



بررسی عملکرد چند روش حوزه فرکانس و حوزه زمان در محاسبه پارامترهای دینامیکی یک سازه سه طبقه به کمک آنالیز مودال عملیاتی

محسن مهدوی عادل^۱، حسام مکوندی^{۲*}

۱. گروه مهندسی مکانیک، واحد سوسنگرد، دانشگاه آزاد اسلامی، سوسنگرد، ایران

۲. گروه مهندسی مکانیک، واحد آبادان، دانشگاه آزاد اسلامی، آبادان، ایران

* نویسنده مسئول: hesam.makvandi@gmail.com

تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۰۲/۱۸ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۰۳/۲۶

چکیده

در این پژوهش، یک روش کاربردی برای یافتن پارامترهای مودال در سازه‌ها مورد بررسی قرار گرفته است. در ابتدا دو روش در حوزه فرکانسی به نام روش‌های تجزیه حوزه فرکانسی^۱ و تجزیه پیشرفته حوزه فرکانسی^۲ و یک روش در حوزه زمان به نام روش زیر فضای تصادفی^۳ تعریف گردیده است. به منظور بررسی دقت این روش‌ها در شناسایی پارامترهای مودال سازه‌های واقعی، از یک سازه سه طبقه مدل‌سازی شده در نرم‌افزار انسیس استفاده شده است. این سازه توسط نرم افزار انسیس مدل‌سازی شده و صحت عملکرد مدل با مقایسه نتایج تحلیل مودال سازه با نتایج آزمایشات تجربی مورد تایید قرار گرفت. پاسخ شتاب بدست آمده از مدل ایجاد شده به عنوان ورودی به روش‌های آنالیز مودال محیطی داده شد و پاسخ‌های آن با نتایج واقعی مقایسه گردیدند. مشاهده گردید که هر سه روش به خوبی فرکانس‌ها، شکل مودها و ضرایب میرایی سازه را تخمین می‌زنند. همچنین مشخص گردید که استفاده از روش زیر فضای تصادفی راحت‌تر می‌باشد، اما روش‌های تجزیه حوزه فرکانسی و تجزیه پیشرفته حوزه فرکانسی زمان حل کمتری دارند. همچنین مشخص گردید که روش تجزیه حوزه فرکانسی نسبت به روش تجزیه پیشرفته حوزه فرکانسی خطای کمتری دارد، اما در عین حال ناتوان از محاسبه ضرایب میرایی می‌باشد.

کلمات کلیدی: آنالیز مودال عملیاتی، روش تجزیه حوزه فرکانسی، روش تجزیه پیشرفته حوزه فرکانسی، روش زیر فضای تصادفی

مقدمه

تحلیل دینامیکی یکی از مهم‌ترین و پرکاربردترین ابزارهای مهندسی در طراحی، ساخت و نگهداری سازه‌ها می‌باشد، ولی معمولاً برای سازه‌های پیچیده جواب تحلیلی موجود نمی‌باشد. همچنین مدل‌های تقریبی عددی نظیر روش اجزا محدود، روش تفاضل محدود و کوادراتور دیفرانسیلی^۴ نیز با مشکلاتی مانند خطاهای حاصل از به‌کارگیری فرضیات نامناسب، خطا در مدل کردن جزئیات سازه‌های پیچیده و عدم اطلاع صحیح از خواص مواد مواجه هستند. از این رو روش‌های مبتنی بر آزمایش، ابزار مناسبی برای دستیابی به خواص دینامیکی سازه به شمار می‌روند. یکی از این روش‌ها که امروزه کاربرد بسیار زیادی در صنعت دارد، آنالیز مودال می‌باشد. آنالیز مودال، فرایند تعیین خواص ذاتی دینامیکی یک سیستم در قالب فرکانس‌های طبیعی، ضرایب میرایی و شکل مودها و بکارگیری آنها به منظور ایجاد مدل ریاضی از رفتار دینامیکی سیستم می‌باشد. در دو دهه اخیر کاربردهای بی‌شماری از آنالیز مودال در زمینه‌های مهندسی، علمی و صنعتی گزارش شده است. همچنین، انتظار می‌رود کاربردهای آنالیز مودال در سال‌های آینده گسترش فزاینده‌ای یابند.

¹ Frequency Domain Decomposition (FDD)

² Enhanced Frequency Domain Decomposition (EFDD)

³ Stochastic Subspace Identification (SSI)

⁴ Differential Quadrature Method (DQM)



روش‌های آنالیز مودال کلاسیک بر اندازه‌گیری ورودی/خروجی مبتنی بوده و با بکارگیری روش‌های شناسایی مدل، نظیر انتخاب قله و کمترین مربعات و غیره به استخراج پارامترهای مودال می‌پردازد. به طور کلی شناسایی پارامترهای مودال بر اساس داده‌های اندازه‌گیری شده ورودی و خروجی از راه توابع پاسخ فرکانسی^۱ در حوزه فرکانس یا توابع پاسخ ضربه‌ای^۲ در حوزه زمان انجام می‌شود. در سازه‌ها پاسخ دینامیکی (خروجی‌ها) به طور مستقیم از رکوردهای ثبت شده توسط حسگرهای نصب شده در نقاط مختلف سازه به دست می‌آید. در حالی که بدست آوردن مقدار ورودی یا تحریک در مورد سازه‌های واقعی در شرایط بهره‌برداری تا حدودی دشوار است. اگر چه با استفاده از تحریک‌های اجباری مانند لرزانندهای قوی و وزنه‌های سقوط کننده می‌توان رابطه‌ای بین خروجی و ورودی اعمال شده پیدا کرد، اما پیچیدگی‌های موجود در سازه‌ها و کیفیت داده‌های بدست آمده کاربرد این روش‌ها را بسیار محدود می‌کند. استفاده از روش‌های آنالیز مودال کلاسیک معمولاً با مشکلات اساسی همراه است. برای انجام آزمایش‌های ارتعاشی روی سازه‌های با مقیاس بزرگ و پیچیده، اتخاذ استراتژی خاص مورد نیاز است، چون استفاده از منابع تحریک مصنوعی مانند تکان دهنده‌ها اغلب غیر عملی و گران است. اغلب سازه‌هایی که در محیط پیرامون ما قرار دارند، نظیر ساختمان‌ها، پل‌ها، هواپیماها، قطارها و غیره تحت بارهای محیطی نظیر باد، تردد عابر پیاده، تردد خودرو، امواج صوتی و اغتشاشات متعدد می‌باشند. بنابراین ماهیت بارهای وارد شده به این سازه‌ها دقیقاً مشخص نیست و اندازه‌گیری آن‌ها نیز در اکثر مواقع غیر ممکن است. از طرفی برای تحریک سازه‌های بزرگ در آزمایش مودال کلاسیک، نیروی زیادی باید بکار گرفته شود تا تمامی شکل مودهای سازه در محدوده فرکانسی مد نظر تحریک گردد، که بکارگیری چنین نیروی بزرگی ممکن است موجب خرابی سازه و بروز رفتار غیرخطی شود. همچنین در محیط واقعی وجود نویزهای متعدد، خطای زیادی را در آزمایش ایجاد می‌کند.

به منظور رفع این مشکلات، محققان در سال‌های اخیر به ارایه روش‌های نوین آنالیز مودال بر مبنای اندازه‌گیری فقط پاسخ پرداخته‌اند. این روش‌ها، آنالیز مودال محیطی یا آنالیز مودال فقط پاسخ نامیده می‌شوند. از آنالیز مودال محیطی در سازه‌های مکانیکی بزرگ که امکان تحریک مصنوعی آنها میسر نبوده و سازه‌های در حال بهره‌برداری که امکان انتقال آنها به محیط آزمایشگاهی فراهم نیست، استفاده می‌شود. در این روش‌ها، سازه به صورت روش‌های آنالیز مودال کلاسیک تحریک نمی‌شود، بلکه توسط بارهای طبیعی تحریک می‌شود. با توجه به این که در آزمایش ارتعاش محیطی تنها پاسخ اندازه‌گیری می‌شود و بارگذاری سازه ناشناخته است، شناسایی پارامترهای مودال باید فقط بر اساس داده‌های خروجی انجام شود. در نتیجه به روش‌های ویژه‌ای نیاز است که شناسایی را با استفاده از داده‌هایی با دامنه بسیار کوچک و بدون داشتن اطلاعاتی از نیروی ورودی انجام دهد. در طی سال‌های گذشته روش‌های تجربی شناسایی پارامترهای مودال در مهندسی گسترش پیدا کرده است. از جمله می‌توان به روش جستجوی قله با استفاده از چگالی‌های طیفی توانی، روش آراما^۳ با استفاده از داده‌های گسسته در حوزه زمان، روش تحریک طبیعی و همچنین روش شناسایی زیر فضای تصادفی و روش‌های در حوزه فرکانس اشاره کرد. هدف از انجام این پژوهش یافتن پارامترهای مودال سیستم‌های مکانیکی توسط روش آنالیز مودال محیطی می‌باشد.

بندتل و همکاران [۱] با استفاده از داده‌های ارتعاشی محیطی و بکار بردن روش شناسایی قله داده‌های ارتعاشی را محاسبه کردند. در این روش نقاط حداکثر نسبی در نمودار توابع پاسخ فرکانسی را می‌توان تخمین قابل قبولی در فرکانس‌های طبیعی سازه در نظر گرفت. با توجه به آنکه در آزمایش ارتعاش محیطی نمی‌توان توابع پاسخ فرکانسی را بطور مستقیم محاسبه کرد، از چگالی طیفی توانی بدست آمده از داده‌های محیطی استفاده می‌شود. در این روش فرکانس‌های طبیعی سازه با استفاده از نمودار میانگین-

¹ Frequency Response Function (FRF)

² Impact Response Function (IRF)

³ ARAMA Method



گیری شده چگالی طیفی توانی به دست می‌آید، که آنرا می‌توان با تبدیل کردن داده‌های اندازه‌گیری شده از حوزه زمان به حوزه فرکانس و با استفاده از تبدیل گسسته فوریه بدست آورد.

برینکر و همکاران [۳ و ۲] یک روش غیر پارامتریک بنام روش تجزیه حوزه فرکانسی که شباهت بسیار زیادی به روش شناسایی موده‌های مختلط و انتخاب قله می‌باشد را معرفی نمودند. در این روش آنها ابتدا ماتریس چگالی طیف توانی پاسخ محاسبه شده را بدست آورده و سپس با استفاده از روش تجزیه مقادیر تکین^۱ مقادیر فرکانس‌های طبیعی، ضرایب میرایی و شکل مودها را بدست آوردند. پایین بودن حساسیت این روش نسبت به نویز و عوامل خارجی از ویژگی‌های این روش نسبت به روش‌های دیگر می‌باشد. آلن و همکاران [۴] روشی را ارائه کردند که می‌توان از آن برای شناسایی پارامترهای مودال سیستم‌های خطی و متناوب در زمان بهره برد که نیروی محرک آن غیر قابل اندازه‌گیری، تصادفی و با پهنای باند وسیعی باشد. آنها برای بررسی روش پیشنهادی خود، آن را بر روی یک توربین باد پیاده‌سازی نمودند. کمپالکا و همکاران [۵] به منظور بررسی دقت الگوریتم‌های شناسایی زیر فضا در تعیین آسیب و محل آن، داده‌های به‌دست آمده از مدل اجزاء محدود را با داده‌های حاصل از مدل‌سازی تجربی مقایسه نمودند. برای این کار، با استفاده از یک ابزار مخصوص ترکی^۲ را در یک تیر یک سر گیردار ایجاد کردند. آنها نشان دادند که الگوریتم شناسایی زیر فضا با استفاده مستقیم از داده‌ها قادر است وجود آسیب و محل آن‌ها را با دقت خوبی پیش‌بینی کند. دوهلر و همکاران [۶] به بررسی روش زیر فضای تصادفی در سازه‌های بزرگ پرداختند. آنها بیان کردند که برای بدست آوردن پارامترهای مودال یک سازه بزرگ باید از تعداد زیادی سنسور برای ثبت سیگنال ارتعاشی استفاده نمود، که این کار مستلزم صرف هزینه بسیار زیادی می‌باشد. بنابراین برای رفع این مشکل روش ترکیب کردن سنسورها توسط این محققین ابداع گشت. در این روش تعدادی از سنسورها بصورت مرجع در نظر گرفته می‌شوند. مکان این سنسورها در طول آزمایش ثابت می‌باشد. همچنین، بقیه سنسورها بصورت متحرک در نظر گرفته می‌شوند که در حین آزمایش مکان آنها تغییر می‌یابد. با بدست آوردن اطلاعات مربوط به این سنسورها و وارد کردن داده‌ها در الگوریتم این روش، می‌توان با تعداد محدودی از سنسورها پارامترهای مودال سازه بزرگ را یافت. پیمینتا و همکاران [۷] یک رویکرد تحلیل و ساده را به منظور مدل‌سازی حرکات فرکانس بسیار پایین یک سازه شناور، بر ویژگی‌های مودال مربوطه ارائه نمودند که در آن این اثرات به درستی مشخص گشته است. ایشان پس از شبیه‌سازی‌های عددی، از داده‌های تجربی یک توربین بادی شناور در مقیاس کامل را برای اولین بار به عنوان ورودی برای تحلیل مودال عملیاتی استفاده نمودند. ایشان موفق به ارائه راهکاری به منظور استفاده از این داده‌ها به منظور بررسی سلامت ساختاری این نوع سازه‌ها گشتند. مارتینو روسو و همکاران [۸] یک الگوریتم جدید برای شناسایی مودال تنها خروجی خودکار سازه‌های خطی تحت ارتعاشات محیطی، یعنی آنالیز مودال عملیاتی خودکار معرفی نمودند. این الگوریتم از الگوریتم زیرفضای تصادفی مبتنی بر کوواریانس برای شناسایی تنها خروجی پارامترهای مودال بهره‌برداری می‌کند و گردش کار آن از دو فاز اصلی تشکیل شده است. در ابتدا، نمونه‌های شبه تصادفی از پارامترهای کنترلی برای این الگوریتم تولید می‌شوند. هنگامی که الگوریتم برای هر نمونه انجام شد، نمودارهای تثبیت مربوطه به منظور تهیه یک پایگاه داده برای آموزش هسته هوشمند آنالیز مودال عملیاتی خودکار پردازش می‌شوند. این یک تکنیک یادگیری ماشینی (یعنی یک الگوریتم جنگل تصادفی) است که پیش‌بینی می‌کند کدام ترکیب از پارامترهای کنترلی برای الگوریتم زیرفضای تصادفی مبتنی بر کوواریانس قادر به ارائه تخمین‌های مودال خوبی است. پس از آن، نمونه‌های شبه تصادفی جدیدی از پارامترهای کنترلی برای الگوریتم زیرفضای تصادفی مبتنی بر کوواریانس به طور مکرر تولید می‌شوند تا زمانی که یک معیار همگرایی آماری به دست آید. اگر نمونه عمومی با هسته هوشمند روش آنالیز مودال عملیاتی خودکار به عنوان امکان‌پذیر طبقه‌بندی شود، الگوریتم زیرفضای تصادفی مبتنی بر کوواریانس انجام می‌شود. در نهایت، نتایج مودال پایدار از نمودارهای تثبیت استخراج شده و آمار مربوطه برای ارزیابی سطح عدم قطعیت به

¹ Singular Value Decomposition (SVD)

² Open Crack



دلیل تغییرپذیری پارامترهای کنترل محاسبه می‌شود. روش پیشنهادی آنالیز مودال عملیاتی خودکار برای شناسایی ویژگی‌های مودال برج الحمرا فردوس، ساختمانی نمادین با ارتفاع ۴۱۲/۶ متر واقع در شهر کویت استفاده شده است. نتایج نهایی به خوبی با یک مطالعه تجربی قبلی مطابقت دارد، و همچنین امکان شناسایی دو حالت ارتعاشی جدید از سازه وجود داشت. هراندز گونزالز و همکاران [۹] در راستای اتوماسیون فرآیند پایش وضعیت سازه‌ها، یک مدل جدید شبکه عصبی عمیق یادگیری چندوظیفه‌ای را معرفی نمودند که برای شناسایی مودال منبع کور سریع و خودکار ساختارها طراحی شده است. در این روش با کپسوله‌سازی اصول شناسایی منبع کور مرتبه دوم در معماری شبکه، مدل پیشنهادی می‌تواند اجزای مودال با ارزش پیچیده را که در داده‌های شتاب پاسخ خام ورودی پنهان شده است استخراج کند. ایشان اثربخشی رویکرد ارائه شده را از طریق سه مطالعه موردی (یک سیستم ثنوری میرا شده غیر متناسب، یک ساختار اسکلت فلزی آزمایشگاهی، و یک پل قوسی بتن مسلح واقعی) بررسی و تایید نمودند. نتایج بدست آمده قابلیت تکنیک پیشنهادی را برای انجام شناسایی مودال خودکار تقریباً لحظه‌ای با حداقل مداخله متخصص را نشان می‌دهد، که پتانسیل بالایی به عنوان یک تکنیک مقیاس‌پذیر برای نگهداری سلامت ساختاری سیستم‌های زیرساختی بزرگ دارد. لیو و همکاران [۱۰] یک روش بهبودیافته با خوشه‌بندی چند مرحله‌ای را برای اتوماسیون آنالیز مودال عملیاتی پیشنهاد نمودند. این روش چارچوب خوشه‌بندی پیشنهادی مزایایی نسبت به آنالیز مودال عملیاتی اتوماتیک سنتی با کاهش اتکا به تنظیمات آستانه در خوشه‌بندی سلسله مراتبی ارائه می‌دهد. شاخص ارزیابی مودال پیشنهادی می‌تواند برای حذف اثر سوگیری ذهنی به خوشه‌های ابعادی کوچک و برای ارزیابی اعتبار هر حالت نماینده شناسایی شده از خوشه استفاده گردد. ایشان با استفاده از روش ارائه شده و مجموعه داده‌های اندازه‌گیری شده عملکرد و اثربخشی این استراتژی اتوماسیون را بررسی و تایید نمودند.

در این مقاله از روش‌های مختلف فرکانسی و زمانی برای یافتن پارامترهای مودال استفاده خواهد شد و مقایسه‌ای بین این روش‌ها صورت می‌گیرد. همچنین، با بکارگیری از فیلتر کالمن اثرات نویز را در یافتن پاسخ‌های خروجی از سیستم کاهش خواهد یافت که باعث افزایش دقت در یافتن پارامترهای مودال می‌گردد.

ثنوری تحقیق

روش‌های آنالیز مودال محیطی در حالت کلی به دو دسته حوزه زمان و حوزه فرکانس تقسیم می‌شوند. در ادامه، ابتدا روش‌های موجود در حوزه فرکانس و سپس روش‌های موجود در حوزه زمان معرفی می‌شود.

الگوریتم شناسایی تجزیه حوزه فرکانسی

روش تجزیه حوزه فرکانسی بر اساس روش برداشت قله در تحلیل مودال کلاسیک برای تحلیل مودال محیطی پیشنهاد شده است. در این روش پارامترهای مودال سازه از تابع چگالی طیف بدست آمده از پاسخ سازه به تحریک نویز سفید استخراج می‌گردد. این روش برای سازه‌هایی با میرایی کم کارایی دارد. در این روش رابطه بین $[G_{xx}(w)]$ ، ماتریس اسپکترا و ورودی‌های $x(t)$ و $[G_{yy}(w)]$ ، ماتریس اسپکترا خروجی‌های $y(t)$ به صورت رابطه (۱) نوشته می‌شود.

$$[G_{yy}(\omega)] = [H(\omega)]^* [G_{xx}(\omega)] [H(\omega)]^T \quad (1)$$

بالانویس‌های T و x در رابطه (۱) به ترتیب نشان‌دهنده ترانپوز و مزدوج مختلط می‌باشند. $[H(\omega)]$ ماتریس تابع پاسخ فرکانسی می‌باشد که به شکل کسر جزئی بر حسب قطب و مانده به شکل رابطه (۲) نوشته می‌شود.

$$[H(\omega)] = \frac{[Y(\omega)]}{[X(\omega)]} = \sum_{k=1}^m \left(\frac{[R_k]}{j\omega - \lambda_k} + \frac{[R_k]^*}{j\omega - \lambda_k^*} \right) \quad (2)$$



R و / در رابطه (۲) به ترتیب مانده و قطب می‌باشد. از آنجا که ورودی به صورت تصادفی و با توزیع نویز سفید فرض شده، ماتریس اسپکترال ورودی به ماتریس ثابت مشابه رابطه (۳) خواهد بود.

$$\dot{G}_{xx}(w) = \text{Constant} \quad (3)$$

با جایگذاری روابط (۲) و (۳) در رابطه (۱) و با فرض کوچکی میرایی سازه، با انجام عملیات ریاضی در همسایگی مود غیر تکراری k -ام می‌توان نوشت:

$$[G_{yy}(w)] = \frac{d_k \psi_k \psi_k^T}{j\omega - \lambda_k} + \frac{d_k^* \psi_k^* \psi_k^{*T}}{j\omega - \lambda_k^*} \quad (4)$$

در جایگاه k شکل مود و d_k ضریب مقیاس مربوط به مود k -ام هستند. در صورتیکه خروجی به صورت ترکیب خطی شکل مودهای سیستم و با ضرایب مختصات مودال $q(t)$ نوشته شود:

$$y(t) = [\Phi]q(t) \quad (5)$$

می‌توان ماتریس اسپکترال را به شکل رابطه (۶) بدست آورد.

$$[G_{yy}(w)] = [\Phi][G_{qq}(w)][\Phi]^H \quad (6)$$

$[G_{qq}(w)]$ در این رابطه ماتریس اسپکترال مختصات مودال است. روش حوزه فرکانسی بر اساس تجزیه مقادیر منفرد ماتریس طیف چگالی توان خروجی بنا نهاده شده است:

$$[G_{yy}(w)] = [V][S][V]^H \quad (7)$$

در جایی که $[S]$ ماتریس قطری مقادیر منفرد و $[V]$ ماتریس متعامد یک بردارهای منفرد می‌باشد. با مقایسه رابطه (۷) با روابط (۴) و (۶) مشاهده می‌شود که در محدوده مود k -ام از ماتریس قطری $[G_{qq}(w)]$ است. لذا $S(w_1)$ اولین مقدار منفرد بدست آمده برای فرکانس w_1 ، در محدوده مود k -ام، مقدار تابع طیف چگالی توان سیستم یک درجه آزادی متناظر با آن مود در فرکانس w_1 است. پارامترهای مودال از طریق روش برداشت قله استخراج می‌شود و $V(w_1)$ ، اولین ستون $[V]$ در فرکانس w_1 نیز تخمینی از شکل مود k -ام است. در روش تجزیه حوزه فرکانسی چنانچه یک قله در مقادیر منفرد دیگر نیز تکرار شده باشد، آن قله ناشی از تحریک هارمونیک تشخیص داده می‌شود و پارامترهای مودال برای آن از قله استخراج نمی‌شود.

الگوریتم شناسایی تجزیه پیشرفته حوزه فرکانسی

در روش تجزیه پیشرفته حوزه فرکانسی بخشی از تابع $S(w)$ در محدوده یک مود که در آن مقدار معیار تضمین مود بین اولین بردار منفرد در فرکانس‌های مختلف با بردار منفرد متناظر با فرکانس قله مود مورد بررسی بالاتر از حد مشخصی باشد جدا شده و پس از صفر کردن بقیه مقادیر، $S_k(w)$ ، تابع طیف چگالی توان یک درجه آزادی مود k -ام به دست می‌آید. $S_k(w)$ از طریق تبدیل عکس فوریه مجزا به حوزه زمان برده می‌شود و τ_k ، تابع همبستگی یک درجه آزادی آن مود، محاسبه می‌شود. سپس فرکانس طبیعی و نسبت میرایی از طریق گذر از صفر و کاهش لگاریتمی تابع زمانی حاصل استخراج می‌شود. شکل مود نیز به صورت جمع وزن دار بردارهای منفرد حاصل از فرکانس‌های مختلف محدوده انتخابی در نظر گرفته می‌شود:



$$\Phi_W = \sum_l V(\omega_l) S_k(\omega_l) \quad (8)$$

در این روش قله‌هایی که ناشی از تحریک هارمونیک تشخیص داده شده باشند، قبل از انجام تبدیل عکس فوریه مجزا از طریق میان یابی خطی از تابع $S(\omega)$ حذف می‌شوند و بردارهای منفرد متناظر با آن فرکانس‌ها نیز در جمع معادله (۸) وارد نمی‌شوند.

شناسایی زیر فضای تصادفی

در حالی که روش‌های قبلی در حوزه‌ی فرکانس محسوب می‌شدند، الگوریتم زیر فضای تصادفی روشی است که بطور مستقیم در حوزه زمان کار می‌کند. در سال ۱۹۹۰ روش جدیدی در شناسایی سیستم‌های فضای حالت بر اساس زیر بازه‌ها گسترش پیدا کرد که بوسیله آن می‌شود یک مدل عددی از فضای حالت را بر مبنای داده‌های حاصل از اندازه‌گیری خروجی یک سیستم دینامیکی پیچیده به دست آورد. از روش‌های شناسایی زیر فضا می‌توان در مواردی که سیگنال ورودی قطعی، تصادفی و یا ترکیبی از آنها باشد استفاده کرد. آنچه در ادامه خواهد آمد تئوری این روش‌ها در شناسایی سیستم‌هایی است که سیگنال ورودی آن‌ها تصادفی باشد، درست مانند روش تجزیه حوزه فرکانسی، که ورودی‌ها نیز نامعلوم بوده و فرض می‌شود که از اغتشاش سفید تشکیل شده باشند. به طور خاص تر فرض می‌شود که اغتشاش سفید با توزیع گوسین و میانگین صفر باشد. برخی از خصوصیات اغتشاش سفید با توزیع گوسین در ادامه آمده است:

- ۱- اغتشاش سفید توان یکسانی در تمام فرکانس‌ها دارد. به این معنی که چگالی طیف توانی مربوط به ورودی برای تمام فرکانس‌ها ثابت است. از این خاصیت در روش تجزیه حوزه فرکانسی نیز استفاده می‌شود.
- ۲- سفید به معنی ناهمبسته بودن در زمان است به عبارت دیگر اگر مقدار سیگنال اغتشاش در یک زمان خاص معلوم باشد، نمی‌توان با این اطلاعات مقدار آن را در هر زمان دیگر پیش‌بینی کرد. یکنواختی نمودار چگالی طیف توانی اثر مستقیم این خاصیت است.
- ۳- گوسین بازگو کننده این حقیقت است که مقدار سیگنال در هر زمان مشخص، از تابع چگالی احتمال با توزیع نرمال پیروی می‌کند که به عنوان توزیع گوسین نیز شناخته می‌شود.

الگوریتم شناسایی زیر فضای تصادفی

مدل دینامیکی یک سازه را می‌توان با مجموعه‌ای از معادلات دیفرانسیل خطی درجه دوم با ضرایب ثابت بیان کرد:

$$M\ddot{y}(t) + D\dot{y}(t) + Ky(t) = f(t) \quad (9)$$

در معادله (۹) M ، D و K به ترتیب ماتریس‌های جرم، میرایی و سختی سازه هستند، بردار $y(t)$ بردار تغییر مکان در کلیه درجات آزادی سازه و $f(t)$ بردار نیروهای ورودی سازه است. معادله (۱۰) را به روش‌های مختلف می‌توان به صورت سیستمی از معادلات دیفرانسیل درجه اول بازنویسی کرد. یکی از روش‌های معمول استفاده از فضای حالت است:

$$\dot{x}(t) = A_c x(t) + B_c f(t) \quad (10)$$

در رابطه (۱۰) بردار حالت برابر است با $\begin{bmatrix} y(t) \\ \dot{y}(t) \end{bmatrix}$ و ماتریس حالت A_c و ماتریس ضرایب تاثیر B_c سیستم کنترل بصورت رابطه (۱۱) تعریف می‌شوند:

$$(a): A_c = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}D \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$(b): B_c = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1} \end{bmatrix}$$



به همین ترتیب بردار خروجی مورد نظر $(y(t))$ را می‌توان بصورت ترکیب خطی از حالت‌های سیستم بیان کرد:

$$y(t) = Cx(t) + Pf(t) \quad (۱۲)$$

در معادله (۱۲)، C ماتریس ضرایب تاثیر خروجی واقعی (ارتباط دهنده فضای حالت و بردارهای خروجی سیستم است) و D ماتریس ضرایب تاثیر کنترل خروجی است. اگر ابعاد ماتریس A_c ، و $n \times n$ ابعاد بردار حالت $x(t)$ باشد، تعداد $\frac{n}{2}$ مود قابل مشاهده است. n را ابعاد فضای حالت گویند. هدف روش شناسایی سیستم، تخمین زدن ماتریس A_c و C است، چرا که از طریق آن‌ها می‌توان پارامترهای مودال را محاسبه کرد.

تفاوت بین حالت‌های سیستم و خروجی‌های اندازه‌گیری شده، اغتشاشات مربوط به اندازه‌گیری هستند که با $v(t)$ نمایش داده می‌شوند. همچنین جمله مربوط به ورودی $B_c(f(t))$ ، که متشکل از مقادیر تحریک قطعی و تصادفی است با یک بردار ورودی تصادفی خالص $w(t)$ جایگزین می‌گردد که به آن اغتشاش ناشی از پردازش گویند. هر دو اغتشاش ناشی از اندازه‌گیری و پردازش از جنس بردارهای اغتشاش سفید گوسین و با میانگین صفر هستند.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_c x(t) + w(t) \\ y(t) &= Cx(t) + v(t) \end{aligned} \quad (۱۳)$$

اغتشاش سفید توان یکسانی در تمام فرکانس‌ها دارد. به این معنی که چگالی طیف توانی مربوط به ورودی برای تمام فرکانس‌ها ثابت است. رابطه (۱۳) معادلات سیستم پیوسته را بیان می‌کنند. از آنجا که داده‌های اندازه‌گیری به صورت گسسته در زمان هستند، معادلات سیستم نیز باید بصورت گسسته در رابطه (۱۴) بیان شوند.

$$\begin{aligned} x_{t+1} &= A_d x_t + w_t \\ y_t &= Cx_t + v_t \end{aligned} \quad (۱۴)$$

ماتریس سیستم مربوط به مدل گسسته A_d با ماتریس سیستم مربوط به مدل پیوسته A_c از طریق رابطه زیر به هم مرتبط هستند.

$$A_d = e^{A_c \Delta t} \quad (۱۵)$$

ایده روش‌های شناسایی سیستم، تخمین حالت‌های سیستم از داده‌های اندازه‌گیری شده و سپس تخمین ماتریس‌های سیستم با استفاده روش رگرسیون خطی است.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \hat{x}_{i+1} & \hat{x}_{i+2} & \dots & \hat{x}_{i+j} \\ y_i & y_{i+1} & \dots & y_{i+j} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_d \\ C \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \hat{x}_i & \hat{x}_{i+1} & \dots & \hat{x}_{i+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \rho_w \\ \rho_v \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (۱۶)$$

علامت $(\hat{\bullet})$ روی حالت‌های سیستم بیان می‌کند که آنها تخمینی از حالت‌های واقعی سیستم هستند. ρ_w و ρ_v باقی‌مانده‌های رگرسیون هستند. این باقی‌مانده‌ها باید در طی تحلیل رگرسیون کمینه شوند. برای بدست آوردن پارامترهای مودال نیازی به استفاده از الگوریتم تبدیل سریع فوریه^۱ برای انتقال سیگنال به حوزه فرکانس نبوده و از داده‌های به دست آمده به طور مستقیم استفاده می‌شود. به همین خاطر است که الگوریتم زیر فضای تصادفی روشی در حوزه زمان به حساب می‌آید. عدم نیاز به انتقال داده‌ها از حوزه زمان علاوه بر آنکه موجب حذف کامل خطای نشت در داده‌ها شده، تغییرات ایجاد شده در ماتریس سختی (که در اثر استفاده

^۱ Fast Fourier Transform (FFT)

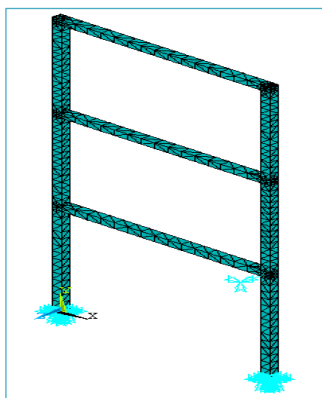


از تابع پنجره بوجود می‌آید) را نیز از بین می‌برد. اما باید در نظر داشت که الگوریتم‌های موجود در حوزه‌ی زمان نیازمند حجم زیادی از داده‌های اندازه‌گیری بوده و لذا روش‌های زمان‌بر محسوب می‌شوند.

نتایج

مدلسازی اجزا محدود

اولین قدم برای تحلیل اجزای محدود، مدل‌سازی سازه در محیط نرم افزار انسیس می‌باشد. برای این منظور ابتدا اندازه‌گیری ابعادی دقیق از سازه انجام شد و سپس مدل سازه در نرم‌افزار ساخته شد. همچنین، برای مدل‌سازی از المان سالیید ۱۸۶^۱ استفاده شده است. شکل (۱) مدل ساخته شده از سازه را در محیط این نرم‌افزار را نشان می‌دهد. نکته مهم بعدی مدل‌سازی تکیه‌گاه‌های سازه می‌باشد. تیرهای عمودی از انتها به یک میله صلب جوش داده شده‌اند. این میله صلب حرکت میله‌های عمودی را در سه جهت x ، y و z محدود کرده و اجازه دوران را نیز از سازه سلب می‌کند. در نتیجه برای مدل‌سازی تکیه‌گاه تمامی این شرایط لحاظ می‌گردد. همچنین، برای مدل سازه استینگر از یک فنر خطی در محل تحریک سازه استفاده می‌شود. استینگر باعث ایجاد یک سختی اضافی به سیستم می‌شود و این سختی باعث تغییر در فرکانس‌های سازه می‌گردد. در نتیجه، بهترین روش برای مدل کردن استینگر استفاده از فنر خطی می‌باشد. برای مدل‌سازی فنر خطی در نرم‌افزار از المان کامبینشن ۱۴^۲ استفاده گردید. این المان قابلیت مدل‌سازی فنر و دمپر را در این نرم‌افزار دارد. نمای کلی سازه شامل مدل فیزیکی، تکیه‌گاه‌ها و فنر خطی در شکل (۲) نشان داده شده است.



شکل ۲: مدل‌سازی کامل سازه



شکل ۱: مدل‌سازی سازه در نرم‌افزار

قبل از اینکه مدل سازه در نرم‌افزار تحت بارگذاری قرار گیرد باید از صحت مدل‌سازی اطمینان حاصل شود. برای این منظور فرکانس‌های طبیعی سازه را از دو روش اجزا محدود و روش تجربی محاسبه و با یکدیگر مقایسه می‌شوند. به‌منظور بدست آوردن فرکانس‌ها در روش اجزا محدود از آنالیز مودال استفاده می‌گردد. این آنالیز قابلیت محاسبه پارامترهای مودال سیستم شامل، فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای سیستم را دارد. فرکانس‌های طبیعی بدست آمده از نرم‌افزار در جدول (۱) آمده است. به منظور اندازه‌گیری فرکانس‌های طبیعی، سازه با ضربه چکش^۳ تحریک می‌شود. ارتعاش ایجاد شده توسط شتاب‌سنجی^۴ که در محل مناسبی از سازه نصب شده اندازه‌گیری می‌گردد. به منظور تبدیل ارتعاش اندازه‌گیری شده از حوزه زمان به حوزه فرکانس،

¹ Solid 186

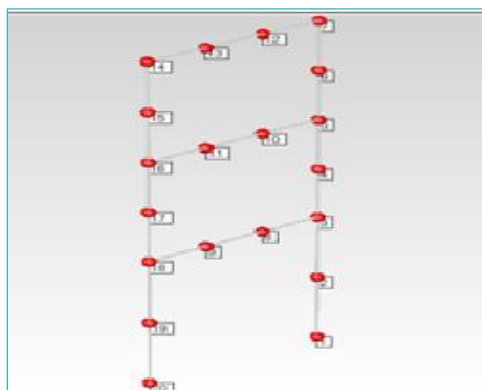
² Combination 14

³ Hammer (Global Test Type AU02)

⁴ Accelerometer (DJB Type)

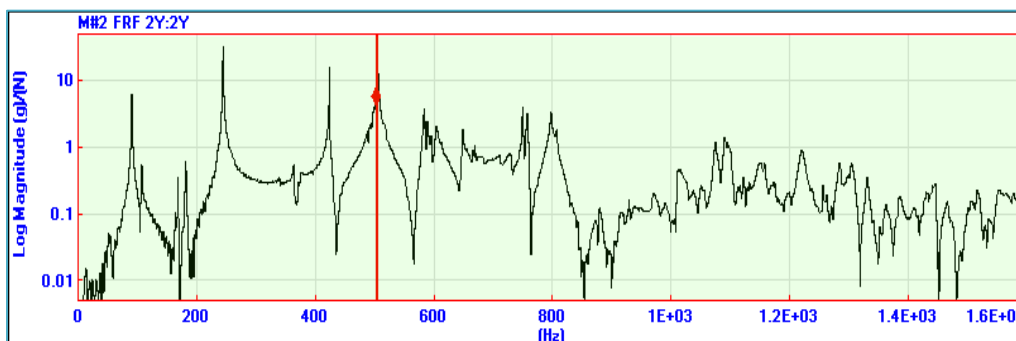


سیگنال خروجی از حسگر شتاب‌سنج به دستگاه تحلیل‌گر سیگنال^۱ منتقل می‌شود. در این دستگاه، تبدیل فوریه سریع بر روی پاسخ زمانی انجام شده و خروجی آن در حوزه‌ی فرکانس را می‌توان به کمک نرم‌افزار پالس^۲ مشاهده نمود. سپس، پاسخ فرکانسی و مدل ساخته شده توسط این نرم‌افزار وارد نرم‌افزار MeScope شده و از روی نمودار فرکانسی می‌توان فرکانس‌های طبیعی، شکل مودها و ضرایب میرایی سازه را محاسبه نمود. فرکانس‌های محاسبه شده توسط روش تجربی در جدول (۱) آمده است. مدل سازه در این نرم‌افزار در شکل (۳) آمده است. نقاط برجسته در شکل (۳) محل ضربه‌های چکش برای اندازه‌گیری پاسخ فرکانسی می‌باشند.



شکل ۳: مدل سیستم در نرم‌افزار Mescope

شکل (۴) پاسخ فرکانسی سازه می‌باشد که توسط این نرم‌افزار محاسبه شده است. با توجه به بیشینه بودن دامنه ارتعاش سیستم‌ها در فرکانس‌های طبیعی آن‌ها، فرکانس‌های متناظر با دامنه بیشینه، فرکانس‌های طبیعی سازه خواهند بود.



شکل ۴: پاسخ فرکانسی در نرم‌افزار Mescope

جدول ۱: فرکانس‌های اجزا محدود و تجربی بر حسب (rad/sec)

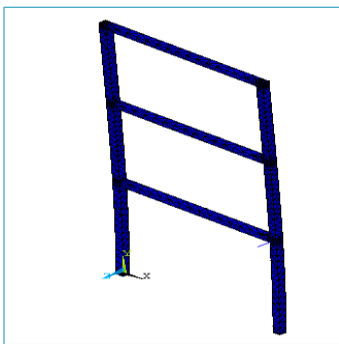
فرکانس	اول	دوم	سوم	چهارم	پنجم	ششم	هفتم
روش اجزا محدود	۹۸/۰۸	۳۴۵/۷۱	۵۸۶/۸۵	۱۰۵۲/۷۱	۱۵۲۹/۶۴	۲۳۴۹/۲۵	۲۵۴۴/۱۲
تجربی	۹۷/۰۶	۳۴۴/۱۲	۵۸۵/۱۸	۱۰۵۷/۱۲	۱۵۴۰/۱۹	۲۳۷۸/۳۶	۲۵۹۷/۳۴

^۱ Signal Analyzer (B&K Type 3032A)

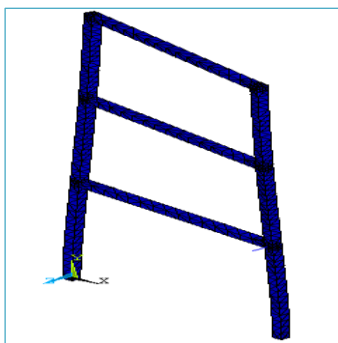
^۲ Pulse



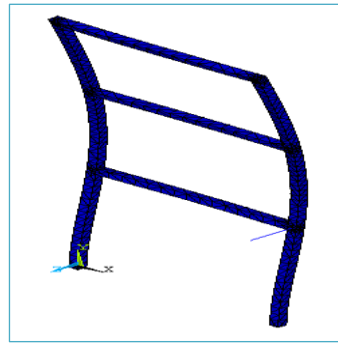
خطای نسبی دارای مقدار قابل قبولی می‌باشد. بیشترین خطا $2/31$ درصد بوده که مربوط به فرکانس ششم می‌باشد. شکل (۵)، پنج شکل مود اول بدست آمده از سازه را با استفاده از روش اجزا محدود نشان می‌دهد.



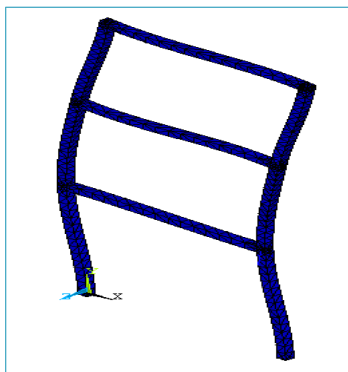
شکل مود اول



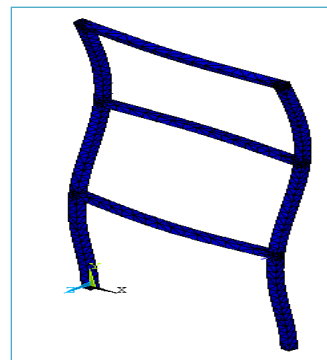
شکل مود دوم



شکل مود سوم



شکل مود چهارم

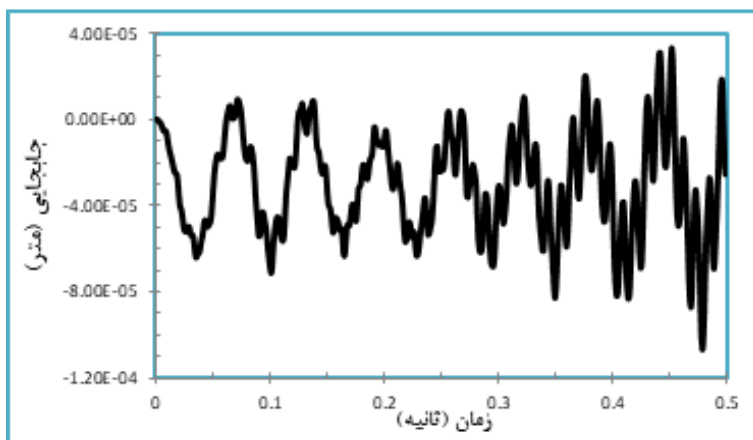


شکل مود پنجم

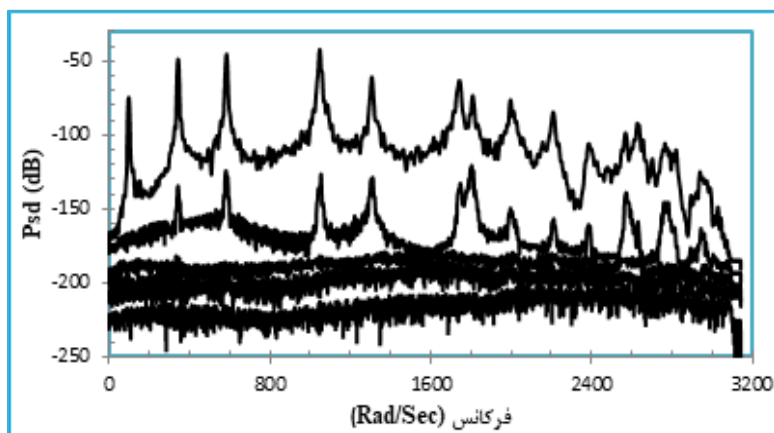
شکل ۵: پنج شکل مود اول سازه

بعد از حصول اطمینان از صحت مدل اجزا محدود، سازه مدل شده توسط نرم‌افزار اجزا محدود تحریک می‌گردد. همانگونه که در بخش قبل بیان گشت، سازه توسط لرزاننده تحریک می‌شود. تحریک توسط لرزاننده شامل یک جابجایی تصادفی می‌باشد که توسط استیپنر به سازه منتقل می‌گردد. بدین منظور برای مدل‌سازی این تحریک در نرم‌افزار از حل گذرا استفاده می‌شود. برای این منظور ورودی تصادفی با دامنه ۵ میلی‌متر به سازه از طرف فنر اعمال شده و بعد از ۵۰۰۰ بار نوسان پاسخ‌های شتاب سازه قابل اندازه‌گیری می‌باشد. لازم به تذکر است که در این حل قید جابجایی فنر در جهت z آزاد شده است. شکل (۶) دامنه جابجایی یکی از گره‌های سازه را نشان می‌دهد که حاکی از جابجایی تصادفی سازه نسبت به ورودی تصادفی می‌باشد. سپس، پاسخ شتاب چند گره از سازه انتخاب شده و به عنوان ورودی به الگوریتم‌های زیر فضای تصادفی و تجزیه حوزه فرکانسی و تجزیه پیشرفته حوزه فرکانسی داده می‌شود تا بتوان پارامترهای مودال آنها محاسبه شوند.

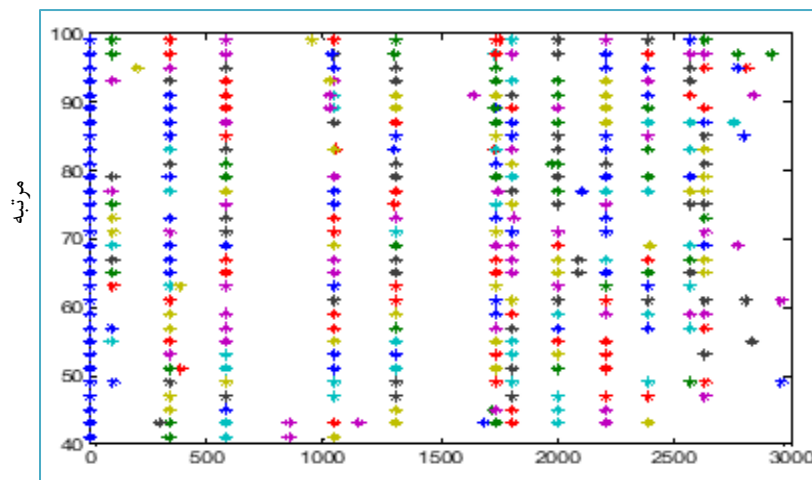
محاسبه شتاب در تمام گره‌های سازه یکی از ویژگی‌های حل گذرای نرم‌افزار انسیس می‌باشد. در نتیجه هر گره ایجاد شده در سازه معرف یک شتاب‌سنج می‌باشد. با انتخاب چند گره از سیستم، کل سازه پیوسته تبدیل به یک سیستم چند درجه آزادی می‌گردد. با انتقال دادن پاسخ شتاب این نقاط انتخابی به الگوریتم‌های آنالیز مودال محیطی می‌توان پارامترهای مودال سیستم را یافت. در حل این مسئله از پنج نقطه استفاده شده است. شکل (۷) نمودار چگالی طیفی توانی پاسخ سازه می‌باشد، که قله‌های نمودار تابع چگالی طیفی پاسخ معادل فرکانس‌های طبیعی سیستم می‌باشد.



شکل ۶: نمایش جابجایی یک گره تحت بارگذاری تصادفی



شکل ۷: نمودار تابع چگالی طیفی برای مدل اجزا محدود (توسط روش تجزیه حوزه فرکانسی)



شکل ۸: نمودار پایداری روش مرتبه-فرکانس مدل اجزا محدود (توسط روش زیرفضای تصادفی)

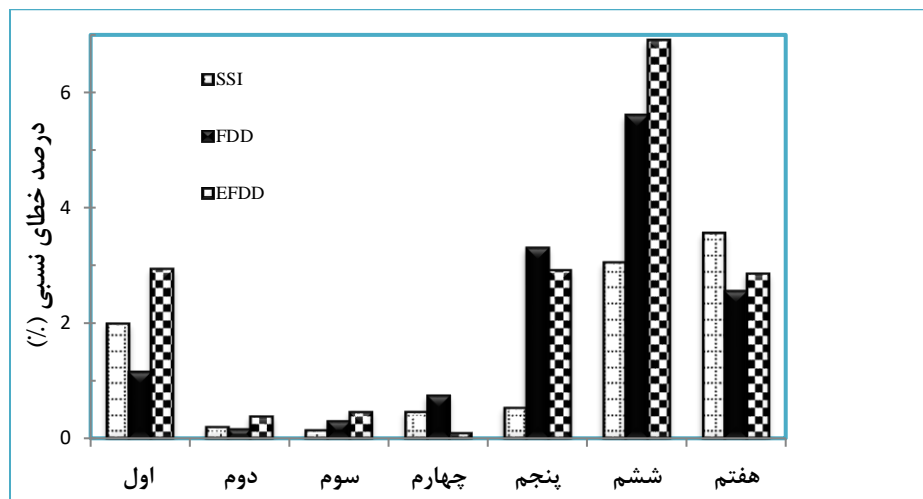


همچنین، پاسخ‌های شتاب بدست آمده از نرم‌افزار اجزا محدود وارد الگوریتم زیرفضای تصادفی گشته و دیاگرام پایداری آن رسم می‌شود. این دیاگرام در شکل (۸) نشان داده شده است. خطوط مستقیم بدست آمده در این شکل بیانگر فرکانس‌های طبیعی سازه می‌باشند. پاسخ فرکانس‌های طبیعی بدست آمده از روش فوق در جدول (۲) به همراه فرکانس‌های بدست آمده از روش‌های تجزیه حوزه فرکانسی و تجزیه پیشرفته حوزه فرکانسی بیان شده است.

جدول ۲: فرکانس‌های بدست آمده از سه روش بر حسب (Rad/Sec)

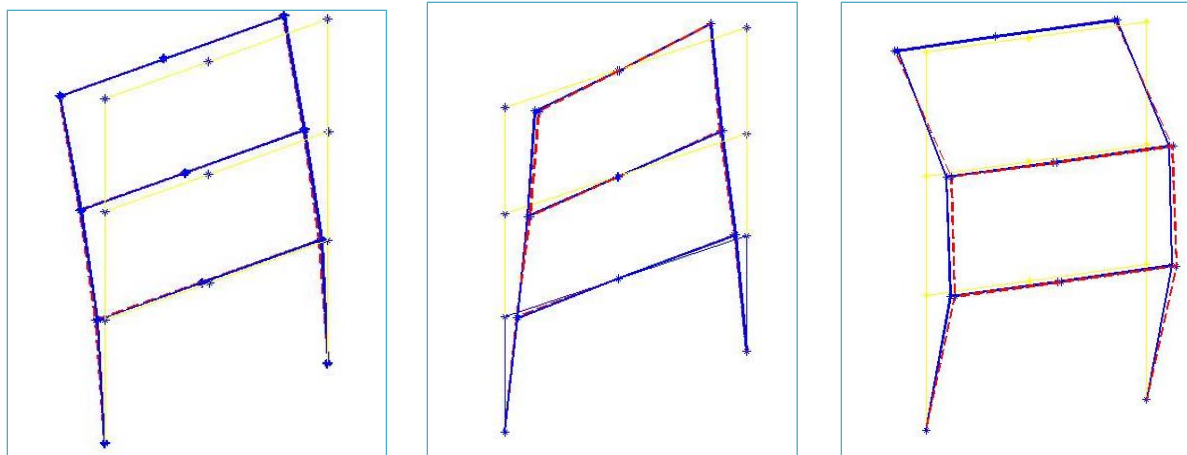
فرکانس	اول	دوم	سوم	چهارم	پنجم	ششم	هفتم
FDD	۹۸/۱۷	۳۴۳/۵۹	۵۸۳/۴۶	۱۰۴۹/۴۶	۱۵۹۰/۹۸	۲۲۴۵/۴۷	۲۵۳۱/۳۵
EFDD	۹۹/۹۱	۳۴۵/۴۱	۵۸۷/۷۹	۱۰۲۶/۳۱	۱۶۰۳/۱۶	۲۲۱۴/۲۲	۲۵۲۳/۲۱
SSI	۹۸/۹۲	۳۴۳/۴۵	۵۸۴/۴۳	۱۰۵۲/۳۶	۱۵۴۸/۲۷	۲۲۹۷/۶۷	۲۶۸۹/۷۹

در شکل (۹) مقدار خطای نسبی فرکانس‌های حاصله از سه روش نسبت به فرکانس‌های بدست آمده از روش اجزا محدود به نمایش داده شده است.



شکل ۹: خطای نسبی سه روش با روش اجزا محدود

همانطور که از جدول فوق مشخص است، میزان خطای نسبی قابل قبول می‌باشد. بیشترین میزان خطا ۶/۹ درصد می‌باشد. همچنین، کمترین مقدار خطا از بین روش‌ها، مربوط به روش زیر فضای تصادفی است. یکی دیگر از پارامترهای مودال سیستم، شکل مود می‌باشد. شکل مود در واقع جابجایی نقاط سازه نسبت به یکدیگر در فرکانس‌های طبیعی می‌باشد. در ادامه سه شکل مود اول بدست آمده از روش زیر فضای تصادفی و تجزیه حوزه فرکانسی رسم شده است. همانطور که در فصل قبل بیان گشت، روش تجزیه پیشرفته حوزه فرکانسی قادر به محاسبه شکل مود نمی‌باشد. برای رسم این نمودارها ضرایب نسبت به بزرگترین عدد در شکل مود نرمال شده‌اند. همانطور که از شکل (۱۰) مشخص است نمودارهای بدست آمده از دو روش دارای تطابق قابل قبولی هستند. همچنین، با مقایسه شکل (۱۰) با شکل (۵) واضح است که نمودارهای بدست آمده از روش‌های آنالیز مودال محیطی به شکل مودهای نرم افزار نزدیک می‌باشند.



شکل مود اول

شکل مود دوم

شکل مود سوم

شکل ۱۰: سه شکل مود اول بدست آمده با روش‌های زیر فضای تصادفی (خط ممتد) و روش تجزیه حوزه فرکانسی (خط چین)

نتیجه‌گیری

در این پژوهش، از دو روش موجود در تحلیل مودال محیطی در حوزه فرکانسی به نام تجزیه حوزه فرکانسی و تجزیه پیشرفته حوزه فرکانسی و همچنین یک روش در حوزه زمان به نام شناسایی زیر فضای تصادفی برای تخمین پارامترهای مودال یک سیستم استفاده گردید. به منظور بررسی دقت این روش‌ها در شناسایی پارامترهای مودال سازه‌های واقعی‌تر، از یک سازه سه طبقه برای مدل‌سازی استفاده گردید. این سازه سه طبقه توسط نرم‌افزار اجزا محدود مدل‌سازی گردید و پاسخ بدست آمده از آن نیز به عنوان ورودی به روش‌های آنالیز مودال محیطی داده شد که پاسخ‌های بدست آمده از آن نیز دارای دقت مناسبی بودند. مشاهده گردید که استفاده از روش زیر فضای تصادفی نسبت به دو روش تجزیه حوزه فرکانسی و تجزیه پیشرفته حوزه فرکانسی راحت‌تر می‌باشد و با یک بار اجرای آن می‌توان پارامترهای مودال سیستم را بدست آورد. در حالی‌که زمان حل روش‌های تجزیه حوزه فرکانسی و تجزیه پیشرفته حوزه فرکانسی نسبت به روش زیر فضای تصادفی کمتر بوده و این مهم‌ترین ویژگی روش‌های فرکانسی نسبت به روش‌های حوزه زمان می‌باشد. همچنین مشاهده شد که فرکانس‌های محاسبه شده توسط روش زیر فضای تصادفی نسبت به دو روش اجزا محدود و روش تجربی نسبت به مقدار واقعی دارای خطای کمتری می‌باشند.

مراجع

- [1] Bendat, J. S., Piersol, A. G. (1980). Engineering applications of correlation and spectral analysis. *New York*.
- [2] Brincker, R., Zhang, L., Andersen, P. (2000). Modal identification from ambient responses using frequency domain decomposition. In *IMAC 18: Proceedings of the International Modal Analysis Conference (IMAC), San Antonio, Texas, USA, February 7-10, 2000*, pp. 625-630.
- [3] Brincker, R., Ventura, C. E., Andersen, P. (2001). Damping estimation by frequency domain decomposition. In *Proceedings of IMAC 19: A conference on structural dynamics: Februar 5-8, 2001, Hyatt Orlando, Kissimmee, Florida, 2001*, pp. 698-703. Society for Experimental Mechanics.
- [4] Allen, M. S., Sracic, M. W., Chauhan, S., Hansen, M. H. (2011). Output-only modal analysis of linear time-periodic systems with application to wind turbine simulation data. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 25(4), pp 1174-1191.



- [5] Modak, S. V., Rawal, C., Kundra, T. K. (2010). Harmonics elimination algorithm for operational modal analysis using random decrement technique. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 24(4), pp 922-944.
- [6] Goursat, M., Döhler, M., Mevel, L., Andersen, P. (2011, May). Crystal clear SSI for operational modal analysis of aerospace vehicles. In *Structural Dynamics, Volume 3: Proceedings of the 28th IMAC, A Conference on Structural Dynamics, 2010* (pp. 1421-1430). New York, NY: Springer New York.
- [7] Pimenta, F., Ribeiro, D., Román, A., Magalhães, F. (2024). Modal properties of floating wind turbines: Analytical study and operational modal analysis of an utility-scale wind turbine. *Engineering Structures*, 301, p 117367.
- [8] Rosso, M. M., Aloisio, A., Parol, J., Marano, G. C., Quaranta, G. (2023). Intelligent automatic operational modal analysis. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 201, p 110669.
- [9] Hernández-González, I. A., García-Macías, E., Costante, G., Ubertini, F. (2024). AI-driven blind source separation for fast operational modal analysis of structures. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 211, p 111267.
- [10] Liu, W., Yang, N., Bai, F., Law, S. S., Abruzeze, D. (2024). An improved automated framework for operational modal analysis with multi-stage clustering and modal quality evaluation. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 212, p 111235.