

## نگرشی چند فراکتالی به زنجیره‌ی زمانی جریان سیلابی رود قره آغاج

محمد هادی فتاحی<sup>1\*</sup>، ناصر طالب بیدختی<sup>2</sup>، احسان نیکویی<sup>3</sup>

تاریخ دریافت: 90/7/29 تاریخ پذیرش: 91/1/28

### چکیده

همواره این سؤال که آیا رفتار فرآیند های طبیعی را در بی نظمتترین حالات خود می توان تحلیل کرد وجود داشته است. ماهیت انطباق پذیر روشهای غیر خطی بر طبیعت این فرایندها باعث گردیده است تا آنها را به کارآمدترین ابزار برای تحلیل رفتارهای طبیعت مبدل سازند. در این پژوهش در نگرشی چند فراکتالی به بررسی رفتار جریان رود در زمان سیلاب پرداخته ایم. روشی جدید برای تجزیه و تحلیل چند فراکتال جریان رود ارائه شده است. در این روش به جای استفاده از زنجیره ی اصلی جریان در تشکیل طیف لژاندر از ضرایب موجک آن استفاده می شود. کاربرد این روش در کنار حذف پراش از محتوای علامت جریان باعث گردیده تا تجزیه و تحلیل چند فراکتال جهت بررسی رفتار رود با کیفیت بسیار بالاتر نسبت به مطالعات پیشین انجام شود. 40 سال داده های مربوط به میانگین ماهانه بده ی رود قره آغاج در سه ایستگاه برای این تجزیه و تحلیل در نظر گرفته شده است. نتایج حاصل بر دو نکته تأکید دارند. اول آن که حذف پراش از محتوای علامت به طرز معناداری بر آشکار شدن الگو های چند فراکتال زنجیره های جریان اثر دارد. نتیجه ی مهمتر آن که رفتار جریان رود در بستر زمان اصولاً چند فراکتال است، اما بی نظمیهای موضعی مانند سیلاب باعث می گردند تا رود رفتاری تک فراکتال از خود بروز دهد، گویی که این تغییر رفتار، عکس العمل رود به تغییر شرایط پایدار خود می باشد.

**واژه های کلیدی:** تجزیه و تحلیل چند فراکتال، پراش، طیف تکینگی، طیف چند فراکتال، جریان رود.

<sup>1</sup>- استادیار گروه مهندسی عمران، دانشگاه آزاد اسلامی واحد مرودشت

<sup>2</sup>- استاد دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست دانشگاه شیراز

<sup>3</sup>- دانشجوی دکترای مهندسی عمران دانشگاه شیراز

\*-نویسنده مسئول: [Fattahi\\_mh@yahoo.com](mailto:Fattahi_mh@yahoo.com)

## مقدمه

از ویژگیهای بسیار مهم فرایندهای طبیعی شامل فرایندهای آبخش‌شناسی قابلیت ارائه و بررسی آنها به صورت زنجیره ی زمانی<sup>1</sup> می‌باشد. با تحلیل رفتار زنجیره های زمانی می‌توان به اطلاعات بسیار زیادی در خصوص الگوهای حاکم بر رفتار پدیده‌ها دست یافت. بده ی جریان رود از مهمترین زنجیره های زمانی در فرایندهای آبخش‌شناسی می‌باشد. رودها به عنوان یکی از منابع اصلی تأمین آب شرب، کشاورزی و صنعت دارای نقش محوری در توسعه ی پایدار یک کشور می‌باشند. فعالیتهای بسیاری همچون ساختن سدها و پلها، برنامه‌ریزی و مدیریت منابع آب، احداث تأسیسات و ... از مهمترین مواردی محسوب می‌شوند که تحت تأثیر مستقیم جریان رود قرار دارند، به همین دلیل، در اختیار داشتن ابزار ریاضی دقیق برای پیش‌بینی و تحلیل رفتار زنجیره های زمانی جریان رود در روند مطالعات آبخش‌شناسی از اهمیت زیادی برخوردار است.

در سالهای اخیر ابزارهای بسیاری برای بررسی رفتار زنجیره های زمانی و پیش‌بینی آنها معرفی گردیده اند. لزوم و اهمیت آگاه بودن از مقادیر و رفتارهای آتی فرایندهای آبخش‌شناسی باعث گردیده است تا روز به روز شاهد پیشرفت روشهای ارائه شده، و همچنین ظهور روشهای جدیدتر و تحول در روشهای تجزیه و تحلیل زنجیره های زمانی باشیم.

در کنار روشهای سنتی آماری پیش‌بینی و تحلیل زنجیره های زمانی، که کاربردهای فراوان و مؤثری در آبخش‌شناسی دارند، ظهور علوم جدید و روشهای نوین، پرتوهای روشنی را بر زوایایی از تحلیل زنجیره های زمانی افکنده است، که تاکنون چندان آشکار نبودند. علوم غیرخطی از آن جمله علمی هستند که با ورود به حیطه ی تحلیل زنجیره های زمانی، این حوضه را دچار تحول بنیادین کرده‌اند. ظهور و ورود نظریه‌هایی همچون نظریه ی آشوب و تجزیه و تحلیل فراکتال که به زعم بسیاری بعد از نسبیت و مکانیک کوانتم به عنوان مهمترین دستاورد علمی قرن بیستم شناخته می‌شود (سیواکومار، 2004؛ قربانی و همکاران، 2010) به حوزه ی تحلیل زنجیره های زمانی در کنار گسترش لحظه به لحظه روشهای غیرخطی شبیه سازی و مطالعه ی جریان از جمله روشهای متنوع هوش مصنوعی، منطق فازی، الگوریتمهای بهینه سازی غیر خطی و روشهای نظریه ی موجک، این شاخه از علوم را مجالی غیر قابل چشم‌پوشی برای محققین آبخش‌شناسی ساخته است.

واژه ی فراکتال برای اولین بار به وسیله ی مندلبرات (1967) از ریشه ی لاتین فراکتوس به معنای شکسته شده برای این علم جدید برگرفته شده است. مندلبرات در نظر داشت این مفهوم را القاء کند که فرایندهای زمانی، مکانی یا اجسامی که فراکتالی می باشند، ماهیتی پیوسته ولی غیر قابل تفکیک دارند، یعنی هر تلاشی برای تفکیک این اجسام

<sup>1</sup>. time series

ها، منجر به نتایج نادرست می‌گردد (گلیکمن و همکاران، 1990؛ دیمیتریو و همکاران، 2000). تاکنون کمتر تحقیق مستقلی در مورد چند فراکتالگی زنجیره‌های زمانی جریان رود انجام پذیرفته است. آنچه خصوصاً در تحقیقات چند فراکتال مورد نظر می‌باشد، بررسی نحوه‌ی تغییرات طیف چند فراکتالگی زنجیره‌ی زمانی پدیده‌ی مورد نظر در نقاط وقوع رویدادهای بزرگ آن زنجیره است. آنچه در این پژوهش از طرف محقق مورد توجه قرار گرفته است، در واقع بررسی میزان و نوع تغییرات طیف چند فراکتالگی زنجیره‌های زمانی جریان رود در زمان وقوع سیلابهای بزرگ است. در این راه و با استفاده از نظریه‌ی تجزیه و تحلیل موجک، روش جدیدی برای محاسبه طیف لژاندر چند فراکتالگی ارائه گردیده است.

در مطالعات محققین پیشین، اصولاً تمرکزی بر یافتن تغییر رفتار الگوی چند فراکتال جریان سیلابی رود دیده نمی‌شود، ولی از مهمترین تلاشها در به کارگیری تجزیه و تحلیل چند فراکتال در مورد جریان رود موارد زیر را می‌توان نام برد.

رادژیووسکی و همکاران (1997) زنجیره‌ی زمانی بده‌ی روزانه رود وارتا در لهستان را در یک بازه‌ی زمانی بلند 170 ساله مورد تجزیه و تحلیل فراکتال قرار دادند. ایشان ابتدا اثرات فصلی را از داده‌های خام حذف کرده و زنجیره‌ها را بهنجار کردند. بعد فراکتال زنجیره‌ی زمانی رود وارتا

به اجسام ریزتر به مشاهده همان ساختار و با وضوح بیشتر منجر می‌گردد، یعنی نوعی تکرارگونگی در یک یا چند واحد مشخص یا یک الگو که این تکرار منجر به تولید یک جسم یا پدیده‌ای پیچیده می‌شود.

آن گونه که گفته شد، فراکتال اشیاء یا فرایندهایی را در بر می‌گیرد که نوعی تکرار الگو در آنها به چشم می‌خورد. این تکرار می‌تواند قطعی یا تصادفی باشد. در صورتی که یک الگوی مشخص تکرار گردد شیء یا فرایند مورد نظر فراکتال بوده، و در صورتی که چند الگوی مختلف بر پدیده‌ی مورد نظر حاکم باشند، آن پدیده‌ی چند فراکتالی است. روش نو برای تحلیل چند فراکتال زنجیره‌های زمانی جریان رود با استفاده از تجزیه و تحلیل موجک بیان شده است. در همین راستا، فراسنجهایی برای بررسی تغییرات چند فراکتال طیفهای تکینگی، که از تحلیل چند فراکتال به دست می‌آیند، تعریف گردیده‌اند. با استفاده از این فراسنجهای همبستگی تغییرات چند فراکتال زنجیره‌ی زمانی بده‌ی رود در بازه‌هایی مشخص و متوالی بررسی شده، و الگوهای چند فراکتال حاکم بر آن استخراج گردیده‌اند. هدف از انجام این پژوهش بررسی رفتار چند فراکتالی زنجیره‌های زمانی جریان سیلابی رود می‌باشد.

تحقیقات اخیر بر محققین این نکته را ثابت کرده‌اند که بسیاری از پدیده‌های زمین فیزیکی طبیعتی چند فراکتال دارند، و تحلیل تک فراکتال زنجیره‌های زمانی این پدیده-

شامل تجزیه و تحلیل نوسانات غیرهمروند<sup>1</sup>، تجزیه و تحلیل موجک، و همچنین روش چند فراکتال DFA را به کار بردند. این روشها قابلیت تشخیص ویژگیهای غیرایستایی دادهها را در هر مقیاس زمانی دارند. نتایج ایشان نشان دادند که در بازههای بلند، شامل دامنههای چندین هفتهای، دادهها همبسته میباشند، و همبستگی با تابع  $C(s) \approx s^{-\gamma}$  تعریف میگردد که  $\gamma$  از رودی به رود دیگر تغییر می کند. از دیگر نتایج تحقیق ایشان وجود پدیده ی چند فراکتالی ضعیف دادهها در بازههای بلند بود.

افراد دیگری نیز از ابزار تجزیه و تحلیل فراکتالی برای تحلیل زنجیره های زمانی استفاده کرده اند. مثلاً شانگ و همکاران (2005) بار رسوب رود زرد چین را به صورت یک زنجیره ی زمانی با خصوصیات فراکتالی بررسی کرد، و یا موحد و همکاران (2008) در مورد بده ی جریان رود تجزیه و تحلیل فراکتالی انجام داده اند. کشاورزی و همکاران (2005) نیز اغتشاشهای جریان در نهر را به صورت زنجیره-ی زمانی معرفی کرده و نوعی تجزیه و تحلیل فراکتالی را جهت تعیین بعد فراکتال زنجیره های زمانی به کار بردند.

به وسیله ی روش جعبه ی شمارش محاسبه گردید. تغییرپذیری الگوی زنجیره زمانی بده ی رود در زمان با تعریف کردن پنجرههایی به طول 10 یا 30 سال مورد مطالعه قرار گرفت. ایشان خصوصیات طیفی زنجیره های زمانی جریان را در هر حالت مقایسه نموده، و همچنین رفتار fBm زنجیره را، که نمایانگر ویژگیهای فراکتال و همچنین ضریب هرست زنجیره می باشد بررسی کردند. تحقیق رادژیوویسکی و همکارانش به عنوان یکی از اولین تلاشها برای یافتن الگوهای فراکتال حاکم بر جریان رود مطرح گردید، و یافتههای جالبی را از رفتار پدیدههای غیرایستا، همچون بسیاری از فرآیندهای آشناسی آشکار ساخت.

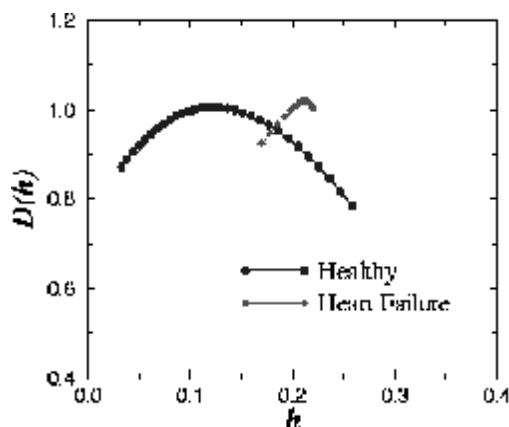
پاندی و همکاران (1998) از تجزیه و تحلیل چند فراکتالی برای تحلیل جریان 19 رود در حوضههای آبخیزی به مساحت 5 تا 1800000 کیلومترمربع در ایالات متحده استفاده کردند. این تحقیق نشان داد که جریان رود در بازه-های زمانی حداقل  $2^3$  تا  $2^{16}$  روز رفتار چند فراکتال دارند. کوشلنی بوند و همکاران (2006) همبستگی زمانی و خصوصیات چند فراکتالی بده ی رودهای بزرگ را از 41 ایستگاه آشناسی در سراسر جهان مورد بررسی قرار دادند. برای یافتن همبستگی بلندمدت و رفتار چند فراکتالی در حضور روند، ایشان چندین روش جدید تجزیه و تحلیل

1 detrended fluctuation method (DFA)

## مواد و روشها

به نوعی بی نظمی در عملکرد قلب منجر به بروز اختلال در رفتار چند فراکتال آن می گردد.

### تک فراکتالها در مقابل چند فراکتالها



شکل 1. نمودار بعد تعمیم یافته برای قلب سالم و بیمار (نوواک، 1998)

### تجزیه و تحلیل فراکتال زنجیره زمانی

هدف از تحلیل فراکتال زنجیره های زمانی، یافتن یک یا چند مورد از ویژگیهای زیر در آن زنجیره ی زمانی می- باشد: خاصیت خودشبهت، روابط توانی مقیاس و استقلال نسبت به تغییر مقیاس. روشهای تجزیه و تحلیل فراکتال متنوعند اما همگی وجه اشتراکی دارند و آن به کارگرفتن معادله ی 1 در شبیه برازش یافته برای تعیین ضریب مقیاس  $e$  از شیب نمودار لگاریتم ویژگی  $q$  به لگاریتم مقیاس  $s$  می باشد. اندیشه ی اصلی آن است که در پس نوسانات پیچیده و گاهی به ظاهر تصادفی یک زنجیره ی زمانی، ساز و کاری عمل می نماید که با تغییر مقیاس زمانی، عملکرد آن تغییر نخواهد کرد.

$$q = ps^e$$

1

در صورتی که تنها یک شاخص فراکتالی (برای مثال بعد فراکتالی) برای ساخت یک شیء فراکتالی<sup>1</sup> یا یک فرایند فراکتالی<sup>2</sup> کافی باشد آن شیء یا فرایند، تک فراکتالی، نام نهاده می شود، و در غیر این صورت آن شیء یا فرایند، چند فراکتالی می باشد. به عبارت دیگر، در قسمتهای مختلف شیء مورد نظر از بعد های فراکتالی متفاوتی برخوردارند. در دنیای واقعی کمتر می توان تک فراکتالها یا فراکتالهای قطعی را مشاهده نمود. بیشتر اشیاء از نوع چندفراکتال تصادفی می باشند. اگر یکی از فرایندهای طبیعی و برای مثال تپش قلب، در نظر گرفته شود، برای هر لحظه از زمان یک بعد فراکتالی عملکرد سامانه (قلب)، را توصیف می نماید. بعد تعمیم یافته<sup>3</sup> یا طیف چند فراکتالی<sup>4</sup>، ابزارهایی هستند که جهت توصیف پویایی فرایند به کارگرفته می شوند. هرگونه رفتار تک فراکتالی سامانه وانحراف از چند فراکتالگی می تواند به عنوان ابزاری برای تشخیص اغتشاش یا عیب در سامانه به کارگرفته شود. برای مثال، در شکل (1)، بعد تعمیم یافته برای قلب سالم و بیمار به تصویر کشیده شده است. همان گونه که مشخص است، قلب بیمار رفتار چند فراکتال از خود بروز نمی دهد و

1 fractal object  
2 fractal process  
3 Generalized Dimension  
4 multifractal spectrum

بررسی کرد ( بیسینگویت و همکاران، 1994؛ ایوانوف و همکاران، 1999). در این پژوهش تجزیه و تحلیل چند فراکتال را در مورد زنجیره های زمانی جریان رود انجام شده است.

یکی از پرکاربردترین ابزارها در این نوع تجزیه و تحلیل بعد تعمیم یافته، طیف تکینگی<sup>3</sup> که به طیف چند فراکتالگی نیز مشهور می باشد و نیز شدت تکینگی<sup>4</sup> می باشند.

اندیشه ی اصلی جهت ساختن این توابع برپایه ی بهره گیری بعد در هر مقطع به روش شمارش جعبه ای قرار دارد. روند محاسبه شاخصهای فوق الذکر به صورت زیر می باشد:

1- پوشاندن کل الگو با شبکه ای با اندازه ی واحد  $d$

2- محاسبه ی حجم اطلاعات در هر جعبه ( هرخانه  $i$  از شبکه) با استفاده از رابطه ی 2:

$$p_i(d) = d^{a_i} \quad 2$$

3- محاسبه ی بعد تعمیم یافته به وسیله ی رابطه ی 3:

$$D_q = \frac{1}{q-1} \lim_{d \rightarrow 0} \frac{\log \sum p_i^q(d)}{\log(d)} \quad 3$$

یک زنجیره ی زمانی را به صورت نمایش گسسته از  $x_i$  که در آن  $i = 1, 2, \dots, N$  تعریف می کنیم که نمایشگر تغییرات زمانی یک فرآیند یا علامت  $x(t)$  در بازه های یکسان زمانی  $\Delta t$  می باشد. طول یک زنجیره ی زمانی را معمولاً  $N$  در نظر می گیرند که باید متوجه اختلاف آن با تداوم زنجیره در زمان واقعی به صورت  $T = N\Delta t$  باشیم.

بسامد زنجیره نیز به صورت  $f_s = \frac{1}{\Delta t}$  می باشد. با این

تعاریف می توان نتیجه گرفت که یک زنجیره ی زمانی در واقع یک علامت عددی می باشد و از این رو تحلیل زنجیره های زمانی غالباً پردازش علامت عددی نیز نامیده می شود (ویتکانت، 1991). فواصل زمانی سنجش  $x$  غالباً یکسان و

یکنواخت است، که در آن صورت زنجیره را یک زنجیره ی هم فاصله<sup>1</sup> می نامند، و این در حالی است که روشهای تحلیلی برای تجزیه و تحلیل زنجیره های زمانی غیرهم فاصله<sup>2</sup> نیز وجود دارد. عبارت زنجیره ی زمانی فراکتال در پیشینه ی تحقیقات این موضوع دلالت بر یک علامت زمانی تک فراکتال یا فراکتال منفرد دارد. زنجیره های زمانی چند فراکتال غیرهمگن بوده و خاصیت خودشبهت را در بازه های موضعی از ساختار اصلی نشان می دهند، ضمن آن که مقیاس اندازه گیری فراکتال آنها با زمان تغییر می کند؛ بنابراین، می توان آنها را با مجموعه ای از فراکتالهای موضعی

3 Singularity Spectrum  
4 Singularity Intensity

1 equidistant  
2 none equidistant

$$a(q) = \lim_{d \rightarrow 0} \frac{\sum m_i(q, d) \log p_i^q(d)}{\log(d)} \quad 6$$

6- در بررسی چند فراکتالها پس از به دست آوردن طیف چند فراکتالگی، معمولا تغییرات آن در برابر تغییرات شدت تکینگی ترسیم می شود، و جهت بررسی خصوصیات هندسی شیء مورد نظر، یا خصوصیات فیزیکی فرآیند مورد بحث، استفاده می گردد.

یک روش جدید برای تهیه ی این طیف استفاده از ضرایب تبدیل موجک و تعیین طیف لژاندر می باشد که در حد به سوی طیف تکینگی میل می نماید. تبدیل پیوسته موجکی<sup>1</sup> (CWT) یک تابع مانند  $f$  یک تبدیل انتگرالی به شکل زیر است:

$$(w_y f)(a, b) = \int_R f(x) y_{a,b}(x) dx, \quad 7$$

که در آن  $a$  فراسنج مقیاس و  $b$  فراسنج انتقال می- باشد، که در واقع موقعیت موجک را نمایش می دهد.

$y_{a,b}(x)$  را به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$y_{a,b}(x) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} y\left(\frac{x-b}{a}\right) \quad 8$$

که در آن  $q$ ، به مبنا (پایه ی) محاسبه بعد تعمیم یافته مشهور می باشد، و از نظر ریاضیات مسأله ی انتخاب هر عدد دلخواه حقیقی به عنوان مبنا محاسبه بعد تعمیم یافته امکان پذیر است، ولی باید با توجه به فیزیک و طبیعت شبیه مقادیر مبنا مناسب را انتخاب نمود. برای استفاده از بعد تعمیم یافته معمولا بعد تعمیم یافته برای چند پایه ( $q$ ) متفاوت محاسبه و تغییرات بعد تعمیم یافته در مقابل تغییرات پایه ترسیم می گردد. مقادیر محور  $h$  در شکل مربوط به عملکرد قلب، شکل 2-12، همان مقادیر مبنا می باشند که در این رابطه با نماد  $q$ ، نمایش داده شده اند.

4- محاسبه ی فراسنج اندازه ی تعمیم یافته: تعیین این فراسنج جهت محاسبه ی طیف چند فراکتالگی ضروری است. این فراسنج به وسیله ی رابطه های 4 و 5 محاسبه می شود:

$$m(q, d) = \frac{p_i^q(d)}{\sum_i p_i^q(d)} \quad 4$$

$$f(a) = \lim_{d \rightarrow 0} \frac{\sum m_i(q, d) \log m_i(q, d)}{\log(d)} \quad 5$$

5- پس از آن شدت تکینگی طیف چند فراکتالگی به کمک رابطه ی 6 محاسبه می شود:

در این عبارتها  $z$ ، سطح اعمال تابع موجک،  $k$  محل اعمال آن می باشد.  $q$ ، همان پایه ی محاسبه ی بعد و عددی حقیقی است که می تواند مثبت یا منفی اختیار شود و  $d_{j,k}$  ها ضرایب به دست آمده از اعمال تابع موجک بر زنجیره ی زمانی مورد نظر می باشند.

سپس طیف لژاندر به کمک رابطه ی 13 به دست می آید. در عمل از این طیف به عنوان تقریبی از طیف تکینگی استفاده می شود:

$$f_L(a) = \inf_q \{ qa - T(q) \} \quad 13$$

با استفاده از این روابط، برنامه ی مورد نیاز جهت تعیین طیف چند-فراکتالی (طیف لژاندر) تحت نرم افزار MATLAB تهیه شد و برای تحلیل چند-فراکتالی زنجیره های زمانی جریان رود استفاده گردید. نتایج حاصل از این برنامه در بخش بعدی ارائه می گردند. اکنون مفهوم چند فراکتالی از دیدگاه این طیف مورد بحث قرار می گیرد.

زمانی که طیف چند-فراکتالی تهیه گردید، با بررسی دهانه ی این منحنی، و نیز زاویه ای که شیب قسمت چپ نمودار این طیف را تعریف می نماید، می توان به میزان نزدیک بودن فرایند به یک تک-فرکتال مطلوب یا یک چند-فرکتال مطلوب پی برد، این زاویه (زاویه ی مشخصه چند-فراکتالی)، در شکل 2 نشان داده شده است. هر اندازه این زاویه کمتر و دهانه ی منحنی بازتر

به این تبدیل پیوسته می گوئیم، زیرا که  $a$  و  $b$  اعداد واقعی هستند.

تبدیل گسسته ی موجکی<sup>1</sup> (DWT) که از معادله ی 7 گرفته شده و برای مقادیر گسسته  $a$  و  $b$  می باشد، زمان محاسبات را بطور قابل توجهی کاهش داده و ضمناً کارکرد ساده تری نیز دارد:

$$f(t) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} d_{j,k}^j y_{j,h}(t) \quad 9$$

که در آن ضرایب به صورت زیر مشخص می گردند:

$$d_k^j = \int_R f(t) y_{j,k}(t) dt \quad 10$$

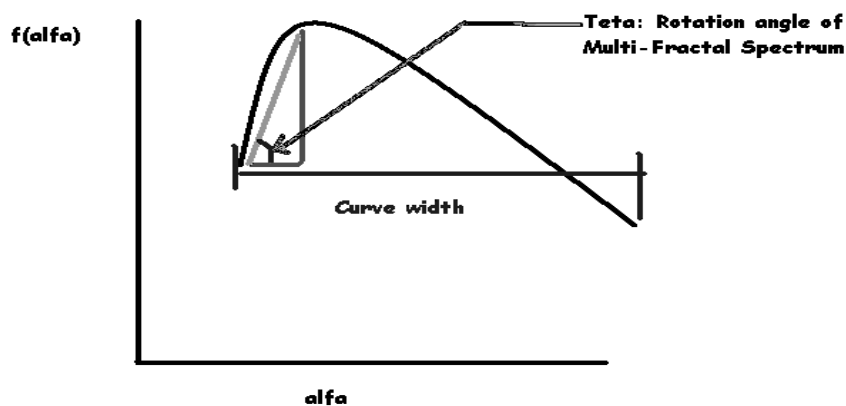
برای استفاده از ضرایب تبدیل موجک و تعیین طیف لژاندر ابتدا تابع  $T(q)$ ، به کمک ضرایب تبدیل موجک و به کمک رابطه ی 11، محاسبه می گردد. همچنین، شدت تکینگی نیز با کمک رابطه ی 8 با بهره جستن از ضرایب تبدیل موجک به دست می آید:

$$T(q) = \lim_{j \rightarrow -\infty} \log_2 E |d_{j,k}|^q \quad 11$$

$$a(t) = \lim_{k2^j \rightarrow t} \frac{1}{j} \log_2 |d_{j,k}| \quad 12$$



باشد، فرایند مورد نظر از درجه‌ی چندفراکتالگی بالاتری برخوردار است.



شکل 2. فراسنجهای تعریف کننده چند-فراکتالگی.

است و دارای پستی و بلندی نیمه مسطح و نیمه کوهستانی است و از نظر آب و هوایی در منطقه‌ای تقریباً گرم و خشک و با متوسط بارندگی سالانه کمتر از 200 میلیمتر واقع می‌باشد. از نظر موقعیت جغرافیایی این حوضه در جنوب استان فارس و شمال استان بوشهر واقع است. برای انجام این پژوهش زنجیره‌های زمانی جریان رود در سه ایستگاه ذکر شده به صورت ماهانه استفاده گردیده است. شکل 3 موقعیت حوضه‌ی آبخیز رود قره‌آجاج را نشان می‌دهد.

### معرفی حوضه‌ی آبخیز رود قره‌آجاج

حوضه‌ی آبخیز رود قره‌آجاج در استان فارس به عنوان مورد مطالعاتی در این پژوهش انتخاب شده است. داده‌های بده‌ی جریان ماهانه این حوضه به مدت 4 سال، از سال 1350 تا 1390 مورد استفاده قرار گرفته‌اند. این داده‌ها از سه ایستگاه آبسنجی بند بهمن، علی آباد و تنگ کارزین برداشته شده‌اند. پهنه‌ی آبخیز قره‌آجاج تا ایستگاه بند بهمن 1601 کیلومتر مربع، تا ایستگاه علی آباد 2631 کیلومتر مربع و تا ایستگاه تنگ کارزین 1375 کیلومتر مربع



شکل 3. موقعیت حوضه ی آبخیز رود قره آغاج.

در این مرحله از ضرایب موجک گسسته برای محاسبه تابع فرانسج مقیاس<sup>1</sup>،  $t(q)$ ، استفاده شده است. با توجه به آن که استفاده از زنجیره ی زمانی اصلی با داشتن محتوای نوفه ای ممکن است تا حد زیادی رفتار چند فراکتالگی فرآیند مورد نظر را تحت تأثیر خود قرار دهد، در ابتکاری تازه به جای زنجیره ی زمانی اصلی از ضرایب موجک گسسته (که طبق نتایج حاصله بهترین تبدیل موجکی برای کاهش محتوای نوفه ای به حساب می آید) استفاده گردیده است (فتاحی و همکاران، 2011). شدت تکینگی نیز با استفاده از ضرایب موجک گسسته محاسبه شده، و در نهایت طیف لژاندر تکینگی به عنوان تقریبی از طیف تکینگی محاسبه می گردد.

پس از به دست آوردن طیف چند فراکتالگی، که در واقع ترسیم طیف تکینگی،  $f(a)$ ، در برابر شدت تکینگی،  $a$ ، می باشد، با بررسی دهانه ی این منحنی، و نیز زاویه ای که

## نتایج

### نتایج تجزیه و تحلیل چند فراکتال زنجیره های زمانی

#### جریان رود

همان گونه که در نظریه ی تجزیه و تحلیل چند فراکتال اشاره گردید، در صورتی که بر پدیده ی فراکتالی بیش از یک الگو حاکم باشد، آن گاه آن پدیده چند فراکتال است. مهمترین ویژگی یک پدیده ی چند فراکتال را باید در طیف تکینگی آن جستجو کرد. در این تحقیق، برای محاسبه ی طیف تکینگی از روش جدیدی استفاده گردیده است. در واقع، پس از محاسبه بعد تعمیم یافته بر پایه ی بهره گیری از روش شمارش جعبه ای در هر بعد، سپس محاسبه ی فرانسج اندازه تعمیم یافته، شدت تکینگی طیف چند فراکتالگی محاسبه می شود، معادله ی 7. شدت تکینگی از آن رو مهم است که ترسیم آن در برابر طیف چند فراکتالگی می تواند خصوصیات چند فراکتالگی فرآیند را نمایان کند.

1 scaling parameter function

محدوده‌ی مشخص زمانی، و طول پنجره داده‌ای که تحلیل هر بار درون آن باید صورت بگیرد، تنها ورودیهای برنامه هستند. شکل 4 مشخصه‌ی نمایانگر چند فراکتالگی، یعنی زاویه‌ی مشخصه‌ی چند فراکتالگی، و باز شدگی منحنی به بزرگترین مقدار خود در این محدوده‌ی زمانی تقسیم و رسم شده‌اند. همچنین، بده‌ی سیلابهای به وقوع پیوسته در این محدوده‌ی زمانی نیز به بیشینه‌ی بده‌ی حادث شده در هر محدوده‌ی زمانی تقسیم شده، و تجزیه و تحلیل در کنار تغییر زاویه‌ی مشخصه ترسیم شده است. در نتیجه، می‌توان تغییرات چند فراکتالگی را به موازات بررسی رخدادهای بزرگ سیلاب در محدوده‌ی زمانی خاصی مطالعه کرد.

با بررسی سیلابهای بزرگ به وقوع پیوسته در حوضه‌ی آبخیز رود قره‌آغاج، پنج بازه‌ی زمانی مختلف به ترتیب از ماه 60 تا ماه 130، از ماه 160 تا ماه 200، از ماه 220 تا ماه 280، از ماه 270 تا ماه 310 و از ماه 310 تا ماه 340 انتخاب شده، و تغییرات طیف چند فراکتالگی در این پنج بازه بررسی گردیده‌اند. در شکل 5 نحوه‌ی نوسان طیف چند فراکتالگی با بزرگی سیلاب نشان داده شده است.

با بررسی نمودارهای ترسیم شده در این پنج بازه زمانی آشکارا می‌توان به تغییرات طیف چند فراکتالگی قبل از وقوع سیلابهای بزرگ اشاره کرد. در تمام بازه‌های یاد شده، و پیش از وقوع رویدادهای بزرگ سیلاب، طیف چند فراکتالگی به سمت تک فراکتالگی سوق پیدا می‌کند.

شیب قسمت چپ این نمودار را تعریف می‌نماید، می‌توان به میزان نزدیک بودن فرایند به یک تک فراکتال مطلوب و یا چند فراکتال مطلوب پی برد.

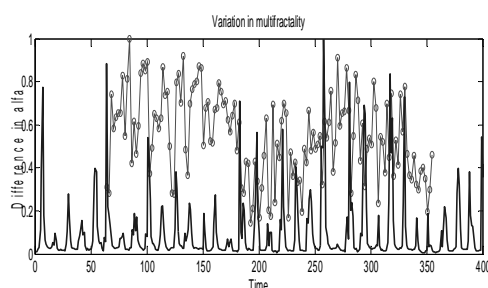
## الگوریتم تحلیل و نتایج حاصل از بررسی ویژگیهای

### چند فراکتالگی زنجیره‌های زمانی جریان رود

در این تحقیق ابتدا یک پنجره داده‌ای با طول مشخص در نظر گرفته می‌شود. این پنجره در طول زنجیره‌ی زمانی جریان رود شامل اختلاف دو سیلاب بزرگ حرکت می‌نماید. در هر مرحله، با اعمال تابع موجک بر داده‌های درون این پنجره، و با استفاده از روابط گفته شده‌ی پیشین، طیف چند فراکتالگی داده‌ها برای هر پنجره به دست می‌آید. سپس با اندازه‌گیری بازشدگی هر منحنی و زاویه‌ی قسمت سمت چپ، معیارهای چند فراکتالگی محاسبه می‌شوند. این اطلاعات بطور متوسط به ابتدا و انتهای پنجره منتسب می‌گردند. با این روش می‌توان به تحلیل چند فراکتالگی هر محدوده از اطلاعات سیلاب پرداخت.

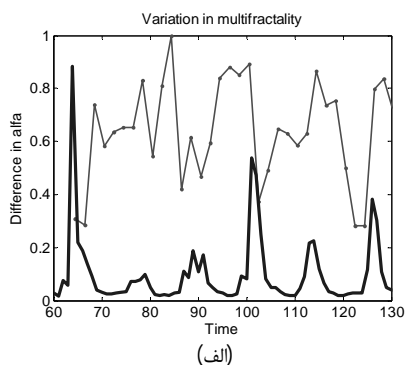
برای درک بهتر از تغییرات چند فراکتالگی زنجیره‌های زمانی جریان رود، نموداری به عنوان تغییرات چند فراکتالگی ابتدا در مورد کل بازه داده‌های مورد نظر (کل داده‌های ماهانه‌ی ایستگاه بند بهمن) اعمال می‌شود. در این نمودار تغییرات چند فراکتالگی و زنجیره‌ی زمانی جریان رود، حاوی رخدادهای سیلاب بزرگ بر روی همدیگر نمایش داده می‌شوند (شکل 4). در این روش زمان وقوع سیلاب در یک

طول دهانه ی این طیف نیز در این حالت قابل برشمردن است، که نشان از افزایش خواص چند فراکتالی دارد، در حالی که با استفاده از علامت اصلی در محاسبه ی تابع فراسنج مقیاس و شدت تکینگی



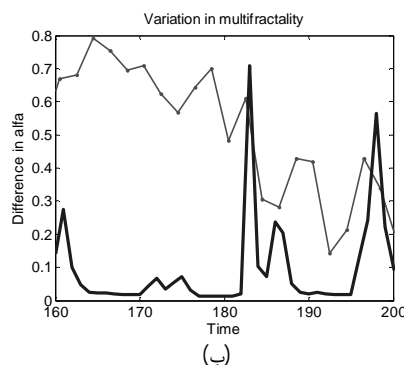
شکل 4: تغییرات زاویه ی مشخصه چند فراکتالی با زمان و بر روی نمودار زنجیره ی زمانی جریان در کل بازه ی 420 ماه

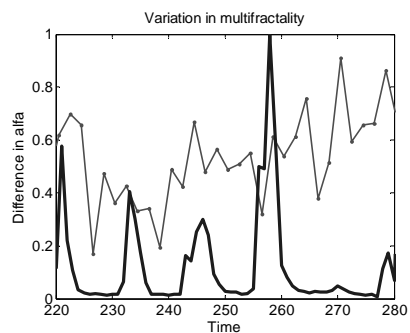
(معادلات 7 و 8)، اغتشاشی در تشکیل طیف تکینگی از یکسو، و کاهش حداکثر طول دهانه ی طیف تکینگی از سوی دیگر، نمایانگر کاهش ویژگیهای چند فراکتالی زنجیره ی زمانی می باشند.



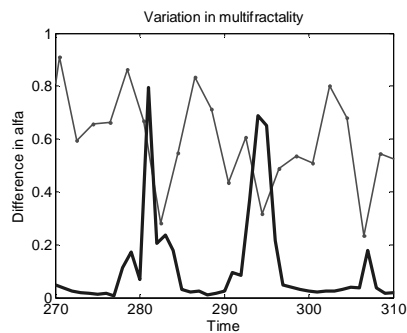
بررسیها نشان می دهند که این وضعیت ثابت باقی نخواهد ماند و پس از عبور اوج سیلاب مجدداً پدیده مزبور به سمت چند فراکتالی حرکت می کند، که این مورد را با افزایش در شیب نمودار قرمز رنگ در اشکال نشان داده شده می توان تعقیب کرد. شکل 6 این موضوع را به صورت برجسته تر نشان می دهد.

یکی دیگر از نتایج این قسمت به اثر محتوای نوفه ای بر طیف چند فراکتالی مربوط می شود. با مطالعه ی شکل 7 می توان دریافت که چگونه روش جدید در به کار گرفتن ضرایب تبدیل موجکی گسسته به جای علامت اصلی زنجیره ی زمانی جریان می تواند به آشکار شدن الگوهای چند فراکتالی آن کمک کند. همان گونه که از این شکل بر می آید، طیف تکینگی، که از بهترین ابزارهای بررسی چند فراکتالی فرآیندها به شمار می آید، در صورت استفاده از ضرایب موجکی گسسته به خوبی شکل می گیرد. افزایش حداکثر

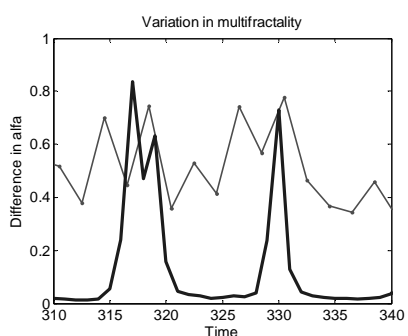




(ج)

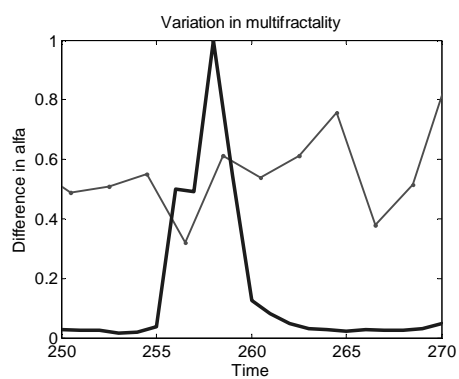


(د)

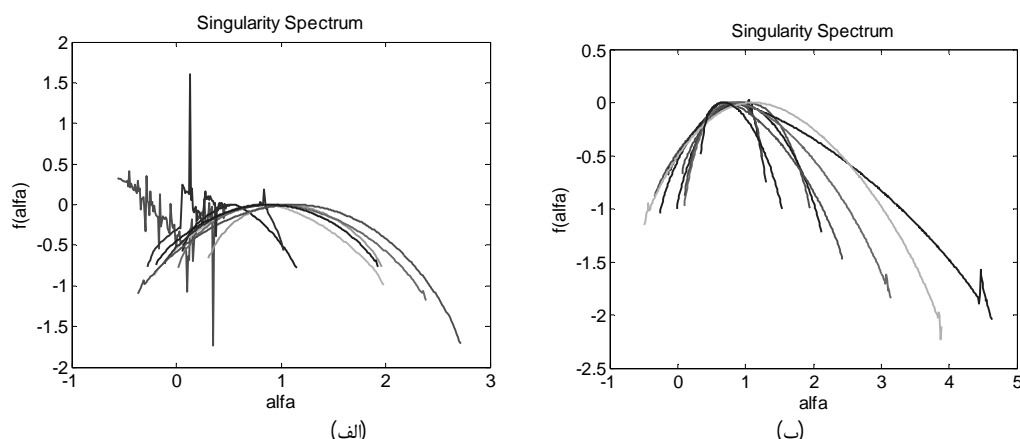


(ه)

شکل 5. نمودار مشخصه‌های چند فراکتالگی حاصل از تحلیل بازه‌های مختلف. (الف) بازه‌ی 70 تا 130 ماه؛ (ب) بازه‌ی 160 تا 200 ماه؛ (ج) بازه‌ی 220 تا 280 ماه؛ (د) بازه‌ی 270 تا 310 ماه؛ (ه) بازه‌ی 310 تا 340 ماه.



شکل 6. نمودار مشخصه چند فراکتالگی نمایانگر کاهش چند فراکتالگی زنجیره‌ی زمانی قبل و در زمان وقوع رویداد سیلاب، بازه‌ی 250-270 ماه



شکل 7: تأثیر به کار گرفتن ضرایب تبدیل موجکی گسسته به جای علامت اصلی زنجیره ی زمانی جریان در تشکیل طیف چند فراکتالی. (الف) طیف چند فراکتالی زنجیره های زمانی خام؛ (ب) طیف چند فراکتالی زنجیره های زمانی با حذف پراش

### نتیجه گیری

سیلاب بزرگ این رود بررسی گردیده است. هدف از انجام این مطالعه یافتن الگوی حاکم بر تغییرات چند فراکتالی در فرآیند جریان رود بوده است. مطالعات انجام شده در این بخش دو نتیجه ی کلی را حاصل می نماید: اولاً، این که تأثیر حذف محتوای نوفه ای و پردازش زنجیره های زمانی در تشکیل طیف تکینگی و افزایش خواص چند فراکتالی زنجیره های زمانی مشهود است. با توجه به شکل 7 می توان به تأثیر عملیات پردازش بر تشکیل طیف چند فراکتالی و افزایش خواص چند فراکتالی پی برد.

نتیجه ی دوم، که از یک تجزیه و تحلیل بازه به بازه چند فراکتال در فاصله ی هر دو سیلاب بزرگ رود قره آغاج به دست آمده است، مهمتر و جالب تر می باشد. بر اساس نتایج این تجزیه و تحلیل چند فراکتالی زنجیره ی زمانی جریان رود به هنگام نزدیک شدن به زمان وقوع یک سیلاب بزرگ، و گاهی در زمان وقوع سیلاب کاهش یافته و به سمت تک

در انجام این تحقیق، هدف بررسی میزان تغییرات طیف چند فراکتالی زنجیره های زمانی جریان رود در زمان وقایع بزرگ سیلاب می باشد. در این پژوهش محققان در تعیین طیف تکینگی که خود برای ایجاد طیف چند فراکتالی به کار برده می شود از ضرایب تبدیل موجکی گسسته، به جای استفاده از زنجیره زمانی اصلی، استفاده کرده اند. این روش را در محاسبه شدت تکینگی نیز به کار گرفته ایم. به این ترتیب و با به کار گرفتن ضرایب پردازش شده زنجیره ی زمانی کمک چشمگیری در ایجاد طیف چند فراکتالی می شود.

تجزیه و تحلیل چند فراکتال در مورد زنجیره های زمانی جریان رود و در جهت بررسی تغییرات طیف چند فراکتالی جریان رود به هنگام وقایع سیلاب، و در بازه های هر دو

- Nikooee. Fractal assessment of wavelet based techniques for improving the predictions of the artificial neural network. *Journal of Food, Agriculture & Environment*, Vol. 9 issue 1 (2011) 719-724.
3. M.B. Geilikman, T.V. Golubeva, V.B. Pisarnko. Multifractal patterns of seismicity. *Earth planet Sci. Lett.* 99 (1990) 127-132.
  4. M.A. Ghorbani, O. Kisi, M. Aalinejad. A probe into the chaotic nature of daily streamflow time series by correlation dimension and largest Lyapunov methods. *Applied Mathematical Modelling* 34 (2010) 4050-4057
  5. P. Ivanov, L. Amaral, A. Goldberger, S. Halvin, M. Rosenblum, Z. Struzik and H. Stanly. Multifractality in human heartbeat dynamics. *Nature* 6(1999) 461-465.
  6. A.R. Keshavarzi, A.N. Ziaei, E. Homayoun and A. Shiravani. Fractal-Markovian scaling of turbulent bursting process in open channel flow. *Chaos, Solitons & Fractals.* 25(2005) 307-3180.
  7. E. Koscielny- Bunde, J.W. Kantehardt, P. Braun, A. Bunde and S. Havlin. Long term persistence and multifractality of river runoff records. *Journal of Hydrology.* 322(2006) 120-137.
  8. B.B. Mandelbrot. How long is the coast of Britain? Statistical self-similarity and

فراکتال سوق پیدا می‌کند، و پس از گذشت واقعه سیلاب چند فراکتالگی مجدداً افزایش می‌یابد. با مطالعه‌ی شکل‌های 5 و 6 می‌توان نتایج حاصله را عیناً مشاهده نمود. نکته‌ی جالب آن که در خصوص تغییرات چند فراکتالگی فرآیند های طبیعی دیگر در زمان وقوع بی‌قاعدگی<sup>1</sup>، محققان سایر علوم نیز بعضاً نتایج مشابهی را تجربه کرده اند (نوواک، 1998)، گویی که اصولاً طبیعت رفتار فرآیند های این جهان چند فراکتال است، و صرفاً در زمان وقوع بی‌نظمی تک فراکتال می‌گردد. در صورتی که با انجام تحقیقات بیشتر، و خصوصاً در حوزه‌های مختلف علوم طبیعی صحت چنین ادعایی به اثبات برسد، می‌توان به گسترش الگوریتم‌های عیب‌یابی در هر سامانه‌ی طبیعی بر این اساس امید وار بود.

### سپاسگزاری

نویسندگان این مقاله از معاونت پژوهشی دانشگاه آزاد اسلامی، واحد مرودشت، که از انجام این پژوهش حمایت کرده است، قدردانی می‌نمایند.

### منابع

1. P.P. Dimitru, E.M. Scordilis, V.G. Karacostas. Multifractal analysis of Arena, Greece seismicity with potential implications for earthquake prediction. *Natural Hazard.* 21 (2000) 271-295.
2. M.H. Fattahi, N. Talebbeydokhti, G.R. Rakhshandehroo, A. Shamsai and E.

- fractional dimension Science, 156(1967) 636-638.
9. M.N. Novak. Emergent nature: patterns, growth and scaling in the sciences in fractals and beyond world scientific. 1998.
  10. G. Pandey, S. Lovejoy and D. Schertzer. Multifractal analysis of daily river flows including extremes for basins of five to two million square kilometers, one day to 75 days. Journal of Hydrology. 208(1998) 62-81.
  11. M. Rodziejewski and W. Kundzewicz. Fractal analysis of flow of Warta. Journal of Hydrology. 200(1997) 280-294.
  12. P. Shang and S. Kamea. Fractal nature of time series in the sediment transport phenomenon. Chaos, Solitons & Fractals. 26(2005) 997-1007.
  13. M.S. Movahed and E. Herminas. Fractal analysis of river flow fluctuations. Physica A. 387(2008) 915-932.
  14. B. Sivakumar. Chaos theory in geophysics: past, present and future. Chaos, Solitons & Fractals. 19(2004) 441-462.
  15. R. Weitkunat. Digital. Biosignal. Processing. Elsevier. Amsterdam. 1991.
  16. J. Bassingwaighte, L. Liebovitch and B. West. Fractal physiology. Oxford University press. New York. 1994.