی خطی تعیین می‌شود ایجاد می‌گردد. برای تعیین این نقاط می‌توان از دو فرض

بردارهای  $u$  و  $v$ ، بردار  $(y_1, \dots, y_s)$  را تولید می‌کنند. بردارهای  $u$  و  $v$  را بردار ورودی و  $(y_1, \dots, y_s)$  را بردار خروجی می‌نامند. واضح است که به دست آوردن صورت دقیق ریاضی فوق بسیار مشکل است. به همین دلیل فارل با استفاده از مشاهدات و اصول زیر، مجموعه‌ای به نام مجموعه امکان تولید ساخت و مرز آن را تابع تولید نامید. مجموعه امکان تولید به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$pps = \left\{ (x, y) \mid \text{خروجی } y \text{ بتواند توسط ورودی } x \text{ تولید شود} \right\}$$

اصول زیر برای ساختن مجموعه امکان تولید، پذیرفته شده است (جهانشاهلو و همکاران، ۱۳۸۷):

- اصل شمول مشاهدات: به ازای هر  $(x_j, y_j) \in pps$ ,  $j \in \{1, \dots, n\}$
- اصل بی‌کرانی اشعه: به ازای هر  $(x, y) \in PPS$  و به ازای هر عدد ثابت  $\lambda \geq 0$  داریم:  $(x\lambda, y\lambda) \in PPS$ . اصطلاحاً به این اصل، اصل بازده به مقیاس ثابت می‌گویند.
- اصل امکان‌پذیری: اگر  $(x, y) \in PPS$  و  $\bar{x} \geq x$  و  $\bar{y} \leq y$  آنگاه  $(\bar{x}, \bar{y}) \in PPS$
- اصل تحدب: اگر  $(x, y) \in PPS$  و  $(\bar{x}, \bar{y}) \in PPS$  و  $\lambda \in (0, 1)$  آنگاه:  $(x\lambda + \bar{x}(1 - \lambda), y\lambda + \bar{y}(1 - \lambda)) \in PPS$
- اصل کمینه درون‌یابی: مجموعه امکان تولید، کوچک‌ترین مجموعه‌ای است که در اصول فوق صدق کند.

### تحلیل پوششی داده‌ها

تحلیل پوششی داده‌ها یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی، برای ارزیابی کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده‌ای است که چندین ورودی و چندین خروجی دارند. اندازه‌گیری کارایی به دلیل اهمیت آن در ارزیابی عملکرد یک شرکت یا سازمان همواره مورد توجه محققین قرار داشته است. فارل در سال ۱۹۵۷، با

<sup>1</sup> Charnes, Cooper & Rhodes

<sup>2</sup> Decision Making Units (DMUs)

<sup>3</sup> Constant Return to Scale

<sup>4</sup> Variable Return To Scale

<sup>5</sup> Banker, Charnes & Coope

کنند. بنابراین نتایج اندازه‌گیری کارایی با روش‌های مرسوم DEA ممکن است مانع دستیابی به اطلاعات مدیریتی با ارزش شود. به منظور رفع این مشکل، محققان به معرفی «تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای» پرداختند و اهمیت آن را در تحلیل دقیق‌تر کارایی DMUها توصیف کردند و از آنجایی که مدل‌های تحلیل پوششی شبکه‌ای امکان بررسی فرایندهای داخلی هر واحد تصمیم‌گیرنده را فراهم می‌کنند، لذا این مدل‌ها تصویر دقیق‌تری از کارایی DMUها ارائه می‌دهند (صالح زاده و همکاران، ۱۳۹۰).

#### مدل اندازه کارایی مبتنی بر متغیر کمکی (SBM)

در مدل‌های DEA ممکن است یک واحد تصمیم‌گیرنده با کارایی یک، به دلیل وجود متغیرهای کمکی (اسلک‌ها)، با مازاد ورودی یا کمبود خروجی مواجه گردد. به همین دلیل اخیراً در برخی مقالات علمی بعد از استفاده از مدل‌های DEA، از روش‌های رتبه‌بندی واحدهای کارا استفاده می‌شود تا کاراترین واحدها مشخص گردند، این نقص در مدل غیرشعاعی SBM مرتفع گردیده است و این مدل نسبت به مدل‌های قبلی دارای این برتری است. مدل SBM اولین بار توسط تن<sup>۱</sup> در سال ۲۰۰۱ ارائه شد. اهمیت ویژه مدل SBM نسبت به سایر مدل‌ها در DEA محاسبه متغیرهای کمکی و همچنین محاسبه کارایی واحدها می‌باشد. اندازه SBM که برای اندازه‌گیری کارایی استفاده می‌شود تحت تغییر واحد اندازه‌گیری ورودی‌ها و خروجی‌ها مثلاً نسبت به تغییر متر به کیلومتر پایا است. این خاصیت به‌عنوان مستقل از بعد و مستقل از واحد شناخته می‌شود. همچنین این مدل به دلیل همین خاصیت، می‌تواند کاهش ورودی‌ها و افزایش

بازدهی ثابت و متغیر نسبت به مقیاس استفاده کرد. روش برنامه‌ریزی خطی پس از یک سری بهینه‌سازی مشخص می‌کند که آیا واحد تصمیم‌گیرنده مورد نظر روی مرز کارایی قرار گرفته است و یا خارج آن قرار دارد؟ بدین وسیله واحدهای کارا و ناکارا از یکدیگر تفکیک می‌شوند (جهان‌شاهلو و همکاران، ۱۳۸۷). با توجه به ایرادات و نواقص مدل‌های کلاسیک تحلیل پوششی داده‌ها، مدل‌های دیگری از تحلیل پوششی داده‌ها به وجود آمدند که در ادامه به آن‌ها ذکر شده است.

#### تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای

ایرادی که از سوی محققان به مدل‌های مرسوم تحلیل پوششی داده‌ها وارد می‌شود، این است که این مدل‌ها، فرایندهای داخل سیستم، عملکرد و روابط میان آن‌ها را نادیده می‌گیرند. این دیدگاه که معروف به دیدگاه «جعبه سیاه» است، بسیاری از اطلاعات ارزشمند را در مورد واحدهای تصمیم‌گیرنده DMU از دست می‌دهد و تحلیل کارایی DMUها را به ورودی‌های اولیه و خروجی‌های نهایی محدود می‌کند (فار و گراسکف<sup>۱</sup>، ۲۰۰۰، کاستلی و همکاران<sup>۲</sup>، ۲۰۰۴؛ لیانگ و همکاران<sup>۳</sup>، ۲۰۰۶ و کائو و هوانگ<sup>۴</sup>، ۲۰۰۸، کائو، ۲۰۰۹؛ تن و تسوتسوی<sup>۵</sup>، ۲۰۰۹؛ فوکویاما و وبر<sup>۶</sup>، ۲۰۱۰). همچنین چن و یان<sup>۷</sup> در سال ۲۰۱۱ عنوان نمودند که مدل‌های مرسوم تحلیل پوششی داده‌ها، در محاسبه کارایی سیستم‌های پیچیده و فرایندهایی که متشکل از چند مرحله‌اند و دارای اندازه‌های میانی هستند، مشکل دارند و نمی‌توانند کارایی هر یک از فرایندهای داخلی را به درستی محاسبه

<sup>1</sup> Fare and Grosskopf

<sup>2</sup> Castelli and et al.

<sup>3</sup> Liang and et al.

<sup>4</sup> Kao and Hwang

<sup>5</sup> Tone and Tsutsui

<sup>6</sup> Fukuyama and Weber

<sup>7</sup> Chen and Yan

انجام شده است به عنوان نمونه:  
فوجی و همکارانش<sup>۵</sup> (۲۰۱۴) به بررسی رشد کارایی و بهره‌وری در صنعت بانکداری هند پرداختند و به این نتیجه رسیدند که بانک‌های خارجی نسبت به بانک‌های داخلی کارایی بالاتری دارند و بانک‌های داخلی خصوصی نسبت به بانک‌های ایالتی کارایی بالاتری دارند.

هوانگ و همکارانش<sup>۶</sup> (۲۰۱۴) با استفاده از یک مدل مبتنی بر متغیر کمکی شبکه‌ای به ارزیابی عملکرد بانک‌های تجاری چین پرداختند و به این نتیجه رسیدند که بانک‌های خارجی از کارایی کمتری برخوردارند و برای افزایش کارایی خارجی باید تلاش بیشتری برای تولید افزایش وام کنند.

لیو و همکارانش<sup>۷</sup> (۲۰۱۵) با استفاده از روش تحلیل مولفه‌های مستقل و تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای به ارزیابی کارایی بانک‌های تایوان پرداختند و به این نتیجه رسیدند که از بین ۳۰ تا بانک مورد بررسی، تنها ۳ بانک در سطح کارا عمل می‌کنند.

آوکیران (۲۰۱۵) کارایی ۱۶ بانک خارجی و ۲۲ بانک داخلی چین را به وسیله تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای پویا را بررسی نمودند و به این نتیجه رسیدند که کارایی بانک‌های خارجی نسبت به بانک‌های داخلی در سطح بالاتری قرار دارد.

لوزانو<sup>۸</sup> (۲۰۱۶) از یک مدل تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای مبتنی بر متغیرهای کمبود جهت ارزیابی عملکرد بانک‌ها استفاده کردند.

فو و تیان<sup>۹</sup> در سال ۲۰۱۹ برای ارزیابی کارایی بانکی یک FDH دو مرحله‌ای طراحی کردند. در این مقاله کارایی ۵۷ بانک در چین و بین سال‌های ۲۰۱۳ تا ۲۰۱۷ با FDH سنتی و دو مرحله محاسبه گردید. نتایج نشان می‌دهد که در مقایسه

خروجی‌ها را به‌طور هم‌زمان انجام دهد (کوپر و همکاران، ۱۳۹۶).

## مدل تحلیل پوششی داده‌های غیر محدب (FDH)

مدل‌های FDH برای کامل کردن مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها در سال ۱۹۸۴ توسط دیپیرین و همکارانش<sup>۱</sup> ارائه شدند. مشخصه عمده این مدل، عدم برقراری اصل تحدب در مجموعه امکان تولید آن است (شفیعی و بازیار، ۱۳۹۷). همچنین این مدل به‌عنوان مدلی با بازده به مقیاس متغیر، در میان مدل‌های DEA شناخته شده است و توسط یک مسئله برنامه‌ریزی صحیح مختلط MIIIP نمایش داده می‌شود. از مزایای این مدل این است که واحد مرجع برای هر DMU ناکارا، تنها شامل یکی از واحدهای موجود باشد و مجموعه مرجع آن، در بسیاری از موارد با مسائل حقیقی زندگی بیشتر سازگاری دارد (کرد رستمی و همکاران، ۱۳۸۹). همچنین زمانی که شاخص‌های ورودی و خروجی به صورت عدد صحیح می‌باشند مزایای استفاده از این مدل دو چندان می‌شود (شفیعی و بازیار، ۱۳۹۷). هم‌ارز خطی FDH نیز توسط اگرو و تاینند<sup>۳</sup> (۲۰۰۱) ارائه شد و قابلیت مدل افزایش یافت. محاسبه کارایی تکنیکی در این مدل نیاز به حل برنامه‌ریزی غیرخطی داشت تا اینکه لئو<sup>۴</sup> در سال ۲۰۰۶ برنامه‌ریزی خطی همه مدل‌های FDH را ارائه نمود (رجبی تنها و عبدالله‌زاده، ۱۳۸۹).

## پیشینه پژوهش

ارزیابی کارایی بانکی یکی از مسائل مهم در صنعت بانکداری است و تحقیقات بی‌شماری در این زمینه

<sup>5</sup> Fujii and et al.

<sup>6</sup> Huang and et al.

<sup>7</sup> Liu and et al.

<sup>8</sup> Lozano

<sup>9</sup> Fu and Tian

1 Free Disposal Hull

2 Deprins and et al.

3 Agrell and Tind

<sup>4</sup> Leleu



نیلچی و همکارانش (۱۳۹۶) به ارائه مدل تحلیل پوششی داده‌های چندبخشی جدید برای ارزیابی کارایی شعب بانک‌ها پرداختند و کاربرد مدل پیشنهادی در ۲۱۰ شعبه یکی از بانک‌های کشور به کار بردند و به این نتیجه رسیدند که با وجود کارایی نسبتاً قابل قبول در زمینه جذب منابع و مدیریت، کارایی بخش‌های خدمات، تخصیص منابع و سودآوری با مشکل جدی مواجه است.

عرب مازار و همکارانش (۱۳۹۷) به ارزیابی عملکرد بانک‌های کشور به وسیله مدل تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای پرداختند و به این نتیجه رسیدند که تنها سه بانک از بانک‌های مذکور کارا بودند و به طور کلی عملکرد بانک‌ها ضعیف بوده است و بانک‌هایی که دارای نسبت بالاتری از مطالبات معوق هستند از کارایی پایین‌تری برخوردارند.

با توجه به پیشینه پژوهش می‌توان دریافت که کمبود این‌گونه پژوهش‌ها در زمینه ترکیب مدل تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای غیرمحدب (FDH) با مدل غیرشعاعی SBM جهت ارزیابی عملکرد بانک‌ها همچنان احساس می‌شود. لذا پژوهش حاضر جهت رفع این کاستی، اولین پژوهش در ایران است که با استفاده از مدل جدید تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای غیرمحدب و غیرشعاعی به ارزیابی عملکرد ۲۰ شعبه یک بانک تجاری و رتبه‌بندی شعبه‌های آن پرداخته است.

با روش سنتی FDH، روش FDH دو مرحله‌ای پیشرفت بسیار خوبی در تحلیل‌های بانکی دارد و می‌تواند معیار را بر اساس زیر سیستم واقعی بانک بدست آورد و اطلاعات مربوط به بهبود بیشتر را کاوش کند. همچنین نتایج کارایی بانک نشان می‌دهد که بانک‌های دولتی نسبت به بانک‌های خصوصی کارآمدتر هستند و کارایی این دو، نسبت به بانک‌های تجاری شهری و بانک‌های تجاری روستایی بطور قابل توجهی بالاتر است.

توکلی و مصطفایی<sup>۱</sup> در سال ۲۰۱۹ به بررسی نمرات بازده FDH واحدهای دارای ساختار شبکه پرداختند و به ارزیابی عملکرد بانک کشاورزی به وسیله مدل مذکور پرداختند و واحدهای تصمیم‌گیری (DMU) ناکارآمد را از کارآمد پیش‌بینی کردند.

سلیمانی‌دامنه و همکارانش (۱۳۹۶) به توسعه یک مدل تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای پویا برای ارزیابی عملکرد بانک‌ها پرداختند و پس از توسعه مدل از آن در یک مطالعه تجربی برای ارزیابی عملکرد چهارده بانک استفاده کردند و کارایی هر مرحله، کارایی شبکه و کارایی شبکه‌ای پویا آن‌ها را محاسبه کردند.

مومنی و همکارانش (۱۳۹۶) به طراحی یک مدل تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای غیرشعاعی جهت ارزیابی عملکرد ۳۰ بانک پرداختند و به این نتیجه رسیدند که نتایج کارایی مراحل و شبکه نشان می‌دهد که مدل مقاله، ارزیابی بهتری از عملکرد بانک‌ها ارائه می‌کند و منبع عدم کارایی را بهتر مشخص می‌کند.

<sup>1</sup> Tavakoli and Mostafae

جدول ۱: خلاصه مطالعات پژوهش

سال انجام پژوهش	عنوان پژوهش	نام محقق / محققان
۲۰۱۴	کارایی و بهره‌وری در صنعت بانکداری هند با تحلیل پوششی داده‌ها	فوجی و همکاران
۲۰۱۴	ارزیابی عملکرد بانک‌های تجاری چین با مدل مبتنی بر متغیر کمکی شبکه‌ای	هوانگ و همکاران
۲۰۱۵	ارزیابی کارایی بانک‌های تایوان با روش تحلیل مولفه‌های مستقل و تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای	لیو و همکاران
۲۰۱۵	کارایی ۱۶ بانک خارجی و ۲۲ بانک داخلی چین به وسیله تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای پویا	آوکیان
۲۰۱۶	مدل تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای مبتنی بر متغیرهای کمبود جهت ارزیابی عملکرد بانک‌ها	لوزانو
۲۰۱۹	ارزیابی کارایی بانک چین با مدل تحلیل پوششی داده‌های FDH دومرحله‌ای	فو و تیان
۲۰۱۹	ارزیابی عملکرد بانک کشاورزی با FDH شبکه‌ای	توکلی و مصطفایی
۱۳۹۶	توسعه یک مدل تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای پویا برای ارزیابی عملکرد بانک‌ها	سلیمانی دامنه و همکاران
۱۳۹۶	طراحی یک مدل تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای غیرشعاعی جهت ارزیابی عملکرد ۳۰ بانک	مومنی و همکاران
۱۳۹۶	ارائه مدل تحلیل پوششی داده‌های چندبخشی جدید برای ارزیابی کارایی شعب بانک‌ها	نیلچی و همکاران
۱۳۹۷	ارزیابی عملکرد بانک‌های کشور به وسیله مدل تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای	عرب‌مازار و همکاران

### ۳- روش پژوهش

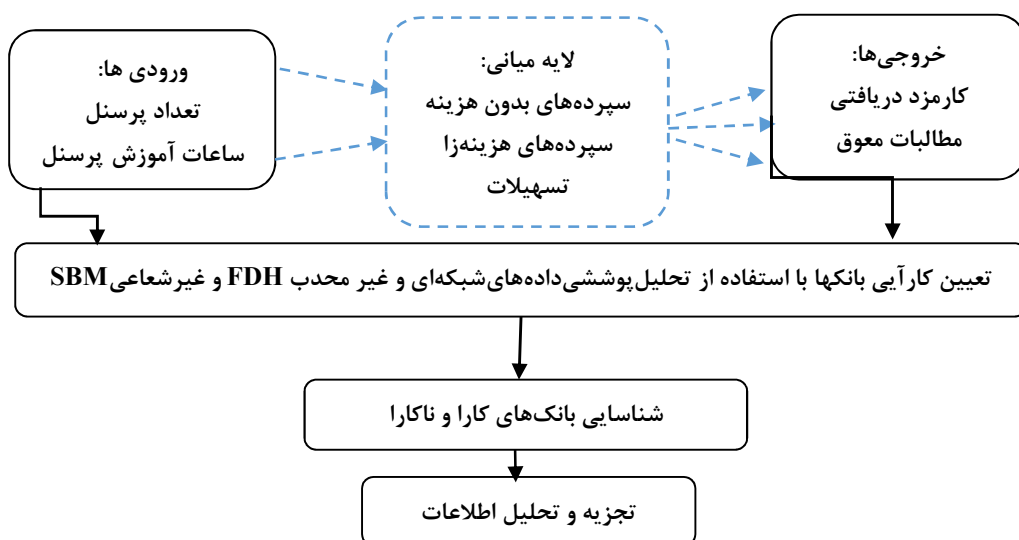
روش تحقیق مورد استفاده به لحاظ ماهیتی از نوع کاربردی است و روش آن زمینه‌ای-موردی است. تحقیق کاربردی، تلاشی است برای پاسخ دادن به یک معضل و مشکل عملی که در دنیای واقعی وجود دارد. با توجه به این که برای نشان دادن کارایی مدل و یافته‌های تئوریک حاصل مدل تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای و غیر محدب FDH و غیرشعاعی SBM و جدید این پژوهش به صورت عملی و در شرایط واقعی یک بانک تجاری به کار گرفته شده‌است و کارایی شعبه‌های این بانک مورد ارزیابی قرار گرفته شده‌است، لذا روش تحقیق از نوع زمینه‌ای-موردی است. جامعه آماری این پژوهش تمام شعب یک بانک تجاری است که شامل ۲۰ شعبه می باشند، هست و با توجه به این که تمامی جامعه آماری در این پژوهش مورد بررسی و ارزیابی قرار گرفته‌اند، لذا در این تحقیق هیچ‌گونه نمونه گیری انجام نشده‌است. همچنین ابزار گردآوری اطلاعات؛ کتابخانه‌ها و بانک‌های اطلاعاتی موجود، پایان‌نامه‌ها و مقالات مرتبط و جستجو در اینترنت و

اینترنت بوده‌است و علاوه بر آن از روش میدانی برای گردآوری اطلاعات استفاده شده‌است. برای تجزیه و تحلیل اطلاعات نیز از روش تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای و غیرمحدب FDH و غیرشعاعی SBM به صورت اعداد قطعی استفاده شده‌است و به منظور تحلیل و فرموله نمودن مسئله از نرم‌افزار WinQsb استفاده شده‌است. لذا روش انجام تحقیق به چندمرحله اساسی تفکیک می‌شود. در مرحله نخست با بررسی پیشینه و پروژه‌های تحقیقاتی متفاوتی که در این زمینه در بانک‌های مختلف ایران اجرا شده و نیز مطالعه و مقایسه مقاله‌های گوناگونی که در مورد محاسبه کارایی بانک‌های دیگر کشورها انجام شده و در نهایت با نظر کارشناسان محترم بانک، شاخص‌های ورودی و شاخص‌های میانی و شاخص‌های خروجی مؤثر بر ارزیابی شعب، شناسایی شدند که شرح آن در جدول ۲ آورده شده است.

سپس با جمع‌آوری داده‌های مورد نیاز پژوهش از طریق پایگاه اطلاعاتی بانک نسبت به حل آن اقدام شده‌است. شکل ۱ نمودار مفهومی پژوهش را نشان می‌هد.

جدول ۲: شاخص‌های موثر بر کارایی پژوهش

شاخص‌های ورودی	شاخص‌های میانی	شاخص‌های خروجی
تعداد پرسنل میزان ساعت آموزش پرسنل	سپرده‌های بدون هزینه سپرده‌های هزینه‌زا تسهیلات	مطالبات معوق کارمزد دریافتی



شکل ۱: مدل مفهومی پژوهش

$$\begin{aligned}
 & \text{Max} \quad \rho_1 = \left(1 + \frac{1}{l} \sum_{k=1}^l \frac{T_k^1}{Z_{k0}}\right) \quad (1-3) \\
 & \text{S.t} \quad \sum_{j=1}^n \lambda_j^1 x_{ij} + S_i^1 = x_{i0} \quad i \in I_1 \\
 & \quad \sum_{j=1}^n \lambda_j^1 x_{ij} = x_{i0} \quad i \in I_2 \\
 & \quad \sum_{j=1}^n \lambda_j^1 z_{kj} \quad T_k^1 = z_{k0} \quad k=1, \dots, L \\
 & \quad \lambda_j^1 = w_j, w_j \in \{0, 1\}, \sum_{j=1}^n w_j = 1 \\
 & \quad S_i^1 \geq 0 \quad i \in I_1 \\
 & \quad T_k^1 \geq 0 \quad k=1, \dots, L
 \end{aligned}$$

در مدل (۱-۳)،  $DMU_0$  در مرحله اول شبکه دو مرحله‌ای غیر محدود FDH و SBM ارزیابی می‌شود چون مدل (۱-۳) خطی نمی‌باشد. با در نظر گرفتن قید متناظر با ورودی‌های مطلوب و نا مطلوب داریم:

۴- مدل تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای دو مرحله‌ای غیر محدود FDH و غیرشعاعی SBM

برای ارزیابی شبکه دو مرحله‌ای با بردار ورودی  $X_j = (x_{1j}, \dots, x_{mj})$  و بردار میانی  $Z_j = (z_{1j}, \dots, z_{lj})$  بردار خروجی  $Y_j = (y_{1j}, \dots, y_{sj})$  را تولید می‌کند به طوریکه  $Y_j \in R^s$  و  $Z_j \in R^l$ ،  $X_j \in R^m$  در این بخش با در نظر گرفتن اصول شمول مشاهدات ذکر شده در بخش قبل و حذف شرط تحدب از مجموعه امکان تولید، مدل SBM در مرحله اول شبکه دو مرحله‌ای FDH برای اندازه‌گیری  $DMU_0$  به صورت زیر پیشنهاد می‌شود:

و با در نظر گرفتن شرط  $T_k^1 \geq 0$  مقدار  $j = 1, \dots, n$  را برای  $\hat{\rho}_1 = 1 + 1/l \sum_{k=1}^L \frac{t_k}{z_{k0}}$  محاسبه می‌کنیم بدیهی است که  $Max \hat{\rho}_1$  را برای  $j = 1, \dots, n$  به عنوان  $\rho_1$  در نظر گرفته می‌شود. فلوچارت حل مدل (۱-۳) بدون استفاده از مدل ریاضی و فقط مبتنی بر نسبت‌ها به صورت زیر پیشنهاد می‌شود.

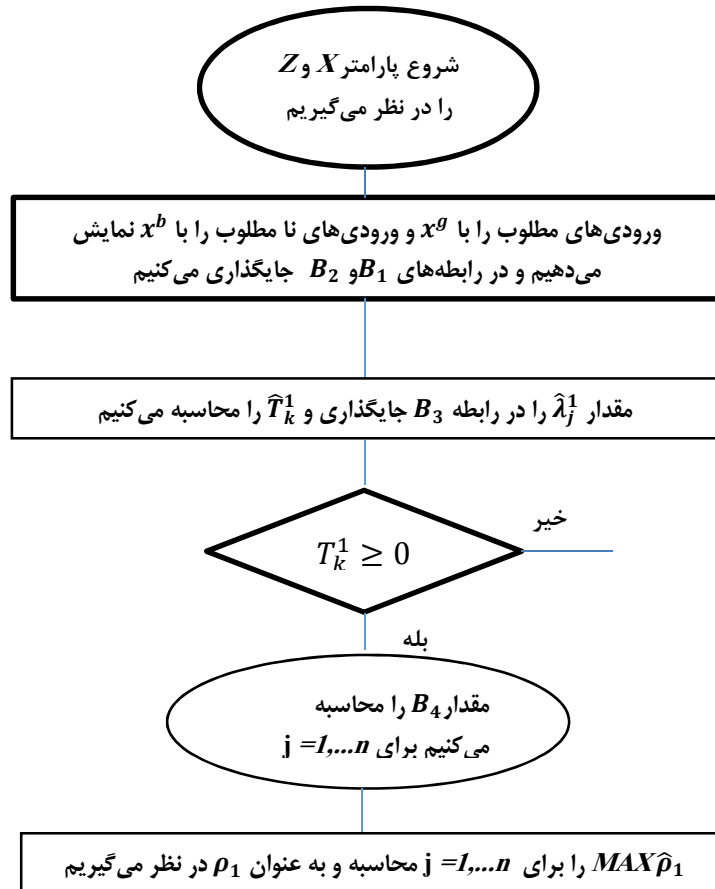
$$B_1 \lambda_j^1 x_{ij}^g \leq x_{io}^g \quad i \in I_1 \rightarrow \hat{\lambda}_j^1 = \text{Min} \left\{ \frac{x_{io}^g}{x_{ij}^g} \right\}$$

$$B_2 \lambda_j^1 x_{ij}^b = x_{io}^b \quad i \in I_2 \rightarrow \hat{\lambda}_j^1 = \frac{x_{io}^b}{x_{ij}^b}$$

$$i \in I_2$$

بنابراین با استفاده از رابطه فوق مقدار مشترک برای  $\hat{\lambda}_j^1$  محاسبه می‌شود اکنون با جایگذاری  $\hat{\lambda}_j^1$  از رابطه فوق در قیدهای خروجی مدل (۱-۳) داریم:

$$B_3 \hat{\lambda}_j^1 z_{kj} \quad \hat{T}_k^1 = z_{k0} \rightarrow \hat{T}_k^1 = \hat{\lambda}_j^1 z_{kj} \quad z_{k0}$$



فلوچارت حل مدل (۱-۳)

$$D_1 = \lambda_j^2 z_{kj} \leq z_{k0} \rightarrow \lambda_j^2 = \text{Min} \left\{ \frac{z_{k0}}{z_{kj}} \right\}$$

$$1 \leq k \leq 1$$

بطور مشابه برای مرحله دوم شبکه FDH محاسبه کارایی براساس مدل SBM برای ارزیابی  $DMU_0$  به صورت زیر پیشنهاد می‌شود.

از اینرو با استفاده از  $\lambda_j^2$  در دسته قیود دوم داریم:

$$D_2 = \lambda_j^2 y_{rj} \quad s_r^2 =$$

$$y_{r0} \rightarrow s_r = y_{r0} \quad \lambda_j^2 y_{rj} \quad s_r \geq 0$$

فلوچارت حل مدل (۲-۳) بدون استفاده از مدل ریاضی به صورت زیر پیشنهاد می‌شود.

$$\rho_2 = \text{Max} \left( 1 + \frac{1}{s} \sum_{r=1}^s \frac{s_r^2}{y_{r0}} \right) \quad (2-3)$$

$$\text{S.t } \sum_{j=1}^n \lambda_j^2 z_{kj} + t_k^2 = z_{k0} \quad k=1, \dots, L$$

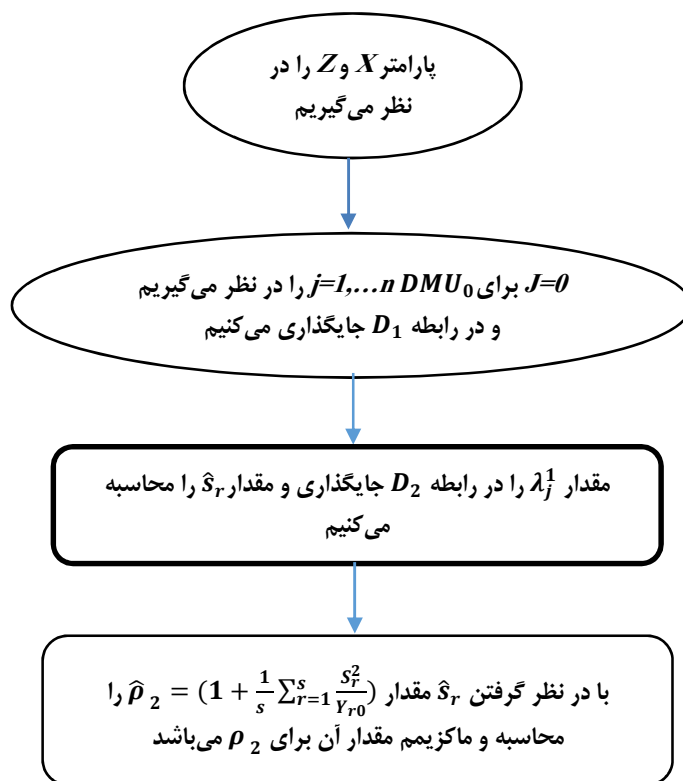
$$\sum_{j=1}^n \lambda_j^2 y_{rj} \quad s_r^2 = y_{r0} \quad r=1, \dots, S$$

$$\lambda_j^2 = w_j, \quad w_j \in \{0, 1\}, \quad \sum_{j=1}^n w_j = 1$$

$$t_k^2 \geq 0, \quad s_r^2 \geq 0 \quad k=1, \dots, L, \quad r=1, \dots, S$$

مدل (۲-۳) خطی نیز نمی‌باشد از این رو با در نظر

گرفتن دسته قیود اول مدل (۲-۳) داریم:



فلوچارت حل مدل (۲-۳)

$$\sigma_j^1, \sigma_j^2 \in \{0,1\}, \quad \mu_j^1 = \sigma_j^1, \quad \mu_j^2 = \sigma_j^2, \quad j=1, \dots, n$$

مدل (۳-۳) بر اساس ماکزیمم کردن متغیرهای کمکی برای محاسبه ناکارایی کلی شبکه دو مرحله‌ای در راستای FDH پیشنهاد شده است. مدل (۳-۳) فرم خطی نمی باشد ازینرو با استفاده از نسبت‌های پارامترهای ورودی یا خروجی ابتدا متغیر  $\mu_j^1$  و سپس متغیرهای کمکی قید ورودی محاسبه می‌شود. برای مرحله دوم نیز ابتدا متغیر  $\mu_j^2$  و سپس متغیرهای کمکی قید خروجی و میانی محاسبه می‌شود.

### ۵- یافته‌های پژوهش

نتایج کارایی مرحله اول و مرحله دوم و همچنین کارایی کل حاصل از مدل خطی (۳-۳) محاسبه شده‌است و در جدول ۳ آمده است.

بنابراین برای  $j=1, \dots, n$  متغیر کمکی  $s_r^2$  را محاسبه و  $\rho_2^{\hat{}} = 1 + 1/s \sum_{r=2}^s \frac{s_r^2}{y_{r0}}$  را برای  $j=1, \dots, n$  محاسبه کرده و در نهایت  $\rho_2^n = \text{Max} \rho_2^{\hat{}}$  را به دست می‌آوریم. و در نهایت مدل خطی تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای غیرمحدب FDH و غیرشعاعی SBM به صورت زیر پیشنهاد داده می‌شود:

$$\text{Max } w_1 \left(1 + \frac{1}{l} \sum_{k=1}^l \frac{t_k}{z_{k0}}\right) + w_2 \left(1 + \frac{1}{s} \sum_{r=1}^s \frac{s_r}{y_{r0}}\right) \quad (3-3)$$

$$\text{s.t. } \sum_{j=1}^n \mu_j^1 \cdot x_{ij} + \rho_i = x_{i0}, \quad i=1, \dots, m_1$$

$$\sum_{j=1}^n \mu_j^1 \cdot x_{ij} = x_{i0}, \quad i=1, \dots, m_1$$

$$\text{Stage 1 } \left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=0}^n \mu_j^1 z_{kj} \quad t_k = z_{k0}, \quad k=1, \dots, L \\ \sum_{j=1}^n \mu_j^2 z_{kj} + g_k = z_{k0}, \quad k=1, \dots, L \end{array} \right.$$

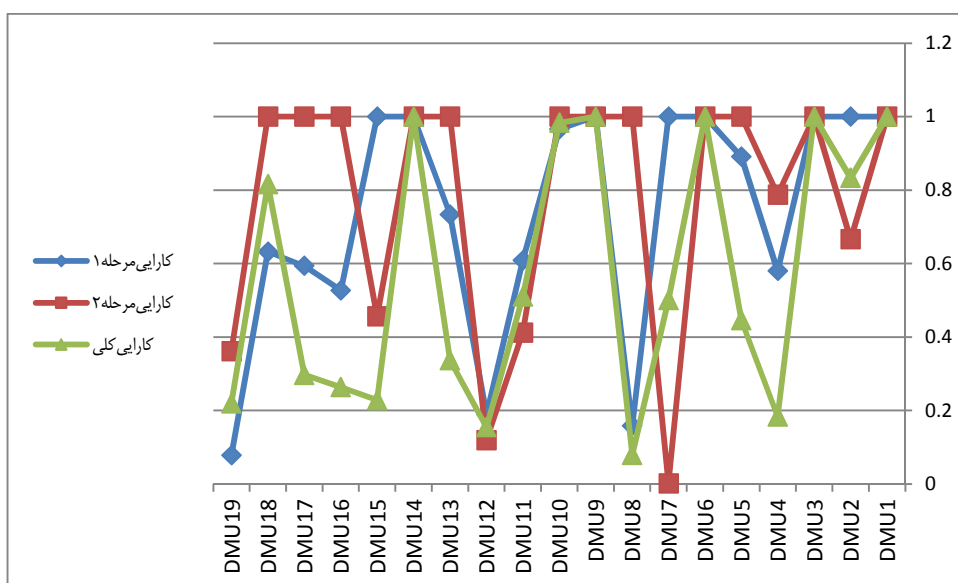
$$\text{Stage 2 } \left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^n \mu_j^2 y_{rj} \quad s_r = y_{r0}, \quad r=1, \dots, s \\ \sum_{j=0}^n \mu_j^1 z_{kj} \geq \sum_{j=1}^n \mu_j^2 z_{kj}, \quad k=1, \dots, m \\ \sum_{j=1}^n \sigma_j^1 = 1, \quad \sum_{j=1}^n \sigma_j^2 = 1 \end{array} \right.$$

جدول ۳: نتایج کارایی با مدل (۳-۳)

کارایی کلی	کارایی مرحله ۲	کارایی مرحله ۱	شعبه‌های مورد ارزیابی
۱	۱	۱	DMU1
۰.۸۳۳۰	۰.۶۶۶۰	۱	DMU2
۱	۱	۱	DMU3
۰.۱۸۳۴	۰.۷۸۷۳	۰.۵۷۹۶	DMU4
۰.۴۴۵۳	۱	۰.۸۹۰۷	DMU5
۱	۱	۱	DMU6
۰.۵۰۰۸	۰.۰۰۱۶	۱	DMU7
۰.۰۷۸۹	۱	۰.۱۵۷۸	DMU8
۱	۱	۱	DMU9
۰.۹۸۲۸	۱	۰.۹۶۵۶	DMU10
۰.۵۰۹۸	۰.۴۱۱۳	۰.۶۰۸۳	DMU11
۰.۱۵۴۱	۰.۱۱۹۱	۰.۱۸۹۲	DMU12
۰.۳۳۶۸	۱	۰.۷۳۳۵	DMU13
۱	۱	۱	DMU14
۰.۲۲۸۰	۰.۴۵۶۰	۱	DMU15
۰.۲۶۳۳	۱	۰.۵۲۶۶	DMU16
۰.۲۹۶۶	۱	۰.۵۹۳۳	DMU17
۰.۸۱۶۲	۱	۰.۶۳۲۴	DMU18
۰.۲۱۹۳	۰.۳۶۱۲	۰.۰۷۷۵	DMU19

بانکی می‌باشد که بین ورودی‌ها و خروجی‌ها واسطه‌اند و هدف مراقبت و در نظر گرفتن پارامترهای پیوندی می‌باشد. همان‌طور که از جدول ۳ مشخص است، کارایی ۱۹ شعب بانک تجاری مورد نظر در مرحله ۱ و مرحله ۲ و کل محاسبه شده است. در این میان شعبه‌هایی که نمره کارایی‌اشان یک می‌باشد، کارا هستند و شعبه‌هایی که نمره کارایی‌اشان زیر یک می‌باشد، ناکارا هستند.

مدل (۳-۳) یک مسئله برنامه‌ریزی خطی می‌باشد که هدف آن کاهش غیرشعاعی ورودی‌های واحد تصمیم‌گیرنده و افزایش غیرشعاعی خروجی‌ها می‌باشد. قیدهای مدل (۳-۳) بر سه دسته تقسیم می‌شوند. دسته اول کاهش ورودی‌ها مانند تعداد پرسنل و ساعت‌هایی که پرسنل آموزش می‌بینند. دسته دوم افزایش خروجی‌ها مانند کارمزد دریافتی و وصول مطالبات معوق می‌باشد. همچنین دسته سوم سپرده‌های بدون هزینه و هزینه‌دار و تسهیلات



مرحله ۱ و ۲ در شعبه ۱۱ دانست. همچنین شعبه‌های ناکارا با الگو گرفتن از شعبه‌های کارا می‌توانند به سطح بهینه برسند. از مزایای مدل استفاده شده در این پژوهش می‌توان این موارد را بر شمرد:

با توجه به این که از مدل تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای در این پژوهش استفاده شده است. لذا به ساختار میانی و زیر واحدها توجه شده است. زیرا اگر در اندازه‌گیری کارایی، عملکرد زیر واحدها در نظر گرفته نشود، در واقع یک تخمین ظاهری از کیفیت عملکرد صورت گرفته است، خصوصاً در مورد عملکرد بانک‌ها که همانند بسیاری از

مقدار کارایی شعبه‌های مرحله اول عبارتند از شعبه‌های ۱۵، ۱۴، ۹، ۷، ۶، ۳، ۲، ۱ و مقدار کارایی‌های به دست آمده برای مرحله دوم با استفاده از مدل (۳-۳) نیز شعب کارا و ناکارا در مرحله دوم را مشخص می‌کند. شعبه‌های کارایی مرحله دوم نیز عبارتند از: ۱۸، ۱۷، ۱۶، ۱۴، ۱۳، ۱۰، ۹، ۸، ۶، ۵، ۳ و شعبه‌هایی که در حالت کلی کارا هستند نیز عبارتند از ۱۴، ۹، ۶، ۳ و مابقی شعبه‌ها ناکارا هستند. نکته قابل توجه این که شعبه‌های ۱۶، ۸، ۵، ۷، ۱۳، ۱۷ با وجود اینکه در یکی از مرحله‌ها کارا هستند اما از نظر کارایی کل نسبت به شعبه ۱۱ ضعیف‌تر عمل کرده‌اند و آن هم به دلیل مزایای همکاری متقابل

خروجی کمتر توجه می‌کنند و اساس این تحقیق به دنبال تمرکز بیشتر بر ماهیت ورودی و خروجی به وسیله یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی خطی است لذا به منظور رفع این مشکل در این پژوهش از ترکیب مدل تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای با مدل غیر محدب FDH استفاده شده‌است تا علاوه بر تمرکز بیشتر به ماهیت شاخص‌های ورودی و خروجی، استفاده از اعداد صحیح در ورودی و خروجی را نیز ممکن سازد و عملکرد سیستم بسیار واقعی‌تر نشان دهد. همچنین به منظور استفاده از نسبت تغییر هم ورودی و هم خروجی به طور همزمان از ترکیب مدل شبکه‌ای و غیرمحدب پژوهش با مدل مبتنی بر متغیر کمکی SBM استفاده شد. از مزایای دیگر مدل SBM این است که کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده با کارایی ضعیف را مناسب‌تر از مدل‌های شعاعی نشان می‌دهد. لذا با توجه به موارد ذکر شده در این پژوهش از مدل جدید شبکه‌ای غیر محدب FDH با مدل غیرشعاعی SBM استفاده شد تا از مزایای هر سه مدل استفاده شود و با قدرت تفکیک بالاتری به ارزیابی عملکرد شعبه‌های بانک بپردازد. و نهایتاً به رتبه‌بندی شعبه‌های بانک پرداخته شد و شعبه‌های کارا و ناکارا به وسیله مدل پژوهش مشخص شد.

سازمان‌ها یک فرایند چندمرحله‌ای است. ۲. با توجه به این که از ترکیب یک مدل FDH غیرمحدب شبکه‌ای استفاده شده‌است لذا امکان استفاده از شاخص‌های ورودی و خروجی با مقدار صحیح امکان‌پذیر است و سازگاری بیشتری با مسائل حقیقی دارد و می‌تواند مقیاسی مقیاسی برای تعیین پیشرفت یا پسرفت یک واحد باشد. ۳. با توجه به این که از یک مدل مبتنی بر متغیر کمکی SBM استفاده شده‌است با توجه به این که یک روش غیرشعاعی است لذا توانایی این را دارد که همزمان هم ورودی‌ها و هم خروجی‌ها به یک نسبت تغییر کنند.

#### ۶- نتیجه‌گیری

مساله ارزیابی کارایی بانک‌ها از مسائل مهم و ضروری در صنعت بانکداری به شمار می‌آید. سبب کارایی باعث بالارفتن هزینه‌ها، کاهش بهره‌وری و ایجاد بحران‌های مالی در بانک‌ها می‌شود. از این رو نگاهی پایاتر و جزئی‌گرا به مساله ارزیابی کارایی در بانک‌ها بسیار حائز اهمیت است. مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها کاربردهای وسیعی در حوزه سنجش و ارزیابی کارایی بانک‌ها داشته‌اند. با این وجود مدل‌های کلاسیک دارای ایراداتی است از جمله این که مدل‌ها توجهی به ساختار و جریان کاری درون شعب و بخش‌های آن ندارند و این امر منجر به عدم سازگاری در تخمین کارایی می‌شود لذا به منظور رفع این مشکل در این پژوهش از مدل تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای استفاده شد و کارایی ۱۹ شعبه یک بانک تجاری را به وسیله مدل تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای مورد بررسی قرار گرفت. استفاده از سپرده‌های هزینه و بدون هزینه به عنوان متغیر میانه سبب می‌شود تا مدل از قدرت تفکیک بیشتری برخوردار باشد و همچنین در این مدل به مساله مطالعات معوق توجه شده‌است و همچنین بیشتر مدل‌های کلاسیک به ماهیت ورودی و



## فهرست منابع

[۸] کوپر، سیفورد و تون (۱۳۹۶). تحلیل پوششی داده‌ها؛ مدل‌ها و کاربردها (علی میرحسینی، مترجم). تهران: انتشارات دانشگاه صنعتی امیرکبیر.  
مهرگان، م.ر. (۱۳۸۷) مدل‌های کمی در ارزیابی عملکرد سازمان‌ها. تهران، ایران: دانشگاه تهران.

[۹] مومنی منصور، صفری حسین، رستمی محسن، مصطفایی امین، سلیمانی دامنه رضا (۱۳۹۶). طراحی یک مدل تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای غیرشعاعی جهت ارزیابی عملکرد، فصلنامه علمی پژوهشی مطالعات (مدیریت بهبود و تحول)، سال بیست و ششم، شماره ۶۸، صص ۲۳-۱.

[۱۰] نیلچی مسلم، اسماعیل فدائی نژاد محمد، رضوی حاجی آقا سیدحسین، بدری احمد (۱۳۹۶). ارائه مدل تحلیل پوششی داده‌های چند بخشی جدید برای ارزیابی کارایی شعب بانک‌ها، فصلنامه علمی - پژوهشی مطالعات مدیریت صنعتی - سال پانزدهم، شماره ۴۶، صص ۷۳-۹۶.

[1] Agrel, P. J. Tind, J. "A Dual Approach to Non Convex Frontier Models", *Journal of Productivity Analysis*, Vol.16, No.2, (September 2001): 129-147.

[2] Avkiran, N.K., (2015), "An illustration of dynamic network DEA in commercial banking including robustness tests", *Omega* 55, 141-150.

[3] SHAFIEE, M. (2018). A Non-Convex Data Envelopment Analysis Model (FDH) for Rostam High School Performance Evaluation.

[4] Banker RD, Charnes A, Cooper WW.(1984). Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis. *Management Science*, 30, 1078-92.

[۱] اسکندری اعظم (۱۳۹۰). تحلیل کارایی به وسیله مدل تحلیل پوششی داده‌ها و شبکه عصبی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد شیراز، پایان نامه کارشناسی ارشد.

[۲] جهانشاهلو، غلامرضا، نیکو مرام، هاشم، حسین‌زاده لطفی، فرهاد، (۱۳۹۵). تحلیل پوششی داده‌ها و کاربردهای آن، چاپ دوم، تهران، انتشارات دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات.

[۳] رجبی تنها معصومه، عبدالله‌زاده غلام حسین (۱۳۸۹). ارزیابی نابرابری‌های استانی بهره‌وری محصولات کشاورزی ایران: معرفی یک استان مرجع واقعی برای استان‌های نابه‌رور، سال دهم، شماره ۱، صص ۱۷۱-۱۹۹.

[۴] سلیمانی دامنه رضا، مؤمنی منصور، مصطفایی امین، رستمی‌مال خلیفه محسن (۱۳۹۶). توسعه یک مدل تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای پویا برای ارزیابی عملکرد بانک‌ها، مجله چشم‌انداز مدیریت صنعتی، صص ۶۷-۸۹.

[۵] صالح‌زاده سیدجواد، حجازی رضا، ارکان علی، حسینی سیدمهران (۱۳۹۰). ارائه روش تلفیقی اندازه‌گیری کارایی ساختارهای شبکه‌ای شامل دور و لینک تخصصی، مجله علمی و پژوهشی مدیریت تولید و عملیات، شماره ۲، صص ۶۰-۴۷.

[۶] عرب‌مازار عباس، وهرامی ویدا، حسینی حسین (۱۳۹۷). ارزیابی عملکرد بانک‌های کشور به وسیله مدل تحلیل پوششی داده‌ها، فصلنامه اقتصادمقداری (بررسی‌های اقتصادی سابق)، دوره ۱۵، شماره ۲، صص ۱-۲۱.

[۷] کردرستمی سهراب، امیرتیموری علی‌رضا، باقری سیده فاطمه (۱۳۸۹). بهبودی بر مدل FDH در ماهیت ورودی-خروجی، مجله ریاضیات کاربردی واحد لاهیجان.

- [13] Fukuyama, H., Weber, W.L. (2010). A slacks-based inefficiency measure for a twostage system with bad outputs. *Omega*, Volume 38 (Issue. 5), pp. 398-409.
- [14] Huang, J., Chen, J. and Yin, Z. (2014). A Network DEA Model with Super Efficiency and Undesirable Outputs: An Application to Bank Efficiency in China, *Mathematical Problems in Engineering* (DOI: 10.1155/2014/793192).
- [15] Kao, C., & Hwang, S. N. (2008). Efficiency decomposition in two-stage data envelopment analysis: An application to non-life insurance companies in Taiwan. *European journal of operational research*, 185(1), 418-429.
- [16] Kao, C. (2009). Efficiency decomposition in network data envelopment analysis: A relational model. *European journal of operational research*, 192(3), 949-962.
- [17] Liang, L., Yang, F., Cook, W.D., Zhu, J. (2006). DEA models for supply chain efficiency evaluation. *Annals of Operations Research*, Volume 145 (Issue. 1), pp. 35-49.
- [18] Liu, W., Zhou, Z., Ma., C., Liu, D., Shen, W. (2015). Two-stage DEA models with undesirable input-intermediate-outputs. *Omega*, 56: 74-87.
- [19] Lozano, S. (2016). Slacks-based inefficiency approach for general networks with bad outputs: An application to the banking sector. *Omega*, 60, 73-84.
- [20] Sexton, TR., Lewis, HF., (2004). Two-stage DEA: An application to major league baseball, *Journal of Productivity Analysis*, 19, 227-249.
- [5] Castelli, L., Pesenti, R., Ukovich, W. (2004). DEA-like models for the efficiency evaluation of hierarchically structured units. *European Journal of Operational Research*, Volume 154 (Issue 2), pp. 465-476.
- [6] Charnes A, Cooper, W.W., Rhodes E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operational Research*, 2, 429-44.
- [7] Chen, C., Yan, H. (2011). Network DEA model for supply chain performance evaluation. *European Journal of Operational Research*, Volume 213 (Issue. 1), pp. 147-155.
- [8] Fare, R., Grosskopf, S. (2000). Network DEA. *Socio-economic planning science*, Volume 34, pp. 35-49.
- [9] Farrel, M.J. (1957). The measurement of productive efficiency. *Journal of the Royal Statistical Society, Series, A* 120,253-281.
- [10] Deprins D, Simar L, Tullkens H, Measuring labor-efficiency in post offices. In Marchand M, Pestieau p, Tullkens H, editors(1984). *The performance of public enterprises*. Amsterdam: Etsvier science publishers: 1984, 243-267.
- [11] Fu, P., & Tian, Y. (2019). Research on the Efficiency of Commercial Banks in China: Based on Two-Stage FDH Method.
- [12] Fujii, H., Managi, S., & Matousek, R. (2014). Indian bank efficiency and productivity changes with undesirable outputs: A disaggregated approach. *Journal of Banking & Finance*, 38, 41-50.

[21] Tavakoli, I. M., & Mostafae, A. (2019). Free disposal hull efficiency scores of units with network structures. *European Journal of Operational Research*, 277(3), 1027-1036.

[22] Tone, K. (2001). A slacks-based measure of efficiency in data envelopment analysis, *European Journal of Operational Research*, 130, 498–509.

[23] Tone, K. , Tsutsui, M. (2009). Network DEA: A slacks-based measure approach. *European Journal of Operational Research*, 197. 243–252.

