# روشی نوین برای بهبود ترازبندی دقیق ایستای سیستم ناوبری اینرسی متصل به بدنه

غلامرضا محمددادی[*,1]

## چکیده

ترازبندی ایستا که یکی از موضوعات مهم در بحث ناوبری اینرسی است، شامل دو گام ترازبندی خام و ترازبندی دقیق می باشد. در ترازبندی خام، که از یک روش تحلیلی استفاده می شود، تخمینی خام از شرایط اولیه بدست می آید و این تخمین ورودی تراز بندی دقیق می باشد. در ترازبندی دقیق، با استفاده از یک فیلتر و خروجی ترازبندی خام، تخمین دقیق تری از شرایط اولیه بدست می آید. یکی از مواردی که در ترازبندی ایستا، به آن پرداخته می شود، مقادیر بایاس شتاب سنجها و ژیروسکوپها می باشد که تخمین این پارامترها در روشهای سنتی به خوبی انجام نمی شود. در این مقاله، روشی نوین برای بهبود ترازبندی دقیق ایستای یک سیستم ناوبری اینرسی متصل به بدنه پیشنهاد شده است. در روش پیشنهادی، بردار حالت خطای ترازبندی دقیق ایستای سیستم ناوبری اینرسی به دو بخش بایاس سنسورها و خطاهای وضعیت و سرعت تقسیم بندی می شود. برای تعیین بایاس سنسورها، از یک روش تحلیلی و برای تخمین خطاهای وضعیت و سرعت از فیلتر کالمن توسعه یافته استفاده شده است. با استفاده از شبیه سازی، عملکرد و بازدهی این روش با روشهای سنتی مقایسه شده است که نشان می دهد تخمین شرایط اولیه و همچنین مقادیر بایاس شتاب سنچها و ژیروسکوپها به خوبی انجام می گردد.

**کلمات کلیدی:** ترازبندی خام، ترازبندی دقیق و سیستم ناوبری اینرسی متصل به بدنه

دریافت مقاله: ۱۴۰۰/۰۳/۲۰

پذیرش مقاله: ۱۴۰۰/۰۷/۲۰

## ۱-مقدمه

سیستم ناوبری اینرسی متصل به بدنه[۲]، نوعی از سیستم ناوبری کور[۳] است که عملکرد آن وابسته به شرایط اولیه می باشد و پیش از ناوبری، لازم است شرایط اولیه تعیین گردند. فرآیند تعیین شرایط اولیه، ترازبندی نامیده می شود. ترازبندی شامل دو نوع اساسی ترازبندی ایستا[۴] و ترازبندی در-پرواز[۵] است [1,2,3] که در این پژوهش، تنها ترازبندی ایستا بحث می شود.

ترازبندی ایستا شامل دو گام ترازبندی خام[۶] و ترازبندی دقیق[۷] است. ترازبندی خام از یک روش تحلیلی استفاده می کند که در آن اندازه گیریهای نرخ چرخش زمین و شتاب جاذبه به کار گرفته می شوند. این ترازبندی دارای دو محدودیت می باشد: اندازه گیری شتاب جاذبه و نرخ چرخش زمین برای سیستمهای با قیمت پائین کاری دشوار

[*] پست الکترونیک نویسنده مسئول:rmohammaddadi@yahoo.com

۱. استادیار، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه آزاد اسلامی واحد گناباد

1- Strapdown inertial navigation systems
2- Dead reckoning based system
3- Static alignment
4- In-flight alignment
5- Coarse alignment
6- Fine alignment

است، همچنین ترازبندی خام نیاز به سیستم کاملا ایستا دارد. به همین دلیل، از این روش تنها برای تخمین خام شرایط اولیه استفاده می شود [4,5].
از خروجی ترازبندی خام در الگوریتم ترازبندی دقیق استفاده می شود که در آن با استفاده از فیلتر کالمن توسعه یافته، خطاهای وضعیت و سرعت و بایاس شتاب سنج ها و ژیروسکوپها تخمین زده می شوند. این پارامترها برای بهبود تخمین شرایط اولیه استفاده می شوند [6].
با خطی سازی معادلات ناوبری اینرسی، مدل دینامیکی خطا بدست می آید. در ترازبندی دقیق، بردار مشاهده شامل موقعیت، زوایای اولر[۱] و سرعت است. در واقع، موقعیت و زوایای اولر معلوم و سرعت صفر می باشد. ثابت می شود این سیستم دینامیکی مشاهده ناپذیر است و فیلتر کالمن توسعه یافته قادر به تخمین همه حالتهای سیستم نمی باشد[7,8,9]. برای رفع این مشکل، در این مقاله، بردار حالت به دو بخش شامل بایاس شتاب سنجها و ژیروسکوپها و خطاهای وضعیت و سرعت تقسیم بندی می شود. در این الگوریتم، بایاس سنسورها با یک روش تحلیلی محاسبه و سپس توسط فیلتر کالمن توسعه، خطاهای وضعیت و سرعت تخمین زده می شوند. نتایج حاصل از الگوریتم پیشنهادی، به مراتب بهتر از روشهای سنتی می باشد.
در ادامه، بخش های دیگر مقاله شرح داده می شود. در بخش ۲ شرح مختصری از معادلات سیستم ناوبری اینرسی متصل به بدنه در سیستم مختصات NED[۲] آورده شده است. در بخش ۳ معادلات کلی خطا و در بخش ۴ پس از شرح ترازبندی خام، اساس روابط ترازبندی دقیق پیشنهاد شده آورده شده است. در قسمت ۵ نتایج شبیه سازی و در پایان، در قسمت ۶ نتیجه گیری بیان شده است.

## ۲- شرح مختصری از معادلات ناوبری اینرسی متصل به بدنه در سیستم مختصات NED

برای تعیین موقعیت از اندازه گیری های اینرسی استفاده می شود و لازم است فرضهائی برای شکل زمین، در نظر گرفته شود [2,10]. در این مقاله، مدل فرضی برای زمین، یک مدل بیضوی است که در آن، طول محورهای نیمه اصلی و نیمه فرعی و خروج از مرکز بیضی به صورت زیر تعریف می شوند:

$$r_e = 6378137.0\ m$$
$$r_p = 6356752.3\ m \qquad (۱)$$
$$\varepsilon = \left(1 - \frac{r_p^2}{r_e^2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

شعاع نصف النهار انحنای $M$ و شعاع عرضی انحنای $N$ از معادلات زیر بدست می آیند [2,10]:

$$M = \frac{r_e(1-\varepsilon^2)}{(1-\varepsilon^2 sin^2(L))^{\frac{3}{2}}}$$
$$N = \frac{r_e}{(1-\varepsilon^2 sin^2(L))^{\frac{1}{2}}} \qquad (۲)$$

معادلات ناوبری اینرسی متصل به بدنه در سیستم مختصات NED به صورت زیر هستند:

$$\dot{r} = \begin{bmatrix} \dot{l} \\ \dot{L} \\ \dot{h} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0\,\frac{1}{(N+h)\cos(L)} & 0 \\ \frac{1}{(M+h)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_N \\ v_E \\ v_D \end{bmatrix}$$

$$\dot{V} = \begin{bmatrix} \dot{V}_n \\ \dot{V}_e \\ \dot{V}_d \end{bmatrix} = C_b^n f^b +$$

$$\begin{bmatrix} -V_e\left(2\omega_{i|e} + \frac{V_e}{(N+h)\cos(L)}\right)\sin(L) + \frac{V_n V_d}{M+h} \\ V_n\left(2\omega_{i|e} + \frac{V_e}{(N+h)\cos(L)}\right)\sin(L) + V_d\left(2\omega_{i|e} + \frac{V_e}{(N+h)\cos(L)}\right)\cos(L) \\ -V_e\left(2\omega_{i|e} + \frac{V_e}{(N+h)\cos(L)}\right)\cos(L) - \frac{{V_n}^2}{M+h} + g \end{bmatrix} \qquad (۳)$$

که در آن $L$ عرض جغرافیایی، $l$ طول جغرافیائی، $h$ ارتفاع از سطح زمین، $V_e$ , $V_d$ $V_n$ , مولفه های شمالی، شرقی و عمودی سرعت نسبت به زمین، $g$ شتاب ناشی از گرانش و $f^b$ بردار نیروی ویژه در مختصات بدنه است و $C_b^n$ ماتریس کسینوس جهتی (DCM[۳]) نامیده می شود که بردار ستونی را از مختصات فریم بدنه b به مختصات فریم ناوبری n تبدیل می کند. DCM از روابط زیر بدست می آید:

$$\dot{C}_b^n = C_b^n \Omega_{nb}^b \qquad (۴)$$

ماتریس پادمتقارن $\Omega_{nb}^b$ از نرخ چرخش بدنه نسبت به بردار فریم ناوبری $\omega_{nb}^b = \omega_{ib}^b - C_n^b \omega_{in}^n$ بدست می آید. در این رابطه، $\omega_{ib}^b$ خروجی ژیروسکوپهای متصل به بدنه در فریم بدنه، $\omega_{in}^n$ سرعت زاویه ای فریم n نسبت به فریم اینرسی در فریم n و $C_n^b = {C_b^n}^T$ هستند. $\omega_{in}^n$ از رابطه زیر بدست می آید []:

۷- زاویه های رول، پیچ و یاو، زوایای اولر نامیده می شوند.

8- North-East-Down coordinates system

9- Direction Cosine Matrix

$$\omega_{in}^{n}=\begin{bmatrix}\omega_{i|e}\cos(L)+\frac{v_e}{(N+h)}\\ -\frac{v_n}{(M+h)}\\ -\omega_{i|e}\sin(L)-\frac{v_e tan(L)}{(N+h)}\end{bmatrix} \qquad (۵)$$

$\omega_{i|e}=7.292115\times10^{-5}\, {rad}/{sec}$ نرخ چرخش زمین می باشد.

## ۳- معادلات دینامیکی خطای سیستم ناوبری اینرسی متصل به بدنه

در این بخش، مدل دینامیکی خطای سیستم ناوبری اینرسی به روش اغتشاش بدست می آید. فرض کنید:

$$\begin{aligned}\hat{r}&=r+\delta r\\ \hat{V}&=V+\delta V\\ \hat{C}_b^n&=(I-E^n)C_b^n\end{aligned} \qquad (۶)$$

که در آن به عنوان مثال، $\hat{V}$ سرعت محاسبه شده، $V$ سرعت واقعی و $\delta V$ خطای سرعت محاسبه شده می باشند. همچنین، $E^n$ شکل شبه متقارن خطاهای وضعیت است:

$$E^n=\begin{bmatrix}0 & -\epsilon_D & \epsilon_E\\ \epsilon_D & 0 & -\epsilon_N\\ -\epsilon_E & \epsilon_N & 0\end{bmatrix} \qquad (۷)$$

با خطی سازی معادلات موقعیت داریم:

$$\delta\dot{r}=F_{rr}\delta r+F_{rv}\delta V \qquad (۸)$$

که در آن

$$F_{rr}=\begin{bmatrix}0 & v_E\frac{(N+h)\sin(L)-\frac{\partial N}{\partial L}\cos(L)}{((N+h)\cos(L))^2} & \frac{-v_E}{((N+h))^2\cos(L)}\\ 0 & \frac{-v_N\frac{\partial M}{\partial L}}{(M+h)^2} & \frac{-v_N}{(M+h)^2}\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

$$F_{rv}=\begin{bmatrix}0 & \frac{1}{(N+h)\cos(L)} & 0\\ \frac{1}{(M+h)} & 0 & 0\\ 0 & 0 & -1\end{bmatrix} \qquad (۹)$$

و

$$\frac{\partial M}{\partial L}=\frac{3M\varepsilon^2\sin(2L)}{2(1-\varepsilon^2 sin^2(L))}$$

$$\frac{\partial N}{\partial L}=\frac{N\varepsilon^2\sin(2L)}{2(1-\varepsilon^2 sin^2(L))} \qquad (۱۰)$$

مشابه با معادله دینامیکی خطای موقعیت، دینامیک خطای سرعت عبارتند از:

$$\delta\dot{V}=F_{vr}\delta r+F_{vv}\delta V+(f^n\times)\epsilon+C_b^n\delta f^b \qquad (۱۱)$$

که در آن $f^n=C_b^n f^b$. اگر $\begin{bmatrix}W_n\\ W_d\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\omega_{i|e}cos(L)\\ -\omega_{i|e}sin(L)\end{bmatrix}$ در این صورت:

$$F_{vr}=\begin{bmatrix}0 & F_{vr12} & \frac{-v_n v_d}{(M+h)^2}+\frac{v_e^2\tan(L)}{(N+h)^2}\\ 0 & F_{vr22} & \frac{-v_E(v_n\tan(L)+v_d)}{(N+h)^2}\\ 0 & F_{vr32} & F_{vr33}\end{bmatrix}$$

$$F_{vr12}=-2W_n v_e-\frac{v_e^2}{(N+h)(\cos(L))^2}+\frac{v_e^2\tan(L)\frac{\partial N}{\partial L}}{(N+h)^2}$$

$$F_{vr22}=2(W_n v_n+W_d v_d)+\frac{v_n v_e}{(N+h)(cos(L))^2}-\frac{v_e\frac{\partial N}{\partial L}}{(N+h)^2}(v_n\tan(L)+v_d)$$

$$F_{vr32}=2W_d v_e+\frac{v_e^2\frac{\partial N}{\partial L}}{(N+h)^2}+\frac{v_n^2\frac{\partial M}{\partial L}}{(M+h)^2}+\frac{\partial g}{\partial L}$$

$$F_{vr33}=\frac{v_e^2}{(N+h)^2}\left(1+\frac{\partial N}{\partial L}\right)+\frac{v_n^2}{(M+h)^2}\left(1+\frac{\partial M}{\partial L}\right)+\frac{\partial g}{\partial h} \qquad (۱۲)$$

$$F_{vv}=\begin{bmatrix}\frac{v_d}{M+h} & 2W_d-\frac{2v_e\tan(L)}{N+h} & \frac{v_n}{M+h}\\ -2W_d+\frac{v_e\tan(L)}{N+h} & \frac{v_n\tan(L)+v_d}{N+h} & 2W_n+\frac{v_e}{N+h}\\ \frac{-2v_n}{M+h} & -2W_n-\frac{2v_e}{N+h} & 0\end{bmatrix}$$

معادله دینامیکی خطای وضعیت را به صورت زیر می توان نوشت:

$$\dot{\epsilon}=F_{er}\delta r+F_{ev}\delta V-(\omega_{in}^n\times)\epsilon-C_b^n\delta\omega_{ib}^b \qquad (۱۳)$$

که در آن

$$F_{er}=\begin{bmatrix}0 & W_d-\frac{v_e\frac{\partial N}{\partial L}}{(N+h)^2} & -\frac{v_e}{(N+h)^2}\\ 0 & \frac{v_n\frac{\partial M}{\partial L}}{(M+h)^2} & \frac{v_n}{(M+h)^2}\\ 0 & F_{er32} & \frac{v_e}{(N+h)^2}\tan(L)\end{bmatrix}$$

$$F_{er32}=W_n-\frac{v_e}{(N+h)(\cos(L))^2}+\frac{v_e\frac{\partial N}{\partial L}}{(N+h)^2}\tan(L)$$

$$F_{ev}=\begin{bmatrix}0 & \frac{1}{N+h} & 0\\ \frac{-1}{M+h} & 0 & 0\\ 0 & \frac{-\tan(L)}{N+h} & 0\end{bmatrix} \qquad (۱۴)$$

بایاس سنسورها ثابت فرض شده اند. بنابراین، مدلسازی آنها به صورت زیر است:

$$\dot{b_a} = \begin{bmatrix} \dot{b_{ax}} \\ \dot{b_{ay}} \\ \dot{b_{az}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
$$\dot{b_g} = \begin{bmatrix} \dot{b_{gx}} \\ \dot{b_{gy}} \\ \dot{b_{gz}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (۱۵)$$

پیشنهاد می شود $f^b(t) = \hat{f}^b(t) + b_a(t) +$ $n_a(t)$ و $\omega_{ib}^b(t) = \widehat{\omega}_{ib}^b(t) + b_g(t) + n_g(t)$ که در آن $\hat{f}^b(t)$ و $\widehat{\omega}_{ib}^b(t)$ به ترتیب اندازه گیریهای واقعی، $b_a(t)$ و $b_g(t)$ بایاس ژایروها و شتاب سنجها، $n_a(t)$ و $n_g(t)$ نویزهای اندازه گیری با میانگین صفر و کوواریانس مشخص هستند. با این فرضها، معادلات بالا به صورت زیر نوشته می شوند:

$$\begin{bmatrix} \delta\dot{r} \\ \delta\dot{V} \\ \dot{\epsilon} \\ \dot{b_a} \\ \dot{b_g} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{rr} & F_{rv} & 0_{3\times3} & 0_{3\times3} & 0_{3\times3} \\ F_{vr} & F_{vv} & (f^n \times) & C_b^n & 0_{3\times3} \\ F_{er} & F_{ev} & -(\omega_{in}^n \times) & 0_{3\times3} & -C_b^n \\ 0_{3\times3} & 0_{3\times3} & 0_{3\times3} & 0_{3\times3} & 0_{3\times3} \\ 0_{3\times3} & 0_{3\times3} & 0_{3\times3} & 0_{3\times3} & 0_{3\times3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta r \\ \delta V \\ \epsilon \\ b_a \\ b_g \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0_{3\times3} & 0_{3\times3} \\ C_b^n & 0_{3\times3} \\ 0_{3\times3} & -C_b^n \\ I_{3\times3} & 0_{3\times3} \\ 0_{3\times3} & I_{3\times3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_a(t) \\ n_g(t) \end{bmatrix} \quad (۱۶)$$

## ۴- ترازبندی ایستا

در حالت کلی، ترازبندی ایستا شامل ترازبندی خام و ترازبندی دقیق می باشد که در ادامه، شرح داده شده است.

### ۴-۱- ترازبندی خام

در ترازبندی خام، از یک روش تحلیلی استفاده می شود که در آن با دانستن شتاب جاذبه و نرخ چرخش زمین، تخمینی خام از وضعیت سیستم بدست می آید. روابط زیر را در نظر بگیرید [11,12]:

$$g^b = C_n^b g^n$$
$$\omega_{i|e}^b = C_n^b \omega_{i|e}^n \quad (۱۷)$$

که در آن $g^b$ و $\omega_{i|e}^b$ به ترتیب خروجی های شتاب سنجها و ژایروها در سیستم مختصات ناوبری است و

$$g^n = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} \quad ; \quad \omega_{i|e}^n = \begin{bmatrix} \omega_{i|e} cos(L) \\ 0 \\ -\omega_{i|e} sin(L) \end{bmatrix} \quad (۱۸)$$

می توان ثابت کرد که [10,11]:

$$g^b \times \omega_{i|e}^b = C_n^b g^n \times \omega_{i|e}^n \quad (۱۹)$$

اگر معادلات (۱۸) و (۱۹) در شکل ماترسی نوشته شوند، در این صورت:

$$\begin{bmatrix} g^b & \omega_{i|e}^b & g^b \times \omega_{i|e}^b \end{bmatrix} = C_n^b \begin{bmatrix} g^n & \omega_{i|e}^n & g^n \times \omega_{i|e}^n \end{bmatrix} \quad (۲۰)$$

از معادله بالا نتیجه می شود که:

$$C_b^n = \begin{bmatrix} g^n & \omega_{i|e}^n & g^n \times \omega_{i|e}^n \end{bmatrix}^{-T} \begin{bmatrix} g^b & \omega_{i|e}^b & g^b \times \omega_{i|e}^b \end{bmatrix}^T \quad (۲۱)$$

که در آن ماترس معکوس/ترانهاده به صورت است:

$$[\quad]^{-T} = \begin{bmatrix} \frac{\tan(L)}{g} & \frac{1}{\omega_{i|e} cos(L)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{g\omega_{i|e} cos(L)} \\ \frac{1}{g} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (۲۲)$$

خروجی ترازبندی خام، شرایط اولیه فیلتر استفاده شده در ترازبندی دقیق می باشد.

### ۴-۲- ترازبندی دقیق

در روشهای سنتی، برای ترازبندی دقیق از خروجی ترازبندی خام و یک فیلتر استفاده می شود. معادلات حالت (۱۶) را در نظر بگیرید. بردار اندازه گیری شامل خطاهای موقعیت، سرعت و وضعیت می باشد. با توجه به مشاهده ناپذیری مسئله، تخمین بایاس ژیروسکوپها مطلوب می باشد ولی تخمین بایاس شتاب سنجها به خوبی انجام نمی شود. برای رفع این مشکل، در بخش ۵ راهکاری نو پیشنهاد شده است.

## ۵- روش پیشنهاد شده برای ترازبندی دقیق ایستا

بردار حالت خطای (۱۶) را در نظر بگیرید. پیشنهاد می شود این بردار به دو بخش شامل بایاس سنسورها و خطاهای موقعیت، سرعت و وضعیت تقسیم بندی شود. در گام نخست، یک روش تحلیلی برای تخمین بایاس سنسورها پیشنهاد و در گام دوم، خطاهای موقعیت، سرعت و وضعیت با استفاده از فیلتر کالمن توسعه یافته تخمین زده می شود.

از آنجائیکه جسم ساکن است، $V_n = V_e = V_d = 0$ ، $\dot{V}_n = \dot{V}_e = \dot{V}_d =$ و $\omega_{nb}^b = 0$. با جایگذاری این روابط در معادلات دینامیکی سرعت (۳) و با توجه به رابطه $\omega_{nb}^b = \omega_{ib}^b - C_n^b(\omega_{ei}^n + \omega_{en}^n)$ نتایج زیر حاصل می شوند:

$$\begin{aligned} b_a &= C_n^b \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} - \hat{f}^b(t) \\ b_g &= C_n^b \omega_{i|e}^n - \widehat{\omega}_{ib}^b(t) \end{aligned} \qquad (۲۳)$$

که در آن $C_n^b = C_b^{nT}$. بایاس سنسورها ثابت و نویزهای اندازه گیری دارای میانگین صفر هستند. بر این اساس، پس از دریافت داده های خروجی سنسورهای اینرسی، بایاس سنسورها با استفاده از معادلات (۲۳) تعیین می شوند و سپس میانگین بایاسها از نخستین داده تا داده کنونی تعیین می گردد:

$$\begin{aligned} \bar{b}_a &= \frac{\sum_{i=1}^n b_{a_i}}{n} \\ \bar{b}_g &= \frac{\sum_{i=1}^n b_{g_i}}{n} \end{aligned} \qquad (۲۴)$$

که در آن $b_{a_i}$ و $b_{g_i}$ بایاس شتاب سنجها و ژیروسکوپها در دریافت $i$ ام، $n$ تعداد داده ها می باشند. $\bar{b}_a$ و $\bar{b}_g$ خروجی بخش نخست الگوریتم می باشند.

در ادامه، بخش دوم الگوریتم شرح داده می شود. طول و عرض جغرافیائی و ارتفاع، مقادیری مشخص هستند. بنابراین، این متغیرها را می توان از معادلات حالت خطای (۱۶) حذف نمود. همچنین $V_n = V_e = V_d = 0$. اگر معادلات دینامیکی بایاس سنسورها در نظر گرفته نشود، معادلات دینامیکی حالت خطا به صورت زیر می گردند:

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} \delta\dot{V} \\ \dot{\epsilon} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{vv} & (f^n \times) \\ F_{ev} & -(\omega_{in}^n \times) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta V \\ \epsilon \end{bmatrix} + \\ &\begin{bmatrix} C_b^n & 0_{3\times3} \\ 0_{3\times3} & -C_b^n \end{bmatrix} U(t) + \\ &\begin{bmatrix} C_b^n & 0_{3\times3} \\ 0_{3\times3} & -C_b^n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_a(t) \\ n_g(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \qquad (۲۵)$$

که در آن $U(t) = \begin{bmatrix} \bar{b}_a & \bar{b}_g \end{bmatrix}^T$. با توجه به بردار مشاهدات که شامل طول و عرض جغرافیائی و ارتفاع، زوایای اولر و بردار سرعت می باشد، خطاهای وضعیت و سرعت توسط فیلترکالمن توسعه یافته تخمین زده شده می شوند که در بخش بعد به آن پرداخته شده است. گامهای الگوریتم پیشنهادی در جدول ۱ آورده شده است.

## ۶- شبیه سازیها

مقدار واقعی بایاس شتاب سنجها و ژیروسکوپها به ترتیب $[\,250\mu g\ \ -200\ \mu g - 250\mu g]$ و $\left[\,2\ {}^{deg}/_{h}\ 1.5\ \ {}^{deg}/_{h}\ 2\ {}^{deg}/_{h}\right]$ هستند. بردار مشاهده شامل مقادبر معلوم طول و عرض جغرافیائی و ارتفاع، زوایای اولر و $v_n = v_e = v_d = 0$ است. نتایج تخمین بایاس سنسورها به روش سنتی و با استفاده از فیلتر کالمن توسعه یافته در جدول ۲ آورده شده است. با توجه

به این جدول، تخمین بایاس ژایروها، به خوبی انجام شده است ولی تخمین بایاس شتاب سنجها دقیق نمی باشد.

جدول ۱: روش پیشنهاد شده برای ترازبندی دقیق ایستا

۱. در گام نخست، بایاس سنسورها با استفاده از روابط زیر بدست می آیند:

$$b_a = C_n^b \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} - \hat{f}^b(t)$$
$$b_g = C_n^b \omega_{i|e}^n - \widehat{\omega}_{ib}^b(t)$$

و سپس میانگین بایاسها از نخستین داده تا داده کنونی تعیین می گردد:

$$\bar{b}_a = \frac{\sum_{i=1}^n b_{a_i}}{n}$$
$$\bar{b}_g = \frac{\sum_{i=1}^n b_{g_i}}{n}$$

۲. در گام دوم، خطاهای موقعیت، سرعت و وضعیت با استفاده از فیلتر کالمن توسعه یافته تخمین زده می شود. معادلات دینامیکی حالت خطا به صورت زیر است:

$$\begin{bmatrix} \delta\dot{V} \\ \dot{\epsilon} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{vv} & (f^n \times) \\ F_{ev} & -(\omega_{in}^n \times) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta V \\ \epsilon \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_b^n & 0_{3\times3} \\ 0_{3\times3} & -C_b^n \end{bmatrix} U(t) + \begin{bmatrix} C_b^n & 0_{3\times3} \\ 0_{3\times3} & -C_b^n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_a(t) \\ n_g(t) \end{bmatrix}$$

که در آن $U(t) = [\bar{b}_a \quad \bar{b}_g]^T$ و بردار مشاهدات شامل طول و عرض جغرافیائی و ارتفاع، زوایای اولر و بردار سرعت می باشد.

جدول ۲: تخمین بایاس سنسورها در روشهای سنتی

| تخمین بایاس ژیروسکوپها | تخمین بایاس شتاب سنج ها |
|---|---|
| $[1.9439 \;\; 1.5188 \; 2.5972]$ | $[506.7384 \; -220.5678 \; -247.6113]$ |

در ادامه، از روش پیشنهادی استفاده شده است که نتایج آن در جدول ۳ آورده شده است. جدول ۳ نشان می دهد که تخمین بایاس زیروسکوپها و شتاب سنجها به خوبی انجام شده است.

جدول ۳: تخمین بایاس سنسورها در روش پیشنهادی

| تخمین بایاس ژیروسکوپها | تخمین بایاس شتاب سنج ها |
|---|---|
| $[2.0003 \;\; 1.4999 \; 2.4994]$ | $[257 \; -228 \; -242]$ |

## ۶- نتیجه گیری

در این مقاله، روش جدیدی برای ترازی بندی دقیق ایستای سیستم ناوبری اینرسی اتصال به بدنه پیشنهاد و عملکرد آن با روش‌های مرسوم مقایسه گردیده است. فرض بر این است که جسم در حالت ایستا و موقعیت آن مشخص است. در روش پیشنهادی، بردار حالت خطا به دو بخش شامل بایاس سنسورها و خطاهای سرعت و وضعیت تقسیم بندی شده است. برای تخمین بخش اول از یک روش تحلیلی و برای تخمین بخش دوم از فیلتر کالمن توسعه یافته استفاده شده است. در روش پیشنهادی، تخمین بایاس شتاب سنجها و ژیروسکوپها به خوبی انجام شده است ولی در روش سنتی، تنها تخمین بایاس شتاب سنچها قابل قبول است.

## ۷- مراجع

[1] R.M. Rogers, "Applied mathematics in integrated navigation systems", American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2007.

[2] D. Titterton, J.L. Weston, J. Weston, "Strapdown inertial navigation technology", IET, 2004.

[3] L. Chang, J. Li, S. Chen, "Initial alignment by attitude estimation for strapdown inertial navigation systems", IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement2014.
[4] X. Wang, "Fast alignment and calibration algorithms for inertial navigation system", Aerospace Science and Technology, 2009.
[5] G. Cheng, S. Cao, L. Guo, W. Chen, "Initial alignment of Inertial Navigation System based on a predictive iterated Kalman filter", in: 2018 37th Chinese Control Conference (CCC), IEEE, 2018.
[6] X. Xu, J. Lu, T. Zhang, "A Fast-Initial Alignment Method With Angular Rate Aiding Based on Robust Kalman Filter", IEEE Access, 2019.
[7] H.R.; Xu, X.; Huang, L.; Zhao, "SINS/GNSS Polar Region Integrated Navigation Method based on Virtual Spherical Model", Navig. Position, 2021.
[8] Q. Chen, H. Lin, R. Guo, and X. Niu, "Rapid and accurate initial alignment of the low-cost MEMS IMU chip dedicated for tilted RTK receiver", GPS Solutions, 2020.
[9] Y. Wei, H. Li, and M. Lu, "Carrier Doppler-based initial alignment for MEMS IMU/GNSS integrated system under low satellite visibility", *GPS Solutions*, 2021.
[10] G. Cheng, S. Cao, L. Guo, W. Chen, "Initial alignment of Inertial Navigation System based on a predictive iterated Kalman filter", in 2018 37th Chinese Control Conference (CCC), IEEE, 2018.

[11] Q. Lin, H. Lin, J. Kuang, Y. Luo and X.Niu, "Rapid Initial Heading Alignment for MEMS Land Vehicular GNSS/INS Navigation System", IEEE , 2023.