

Research Article



Optimization of the cross-section and free board of trapezoidal channels based on the minimum probability of overflow and excavation and covering costs

Maryam Ghasemi Khiadani¹, Ali Khoshfetrat^{2*}, Mohammad Maleki³

¹Graduated from Civil Engineering Department, Isf.C., Islamic Azad University, Isfahan, Iran.

² Department of Civil Engineering, Isf.C., Islamic Azad University, Isfahan, Iran.

³ Department of Mathematics, Isf.C., Islamic Azad University, Isfahan, Iran.

Corresponding Author email: khoshfetrat@khuif.ac.ir

© The Author (s) 2025

Received: 20 Oct 2024

Revised: 08 Feb 2025

Accepted: 22 Apr 2025

Published: 27 Apr 2025

Extended Abstract

Introduction

In general, the efficiency of water supply channels is usually less than acceptable, one of the reasons for this is the lack of appropriate optimization methods in channel design. The goal of optimizing the channel cross-section is to design the channel in the most favorable hydraulic state with the most economical possible. In channel design, it is also necessary to pay attention to minimizing the possibility of overflowing. In the present study, the goal was to minimize the total costs of excavation and covering along with minimizing the possibility of overflow from the channel for a channel with a trapezoidal cross-section at different discharges. In the following, the effect of changing the discharge on optimizing the channel dimensions has been investigated.

Materials and Method

The effect of flow change on the optimization of channel dimensions has been investigated in addition, minimizing the possibility of overflow is also considered as a goal. Therefore, free board and flow rate are also considered as design variables. Problem formulation leads to nonlinear optimization due to the Manning equation constraint. In single-objective optimization, the feasible set is determined entirely based on the objective function, and for each set of answers, the best answer is determined based on the value of the objective function. In multi-objective optimization problems, there is not only one answer, but a set of optimal answers is obtained according to the objectives of the problem. In this research, the constrained method of multi-objective programming technique is used. In this method, the vector optimization problem is converted into a numerical optimization. The conversion of the vector form to a numerical one is done in such a way that one of the objectives (here, minimizing the construction cost) is considered as the only objective of the model, and the second objective (here, minimizing the overflow probability) is considered as a constraint. As a result, the resulting model is the numerical and deterministic form of the previous vector and stochastic model.

Results and Discussion

The results showed that as the discharge value increases, construction cost increases. Also, the construction cost for all discharges decreases with the increase in the probability of overflow up to a probability of overflow of 0.5 and then increases. In other words, for all discharges, the construction cost is at its minimum when the probability of overflow is 0.5. With increasing discharge, the optimal channel width increased. Also, the optimal width for all discharges decreased with an increase in overflow probability up to a value of 0.5 and then increased. In other words, for all discharges, the optimal width has a minimum value at a probability of overflow equal to 0.5. With the increase in the discharge value, the flow depth increased. Also, the flow depth for all discharges increased with the increase in the probability of overflow up to the value of the probability of overflow equal to 0.5 and then had a decreasing trend. In other words, for all discharges, the flow depth has a maximum value at the probability of overflow equal to 0.5. With the increase in the discharge value, the optimal free height decreased. Also, the optimal free height for all discharges has

a decreasing trend with the increase in the probability of overflow up to the overflow probability value of 0.5 and then has an increasing trend. In other words, for all discharges, the optimal free height has a minimum value at the overflow probability of 0.5.

Conclusion

The results of this study showed that in a trapezoidal channel, if optimization is performed to minimize the cost of channel construction, including the total cost of excavation and channel lining, as well as minimizing the probability of overflow from the channel, with an increase in the discharge amount at a specific (fixed) probability, the width of the channel bottom, the depth of the flow, and the cost of channel construction have increased. In other words, with an increase in the discharge, the dimensions of the channel cross-section have increased, which has brought about higher costs, but with an increase in the optimal depth, the need for free head of the channel has decreased, so with an increase in the flow discharge, the optimal free head has decreased. Also, for all discharges at an overflow probability of 0.5, the cost of channel construction, the optimal width, and the optimal free head have a minimum value, and the flow depth has a maximum value.

Keywords: Channel section design, Nonlinear optimization, Free board, Minimum overflow probability, Excavation and cover costs

Conflicts of interest

The authors of this article declared no conflict of interest regarding the authorship or publication of this article.

Data availability statement

The datasets are available upon a reasonable request to the corresponding author.

Authors' contribution

Maryam Ghasemi Khiadani: Writing – original draft, Methodology, Software, Data analysis; **Ali Khoshfetrat:** Conceptualization, Supervision, Methodology, Text review & editing; **Mohammad Maleki:** Methodology, Problem formulation, Advisory supervision, Manuscript editing.

Citation: Ghasemi Khiadani, M., Khoshfetrat, A., & Maleki, M. (2024). Optimization of the cross-section and free board of trapezoidal channels based on the minimum probability of overflow and excavation and covering costs. *Technical Strategies in Water Systems*, 2(4), 304-314. <https://doi.org/10.30486/TSWS.2024.783405>

Publisher: Islamic Azad University, Isfahan Branch



بهینه‌سازی مقطع و ارتفاع آزاد کانال‌های دوزنقه‌ای براساس حداقل احتمال سرریز و هزینه‌های خاکبرداری و پوشش

مریم قاسمی خیادانی^۱، علی خوش فطرت^{۲*}، محمد ملکی^۳

۱. دانش آموخته کارشناسی ارشد، گروه مهندسی عمران، واحد اصفهان (خوراسگان)، دانشگاه آزاد اسلامی، اصفهان، ایران.

۲. گروه مهندسی عمران، واحد اصفهان (خوراسگان)، دانشگاه آزاد اسلامی، اصفهان، ایران.

۳. گروه ریاضی، واحد اصفهان (خوراسگان)، دانشگاه آزاد اسلامی، اصفهان، ایران.

ایمیل نویسنده مسئول: khoshfetrat@khuaisf.ac.ir

© The Author (s) 2025

چاپ: ۱۴۰۴/۲/۰۷

پذیرش: ۱۴۰۴/۰۲/۰۲

بازنگری: ۱۴۰۳/۱۱/۲۰

دریافت: ۱۴۰۳/۰۷/۲۹

چکیده

در حالت عمومی بازدهی کانال‌های آبرسانی معمولاً کمتر از حد قابل قبول می‌باشد یکی از دلایل آن عدم استفاده از روش‌های بهینه‌سازی مناسب در طراحی کانال‌ها است. هدف از بهینه‌سازی مقطع کانال، طراحی کانال در مطلوب‌ترین حالت هیدرولیکی با اقتصادی‌ترین حالت ممکن است. در طراحی کانال‌ها توجه به حداقل سازی احتمال سرریز نیز ضروری می‌باشد. در تحقیق حاضر، هدف، حداقل‌سازی مجموع هزینه‌های خاکبرداری و پوشش به همراه حداقل‌سازی احتمال سرریز شدن جریان از کانال برای کانال با مقطع دوزنقه‌ای در دبی‌های مختلف بوده است. در ادامه، تاثیر تغییر دبی بر بهینه‌سازی ابعاد کانال مورد بررسی قرار گرفته است. ارتفاع آزاد و دبی جریان به عنوان متغیر طراحی لحاظ گردیده است. فرمول‌بندی مسئله با توجه به وجود قید برقراری معادله مانینگ، منجر به یک بهینه‌سازی غیرخطی می‌شود که با استفاده از نرم‌افزار ولفرام متمتیکا حل شده است. نتایج نشان داد که با افزایش دبی، مقدار بهینه عمق و عرض کف افزایش می‌یابد به دنبال آن هزینه‌های ساخت نیز افزایش یافته است ولی با افزایش دبی، ارتفاع آزاد کانال کاهش داشته است.

واژه‌های کلیدی: طراحی مقطع کانال، بهینه‌سازی غیرخطی، ارتفاع آزاد، حداقل احتمال سرریز، هزینه‌های خاکبرداری و پوشش

استناد: قاسمی خیادانی، م.، خوش فطرت، ع.، و ملکی، م. (۱۴۰۳). بهینه‌سازی مقطع و ارتفاع آزاد کانال‌های دوزنقه‌ای براساس حداقل احتمال

سرریز و هزینه‌های خاکبرداری و پوشش. راهبردهای فنی در سامانه‌های آبی، ۲(۴): ۳۱۴-۳۰۴

<https://doi.org/10.30486/TSWS.2024.783405>

ناشر: دانشگاه آزاد اسلامی واحد اصفهان (خوراسگان)

۱- مقدمه

با افزایش جمعیت، پیشرفت جوامع بشری و گسترش نیازهای انسان و عدم وجود منابع آب شیرین کافی در همه‌ی نقاط موضوع انتقال آب به یک ضرورت تبدیل شده است. انتقال آب به صورت تحت فشار یا به صورت جریان آزاد انجام می‌شود. در میان روش‌های مختلف انتقال آب، استفاده از نیروی ثقل و به حرکت در آوردن آب به صورت جریان با سطح آزاد به همراه ایجاد کانال‌ها و سازه‌های هیدرولیکی مربوط نظیر سرریزها، دریچه‌ها و غیره از متداول‌ترین و کم هزینه‌ترین روش‌ها در آبرسانی و آبیاری می‌باشد (Pourmoghadam & Valisamani, 2013). طراحی بهینه کانال‌های آبرسانی و آبیاری، یکی از موضوعات مهم در پروژه‌های آبیاری و آبرسانی به شمار می‌رود. این کانال‌ها دارای نقش اساسی در آبیاری زمین‌های کشاورزی و تامین غذا هستند. بخش عظیمی از محصولات غذایی، در بخش کشاورزی وابسته به آبیاری تولید می‌شود. در حالت عمومی، بازده کانال آبیاری کمتر از حد مورد نظر می‌باشد که یکی از دلایل آن عدم استفاده از روش‌های بهینه‌سازی شبکه کانال می‌باشد. بهینه‌سازی شبکه کانال در دو مقوله جداگانه مورد بررسی خواهد بود که یکی بهینه‌سازی شبکه کانال‌های آبیاری و دیگری بهینه نمودن مقطع کانال موردنظر برای عبور یک دبی مشخص می‌باشد (Jafarinasab, 1999). طراحی بهینه مقطع کانال با استفاده از تکنیک‌های بهینه‌سازی تابع، موضوعی جالب در میان محققان هیدرولیک و منابع آب می‌باشد (Bhattachaccharjya & Satish, 2008). معمولاً در روش‌های بهینه‌سازی، هزینه احداث متغیر وابسته‌ای است که بهینه می‌شود. این متغیر تابع عمق خاکبرداری، عمق جریان (اختلاف این دو عمق، ارتفاع آزاد است)، عرض کانال، زبری کانال، شیب کانال و هندسه‌ی کانال است. همچنین هزینه احداث سازه کانال شامل هزینه‌های پوشش کانال و خاکبرداری می‌باشد (Guo & Hughes, 1984). (Das, 2000) به مطالعه بر روی بهینه‌سازی هزینه‌ی ساخت کانال با روش ضرایب لاگرانژ پرداخته است. وی کانالی با کمترین هزینه ساخت طراحی کرده است که در آن پارامترهای هندسی کانال دوزنقه‌ای مرکب دارای ارتفاع آزاد محاسبه شده‌اند. (Swamee et al., 2000) به بهینه‌سازی کانال با مقاطع مثلثی، مستطیلی و دوزنقه‌ای با در نظر گرفتن تلفات ناشی به روش بهینه‌سازی غیرخطی پرداخته‌اند و به این نتیجه رسیده‌اند که مقطع بهینه‌ی کانال دوزنقه‌ای دارای مساحت مقطع و تلفات ناشی کم‌تری نسبت به مقاطع مثلثی و مستطیلی بوده است. (Das, 2007) مدل بهینه‌سازی خود را با فرض ثابت نگه داشتن ارتفاع آزاد و معادله جریان یکنواخت با دو تابع هدف به حداقل رسانی قیمت کل کانال دوزنقه‌ای و به حداقل رسانی احتمال سرریز شدن ارائه کرده است. نتایج با استفاده از تئوری لاگرانژ نشان می‌دهد که برای احتمالات کم سرریز شدن، عمق جریان در کانال کم‌تر و عرض کف بزرگ‌تر شده است و همین‌طور زمانی که احتمال سرریز شدن کاهش یافته است، قیمت کل افزایش پیدا کرده است. آنالیزهای مربوط به کانال‌های با زبری مرکب و یکنواخت، توانایی و کارایی مدل را ثابت کرده است. (Muzaffar et al., 2012) مسئله حداقل رسانی مجموع هزینه‌های خاکبرداری و پوشش در شرایط جریان یکنواخت در کانال دوزنقه‌ای گرد گوشه را با تابع هدف غیرخطی حل کردند. (Adarsh & Sahana, 2013) با لحاظ کردن هزینه‌های خاکبرداری، پوشش، هزینه تلفات آب و هزینه تملک در کانال‌های آبیاری پتانسیل رویکرد پیشنهادی (PGSL)¹ برای انجام طراحی جامع کانال‌های آبیاری طی یک بهینه‌سازی خطی را نشان دادند. (Kentli & Mercan, 2014) به بهینه‌سازی مقاطع دوزنقه‌ای، مستطیلی و مثلثی با دو الگوریتم ژنتیک و روش برنامه نویسی درجه دوم متوالی با لحاظ کردن نفوذ و تبخیر پرداختند. نتایج آنها نشان می‌دهد که هر دو الگوریتم، نتایج دقیق‌تر از تحقیقات قبلی ارائه می‌دهند. (Swamee & Chahar, 2015) به موضوع افت فشار آب و تبخیر آب در کانال‌های مثلثی، مستطیلی، دوزنقه‌ای، سهموی پرداخته‌اند که در آن، بهینه‌سازی کانال‌ها به روش غیرخطی صورت گرفته است. (Han et al., 2019) با توجه به اهمیت شکل و هزینه بهینه‌سازی در طراحی کانال‌های دوزنقه‌ای به جای بهبود سرعت جریان به طراحی کانال‌های دوزنقه‌ای پرداخته‌اند. روش بهینه‌سازی ارائه شده نه تنها هزینه ساخت و ساز را کاهش می‌دهد، بلکه تعمیر و نگهداری را

¹ Probabilistic Global Search Lausanne

نیز بهبود می‌بخشد. همچنین (Lavasani, 2020) مقطع دوزنقه‌ای کانال را بهینه‌سازی کرده است که در آن حداقل کردن هزینه‌های خاکبرداری، پوشش، تبخیر، نفوذ، تملک و همچنین حداقل شدن احتمال سرریز به عنوان هدف در نظر گرفته شده است. (Abd-El-Baky, 2023) روش محاسباتی جدیدی برای بهینه‌سازی مقطع کانال دوزنقه‌ای که در آن، زبری جداره‌ها با زبری کف متفاوت باشد، ارائه نمود.

در این تحقیق، ضمن در نظر گرفتن حداقل سازی احتمال سرریز جریان، برای اولین بار حداقل سازی هزینه‌های خاکبرداری و پوشش در دبی‌های مختلف در نظر گرفته شده است و تاثیر آن بر ابعاد مقطع کانال و هزینه ساخت آن بررسی خواهد شد. به عبارت دیگر، با بررسی کانال‌ها در دبی‌های مختلف به تاثیر تغییر دبی بر عمق آب، ارتفاع آزاد و عرض کف پرداخته شده است.

۲- روش کار

روابط حاکم و روش حل مسئله

برای تعیین ابعاد بهینه مقطع کانال جهت انتقال دبی مورد نیاز مانند هر مسئله بهینه‌سازی دیگر، اولین گام، مشخص نمودن تابع است. در اینجا فرم کلی مدل مورد نظر به صورت زیر تعریف گردیده است (روابط ۱-۳):

$$\text{Minimizing: } J_1 = c_e A + c_L (P_1 + P_2 + b) \quad (1)$$

$$\text{Minimizing: } J_2 = p(y > y + F) \quad (2)$$

Subject to:

$$\frac{Q}{\sqrt{S}} - \frac{A^{\frac{5}{3}}}{(\sum n_i P_i)} = 0 \quad ; (i = 1, 2, 3) \quad (3)$$

که در این مدل، A مساحت کل خاکبرداری شده، c_e هزینه واحد خاکبرداری در سطح زمین، c_L هزینه هر واحد سطح پوشش شده و P_1 و P_2 و b و F در شکل (۱) نشان داده شده‌اند. $P(Y > Y + F)$ احتمال بیشتر شدن عمق جریان از ارتفاع آزاد کل است.

شکل ۱- مقطع عرضی کانال دوزنقه ای دارای ارتفاع آزاد کل

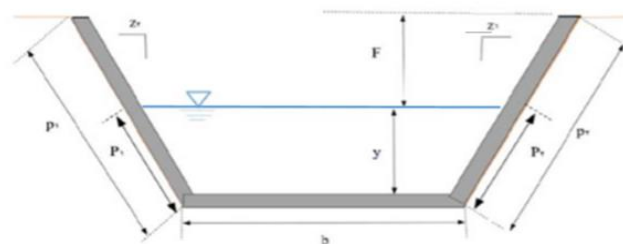


Fig 1. Cross-section of a trapezoidal channel with a total freeboard height

در بهینه‌سازی یک هدفه، مجموعه امکانپذیر به طور کامل بر اساس تابع هدف تعیین می‌شود و برای هر مجموعه جواب داده شده، بهترین جواب براساس مقدار تابع هدف مشخص می‌شود. در مسائل بهینه‌سازی چند هدفه تنها یک پاسخ وجود ندارد بلکه مجموعه از جواب‌های بهینه با توجه به اهداف مسئله بدست می‌آید. در این تحقیق از روش محدود شده تکنیک برنامه‌ریزی چندهدفه استفاده شده است. در این روش، مسئله بهینه‌سازی برداری به یک بهینه‌سازی عددی تبدیل می‌شود. تبدیل فرم برداری به عددی بدین صورت انجام می‌شود که یکی از اهداف (در اینجا، کمینه‌سازی هزینه ساخت) به عنوان تنها هدف مدل در نظر گرفته می‌شود و هدف دوم (در اینجا، حداقل سازی احتمال سرریز) به عنوان یک محدودیت در نظر گرفته می‌شود. در نتیجه، مدل حاصل، فرم عددی و قطعی مدل برداری و تصادفی پیشین است. جزئیات این تبدیل توسط (Das, 2007) شرح داده است.

از طرف دیگر، دبی، ضریب زبری مانینگ و شیب طولی کف کانال، متغیرهای تصادفی هستند، به سبب اینکه در هنگام اجرای شیب طولی کف امکان خطای ساخت وجود دارد همچنین مقادیر زبری مانینگ در هنگام اجرا و ساخت کانال ممکن است با نواقصی همراه باشد. معمولاً در واقعیت، احتمال دارد جریان ورودی از جریان طراحی بیشتر شود. اختلافات مقدار این سه عامل می‌تواند موجب سرریز احتمالی در کانال شود. به همین سبب، یک محدودیت احتمال سرریز در مدل طراحی اعمال شده است تا سرریز کانال به حداقل مقدار ممکن برسد. بنابراین، مدل مورد نظر به یک مدل دوهدفه تبدیل می‌شود. تابع اول، تابع حداقل‌سازی هزینه‌های ساخت کانال و تابع هدف دوم، به حداقل رساندن احتمال سرریز از مقطع کانال در نظر گرفته شده است. همچنین معادله جریان یکنواخت مانینگ به عنوان قید مدل مطرح شده است. به علت احتمالی بودن تابع هدف دوم، این مدل از مدل‌های بهینه‌سازی تصادفی به شمار می‌آید و مسئله را به یک مسئله بهینه‌سازی دوهدفه برداری تبدیل کرده است.

با مشتق‌گیری معادله مانینگ نسبت به متغیرهای تصادفی تاثیر تغییر جریان طراحی محاسبه می‌شود (رابطه ۴):

$$\frac{dQ}{dY} = Q \left[\frac{5}{3} \frac{1}{A} \frac{dA}{dY} - \frac{1}{(\sum n_i^2 p_i)} d \left(\frac{\sum n_i^2 p_i}{dY} \right) \right] \quad (4)$$

برای محاسبه تأثیر تغییرات احتمالی در شیب طولی کف کانال بر جریان طراحی، مشتق‌گیری زیر انجام شده است (رابطه ۵):

$$\frac{dQ}{dS_0} = \frac{Q}{2S_0} \quad (5)$$

مشتق زیر برای نشان دادن تأثیر تغییر ضریب زبری مانینگ بر جریان طراحی، محاسبه شده است (رابطه ۶):

$$\frac{dQ}{dn_i} = -Q \left[\frac{2}{3} \frac{1}{(\sum n_i^2 p_i)} \frac{d(\sum n_i^2 p_i)}{dn_i} \right] \quad (6)$$

پس از آن تغییرات عمق نسبت به ضریب زبری مانینگ، شیب طولی کف کانال و دبی، به صورت زیر محاسبه شده است (روابط ۷ تا ۹):

$$\frac{dY}{dQ} = \frac{1}{\frac{dQ}{dY}} \quad (7)$$

$$\frac{dY}{dn_i} = \frac{dY}{dQ} \frac{dQ}{dn_i} = \frac{1}{\frac{dQ}{dY}} \frac{dQ}{dn_i} \quad (8)$$

$$\frac{dY}{dS_0} = \frac{dY}{dQ} \frac{dQ}{dS_0} = \frac{1}{\frac{dQ}{dY}} \frac{dQ}{dS_0} \quad (9)$$

از آنجا که واریانس عمق جریان به واریانس‌های دبی، ضریب زبری مانینگ و شیب طولی کف کانال وابسته است. بنابراین (رابطه ۱۰):

$$S^2_Y = (dY/dQ)^2 S^2_Q + (dY/(dn_1))^2 S^2_{n_1} + (dY/(dn_2))^2 S^2_{n_2} + (dY/(dn_3))^2 S^2_{n_3} + (dY/(ds_0))^2 S^2_{s_0} = \frac{1}{(\frac{dQ}{dY})^2} [S^2_Q + (dQ/(dn_1))^2 S^2_{n_1} + (dQ/(dn_2))^2 S^2_{n_2} + (dQ/(dn_3))^2 S^2_{n_3} + (dQ/(ds_0))^2 S^2_{s_0}] \quad (10)$$

با مرتب‌سازی معادله‌ی فوق معادله‌ی زیر حاصل شده‌است (رابطه ۱۱):

$$\frac{dQ}{dY} = \frac{1}{S_Y} [S^2_Q + (dQ/(dn_1))^2 S^2_{n_1} + (dQ/(dn_2))^2 S^2_{n_2} + (dQ/(dn_3))^2 S^2_{n_3} + (dQ/(ds_0))^2 S^2_{s_0}]^{\frac{1}{2}} \quad (11)$$

با جایگذاری $\frac{dQ}{dY}$ از معادله‌ی (۴) در معادله‌ی (۱۱) رابطه زیر به دست می‌آید (رابطه ۱۲):

$$\begin{aligned} & \frac{5}{3} \frac{dA}{dY} Q \left[\frac{1}{3} \right. \\ & + \frac{1}{S_Y} [S^2_Q + (-Q)^2 \left[\frac{2}{3} \frac{1}{(\sum n_i^{\frac{5}{2}} p_i)} \frac{d(\sum n_i^{\frac{5}{2}} p_i)}{dn_1} \right]^2 S^2_{n_1}] = \frac{2}{(\sum n_i^{\frac{5}{2}} p_i)} \frac{d(\sum n_i^{\frac{5}{2}} p_i)}{dY} \\ & \left. \frac{1}{2} \right] S^2_{s_0} + (-Q)^2 \left[\frac{2}{3} \frac{1}{(\sum n_i^{\frac{5}{2}} p_i)} \frac{d(\sum n_i^{\frac{5}{2}} p_i)}{dn_3} \right]^2 S^2_{n_3} + (-Q)^2 \left[\frac{2}{3} \frac{1}{(\sum n_i^{\frac{5}{2}} p_i)} \frac{d(\sum n_i^{\frac{5}{2}} p_i)}{dn_2} \right]^2 S^2_{n_2} \end{aligned} \quad (12)$$

Q از طرف دوم معادله فاکتور گرفته شده است و معادله به صورت رابطه (۱۳) در آمده است:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3} Q \left[\frac{5}{3} \frac{dA}{dY} - \frac{2}{(\sum n_i^{\frac{5}{2}} p_i)} \frac{d(\sum n_i^{\frac{5}{2}} p_i)}{dY} \right] \\ & = Q \left\{ \frac{S^2_Q}{S_Y^2} + \frac{4}{9} \left[\frac{1}{(\sum n_i^{\frac{5}{2}} p_i)} \frac{d(\sum n_i^{\frac{5}{2}} p_i)}{dn_1} \right]^2 S^2_{n_1} + \frac{4}{9} \left[\frac{1}{(\sum n_i^{\frac{5}{2}} p_i)} \frac{d(\sum n_i^{\frac{5}{2}} p_i)}{dn_2} \right]^2 S^2_{n_2} + \right. \\ & \left. \frac{4}{9} \left[\frac{1}{(\sum n_i^{\frac{5}{2}} p_i)} \frac{d(\sum n_i^{\frac{5}{2}} p_i)}{dn_3} \right]^2 S^2_{n_3} + \frac{1}{4 S_0^2} S^2_{s_0} \right\}^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (13)$$

در اینجا Q از دو طرف معادله ساده شده و معادله‌ی (۱۲) به فرم زیر تبدیل شده است (رابطه ۱۴):

$$\begin{aligned} & \left[\frac{5}{3} \frac{dA}{dY} - \frac{2}{(\sum n_i^{\frac{5}{2}} p_i)} \frac{d(\sum n_i^{\frac{5}{2}} p_i)}{dY} \right] = \frac{3}{S_Y} \left\{ \frac{S^2_Q}{Q^2} + \frac{4}{9 (\sum n_i^{\frac{5}{2}} p_i)^2} \{ S^2_{n_1} \left[\frac{d}{dn_1} (n_1^{\frac{5}{2}} p_1) \right]^2 + S^2_{n_2} \left[\frac{d}{dn_2} (n_2^{\frac{5}{2}} p_2) \right]^2 + \right. \\ & \left. S^2_{n_3} \left[\frac{d}{dn_3} (n_3^{\frac{5}{2}} p_3) \right]^2 + \frac{1}{4 S_0^2} S^2_{s_0} \right\}^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (14)$$

در نهایت، فرم خلاصه‌ی محدودیت احتمال سرریز بصورت رابطه (۱۵) به دست آمده است:

$$\left[\frac{5}{A} \frac{dA}{dy} - \frac{2}{(\sum n_i^2 p_i)} \frac{d(\sum n_i^2 p_i)}{dy} \right] = \frac{3}{S_Y} \left\{ \frac{S^2 Q}{Q^2} + \frac{1}{(\sum n_i^2 p_i)^2} \sum n_i p_i^2 S^2_{n_i} + \frac{1}{4S_{S_0}^2} S^2_{S_0} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (15)$$

در محدودیت فوق، S_Y واریانس عمق جریان، S_{n_i} واریانس ضریب زبری مانینگ، S_Q واریانس دبی و S_{S_0} واریانس شیب طولی کف کانال هستند. بنابراین فرم نهایی مدل تک هدفه به صورت زیر در آمده است (روابط ۱۶ تا ۱۸):

$$\text{Minimize: } c_s A + c_L (P_1 + P_2 + b) \quad (16)$$

$$\text{Subject to:} \quad (17)$$

$$\frac{Q}{\sqrt{S_0}} - \frac{A^{\frac{5}{3}}}{(\sum n_i^2 p_i)^{\frac{2}{3}}} = 0$$

$$\left[\frac{5}{A} \frac{dA}{dy} - \frac{2}{(\sum n_i^2 p_i)} \frac{d(\sum n_i^2 p_i)}{dy} \right] - \frac{3}{S_Y} \left\{ \frac{S^2 Q}{Q^2} + \frac{1}{(\sum n_i^2 p_i)^2} \sum n_i p_i^2 S^2_{n_i} + \frac{1}{4S_{S_0}^2} S^2_{S_0} \right\}^{\frac{1}{2}} = 0 \quad (18)$$

۳- نتایج و بحث

در این تحقیق، پنج دبی مختلف شامل مقادیر ۱۰، ۱۲، ۱۵، ۱۸، ۲۰ مترمکعب بر ثانیه، ضریب زبری مانینگ در جداره نشان داده شده با P_1 ، P_2 و در جداره نشان داده شده با P_3 برابر با ۰/۰۲۵ و در کف کانال (نشان داده شده با P_3)، ۰/۰۲ در نظر گرفته شده است (شکل ۱). شیب طولی کف کانال ۰/۰۲۵ در نظر گرفته شده است. هدف از این مدل، طراحی بهینه‌ی مقطع عرضی کانالی است که در آن، به هر دو هدف کمینه‌سازی هزینه و احتمال سرریز دست یافته شود. مقادیر عددی متغیرهای این مثال طبق مقاله‌ی (Das, 2007) و مقاله‌ی (Swamee et al., 2000) انتخاب شده‌اند.

در این بخش به بررسی نتایج حاصل از مدل بهینه‌سازی توسعه یافته در بخش قبل برای کانال دوزنقه‌ای در پنج دبی متفاوت با لحاظ کردن هزینه خاکبرداری و پوشش با مشخصات شرح داده شده در بخش قبل پرداخته شده است. نتایج در قالب نمودارهای نشان داده شده در شکل‌های ۲ تا ۵ ارائه شده است که در ادامه هر یک از آنها مورد بررسی قرار گرفته‌اند.

در شکل (۲) تغییرات هزینه ساخت کانال که مجموع هزینه‌های خاکبرداری و پوشش است، به عنوان تابعی از احتمال سرریز شدن آب از کانال به ازای مقادیر مختلف دبی موجود در کانال نشان داده شده است. همانطور که در این شکل مشاهده می‌شود با افزایش مقدار دبی، هزینه ساخت افزایش یافته است. همچنین هزینه ساخت به ازای تمامی دبی‌ها با افزایش احتمال سرریز شدن تا مقدار احتمال سرریز شدن برابر ۰/۵ روند نزولی داشته و پس از آن دارای روند صعودی است به عبارت دیگر، به ازای تمامی دبی‌ها، هزینه ساخت در احتمال سرریز شدن برابر ۰/۵ دارای حداقل مقدار است.

در شکل (۳) تغییرات عرض بهینه مقطع کانال به عنوان تابعی از احتمال سرریز شدن آب از کانال به ازای مقادیر مختلف دبی موجود در کانال نشان داده شده است. همانطور که در این شکل مشاهده می‌شود با افزایش مقدار دبی، عرض بهینه کانال افزایش یافته است. همچنین عرض بهینه به ازای تمامی دبی‌ها با افزایش احتمال سرریز شدن تا مقدار احتمال سرریز شدن برابر ۰/۵ روند نزولی داشته و

پس از آن دارای روند صعودی است به عبارت دیگر، به ازای تمامی دبی‌ها، عرض بهینه در احتمال سرریز شدن برابر ۰/۵ دارای حداقل مقدار است.

شکل ۲- تغییرات قیمت کانال دوزنقه‌ای با لحاظ کردن به ازای احتمالات سرریز متفاوت در پنج دبی

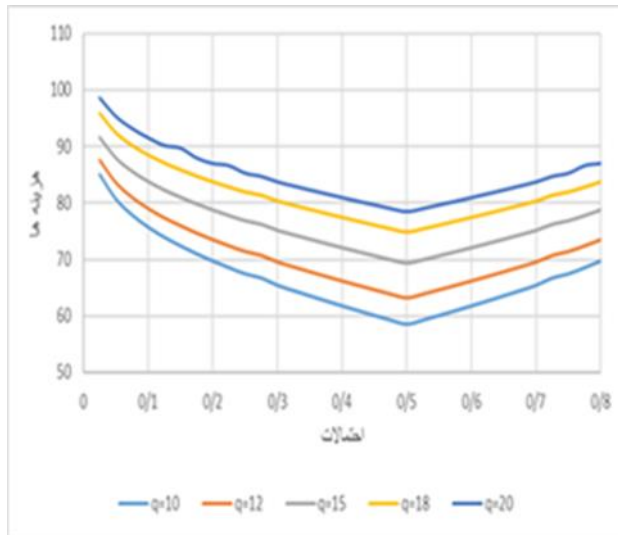


Fig 2. Variation in the cost of a trapezoidal channel considering different overtopping probabilities for five discharge values

شکل ۳- تغییرات عرض کف کانال دوزنقه‌ای به ازای احتمالات سرریز متفاوت در پنج دبی

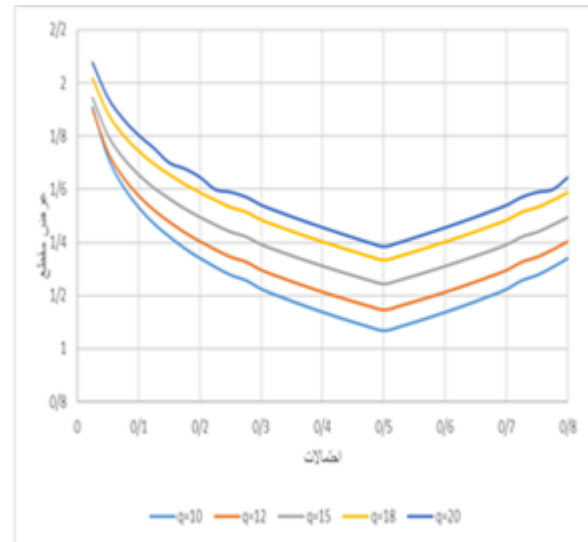


Fig 3. Variation of the trapezoidal channel's bottom width for different overtopping probabilities at five discharge values

شکل ۴- تغییرات عمق کانال دوزنقه‌ای با لحاظ کردن به ازای احتمالات سرریز متفاوت در پنج دبی

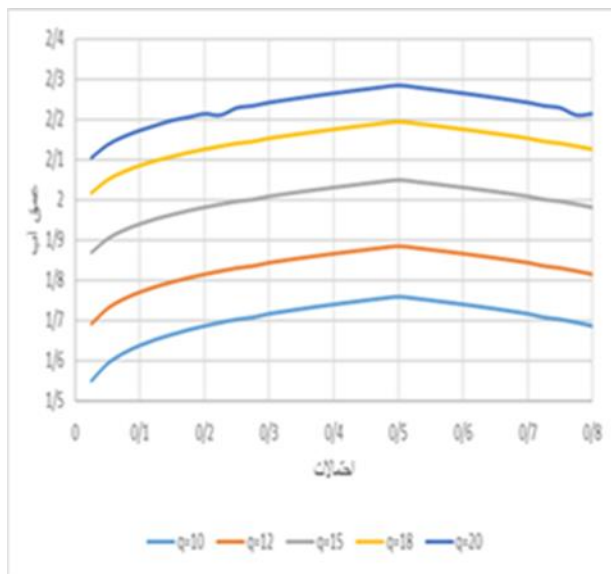


Fig 4. Variation of trapezoidal channel depth considering different overtopping probabilities for five discharge values

شکل ۵- تغییرات ارتفاع آزاد کانال دوزنقه‌ای با لحاظ کردن به ازای احتمالات سرریز متفاوت در پنج دبی

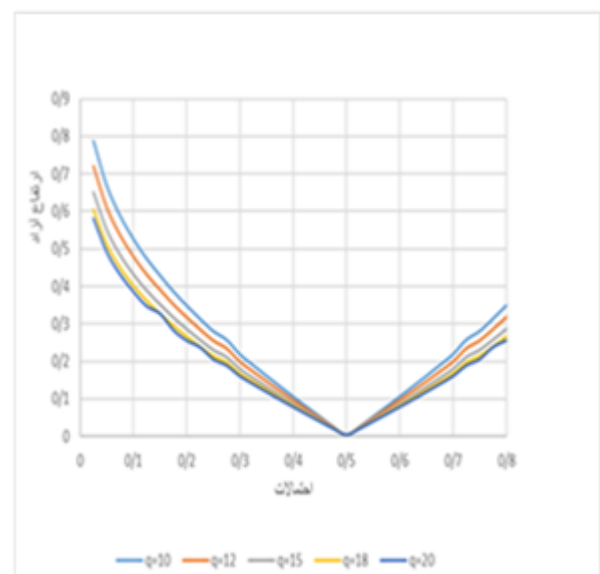


Fig 5. Variation of freeboard height in trapezoidal channel considering different overtopping probabilities for five discharge values

در شکل (۴) تغییرات عمق جریان به عنوان تابعی از احتمال سرریز شدن آب از کانال به ازای مقادیر مختلف دبی موجود در کانال نشان داده شده است. همانطور که در این شکل مشاهده می‌شود با افزایش مقدار دبی، عمق جریان افزایش یافته است. همچنین عمق جریان به ازای تمامی دبی‌ها با افزایش احتمال سرریز شدن تا مقدار احتمال سرریز شدن برابر ۰/۵ روند صعودی داشته و پس از آن دارای روند نزولی است به عبارت دیگر، به ازای تمامی دبی‌ها، عمق جریان در احتمال سرریز شدن برابر ۰/۵ دارای حداکثر مقدار است.

در شکل (۵) تغییرات ارتفاع آزاد بهینه به عنوان تابعی از احتمال سرریز شدن آب از کانال به ازای مقادیر مختلف دبی موجود در کانال نشان داده شده است. همانطور که در این شکل مشاهده می‌شود با افزایش مقدار دبی، ارتفاع آزاد بهینه کاهش یافته است. همچنین ارتفاع آزاد بهینه به ازای تمامی دبی‌ها با افزایش احتمال سرریز شدن تا مقدار احتمال سرریز شدن برابر ۰/۵ روند نزولی داشته و پس از آن دارای روند صعودی است به عبارت دیگر، به ازای تمامی دبی‌ها، ارتفاع آزاد بهینه در احتمال سرریز شدن برابر ۰/۵ دارای حداقل مقدار است.

در تحلیل علت افزایش عرض بهینه کانال و عمق جریان با افزایش دبی جریان، می‌توان گفت در صورت افزایش دبی، باید عرض کانال و عمق جریان افزایش یابد تا فضای بزرگتری برای جریان یافتن دبی بیشتر فراهم گردد و در این صورت، بدیهی است که هزینه ساخت کانال افزایش می‌یابد. همچنین در تحلیل علت کاهش ارتفاع آزاد بهینه در صورت افزایش دبی، می‌توان چنین استدلال نمود که چون با افزایش دبی، عمق جریان افزایش می‌یابد و ارتفاع آزاد با عمق جریان رابطه عکس دارد بنابراین با افزایش دبی، ارتفاع آزاد بهینه کاهش می‌یابد.

همان طور که قبلاً بیان شد مقالات (Das, 2007) و (Lavasani, 2020) تنها تحقیقاتی هستند که در آنها مانند این مقاله، هزینه‌های ساخت به همراه احتمال سرریز حداقل سازی شده و نتایج آنها با نتایج این مقاله قابل مقایسه است. نتایج به دست آمده برای تغییرات هزینه، عمق جریان و عرض کف با نتایج این دو تحقیق هماهنگ است. از طرف دیگر در این مقاله ارتفاع آزاد به عنوان یک متغیر در نظر گرفته شده و مقادیر بهینه آن به ازای دبی‌ها و احتمال سرریزهای مختلف به دست آمده است در صورتی که در دو تحقیق ذکر شده، ارتفاع آزاد ثابت در نظر گرفته شده است.

۴- نتیجه‌گیری

نتایج این تحقیق نشان داده که در کانال دوزنقه‌ای در صورتی که بهینه‌سازی به منظور کمینه نمودن هزینه ساخت کانال شامل مجموع هزینه‌های خاکبرداری و پوشش کانال و همچنین کمینه نمودن احتمال سرریز شدن جریان از کانال صورت پذیرد، با افزایش مقدار دبی در یک احتمال خاص (ثابت) عرض کف کانال، عمق جریان و هزینه ساخت کانال افزایش پیدا کرده است. به عبارت دیگر، با افزایش دبی، ابعاد مقطع کانال بیشتر شده که هزینه‌های بیشتری را به همراه داشته است ولی با افزایش عمق بهینه، نیاز کانال به ارتفاع آزاد کاهش پیدا کرده است بنابراین با افزایش دبی جریان، ارتفاع آزاد بهینه کاهش یافته است. همچنین به ازای تمامی دبی‌ها در احتمال سرریز شدن برابر ۰/۵، هزینه ساخت کانال، عرض بهینه و ارتفاع آزاد بهینه دارای حداقل مقدار و عمق جریان دارای حداکثر مقدار است.

تضاد منافع نویسندگان

نویسندگان این مقاله اعلام می‌دارند که هیچ تضاد منافی در رابطه با نویسندگی و یا انتشار این مقاله ندارند.

دسترسی به داده‌ها

داده‌ها و نتایج استفاده شده در این پژوهش از طریق مکاتبه با نویسنده مسئول در اختیار قرار خواهد گرفت.

مشارکت نویسندگان

مریم قاسمی خيادانی: نگارش متن، روش‌شناسی، نرم افزار، تحلیل داده‌ها. علی خوش فطرت: تعریف موضوع تحقیق، راهنمایی و نظارت، روش‌شناسی، ویرایش متن. محمد ملکی: روش‌شناسی، فرمول بندی مسئله، مشاوره و نظارت، ویرایش متن.

منابع

- Abd-El-Baky, R., (2023). Developed computational methodology for the most effective design of open channel cross sections. *Journal of Civil Engineering and Construction*, 12(4), 205-210. <https://doi.org/10.32732/jcec.2023.12.4.205>
- Adarsh, S., & Sahana, A.S. (2013). Minimum cost design of irrigation canals using probabilistic global search lausanne. *Arabian Journal for Science and Engineering*, 38, 2631-2637. <https://doi.org/10.1007/s13369-012-0493-x>
- Bhattachcharjya R. K. & Satish M. G. (2008). Flooding probability-based optimal design of trapezoidal open channel using freeboard as a design variable. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 134(3), 405-408. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)0733-9437\(2008\)134:3\(405\)](https://doi.org/10.1061/(asce)0733-9437(2008)134:3(405))
- Das, A. (2000). Optimal channel cross section with composite roughness. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 126, 68-71. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9437\(2000\)126:1\(68\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9437(2000)126:1(68))
- Das, A. (2007). Flooding probability constrained optimal design of trapezoidal channels. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 133, 53-60. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9437\(2007\)133:1\(53\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9437(2007)133:1(53))
- Guo C.Y. & Hughes C. (1984). Optimal channel cross section with freeboard. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 110,304-314. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9437\(1984\)110:3\(304\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9437(1984)110:3(304))
- Han, Y., Easa, S.M. & Gao, X. (2019). General explicit solutions of most economic sections and applications for trapezoidal and parabolic channels. *Journal of Hydrodynamics*, 31, 1034–1042. <https://doi.org/10.1007/s42241-018-0155-x>
- Jafarinasab, M.A. (1999). Optimization of water supply network. Technical Faculty. Kerman Shahid Bahonar University. (In Persian)
- Kentli, A., & Mercan, O. (2014). Application of different algorithms to optimal design of canal sections. *Journal of Applied Research and Technology*, 12(4). [https://doi.org/10.1016/S1665-6423\(14\)70092-6](https://doi.org/10.1016/S1665-6423(14)70092-6).
- Lavasani.E. (2020). Trapezoidal open channel cross section optimization by considering the total free height as a design variable and in terms of excavation, coating, evaporation, infiltration and acquisition costs. Master Thesis, Faculty of Engineering, Isfahan (Khorasgan) Branch, Islamic Azad University. (In Persian)
- Muzaffar, S.Z.S., Atmapoojya, S.L., Agrawal, D.K., & Aquil, M. (2012). Minimizing the total cost of lining and excavation including free board. *International Journal of Innovative Technology and Creative Engineering*, 2(1), 2045-8711.
- Pourmoghadam, M., Valisamani, H. (2013). Optimal design of trapezoidal composite channels using nonlinear optimization. 12th Iran Hydraulic Conference, Karaj, Department of Irrigation and Development Engineering, University of Tehran, Iran Hydraulic Association. (In Persian)
- Swamee, P.K., Chahar B.R. (2015). Minimum water loss canal section. in: design of canals. Springer Transactions in Civil and Environmental Engineering. Springer, New Delhi.
- Swamee, P.K., Mishra, G.C. & Chahar, B.R. (2000). Minimum cost design of lined canal section. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 14, 1-12. <https://doi.org/10.1023/A:1008198602337>