مجله
پژوهش های مدیریت
شماره ۸۴ - بهار ۱۳۸۹

الگوریتمی کارا به منظور مدیریت سرمایه و هزینه در صنایع برش

دکتر حسن جوانشیر *
دکترمحمد تقی تقوی فرد **
فروغ اسلامی ***

چکیده

مدیریت اقتصادی و تولید صحیح، از ارکان مهم در اداره وراهبری موثر یک سازمان است. مسئله برش تک بعدی[1] یکی از نمودهای مسائل بهینه سازی ترکیبی است که مدیران صنایعی که در آنها نیاز به برش اقلام از قطعات بزرگ وجود دارد، به دلیل موثر بودن نحوه برش و میزان ضایعات حاصله، بر تولید و هزینه ها، با آن رو به رو هستند. کم کردن ضایعات برش و فرصت استفاده مجدد از ضایعات به وجود آمده، از جمله دغدغه های اقتصادی مدیران اینگونه صنایع است.

در عمل، قطعات کوچکتر به عنوان لیست سفارشات و قطعات بزرگ‌تر به عنوان مواد خام شناخته می‌شوند. هدف اصلی، کمینه کردن ضایعات حاصل از برش به منظور تامین کامل لیست سفارشات از مواد خام است. به همین دلیل این مسئله را مسئله کاهش ضایعات برش (CSP)[2] می‌نامند. این موضوع را می توان برای هر دو گونه مسئله برش یک بعدی، به عبارتی حالت‌های مبتنی بر اقلام[3] (IO) و مبتنی بر الگو[4] (PO)، مطرح نمود.

غالباً هدف مدیریت در برنامه‌ریزی،برش مواد خام به نحوی است که ضمن کمینه کردن ضایعات برش، تمرکز بیشتر آن بر روی کمترین رول‌های مصرفی را نیز به وجود آورند تا علاوه برکاهش هزینه مواد اولیه و نیز ضایعات به تولید مناسب‌تر ، کاهش هزینه ها و روش های کمک به اقتصاد سازمان دست یافت.

در این مقاله، مسئله برش تک بعدی بر مبنای اقلام است برای دستیابی به این هدف، معیاری را به منظور سنجش پراکندگی ضایعات برش مورد استفاده قرار داده و مقدار پراکندگی ضایعات را که یک پارامتر کیفی است، به یک پارامتر کمی تبدیل نموده ، سپس با استفاده از الگوریتم ژنتیک و ارائه الگوریتمی در این خصوص، حل مسئله پراکندگی ضایعات برش تک بعدی، در ابعاد بزرگ را به منظور دستیابی به بهترین جواب، مورد بررسی قرار می‌دهد. نتایج محاسباتی حاصل از آن بر روی مسائل نمونه، کارایی بالای الگوریتم را در رده‌های مختلف مسائل نشان می‌دهد.

واژگان کلیدی :

برش تک بعدی، تجمع ضایعات برش، الگوریتم ژنتیک، هزینه مجازی ، مبتنی بر اقلام

* استادیار، عضو هیات علمی تمام وقت دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران جنوب (Hjavanshir@yahoo.com)
تهران- ونک - ملاصدرا - خ. شیرازی جنوبی - ک. سرو - پ. ۳۴
** دانشیار، عضو هیات علمی تمام وقت دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران جنوب (Dr.taghavifard@gmail.com)
تهران- ونک - ملاصدرا - خ. شیرازی جنوبی - ک. سرو - پ. ۳۴
*** دانش آموخته کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران جنوب (Foroogh_Eslami@yahoo.com)
تهران- ونک - ملاصدرا - خ. شیرازی جنوبی - ک. سرو - پ. ۳۴

نویسنده مسئول یا طرف مکاتبه : فروغ اسلامی

1 . One Dimensional Cutting Stuck Problem(1D-CSP)
2 . Cutting Stock Problem
3 . Item Oriented
4 . Pattern Oriented

تاریخ دریافت مقاله : ۸۷/۱۰/۱۵ تاریخ اصلاحات مقاله : ۸۷/۱۱/۱۹ تاریخ پذیرش مقاله : ۸۷/۱۲/۴

مقدمه

مسئله برش تک بعدی یکی از نمودهای مسائل بهینه سازی ترکیبی است که کاربرد زیادی در صنایع مختلف از جمله صنایع فولاد، کاغذ، و پارچه دارد. (Ostermark, 1999)برای برش رول های خام اولیه و تبدیل آن ها به قطعات مورد نیاز دو موضوع حائز اهمیت هستند. اولین موضوع، مسئله طبقه بندی است که آن تخمین ابعاد مناسب رول های خام اولیه برای برش می‌باشد و دیگری نحوه برش این قطعات به قطعات کوچکتر است به نحوی که ضایعات آن ها کمینه شود. (Haessler& Vonderembse, 1979)در عمل، قطعات کوچکتر به عنوان لیست سفارشات و قطعات بزرگ‌تر به عنوان مواد خام شناخته می‌شوند. درصنعت کاغذسازی و فولاد، به قطعات کوچک، اقلام تولیدی و به قطعات بزرگ، رول‌های خام نیز می‌گویند. در بیشتر موارد ، پس از اتمام برش‌های مورد نیاز ، ضایعاتی باقی می‌ماند و هدف اصلی کمینه کردن این ضایعات است. به همین دلیل این مسئله، مسئله کاهش ضایعات برش نامیده می شود. (Alvares-Vald´es & et. al. 2002)

پیشینه تحقیق

مسئله مورد بحث ازمسائل سخت و پیچیده متعلق به خانواده مشهور و قدیمی به نام مسائل برش هستند.که در کتاب‌های Dyckhoff در سال ۱۹۹۰ و Sweeney و Paternoster در سال ۱۹۹۲ به این نام خوانده شدند.در ادبیات این بحث وسیع ترین وشناخته‌ترین رویکرد، رویکرد Gilmore&Gomery می‌باشد. دو دهه بعداز چاپ این کتاب، Dyckhoff رویکردی جدید (الگوی یک برشی) را معرفی و Paternoster آن را گسترش داد. مسئله برش خانواده‌ای از مسائل ترکیبی است که مورد توجه محققان دانش کامپیوتر، مهندسی صنایع، نظامی، کارخانه‌داران، فرآیندهای تولید وغیره است. تحقیقات طولانی و متمرکز روی اینگونه مسائل ، به توسعه نمونه‌ها و ابزار ریاضی منتج شده که در نوع خود جالب بوده است. بطوری که دامنه درخواست از حوزهٔ فعالیت مسائل برش فراتر رفته است.

اولین مدل ریاضی مسئله برش توسط Kantorvich، در سال۱۹۳۹ ارائه گردید. اگرچه این مدل درسال ۱۹۶۰منتشر شد، تحقیق و بررسی‌های علمی در مورد این مسئله، حدود ۴۵ سال قبل آغاز گردید و از آن زمان تاکنون، فرمول‌ها وروش‌های حل متفاوتی برای مسائل برش ارائه شده است. (Gilmore, , & Gomory , 1966)

برای حل مسائل ضایعات برش در دنیای واقعی، روش های ابتکاری متنوعی علاوه بر مدل های بهینه سازی مورد استفاده قرار گرفته است. با این حال، به دلیل آنکه اینگونه روش های ابتکاری با توجه به خصوصیات مبتنی بر هر مسئله خاص، طراحی واجرا می گردند، استفاده از آنها در مسائل مشابه بسیار بعید به نظر می‌رسد. (Alan,. &, Saravanan, 2006)

اگرچه هدف اصلی اکثر مسائل برش کمینه نمودن ضایعات برش می باشد، اهداف دیگری نیزتوسط محققان برای آن تعریف شده است. Stainton در سال ۱۹۷۷، ۱۵ فاکتور موثر بر سوددهی را ارائه نمود. لیست او شامل فاکتورهایی نظیر روحیه و طرز فکر کارکنان است که به آسانی قابل سنجش و تعیین نمی‌باشند. (Hinxman,1979) در عمل، علاوه بر ضایعات برش، سایر فاکتورهای متعارف در تابع، همچون: هزینه استفاده از یک مدل برش خاص و تغییر الگوی برش از یک حالت به حالت دیگر نیز مورد استفاده قرار گرفته اند.

Dyckhoff لیستی از انواع ابعاد مسئله برش را شامل مسائل یک بعدی، دو بعدی، سه بعدی و چند بعدی ارائه نمود. با این حال، تعداد زیادی از مسائل برش با پیچیدگی موجود بین مسائل یک بعدی و دو بعدی وجود دارند که آنها را به عنوان مسائل ۱/۵ بعدی در نظر می‌گیرند. (Dyckhoff,1990)

در برش تک بعدی، دو بعد اقلام با دو بعد رول های مصرفی هم اندازه هستند و انتخاب تنها بر روی بعد سوم آن مورد بررسی است.به این صورت که تنها تصمیم گیری بر روی طول قطعات صورت می گیرد.

Dyckhoff راه حل مسائل برش تک بعدی را به دو گروه تقسیم می‌کند:

روش مبتنی بر اقلام

روش مبتنی بر الگو

در روش مبتنی بر اقلام، قطعات سفارش داده شده به صورت مستقل از هم از رول ها برش می خورند. یعنی در ابتدا یک قطعه برش خورده و سپس از طول رول باقی مانده، قطعه بعدی برش می خورد. مگر در حالتی که طول رول باقی مانده برای برش بعدی کافی نباشد.در این هنگام، برش بعدی از رول بعدی انجام می شود و این روند تا زمانی که قطعه ای برای برش باقی نمانده باشد ادامه پیدا می کند.

در روش مبتنی بر الگو ، در ابتدا ، طول‌های سفارش داده شده در الگوهای برش ترکیب می‌شوند و برای یافتن بهترین ترکیب برش ، تعداد دفعات برش بر اساس الگوهای برش از قبل طراحی شده که برای تأمین تقاضا لازم باشد، تعیین می‌شوند.الگوهای برش شامل تمام الگوهای شدنی[1] برش می باشند. محدودیت‌های موجود در این روش‌ها بر مبنای الگوریتمی بنا شده که توسط گیلمور و گوموری[2] (Gilmore, & Gomory, , 1961)تهیه شده است. هر چند که روش مبتنی بر الگو تنها زمانی قابل استفاده است که قطعات مصرفی دارای طول یکسان و یا چندین طول استاندارد باشند . زمانی از روش مبتنی بر اقلام استفاده می‌شود که طول قطعات مصرفی با هم متفاوت باشند و نتوان الگوهای ثابت و مشخصی برای برش تعیین کرد.(Gilmore, & Gomory, 1963,1-3)

مسئله برش تک بعدی

تعریف و شرح مسئله کاهش ضایعات برش تک بعدی به صورت زیر می‌باشد.

می خواهیم قطعات مورد نیاز خود را از قطعات خام اولیه برش بزنیم. تفاوت مسئله تمرکز ضایعات برش تک بعدی با مسئله برش تک بعدی در این است که در مسئله برش تک بعدی ، هدف تنها کمینه کردن ضایعات برش است و به تمرکز آن ها توجهی ندارد.در نتیجه با میزان ضایعات کمینه که در رول های مختلف پراکنده اند مواجه می شویم. در این حالت با جواب های متعددی با میزان ضایعات یکسان مواجهیم که ارزش یکسانی دارند.اما در مسئله تمرکز ضایعات برش ، علاوه بر کاهش ضایعات، در صدد کم کردن رول های حاوی ضایعات نیز هستیم. این موضوع را می توان برای هر دو حالت مسئله برش یک بعدی، یعنی حالت های مبتنی بر اقلامو مبتنی بر الگو، مطرح نمود. در این مقاله کلیه روش هامبتنی بر حالت اقلام مطرح می شوند.(Eshghi, & Javanshir 2005,2)

در یک الگوریتم برش تک بعدی ۳ ویژگی حائز اهمیت است:

۱) تامین طول های سفارش داده شده به تعداد مورد نیاز

۲) امکان استفاده از طول های باقی مانده در برش های آتی

۳) توانایی استفاده از طول های غیر استاندارد بعنوان قطعات بزرگ (رول های مصرفی)(Dyckhoff, 1990 2-4)

در دنیای واقعی، مسائل برش دارای ابعاد بزرگی بوده و کوچکترین تغییر در جهت بهبود الگوی برش در صنایعی که با این مسئله سر و کار دارند،تاثیر به سزایی در هزینه های مواد اولیه وضایعات می گذارد.استفاده مجدد از ضایعات سبب کاهش نیاز به رول های مصرفی اولیه خواهدشد. (Gradisar & et. al, 2002) در این حالت، نه تنها از هزینه خرید مواد اولیه اضافی به دلیل استفاده مجدد از ضایعات کاسته می شود،بلکه به دلیل استفاده بهتر از رول ها،در مواد اولیه خریداری شده،افزایش بهره وری حاصل خواهد شد.این امر به وضوح در صنایع مرتبط مشاهده می شود.

معرفی پارامترها

به منظور ارائه مدل ریاضی از مسئله مورد نظر،پارامترهای زیر معرفی می گردند:

n_k= تعداد قطعات سفارش داده شده (قطعات کوچک) با طول l_k

N= تعداد کل قطعات سفارش داده شده با طول های مختلف

1. Feasible Patterns
2. P.C. Gilmore and R.E. Gomory

l_i= طول قطعه سفارشی iام (که می تواند با سایر سفارشات هم اندازه باشد.) $i = 1, 2, ..., N$

M= تعداد قطعات بزرگ (رول های مصرفی).

L_j= طول رول jام مورد استفاده $j = 1,2,...,M$

W_j = ضایعات رول jام

$$X_{ij} = \begin{cases} ۱ & \text{اگر قطعه i از رول j بریده شده باشد} \\ ۰ & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

میزان ضایعات برابر است با:

$$W_i = (L_j - (\sum_{i=1}^{N} x_{ij} \times l_i))$$

هزینه مجازی برش

می توان از این معیار به عنوان پارامتری برای بررسی تمرکز ضایعات بر روی کمترین قطعات مصرفی استفاده کرد.

تخصیص هزینه مجازی[1] به رول ها

به صورت کاملا مجازی می توان هزینه ای را برای هر رول در نظر گرفت. این هزینه ها به صورت 2k برای هر رول در نظر گرفته می شوند که K شماره رول مورد نظر است.به این منظور به ترتیب این هزینه ها در ضایعات هر رول ضرب می شوند به نحوی که رول ای که دارای ضایعات بیشتری است ،کمترین هزینه را به خود اختصاص می دهد.

هزینه مجازی کل[2]

هزینه مجازی کل از مجموع کل حاصل ضرب هزینه های مجازی هر رول در میزان ضایعات آن به دست می آید.

$$TVC = \sum_{J=1}^{M} W_j \times VC_j$$

1. Virtual Cost (VC)
2. Total Virtual Cost (TVC)

الگوریتم ژنتیک

الگوریتم ژنتیک تفاوت های عمده ای با روش های جستجو و بهینه سازی متداول دارد که برخی از این تفاوت ها به صورت خلاصه عبارتند از:

- الگوریتم ژنتیک با کدینگی از مجموعه جواب ها کار می کند نه با خود آنها
- الگوریتم ژنتیک در جمعیتی از جواب ها جستجو می کند نه در یک جواب منفرد
- الگوریتم ژنتیک از قواعد انتقال احتمالی استفاده می کند نه از قواعد قطعی

به طور کلی نحوه عملکرد الگوریتم ژنتیک به شش عضو کلیدی بستگی دارد:

۱) ایجاد جمعیت اولیه(به صورت تصادفی-[3] و یا استفاده از بهترین حدس و یا جواب های نیمه کاره قبل)

۲) ارزیابی تابع برازش[4] برای هر کروموزوم برای تعیین رده بندی

۳) استفاده از روش انتخاب جمعیت برای تعیین والد مناسب

۴) استفاده از عملگرهای ژنتیک[5] در کروموزوم های انتخاب شده به عنوان والد

۵) عملگرهای جهش[6].

۶) بازگشت به مرحله ۲ و ادامه تا حصول شرط توقف

تابع برازش ابزاری برای اندازه گیری کارامد بودن راه حل ها است. روش انتخاب جمعیت به روش های مختلفی انجام می شود. وظیفه روش انتخاب ، پیدا کردن کاندیدا هایی است که ترکیب آن ها سبب بهبود راه حل ها در نسل بعد می شود.(Gonsalves, 2007,3-5) عملگرهای ژنتیک ،قسمت قابل ترکیب از والد و یا والدین رااز بین فرزندان برای ایجاد نسل بعدی انتخاب می کنند که شبه کد آن به صورت زیر است:

3. Random
4. Fitness Function
5. Crossover
6. Mutation

Procedure: Genetic Algorithms[4]
Begin

```
        t ← 0;
        initialize p(t);
        evaluate p(t);
while (not termination condition) do
begin
        recombine p(t) to yield c(t);
        evaluate c(t);
        select p(t+1) from p(t) and c(t);
        t ← t+1;
end
```

متدلوژی حل مسئله

مسئله برش را به صورت گذر از یک میله به میله بعدی و با توجه به تابع برازش حل می نماییم. به این صورت که برای هر رول بهترین ترتیب کروموزوم ها را انتخاب و بعد برش برای رول بعد را آغاز می کنیم. برای گذر از هرمیله به میله بعد الویت با کروموزومهای برنده ای است که قطعه های بزرگتری را شامل بشوند.

پارامترهای ورودی این مسئله طول و تعداد قطعات لازم و طول و پارامترهای خروجی زمان لازم برای محاسبه ، هزینه مجازی (VC) ،هزینه مجاری کل (TVC) و الگوی برش می باشد.

گام۱: دریافت اطلاعات اولیه

شامل دریافت طول رول ،تعداد قطعات مورد نظر برای برش ، طول قطعات ، عدد توالی(تکرار)K و عدد حداقل بهبود جوابZ برای خروج از تکرار است.

گام۲: تعیین جمعیت اولیه

تعداد کروموزوم ها ، تعداد ژن ها بر اساس تعداد قطعات لازم برای برش مشخص می شود.

گام۳: تعیین خطای هر کرومزم

طول قطعات تخصیص داده شده با هم جمع و از طول میله کم می شود.در صورت منفی بودن عدد(بزرگ تر بودن طول میله ها نسبت به طول میله اصلی) خطای بسیار بزرگی به آن کروموزوم اختصاص داده می شود. Ei=0 به معنی وجود کروموزوم یا کرومزوم هایی با خطای صفر است.

گام ۴: انتخاب بهترین کروموزوم

در حالت وجود کرومزوم هایی با خطای برابر ،کرومزومی که شامل قطعات بزرگ تر باشد انتخاب می شود.

گام۵: حذف قطعات بریده شده

به معنی حذف قطعاتی است که در هر مرحله برش خورده اند. به این ترتیب برای برش در میله بعدی تعداد کمتری از قطعات برای برش باقی میماند.

گام۶: بررسی طول قطعات باقی مانده

چنانچه مجموع طول های برش از طول یک میله بزرگ تر باشد ،چرخه تکرار می شود.در غیر این صورت قطعات از آخرین میله بریده شده و برنامه به کار خود پایان می دهد.

گام۷: تولید جمعیت ثانویه

در این حالت تعدادی از کرومزوم های برتر نسل قبل انتخاب و از طریق عملگرهای ژنتیک تقاطع(به صورت یک نقطه ای) و جهش(به صورت تک ژنی) ،تعدادی فرزند ایجاد می شود.

گام۸: نمایش خروجی ها

شامل نحوه برش میله ها به صورت ماتریسی ، اعلام زمان صرف شده برای محاسبه و اعلام مقدار VC و TVC است.

الگوریتم پیشنهادی

با توجه به تعاریف ارائه شده در متدولوژی حل مسئله ، الگوریتم پیشنهادی به صورت زیر ارائه می گردد:

۱. اطلاعات اولیه شامل قطعات لازم برای برش را مشخص کنید.

۲. جمعیت اولیه را تولید کنید. در صورتی که طول مجموع قطعات مورد نظر جهت برش ، از دو برابر طول رول های موجود برای برش بیشتر باشد، به ایجاد تغییرات در جمعیت اولیه اقدام کنید. بدین ترتیب که به صورت تصادفی ، برخی از ژن های ۱ در کروموزوم ها به ۰ تبدیل می شوند. چرا که در ابعاد بالا و در صورت عدم ایجاد این تغییر ،به دلیل تصادفی بودن ۰ و ۱ در طول کروموزوم ها ، شانس تولد کروموزومی که مجموع طول قطعات نظیر شده به آن مساوی طول میله و یا کمتر از آن باشد ، بسیار کم است. میزان کاهش ژن های معادل ۱ کروموزوم ها

متناسب با نسبت مجموع طول قطعات باقی مانده جهت برش به طول میله می باشد.

۳. خطای کروموزوم ها را محاسبه نمائید.(طول قطعات تخصیص داده شده با هم جمع و از طول میله کم می شود. در صورت منفی بودن نتیجه (بزرگ تر بودن طول میله ها نسبت به طول میله) خطای بسیار بزرگی به آن کروموزوم اختصاص داده می شود.)

۴. در صورت داشتن کروموزومی با خطای صفر که بیان گر نبود ضایعات است ، این کروموزوم به عنوان بهترین کروموزوم انتخاب می شود.

۴,۱. قطعات بریده شده را حذف کنید. اگر طول قطعات باقی مانده از طول میله کمتر باشد ،قطعات باقی مانده به میله آخر تخصیص داده شده و جواب ارائه می شود. در غیر این صورت برش برای میله بعدی آغاز شده و به مرحله ۳ بروید.

۵. درصورت نداشتن کروموزومی با خطای صفر، نسل بعد را تولید و میزان خطای کروموزوم های این نسل را محاسبه کنید.

۶. در صورتی که کروموزومی با خطای ۰ موجود باشد ، به مرحله ۴ بروید. در غیر این صورت به تعداد دفعاتی که به عنوان ورودی به برنامه داده شده است K، این توالی را تکرار کنید.(مرحله ۴ تا ۶)

۷. اگر تعداد توالی از میزان تعیین شده بیشتر و یا مساوی شده و کروموزومی با خطای ۰ به دست نیاید، بهترین کروموزوم به دست آمده در این توالی به همراه نسل آخر این توالی انتخاب می شوند. جمعیت پایه ای از این انتخاب با حذف کروموزوم های تکراری ، به دست می آید.

۸. برای تناوب جدید ، جمعیت اولیه را تشکیل دهید و خطای کروموزوم را تعیین کنید. در صورتی که کروموزومی با خطای ۰ موجود بود، آن را انتخاب و به مرحله ۴ بروید. در غیر این صورت، مجموع خطای این نسل را تعیین کنید.

۹. اگر میزان بهبود جواب، کمتر از Z نباشد، این توالی به تعداد تکرارهای مورد نظر، تکرار کنید. در غیر این صورت کروموزوم های سری اول(جواب)باکروموزوم های برتر این تناوب مقایسه شده و به مرحله ۴ بروید.

شایان ذکر است که از گام ۵ به بعد احتمال بهبود جواب هایی با خطای غیر صفر و یا جور شدن قطعه های انتخاب شده جهت برش،متناوبا بررسی می شود.به این معنی که جواب نهایی دوباره برای بررسی احتمال بهتر شدن آن، به ابتدای تکرار ها رفته و مراحل قبلی تکرار می شوند.

در گام ۹ ،به دلیل آنکه به صورت کلی ، حرکت الگوریتم های حل مسئله تصادفی[1] به سمت جواب جواب بهینه همراه با نوسان است ،برای جلوگیری از توقف نابجا و زودهنگام سری دوم تکرارها،بررسی کاهش خطا در هر تکرار در پنجره های ۵۰ تکراری اتفاق می افتد.

مدل کمینه سازی پراکندگی ضایعات برش

به دلیل آنکه مسئله مبنی بر اقلام درنظر گرفته شده است، لذا، هر قطعه کوچک، مستقل از سایر قطعه ها و به صورت تکی مورد بررسی قرار می گیرد.در سفارشات برش معمولاً قطعات را به صورت دسته ای سفارش می دهند. مثلاً می گویند که ۱۵ قطعه ۱,۵ متری باید برش بخورد. اگر اقلام به صورت مستقل درنظر گرفته شوند،ما با ۱۵ قطعه مستقل مواجهیم و این ۱۵ قطعه به صورت یک گروه در نظر گرفته نمی شوند.

در مثال ذکر شده، $l_1 = l_2 = ... = l_{20} = 1.5m$ درنظر گرفته می شوند.

تعداد کل قطعات سفارش داده شده را با N و تعداد قطعات بزرگ که اقلام را از آنها برش می زنیم، با M نشان می دهیم.

متغیر x_{ij} به صورت زیر تعریف می شود

$$x_{ij} = \begin{cases} ۱ & \text{اگر قطعه کوچک } i \text{ ام از قطعه بزرگ } j \text{ ام برش بخورد} \\ ۰ & \text{در غیر این صورت} \end{cases} \quad (۱-۸)$$

$$i=1,2,\ldots,N \quad \& \quad j=1,2,\ldots,M$$

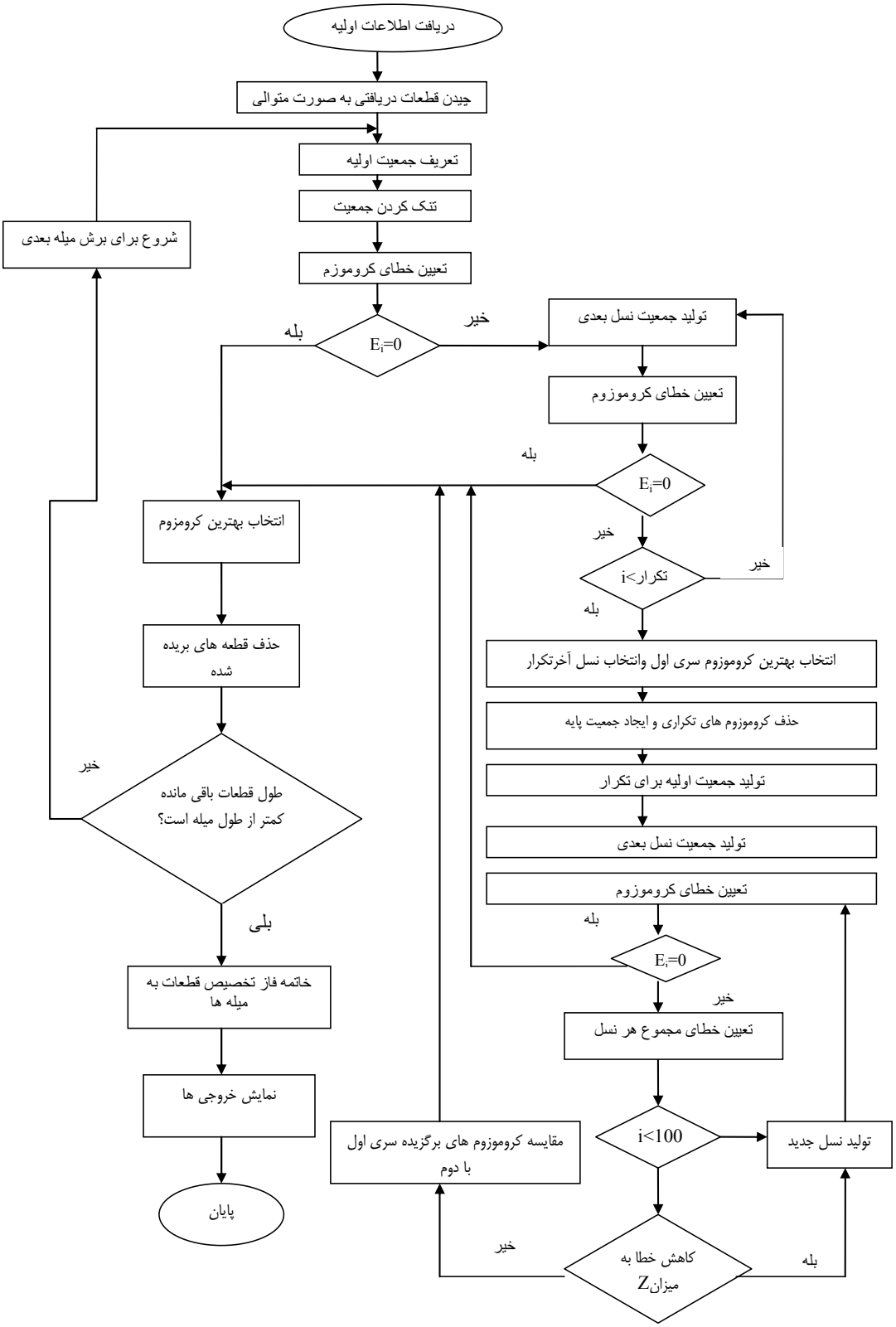
طول قطعات بزرگ را با L_j نشان می دهیم. این طول ها می توانند با هم مساوی و یا نا مساوی باشند.

1 . Random Based

تابع هدف: می دهد.

نمودار ۷-۱ الگوریتم پیشنهادی را به صورت فلوچارت ارائه

1-7 نمودار الگوریتم پیشنهادي



بر اساس تعاریف ارائه شده وبا در نظر گرفتن هزینه مجازی کل به عنوان تابع هدف ، خواهیم داشت:

$$Min \quad TVC = \sum_{j=1}^{M}\left(VC_j \times (L_j - (\sum_{i=1}^{N} x_{ij} \times l_i)) \right)$$

در تابع فوق، میزان ضایعات رول j ام برابر با Wj است. li های بریده شده از Lj کم شده و آن چه باقی می ماند ضایعات محسوب می شود. با ضرب هزینه مجازی هر قطعه بزرگ مورد استفاده در برش در آن، هزینه های مجازی هر رول به دست آمده و مجموع آن ها هزینه مجازی کل را تشکیل می دهند که ما در صدد کمینه کردن آن هستیم.

محدودیت ها

محدودیت های این مدل به دو دسته تقسیم می شوند[۱۵و۱۶]:

- دسته اول: محدودیت های طول قطعات بزرگ.
- دسته دوم: محدودیت های تعداد دفعات برش هر قطعه کوچک.

محدودیت های دسته اول

این دسته محدودیت ها که برابر با تعداد قطعات بزرگ هستند ، کنترل کننده این موضوع هستند که طول قطعات برش خورده از یک رول، از طول آن رول تجاوز ننماید. این دسته از محدودیت ها به صورت زیر تعریف می شوند:

$$\sum_{i=1}^{N} l_i \times x_{ij} \le L \qquad j = 1,2,...,M \qquad (۵-۸)$$

محدودیت های دسته دوم

این دسته از محدودیت ها که تعدادشان برابر با تعداد اقلام است، کنترل کننده این موضوع هستند که هر قطعه کوچک، فقط از یک رول برش بخورند. این دسته از محدودیت ها به صورت زیر تعریف می شوند:

$$\sum_{j=1}^{M} x_{ij} = 1 \qquad i = 1,2,...,N \qquad (۶-۸)$$

محدودیت دوم تضمین کننده آن است که تا زمانی که یک رول ، بخش قابل استفاده ای دارد ، از رول بعدی برشی ایجاد نشود:

$$L - \sum x_{ij} l_i < \min l_i \qquad (۷-۸)$$

حل مسائل نمونه

جهت نشان دادن روائی و پایائی الگوریتم ارائه شده، مسائل متعددی توسط الگوریتم پیشنهادی حل و نتایج آن در جدول های۹-۲ ،۹-۴، ۹-۶ برای مقایسه با روش های بهینه سازی و الگوریتم تبرید ارائه شده است.

نمونه شماره ۱

طول میله در این مثال ۱۲ متر (L=12) بوده و نتایج در جداول ۵-۱ و ۵-۲ ارائه شده است. الگوی برش این مثال در پیوست آمده است.

جدول ۹-۱: طول و تعداد قطعات مورد نظر جهت برش در مثال نمونه ای شماره ۱

طول قطعه	تعداد	طول قطعه	تعداد
۳,۲	۲۰	۳	۲۰
۲,۵	۲۰	۲	۱۵
۱,۲	۱۵	۰,۸	۱۰

جدول ۹-۲: نتایج برش بر اساس مدل ID-CSP، شبیه سازی تبرید و الگوریتم ژنتیک در مثال نمونه ای شماره ۱

رول های حاوی ضایعات	مقدار ضایعات	تعداد رول های مصرفی	نام روش
۳	۱۰	۲۰	مدل1D-CSP
۳	۱۰	۲۰	شبیه سازی تبرید
۱	۱۰	۲۰	الگوریتم ژنتیک

نمونه شماره ۲

طول میله در این مثال ۱۲ متر (L=12) بوده و نتایج در جداول ۵-۳ و ۵-۴ ارائه شده است. الگوی برش این مثال در پیوست آمده است.

جدول ۹-۳: طول و تعداد قطعات مورد نظر جهت برش در مثال نمونه ای شماره ۲

طول قطعه	تعداد	طول قطعه	تعداد
۴	۱۰۰	۲,۸	۱۲۵
۳	۱۲۰	۱,۲	۵۵

جدول ۹-۴: نتایج برش بر اساس مدل ID-CSP، شبیه سازی تبرید و الگوریتم ژنتیک در مثال نمونه ای شماره ۲

رول های حاوی ضایعات	مقدار ضایعات	تعداد رول های مصرفی	نام روش
طول کشید			مدل1D-CSP
۲۷	۲۴	۱۰۰	شبیه سازی تبرید
۱۹	۲۴	۱۰۰	الگوریتم ژنتیک

جدول ۹-۵: طول و تعداد قطعات مورد نظر جهت برش در مثال نمونه ای شماره ۳

طول قطعه	تعداد	طول قطعه	تعداد
۴	۸۰	۲,۸	۸۵
۳	۹۳	۱,۲	۴۲

نمونه شماره ۳

طول میله در این مثال ۱۲ متر (L=12) بوده و نتایج در جدوال ۵-۵ و ۵-۶ ارائـه شـده اسـت. الگـوی بـرش ایـن مثـال در پیوست آمده است.

جدول ۹-۶: نتایج برش بر اساس مدل ID-CSP، شبیه سازی تبرید و الگوریتم ژنتیک در مثال نمونه ای شماره۳

نام روش	تعداد رول های مصرفی	مقدار ضایعات	رول های حاوی ضایعات
مدل1D-CSP	۷۵	۱۲,۶	۱۷
شبیه سازی تبرید	۷۵	۱۲,۶	۱۴
الگوریتم ژنتیک	۷۵	۱۲,۶	۱۲

همان گونه که مشاهده می شود. تعداد رول های مصرفی و میـزان ضـایعات در هـر سـه روش برابـر اسـت. در مثـال نمونه ای شماره ۲ ، مدل 1-D CSP نتوانست بـه جـواب دست پیدا کند.امـا روش SA در هـر سـه مثـال قـادر بـه پاسخگویی بوده است.

روش ارائه شـده در ایـن مقالـه در هـر سـه مثـال ۱و۲و۳ توانست به جواب دست پیدا کند.اگر چه میـزان رول هـای مـصرفی و میـزان کـل ضـایعات بـا سـایر روش هـا برابـر می باشد ، امـا مـشاهده مـی شـود کـه میـزان پراکنـدگی ضایعات برش در ایـن روش بـسیار بهتـر از دو روش دیگـر جواب داده است. یعنی علاوه بر پاسخ گو بـودن ایـن روش در مسایلی با بعد بالا ، روش GA جواب هایی را به دسـت آورد که هم از نظر مقدار ضایعات برش و هم از نظر تمرکز ضـایعات بـرش روی رول هـای کمتـر ،مناسـب بـه نظـر می رسد.

ملاحظه می شود که در تمـامی مـسائل ذکـر شـده، روش GA توانسته است به جواب دست یابد. این جواب بدسـت آمده لزوماً جـواب بهینـه نیـست، بلکـه مـی توانـد جـوابی نزدیک به بهینه باشد. چیزی که مابین جـواب هـای مـدل 1D-CSP و جواب های حاصل از روش GA بایـد مـورد مقایسه قرار بگیرد، تمرکز ضایعات حاصـل از بـرش اسـت. همان گونه که قبلاً ذکر گردید، مدل 1D-CSP، تضمینی بـر مناسـب بـودن پراکنـدگی ضـایعات (متمرکـز بـودن ضایعات) ندارد. با این حال در برخـی از مثـال‌هـا ملاحظـه می‌گردد که به طور اتفاقی تعداد رول های حاوی ضایعات در جواب بدست آمـده از 1D-CSP بـا جـواب حاصـل از GA یکسان بدست آمد. باید به این نکته توجه داشت کـه این جواب ممکن است به صورت اتفاقی رخ دهد و پروسـه حـل 1D-CSP بـه هـیچ عنـوان در جـستجوی تمرکـز ضایعات نمی‌باشد.

در مقایسه با روش SA نیز مشاهده می شود که در برخی از مثال ها جواب یکسانی مـشاهده مـی شـود و در برخـی دیگر جواب های حاصله از روش GA در تمرکـز ضـایعات موفق تر بوده است.اگـر چـه روش SA مـورد بررسـی نیـز سعی در تمرکز ضایعات داشته است.

نمونه های دیگری از مسائل حل شده و مقایـسه آن هـا در جدول ۹-۷ آمده است.

نتیجه گیری

در این مقاله، با بزرگ‌نمایی پراکندگی ضایعات بـرش یـک بعدی، این مسئله را به صورت کاملاً مجـزا مطـرح کـرده و علاوه بر معرفی نمـودن معیـار کمـی پراکنـدگی ضـایعات برش، روش‌هایی برای حل ایـن مـسئله مطـرح گردیـد. در تمام مراحل ،مسئله مبتنـی بـر اقـلام (Item Oriented) بررسی می شود.

به دلیل مزایای الگوریتم ژنتیک نسبت به سـایر روش هـا ، از این روش فراابتکاری جهت حل مسئله اسـتفاده شـد.بـه این ترتیب که ۱۰۰۰ کروموزوم با ژن هایی برابر بـا تعـداد قطعات در هر مسئله تعریف شده و به صورت گذار رول ای

بـه بررسـی آن پرداختـه شـده اسـت. در صـورت وجـود کروموزومی بـا ضـایعات ۰ در هـر رول ،آن کرومـوزوم بـه عنوان کروموزوم برتر آن نسل انتخاب و در غیر این صورت در چرخه های تکـرار بـه جـستجوی الگـویی بـا کمتـرین ضایعات پرداخته شده است.ایـن چـرخش تـا پیـدا کـردن الگویی با ضایعات ۰ ویا رسیدن به عدد ورودی ما به عنوان حداکثر میزان تکرار پیش می رود .سپس به بررسی دوباره جواب می پردازد و از بهترین موالید تکرار پیش برای بهتـر شدن جواب و یا جورتر شـدن قطعـه هـای انتخـاب شـده جهت برش،متناوبا بررسی می شود.به این معنی که جـواب نهایی دوباره برای بررسی احتمال بهتر شدن آن،به ابتـدای تکرار ها رفته همان مراحل را تکرار می کند.در این بین بـا تخصیص هزینه مجازی برای رول ها تمرکـز ضـایعات نیـز مورد توجه قرار گرفته شده است.

۱۰-۱جدول کلی مقایسه نتایج سه روش مدل ID-CSP، شبیه سازی تبرید و الگوریتم ژنتیک

شماره مثال	تعداد قطعات کوچک	تعداد	طول	رول مصرفی	ضایعات	رول حاوی ضایعات	ضایعات در CSP	رول حاوی ضایعات در CSP	ضایعات	رول حاوی ضایعات در GA
2	100	20	0.8	20	4	1	4	11	4	1
		20	5							
		30	2.8							
		30	1.2							
3	125	25	0.8	25	9	2	9	6	9	2
		25	5							
		35	2.8							
		40	1.2							
4	150	30	0.8	31	7	4	7	6	7	2
		35	5							
		40	2.8							
		45	1.2							
5	200	45	0.8	46	10	1	10	2	10	1
		40	5							
		60	2.8							
		55	1.2							
6	250	60	0.8	48	7.2	1	7.2	2	7.2	1
		48	5							
		69	2.8							
		73	1.2							
7	300	75	0.8	56	5	2	5	3	5	2
		55	5							
		80	2.8							
		90	1.2							
8	350	80	0.8	67	6	2	6	2	6	2
		70	5							
		90	2.8							
		110	1.2							
9	400	95	0.8	76	9	4	9	5	9	4
		75	5							
		110	2.8							
		120	1.2							
10	490	100	0.8	101	0	0	0	0	0	0
		120	5							
		130	2.8							
		140	1.2							
11	50	5	3.2	10	5	1	5	3	5	1
		13	3							
		12	2.5							
		10	2							
		5	1.2							
		5	0.8							

مشاهده شد که معیار تعریف شده تحت عنوان هزینه مجازی کل برش (TVC)، می تواند به خوبی، کیفیت پراکندگی ضایعات برش را به صورت کمیتی مطرح نماید. از این معیار در مدل سازی مسئله و همچنین حل مسئله به کمک روش فراابتکاری الگوریتم ژنتیک استفاده شد. در پایان نیز، مسائل نمونه ای به سه روش GA، مدل 1D-CSP و روش SA حل شده و نتایج حاصله با یکدیگر مقایسه شد. از نتیجه این مقایسه، اینگونه برداشت می‌گردد که استفاده از پارامتر هزینه مجازی کل در برش، می‌تواند علاوه بر دستیابی به مقدار ضایعات مناسب، پراکندگی ضایعات را روی کمترین رول های مصرفی متمرکز نمود و با مقایسه این الگوریتم با الگوریتم دیگری که سعی در تمرکز ضایعات دارد،می توان به کارا بودن آن پی برد.

منابع و مآخذ :

۱. شادالوئی ، مهدی ، پایان نامه کارشناسی ارشد ،« ارائه روش حل به منظور تمرکز بیشتر ضایعات برش بر روی حداقل قطعات مصرفی » ۱۳۸۵،

2. Alan, R. M.J., Jin, S., Saravanan, K., "Simulated annealing heuristics for the dynamic facility layout problem", Computers & Operations Research, 33, 2006, pp.2431-2441.
3. Alvares-Vald´es, R., Paraj´on, A., & Tamarit, J. M., (2002), "A tabu search algorithm for large-scale guillotine (un)constrained two-dimensional cutting problems.", Computers & Operations Research, 29: 925–947.
4. Dyckhoff, H. "A typology of cutting and packing problems" European Journal of Operational Research, 1990, 44: 145–159
5. Dyckhoff, H., (1990), "A typology of cutting and packing problems", European Journal of Operational Research, 44: 145–159.
6. Eshghi, K., & Javanshir, H., (2005), "An ACO algorithm for one-dimensional cutting stock problem", Journal of Industrial Engineering International, 1/1: 10-19.
7. Gilmore, P. C., & Gomory, R. E., (1961), "A linear programming approach to the cutting stock problem.", Operations Research, 9: 849–859.
8. Gilmore, P. C., & Gomory, R. E., (1963), "A linear programming approach to the cutting stock problem — part II.", Operations Research, 11: 863–888.
9. Gilmore, P. C., & Gomory, R. E. The theory and computation of knap sack functions. Operations Research, 1966 14: 1045–1074.
10. Gonsalves, J. F., (2007), "A hybrid Genetic algorithm-heuristic for a two- dimensional orthogonal packing problem", European journal of Operational Research, 183: 1212-1229.
11. Glover, F., (1986), "Future paths for integer programming and links to artificial intelligence.", Computers & Operations Research, 13: 533–549.
12. Gradisar, M., Resinovic, G., & Kljajic, M., (2002), "Evolutionary of algorithms for one-dimensional cutting", Computers & Operation Research, 29:1207-1220.
13. Haessler, R. W., & Vonderembse, M. A., (1979), "A procedure for solving the master slab cutting stock problem in the steel industry", AIIE Transactions, 11: 160-165.
14. Haessler, R. W., & Sweeney, P. E., (1991), "Cutting stock problems and solution procedures", European Journal of Operational Research, 54: 141-150.
15. Hinxman, A. I. The trim-loss and assortment problems: A survey. European Journal of Operational Research, 1979 5: 8–18.
16. Javanshir, H., & Shadalooee, M., (2007), "The Trim Loss Concentration in One-Dimensional Cutting Stock Problem (1D-CSP) by Defining a Virtual Cost", Journal of Industrial Engineering International, 3/4: 51-59.
17. Liang, K., Yao, X., Newton, C., & Hoffman, D., (2002), "A new evolutionary approach to cutting stock problems with and without contiguity.", Computers & Operations Research, 29: 1641–1659.
18. Ostermark, R., (1999), "Solving a nonlinear non-convex trim loss problem with a genetic hybrid algorithm", Computers & Operations Research, 26: 623-635.