تحلیل تنش اتصال چسبی تک‌لبه بر اساس مدل فوندانسیون سه پارامتری ویسکوالاستیک

مهدی ویسی تبار [۱]، آرش رضا [۱*]، یونس شکاری [۲]

۱. گروه مهندسی مکانیک، واحد اهواز، دانشگاه آزاد اسلامی، اهواز، ایران
۲. گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه یاسوج، یاسوج، ایران.

*ایمیل نویسنده مسئول: arashreza@gmail.com

تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۰۲/۲۴ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۰۴/۱۷

چکیده

در این مطالعه، به بررسی توزیع تنش اتصال چسبی تک‌لبه با چسب شونده‌های ایزوتروپ و با استفاده از مدل فوندانسیون سه پارامتری ویسکوالاستیک پرداخته شده است. در این مدل تنش برشی در راستای ضخامت چسب ثابت و تنش قائم در این راستا متغیر فرض شده است. همچنین برای مدل سازی رفتار ویسکوالاستیک چسب از مدل زنر استفاده گردیده و معادلات دیفرانسیلی حاکم به کمک معادلات تعادل و ساختاری در فضای لاپلاس استخراج شده است. سپس به طور هم زمان معادلات مذکور حل و به کمک روش عددی لاپلاس معکوس گیور- استفست نتایج از فضای لاپلاس به فضای زمان تبدیل شده است. در انتها نتایج حاصل از تحلیل مذکور با نتایج المان محدود در یک اتصال نامتقارن مقایسه گردیده است که نتایج انطباق بسیار مناسبی را نشان می‌دهند. بیشترین کاهش تنش برشی در نیم میلی‌متری انتهای ناحیه هم پوشانی در سمت چسب شونده برنجی و بیشترین کاهش تنش تورق با گذشت زمان در نیم میلی‌متری انتهای ناحیه هم‌پوشانی در سمت چسب شونده آلومینیومی رخ می‌دهد. میزان کاهش تنش بعد از حدود ۱۱ روز بسیار کاهش یافته و به حالت پایدار می‌رسد.

کلمات کلیدی: اتصال چسبی تک لبه، مدل فونداسیون سه پارامتری ویسکوالاستیک، تنش تورق، تبدیل لاپلاس معکوس گیور- استفست.

مقدمه

اتصال‌های چسبی به دلیل ویژگی‌ها و مزایای آنها به طور گسترده‌ای در اتصال مواد مرکب در صنایع مختلف استفاده می‌شوند. به دلیل وجود تمرکز تنش در فضای بین لایه‌ای در این نوع اتصال، معمولا مکانیزم‌های خرابی در این ساختارها از این ناحیه آغاز می‌شوند. بنابراین تحلیل توزیع تنش در بین لایه‌ها از اهمیت بسیار زیادی برخوردار است. به طور معمول می‌توان تئوری‌های موجود برای تحلیل تنش در فضای بین لایه‌ای در این ساختارها را به سه دسته‌ی کلی تک پارامتری، دو پارامتری و سه پارامتری تقسیم نمود. در مدل تک پارامتری تنها تنش برشی در لایه چسب در نظر گرفته می‌شود که در راستای ضخامت چسب ثابت است و از سایر مولفه‌های تنش در آن صرف‌نظر می‌گردد[۱]. در حالت دو پارامتری تنش برشی در لایه چسب و تنش تورق در راستای ضخامت چسب در نظر گرفته می‌شوند و هر دو در راستای ضخامت ثابت می‌باشند. درواقع در اثر خمش در اتصال چسبی یک نیروی برشی و لنگر خمشی در لایه چسب ایجاد می‌شود که همین موضوع باعث ایجاد تنش تورق در لایه چسب می‌گردد. اکثر مطالعات انجام شده در دهه‌های اخیر بر روی این حالت تمرکز نموده و از این مدل برای تحلیل اتصال چسبی استفاده نموده‌اند[۲-۱۳]. هر کدام از این مدل‌ها دارای معایبی هستند. در مدل تک پارامتری از تنش تورق که ناشی از اثر خمشی است و یکی از دلایل اصلی خرابی در این نوع اتصالات است، صرفنظر می‌شود. همچنین در این مدل شرط تعادل در راستای ضخامت لایه چسب ارضا نمی‌شود. در مدل دو پارامتری هر دو تنش برشی و تورق در نظر گرفته می‌شوند، اما مقدار آنها در راستای ضخامت در لایه چسب ثابت فرض می‌شود. در این حالت رابطه تعادل در راستای ضخامت ارضا نمی‌شود. همچنین در این روش تفاوت مقادیر تنش در فضای بین لایه‌ای بالا و پایین مشخص نمی‌شود. مدل سه پارامتری، مدل نسبتا جدیدی است و در آن تنش برشی در لایه چسب در راستای ضخامت ثابت فرض می‌شود، اما تنش قائم از صفحه میانی لایه چسب تا فضای بین لایه‌ای چسب و چسب شونده بالا مقداری ثابت و از صفحه میانی تا فضای بین لایه‌ای چسب و چسب شونده پایین مقدار ثابت متفاوت

دیگری فرض می‌شود و از سایر مولفه‌های تنش در لایه چسب صرف‌نظر می‌گردد. در این مدل شرط تعادل در راستای ضخامت لایه چسب ارضا شده است. بر این اساس وانگ و ژانگ[۱۴] به تحلیل الاستیک یک اتصال تک لبه چسبی با چسب شونده‌های ایزوتروپ، در دو حالت متقارن و نامتقارن، با استفاده از مدل فونداسیون سه پارامتری پرداختند. گوین و وانگ[۱۵] در ادامه کار قبلی مرجع[۱۴] همان مدل سه پارامتری را برای اتصال چسبی با لایه‌های چسب شونده از جنس مواد مدرج تابعی ارایه کردند. اَمیدی و وانگ[۱۶] اتصال چسبی دوطرفه را با مدل سه پارامتری مورد تحلیل قرار دادند. در تحلیل آن‌ها لایه چسب و چسب شونده‌ها، ایزوتروپ و اتصال متقارن در نظر گرفته می‌شود. اگرچه بیشتر این مطالعات محدود به تحلیل‌های الاستیک است که فقط توانایی پیش‌بینی رفتار اتصال در لحظه را دارند، در حالی که اکثر چسب‌ها به ویژه در دمای بالا رفتار ویسکوالاستیک از خود نشان می‌دهند. در این حالت استحکام اتصال به طور قابل توجه‌ای تحت تاثیر توزیع تنش و کرنش ویسکوالاستیک در لایه چسب است و خواص مکانیکی چسب با گذشت زمان تغییر می‌کند. تغییر خواص مکانیکی، به خصوص در فضای بین لایه‌ای که تمرکز تنش بیشتر است، در تحلیل اتصال چسبی اهمیت زیادی داشته و می‌تواند باعث تغییر در توزیع تنش در فضای بین لایه‌ای شود که عامل بسیار مهمی در میزان عمر ساختار و کارایی آن می‌باشد. به همین دلیل بررسی رفتار وابسته به زمان اتصال‌های چسبی در مطالعات جدید مورد توجه زیادی قرار گرفته است. اگرچه کارهای انجام شده در این زمینه بسیار محدود هستند[۱۷-۱۹]. شیشه‌ساز و رضا[۲۰, ۲۱] روشی تحلیلی را برای بررسی تاثیر رفتار ویسکوالاستیک بر روی توزیع تنش در اتصال چسبی یک‌طرفه و دوطرفه ارایه کردند. همچنین رضا و همکاران[۲۲] تاثیر رفتار ویسکوالاستیک در چسب اپوکسی بر پاسخ خزش در اتصال چسبی دوطرفه را مورد بررسی قرار دادند. آنها برای محاسبه مدول آسایش از سری پرونی استفاده کردند. در این تحقیق تاثیر زمان بر توزیع تنش در لایه چسب تحت بار ثابت و بار با نرخ ثابت مورد بررسی قرار گرفت. حمودی تبار و رضا[۲۳] به تحلیل ویسکوالاستیک تنش در اتصال چسبی لوله‌ای[1] در دماهای مختلف پرداختند. آنها در تحلیل خود، تنها تنش برشی را با فرض ثابت بودن در راستای ضخامت در نظر گرفتند و نشان دادند که با افزایش دما مقدار تنش کاهش یافته و توزیع تنش یکنواخت‌تر می‌گردد. همچنین در دماهای بالاتر میزان کاهش تنش برشی با گذشت زمان کمتر است. اَمیدی و وانگ[۲۴] با استفاده از مدل سه پارامتری و با فرض رفتار ویسکوالاستیک چسب به تحلیل توزیع تنش در فضای بین لایه‌ای در اتصالات تک‌لبه پرداختند. سلیمانی و همکاران[۲۵] به تحلیل تنش ویسکوالاستیک در اتصال چسبی تک‌لبه با چسب شونده‌هایی از جنس توابع مدرج تابعی پرداختند. آن‌ها در این تحلیل تنش برشی و قائم را در راستای ضخامت ثابت فرض کرده و برای مدل سازی چسب شونده‌ها از مدل رِدی[2] و تئوری مرتبه اول تغییر شکل برشی استفاده کردند. در این تحلیل برای مدل سازی چسب از مدل جامد استاندارد خطی استفاده گردید. همچنین آنها نشان دادند که ترتیب لایه‌های چسب شونده‌های مدرج تابعی در کاهش میدان تنش در لایه چسب بسیار موثر است. خشابا[۲۶] به بررسی ویسکوالاستیک اتصال چسبی رو به رو[3] پرداخت. او برای تحلیل خود از ضریب اتلاف، مدول اتلاف و مدول انباشت استفاده نمود. او تحلیل خود را در دو دمای ۵۰ و ۶۰- درجه سانتی‌گراد انجام داد و به این نتیجه رسید که در دمای ۶۰- درجه سانتی‌گراد مدول انباشت و انرژی پتانسیل تقریبا دارای یک رفتار خطی ثابت هستند و در این دما اتصال بدون هیچ علامتی و به طور ناگهانی دچار خرابی می‌شود.

در تحقیق حاضر یک تحلیل بر پایه مدل فونداسیون سه پارامتری و با فرض رفتار ویسکوالاستیک چسب ارایه می‌گردد که در آن اتصال چسبی از نوع تک‌لبه بوده و تحت بار محوری ثابت قرار دارد. از ویژگی‌های این تحلیل می‌توان به استفاده از مدل فونداسیون سه پارامتری، در حین سادگی حل اشاره نمود. این تحلیل در هر اتصال لبه‌ای قابل استفاده است. هدف از این کار نشان دادن توانایی و میزان دقت این تحلیل در بررسی توزیع تنش بین لایه‌ای در اتصال چسبی تک لبه است.

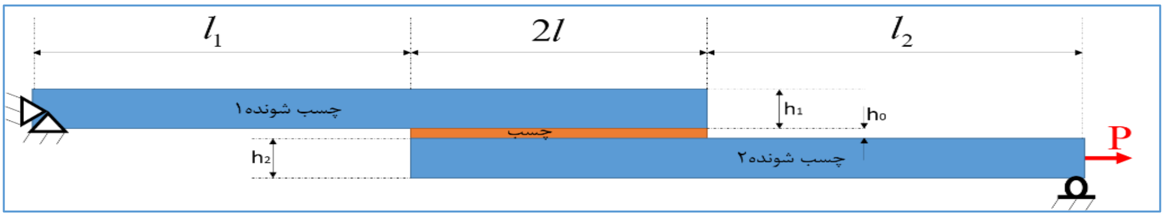
---

[1] Tubular adhesive joint
[2] Reddy model
[3] Scarf adhesive joint

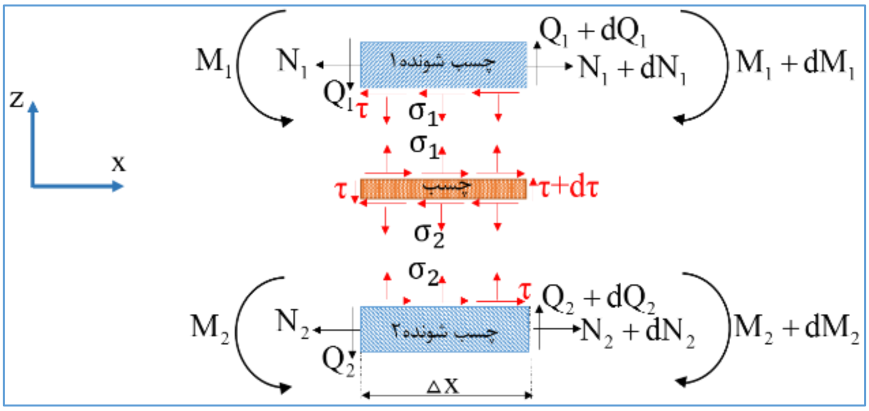
استخراج معادلات حاکم بر اتصال

روابط حاکم بر چسب شونده ها

چسب شونده‌های ایزتروپی با جنس‌های مختلف در تحقیق حاضر فرض شده و از تئوری تیر تیمشنکو[۲۷] برای مدل‌سازی تغییرشکل آنها استفاده شده است. شکل (۱) نمونه اتصال چسبی مورد نظر و شکل (۲) نمودار آزاد المان کوچکی از ناحیه هم پوشانی را نشان می‌دهند.



شکل ۱: اتصال چسبی تک لبه مورد مطالعه در این تحقیق



شکل ۲: نمودار آزاد المان کوچکی از ناحیه هم پوشانی

به دلیل عرض کم تیر جابجایی در راستای عرض صفر فرض می شود (V=0). همچنین با فرض کرنش صفحه‌ای روابط جابجایی در چسب شونده‌های ایزوتروپ بر اساس تیر تیمشنکو مطابق رابطه (۱) است.

$$U_i(x,t) = u_i(x,t) + z_i\phi_i(x,t)$$
$$V_i = 0 \qquad (۱)$$
$$W_i(x,t) = w_i(x,t)$$

در جایی که U_i و W_i تغییر مکان محوری و عرضی چسب شونده iام هستند (i=۱و۲). u_i، w_i و ϕ_i به ترتیب جابجایی طولی و عرضی و زاویه چرخش تار خنثی چسب شونده iام می‌باشند (i=۱و۲). معادلات ساختاری تیر ایزوتروپ مطابق رابطه (۲) است.

$$N_1(x,t) = C_1\frac{du_1}{dx},\quad N_2(x,t) = C_2\frac{du_2}{dx}$$
$$\frac{dw_1(x,t)}{dx} + f_1(x,t) = \frac{Q_1(x,t)}{B_1},\quad \frac{dw_2(x,t)}{dx} + f_2(x,t) = \frac{Q_2(x,t)}{B_2} \qquad (۲)$$
$$M_1(x) = D_1\frac{df_1}{dx},\quad M_2(x) = D_2\frac{df_2}{dx}$$

در جایی‌که، N_1، N_2، Q_1، Q_2، M_1 و M_2 به‌ترتیب نیروهای داخلی محوری، عرضی و لنگر خمشی داخلی در چسب شونده‌های ۱و۲ هستند. همچنین ضرایب B، C و D در این رابطه سختی محوری، عرضی و خمشی می‌باشند و از رابطه (۳) بدست می‌آیند.

$$C_i = E_i b_i h_i, \quad B_i = \frac{5}{6}(G_i b_i h_i), \quad D_i = \frac{E_i b_i {h_i}^3}{12} \tag{۳}$$

بطوری‌که، E_i و G_i مدول خمشی و برشی چسب‌شونده iام و b_i و h_i عرض و ضخامت چسب‌شونده iام هستند. با فرض تنش برشی ثابت در راستای ضخامت، معادلات تعادل برای دیاگرام آزاد شکل (۲) مطابق رابطه (۴) بدست می‌آیند.

$$\begin{aligned}
&\frac{dN_1(x,t)}{dx} = b\tau(x,t), \quad \frac{dN_2(x,t)}{dx} = -b\tau(x,t)\\
&\frac{dQ_1(x,t)}{dx} = b\sigma_1(x,t), \quad \frac{dQ_2(x,t)}{dx} = -b\sigma_2(x,t)\\
&\frac{dM_1(x,t)}{dx} = Q_1(x,t) - \frac{h_1}{2} b\tau(x,t)\\
&\frac{dM_2(x,t)}{dx} = Q_2(x,t) - \frac{h_2}{2} b\tau(x,t)
\end{aligned} \tag{۴}$$

در جایی‌که، σ_1 و σ_2 تنش‌های تورق در سطح اتصال بالا و پایین چسب هستند و τ تنش برشی در لایه چسب است که در راستای ضخامت چسب ثابت فرض می‌شود. با نوشتن روابط تعادل برای ناحیه هم پوشانی (سه لایه روی هم)، روابط تعادل در حالت کلی به صورت رابطه (۵) حاصل می‌شوند.

$$\begin{aligned}
&N_1(x,t) + N_2(x,t) = N_T(x,t)\\
&Q_1(x,t) + Q_2(x,t) + Q_a(x,t) = Q_T(x,t)\\
&M_1(x,t) + M_2(x,t) + N_1(x,t) \times (\frac{h_1 + h_2}{2} + h_\circ) = M_T(x,t)
\end{aligned} \tag{۵}$$

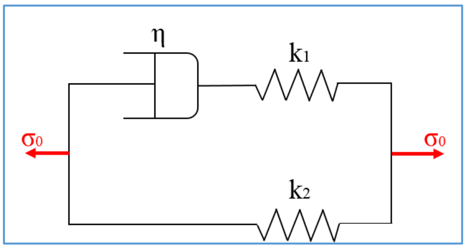
در جایی‌که، N_T، Q_T و M_T نیروهای محوری، عرضی و لنگر خمشی کل می‌باشند. Q_a نیروی برشی عرضی در لایه چسب است که با استفاده از رابطه (۶) محاسبه می‌شود.

$$Q_a(x,t) = \tau(x,t) b h_0 \tag{۶}$$

به دلیل ضخامت بسیار کم لایه چسب از نیروی محوری و لنگر خمشی داخلی در لایه چسب صرف نظر می‌شود.

روابط حاکم بر لایه چسب

در این مطالعه رفتار چسب به صورت ویسکوالاستیک خطی فرض شده و از مدل جامد خطی استاندارد[1] مطابق شکل (۳) برای مدل‌سازی آن استفاده شده است.



شکل ۳: مدل جامد خطی استاندارد (SLS)

[1] Standard Linear Solid(SLS)

معادله دیفرانسیلی حاکم بر این مدل به شرح روابط (۷) و (۸) می‌باشد[۱۸].

$$\left(a_{10}+a_{11}\frac{\partial}{\partial t}+a_{12}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\varepsilon_x+\left(b_{10}+b_{11}\frac{\partial}{\partial t}+b_{12}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\varepsilon_z+\left(c_{10}+c_{11}\frac{\partial}{\partial t}+c_{12}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\sigma_z=0 \quad (۷)$$

$$\begin{aligned}&a_{10}=3b_1^2-9a_1b_1K \ \ ,\ \ a_{11}=6b_1b_2-9b_1K-9a_1b_2K\\&a_{12}=3b_2^2-9b_2K \ \ ,\ \ b_{10}=-3b_1^2-18a_1b_1K\\&b_{11}=-6b_1b_2-18b_1K-18a_1b_2K\\&b_{12}=-3b_2^2-18b_2K \ \ ,\ \ c_{10}=6a_1b_1+9a_1^2K\\&c_{11}=6b_1+6a_1b_1+18a_1K \ \ ,\ \ c_{12}=6b_2+9K\end{aligned} \quad (۸)$$

در جایی‌که ضرایب a_1،b_1 و c_1 مطابق رابطه (۹) محاسبه می‌شوند.

$$a_1=\frac{k_2}{\eta},\ \ b_1=\frac{k_1k_2}{\eta},\ \ b_2=k_1+k_2 \quad (۹)$$

در این روابط، K مدول بالک است و k_1 و k_2 ثوابت الاستیسیته و η ثابت ویسکوزیته در مدل جامد خطی استاندارد هستند. در رابطه (۷) ε_x، ε_z و σ_z کرنش‌ها و تنش‌ها در لایه چسب هستند. در مدل فوندانسیون سه پارامتری مقدار تنش قائم در لایه بالا و پایین متفاوت است (σ_{z1} و σ_{z2}). در نتیجه مقادیر کرنش قائم نیز به همین صورت می‌باشند، در حالی‌که در رابطه (۷) یک مقدار تنش قائم و یک مقدار کرنش قائم در هر کدام از دو راستای x و z وجود دارد. برای استفاده از معادله مذکور میانگین دو تنش قائم به عنوان σz و میانگین دو مقدار کرنش در راستای x و z به عنوان ε_x و ε_z در این رابطه جایگزین می‌شوند. لذا بر اساس رابطه (۱):

$$\begin{aligned}&\varepsilon_{xi}=\frac{\partial U_i}{\partial x}=\frac{\partial u_i(x,t)}{\partial x}+z_i\frac{\partial f_i(x,t)}{\partial x}\qquad (i=1,2)\\&\varepsilon_{z1}=\frac{\partial w_1(x,t)}{\partial x}=\frac{2}{h_\circ}(w_1-w_a)\\&\varepsilon_{z2}=\frac{\partial w_2(x,t)}{\partial x}=\frac{2}{h_\circ}(w_a-w_2)\end{aligned} \quad (۱۰)$$

$$\begin{aligned}&\varepsilon_x=\frac{\varepsilon_{x1}+\varepsilon_{x2}}{2}=\frac{1}{2}\frac{\partial u_1(x,t)}{\partial x}-\frac{h_1}{4}\frac{\partial f_1(x,t)}{\partial x}+\frac{1}{2}\frac{\partial u_2(x,t)}{\partial x}-\frac{h_2}{4}\frac{\partial f_2(x,t)}{\partial x}\\&\varepsilon_z=\frac{\varepsilon_{z1}+\varepsilon_{z2}}{2}=\frac{w_1(x,t)-w_2(x,t)}{h_\circ}\\&\sigma_z=\sigma=\frac{\sigma_{z1}+\sigma_{z2}}{2}=\frac{\sigma_1(x,t)+\sigma_2(x,t)}{2}\end{aligned} \quad (۱۱)$$

در این روابط، σ_1 و σ_2 به ترتیب تنش‌های قائم در راستای محور z و ε_{x1}، ε_{x2}، ε_{z1} و ε_{z2} کرنش‌های قائم در راستای محورهای x و z در لایه‌ی بالا و پایین چسب هستند. با جایگذاری رابطه (۱۱) در رابطه (۷)، رابطه (۱۲) به‌دست می‌آید.

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{\varepsilon_{x1}+\varepsilon_{x2}}{2} = \frac{1}{2}\frac{\partial u_1(x,t)}{\partial x} - \frac{h_1}{4}\frac{\partial f_1(x,t)}{\partial x} \\ &\quad + \frac{1}{2}\frac{\partial u_2(x,t)}{\partial x} - \frac{h_2}{4}\frac{\partial f_2(x,t)}{\partial x} \\ \varepsilon_z &= \frac{\varepsilon_{z1}+\varepsilon_{z2}}{2} = \frac{w_1(x,t)-w_2(x,t)}{h_\circ} \\ \sigma_z &= \sigma = \frac{\sigma_{z1}+\sigma_{z2}}{2} = \frac{\sigma_1(x,t)+\sigma_2(x,t)}{2}\end{aligned} \qquad (۱۲)$$

با دو بار مشتق گرفتن از طرفین رابطه (۱۲) نسبت به x و جایگزینی معادله‌های (۲) الی (۶) در آن، معادله دیفرانسیلی جزیی به صورت رابطه (۱۳) حاصل می‌شود.

$$\begin{aligned}&A_{11}\frac{\partial^4 M_1(x,t)}{\partial x^4} + A_{12}\frac{\partial^4 N_1(x,t)}{\partial x^4} + A_{13}\frac{\partial^2 N_1(x,t)}{\partial x^2} \\ &\quad + A_{14}\frac{\partial^2 M_1(x,t)}{\partial x^2} + A_{15}N_1(x,t) + A_{16}M_1(x,t) \\ &\quad + A_{18}M_T(x,t) = 0\end{aligned} \qquad (۱۳)$$

ضرایب A_{11} الی A_{18} در پیوست (الف) بیان شده‌اند. روابط ویسکوالاستیک در حالت سه بعدی به صورت رابطه (۱۴) می‌باشد [۲۸]:

$$PS_{ij} = Qe_{ij}, \quad \sigma_{kk} = 3K\varepsilon_{kk} \qquad (۱۴)$$

در جایی که S_{ij} و e_{ij} به ترتیب تنش و کرنش انحرافی هستند و σ_{kk} و ε_{kk} به ترتیب تنش و کرنش هیدرو استاتیک می‌باشند. عملگرهای P و Q نیز به صورت رابطه (۱۵) تعریف می‌شوند:

$$P = \{a_1 + \frac{\partial}{\partial t}\}, \quad Q = \{b_1 + b_2\frac{\partial}{\partial t}\} \qquad (۱۵)$$

با قرار دادن روابط تنش‌ها و کرنش‌های انحرافی و هیدرواستاتیک [۱۸] و رابطه (۱۵) در رابطه (۱۴)، روابط زیر حاصل می‌شوند:

$$P(2\sigma_x - \sigma_z) = Q(2\varepsilon_x - \varepsilon_z) \qquad (۱۶\text{- الف})$$

$$P(2\sigma_z - \sigma_x) = Q(2\varepsilon_z - \varepsilon_x) \qquad (۱۶\text{- ب})$$

$$-P(\sigma_x + \sigma_z) = Q(2\varepsilon_z - \varepsilon_z) \qquad (۱۶\text{- ج})$$

$$P\tau_{xz} = \frac{1}{2}Q\gamma_{xz} \qquad (۱۶\text{- د})$$

کرنش در صفحه x-z در لایه چسب از رابطه زیر قابل محاسبه است.

$$\gamma_{xz}(x,t) = \frac{1}{h_0}\left(u_1(x,t) - \frac{h_1}{2}f_1(x,t) - u_2 - \frac{h_2}{2}f_2(x,t)\right) + \frac{dw_a}{dx} \qquad (۱۷)$$

با جایگذاری رابطه (۱۷) در رابطه (۱۶-د)، رابطه (۱۸) حاصل می‌شود.

$$P\,\tau_{xy}(x,t)=\frac{1}{2}Q\left(\frac{1}{h_0}\left(\begin{array}{l}u_1(x,t)-\frac{h_1}{2}f_1(x,t)-u_2(x,t)\\ -\frac{h_2}{2}f_2(x,t)\end{array}\right)+\frac{dw_a}{dx}\right) \tag{۱۸}$$

با جایگذاری رابطه (۲) و (۴) و مشتق دوم w_a در مشتق رابطه (۱۸) نسبت به x، رابطه (۱۹) به‌دست می‌آید.

$$\begin{aligned}&B_{11}\frac{\partial^4 M_1(x,t)}{\partial x^4}+B_{12}\frac{\partial^4 N_1(x,t)}{\partial x^4}+B_{13}\frac{\partial^2 N_1(x,t)}{\partial x^2}\\&\quad+B_{14}\frac{\partial^2 M_1(x,t)}{\partial x^2}+B_{15}N_1(x,t)+B_{16}M_1(x,t)\\&\quad+B_{17}N_T+B_{18}M_T(x,t)=0\end{aligned} \tag{۱۹}$$

ثوابت B_{11} الی B_{18} در پیوست (الف) بیان شده‌اند. با تبدیل لاپلاس رابطه (۱۳) و (۱۹) روابط (۲۰) و (۲۱) حاصل می‌شود.

$$\begin{aligned}&E_{11}\frac{\partial^4 \overline{M}_1(x,s)}{\partial x^4}+E_{12}\frac{\partial^4 \overline{N}_1(x,s)}{\partial x^4}+E_{13}\frac{\partial^2 \overline{N}_1(x,s)}{\partial x^2}\\&\quad+E_{14}\frac{\partial^2 \overline{M}_1(x,s)}{\partial x^2}+E_{15}\overline{N}_1(x,s)\\&\quad+E_{16}\overline{M}_1(x,s)+E_{18}\overline{M}_T(x,s)=0\end{aligned} \tag{۲۰}$$

$$\begin{aligned}&D_{11}\frac{\partial^4 \overline{M}_1(x,s)}{\partial x^4}+D_{12}\frac{\partial^4 \overline{N}_1(x,s)}{\partial x^4}\\&\quad+D_{13}\frac{\partial^2 \overline{N}_1(x,s)}{\partial x^2}+D_{14}\frac{\partial^2 \overline{M}_1(x,s)}{\partial x^2}+D_{15}\overline{N}_1(x,s)\\&\quad+D_{16}\overline{M}_1(x,s)+D_{17}\overline{N}_T(x,s)+D_{18}\overline{M}_T(x,s)=0\end{aligned} \tag{۲۱}$$

ثوابت E_{11} الی E_{18} و D_{11} الی D_{18} در پیوست (الف) بیان شده‌اند. از ترکیب دو رابطه (۲۰) و (۲۱) با هدف حذف عبارت ($\partial^4\overline{M}_1/\partial x^4$)، رابطه (۲۲) به‌دست می‌آید.

$$\begin{aligned}&\frac{\partial^2 \overline{M}_1(x,s)}{\partial x^2}=H_{11}\frac{\partial^4 \overline{N}_1(x,s)}{\partial x^4}+H_{12}\frac{\partial^2 \overline{N}_1(x,s)}{\partial x^2}\\&\quad+H_{13}\overline{N}_1(x,s)+H_{14}\overline{M}_1(x,s)+H_{15}\overline{N}_T(x,s)\\&\quad+H_{16}\overline{M}_T(x,s)=0\end{aligned} \tag{۲۲}$$

همچنین از ترکیب دو رابطه (۲۰) و (۲۱) با هدف حذف عبارت ($\partial^2\overline{M}_1/\partial x^2$) رابطه (۲۳) حاصل می‌شود.

$$\begin{aligned}&\frac{\partial^4 \overline{M}_1(x,s)}{\partial x^4}=F_{11}\frac{\partial^4 \overline{N}_1(x,s)}{\partial x^4}+F_{12}\frac{\partial^2 \overline{N}_1(x,s)}{\partial x^2}\\&\quad+F_{13}\overline{N}_1(x,s)+F_{14}\overline{M}_1(x,s)+F_{15}\overline{N}_T(x,s)+F_{16}\overline{M}_T(x,s)=0\end{aligned} \tag{۲۳}$$

ثوابت H_{11} الی H_{16} و F_{11} الی F_{16} در پیوست (الف) بیان شده‌اند. با تفریق مشتق دوم رابطه (۲۲) نسبت به x از رابطه (۲۳)، رابطه (۲۴) به‌دست می‌آید.

$$\begin{aligned}&-H_{11}\frac{\partial^6\overline{N}_1(x,s)}{\partial x^6}+(F_{11}-H_{12})\frac{\partial^4\overline{N}_1(x,s)}{\partial x^4}\\&\quad+(F_{12}-H_{13})\frac{\partial^2\overline{N}_1(x,s)}{\partial x^2}-H_{14}\frac{\partial^2\overline{M}_1(x,s)}{\partial x^2}+F_{13}\overline{N}_1(x,s)\\&\quad+F_{14}\overline{M}_1(x,s)+F_{15}\overline{N}_T(x,s)+F_{16}\overline{M}_T(x,s)=0\end{aligned} \tag{۲۴}$$

در انتها از معادله (۲۴) دو بار نسبت به x مشتق گرفته و مقادیر $(\partial^2\overline{M}_1/\partial x^2)$ و $(\partial^4\overline{M}_1/\partial x^4)$ از معادلات (۲۲) و (۲۳) در آن جایگذاری می‌شوند.

$$\begin{aligned}&G_{11}\frac{\partial^8\overline{N}_1(x,s)}{\partial x^8}+G_{12}\frac{\partial^6\overline{N}_1(x,s)}{\partial x^6}+G_{13}\frac{\partial^4\overline{N}_1(x,s)}{\partial x^4}\\&\quad+G_{14}\frac{\partial^2\overline{N}_1(x,s)}{\partial x^2}+G_{15}\overline{N}_1(x,s)+G_{16}\overline{N}_T(x,s)\\&\quad+G_{17}\overline{M}_T(x,s)=0\end{aligned} \tag{۲۵}$$

ثوابت G_{11} الی G_{17} در پیوست (الف) بیان شده‌اند. رابطه (۲۵)، معادله‌ای دیفرانسیلی بر حسب نیروی محوری لایه چسب شونده بالا در فضای لاپلاس است. با جایگذاری رابطه (۲۲) در رابطه (۲۴)، رابطه (۲۶) به‌دست می‌آید.

$$\begin{aligned}\overline{M}_1&=I_{11}\frac{\partial^6\overline{N}_1(x,s)}{\partial x^6}+I_{12}\frac{\partial^4\overline{N}_1(x,s)}{\partial x^4}+I_{13}\frac{\partial^2\overline{N}_1(x,s)}{\partial x^2}\\&\quad+I_{14}\overline{N}_1(x,s)+I_{15}\overline{N}_T(x,s)+I_{16}\overline{M}_T(x,s)=0\end{aligned} \tag{۲۶}$$

ثوابت I_{11} الی I_{16} در پیوست (الف) بیان شده‌اند. بر اساس روابط (۴) و (۵)، روابط نیروی برشی عرضی و تنش برشی و تورق در فضای بین لایه‌ای بالا و پایین، به‌ترتیب مطابق روابط (۲۷)، (۲۸) و (۲۹) حاصل می‌شوند.

$$\overline{Q}_1(x,s)=\frac{\partial\overline{M}_1(x,s)}{\partial x}+\frac{h_1}{2}\frac{\partial\overline{N}_1(x,s)}{\partial x} \tag{۲۷}$$

$$\overline{Q}_2(x,s)=\overline{Q}_T(x,s)-\overline{Q}_1(x,s)-h_0\frac{\partial\overline{N}_1(x,s)}{\partial x} \tag{۲۸}$$

$$\begin{aligned}\overline{\tau}(x,s)&=\frac{1}{b}\frac{\partial\overline{N}_1(x,s)}{\partial x}\\\overline{\sigma}_1(x,s)&=\frac{1}{b}\frac{\partial\overline{Q}_1(x,s)}{\partial x}\\\overline{\sigma}_2(x,s)&=\frac{1}{b}\frac{\partial\overline{Q}_2(x,s)}{\partial x}\end{aligned} \tag{۲۹}$$

حل معادله دیفرانسیلی حاکم

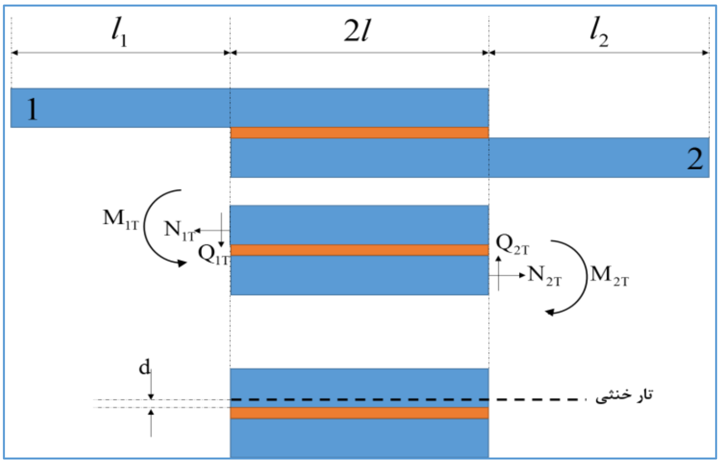
برای حل رابطه (۲۵) از معادله‌ی مشخصه آن استفاده می‌شود. بر این اساس جواب معادله مذکور عبارت است از:

$$\overline{N}_1(x,s)=\overline{N}_{1g}(x,s)+\overline{N}_{1p}(x,s) \tag{۳۰}$$

$$\overline{N}_{1g}(x,s)=\sum_{i=1}^{8}C_I e^{R_I x} \tag{۳۱}$$

$$\overline{N}_{1p}(x,s)=-\frac{G_{16}}{G_{15}}\overline{N}_T(x,s)+-\frac{G_{17}}{G_{15}}\overline{M}_T(x,s) \tag{۳۲}$$

در این روابط، اندیس g و p به ترتیب نشان‌دهنده جواب عمومی و خصوصی معادله دیفرانسیلی است و C_i ها هشت ضریب ثابت هستند که از شرایط مرزی محاسبه می‌شوند و R_i ها هشت ریشه معادله مشخصه رابطه (۲۵) می‌باشند. شرایط مرزی در دو سمت ناحیه هم‌پوشانی بر اساس شکل (۴) محاسبه می‌شود. این شرایط در رابطه (۳۳) بیان شده‌اند.



شکل ۴: برش در لبه‌های ناحیه هم پوشانی

$$\begin{aligned}&N_1(-l)=N_T=P,\ \ Q_1(-l)=Q_{1T},\ \ M_1(-l)=M_{1T}\\&\tau(-l)=0,\ \ N_1(l)=0,\ \ Q_1(l)=0,\ \ M_1(l)=0,\ \ \tau(l)=0\end{aligned} \tag{۳۳}$$

در این رابطه، N_{1T}، Q_{1T} و M_{1T} به ترتیب نیروی محوری، نیروی برشی و لنگر خمشی چسب شونده ۱ در انتهای برش خورده‌ی ناحیه همپوشانی اتصال چسبی می‌باشد. این مقادیر از رابطه (۳۴) قابل استخراج می‌باشد[۲۹].

$$\begin{aligned}&M_{1T}=k_1\frac{P}{2}h_1\\&M_{2T}=k_2\frac{P}{2}h_2\\&Q_{1T}=Q_{2T}=\frac{1}{2l}\left(-P\left(\frac{h_1+h_2}{2}+h_a\right)-M_{1T}-M_{2T}\right)\end{aligned} \tag{۳۴}$$

در جایی‌که:

$$\begin{aligned}&k_1=\frac{2\left(\left(\frac{h_1}{2}-d\right)\times\left(cosh2\beta l+\frac{\beta}{\beta_2}sinh2\beta l\right)+\frac{h_2}{2}+d\right)}{h_1\left(\left(1+\frac{\beta_1}{\beta_2}\right)\times cosh2\beta l+\left(\frac{\beta_1}{\beta}+\frac{\beta}{\beta_2}\right)\times sinh2\beta l\right)}\\&k_2=\frac{2\left(\left(\frac{h_2}{2}+d\right)\times\left(cosh2\beta l+\frac{\beta}{\beta_1}sinh2\beta l\right)+\frac{h_1}{2}-d\right)}{h_2\left(\left(1+\frac{\beta_2}{\beta_1}\right)\times cosh2\beta l+\left(\frac{\beta_2}{\beta}+\frac{\beta}{\beta_1}\right)\times sinh2\beta l\right)}\end{aligned} \tag{۳۵}$$

در رابطه (۳۵) مقادیر β، β_1 و β_2 عبارتند از:

$$\beta=\sqrt{\frac{P}{D}},\qquad \beta_1=\sqrt{\frac{P}{D_1}},\qquad \beta_2=\sqrt{\frac{P}{D_2}} \tag{۳۶}$$

در رابطه (۳۶)، D، D_1 و D_2 به ترتیب سختی خمشی کل ناحیه مشترک اتصال و لایه چسب شونده بالا و پایین هستند. همچنین در رابطه (۳۵)، d فاصله تار خنثی قسمت مشترک اتصال (ناحیه هم پوشانی) تا سطح بالایی چسب می‌باشد که از رابطه (۳۷) محاسبه می‌شود. در محاسبه d ضخامت چسب در نظر گرفته نشده است (مطابق شکل(۴)) [۲۹].

$$d=\frac{\left(\frac{E_1h_1^2}{1-\nu_1^2}-\frac{E_2h_2^2}{1-\nu_2^2}\right)}{2}\times\left(\frac{E_1h_1}{1-\nu_1^2}+\frac{E_2h_2}{1-\nu_2^2}\right) \tag{۳۷}$$

در این رابطه، $E_{1,2}$، $\nu_{1,2}$ و $h_{1,2}$، به ترتیب مدول الاستیسیته، ضریب پوآسون و ضخامت چسب شونده ۱و۲ هستند. همچنین مقدار d در حالتی که اتصال کاملا متقارن است صفر می‌باشد.

در تحقیق حاضر، برای تبدیل معکوس لاپلاس از روش گِیور- استفست استفاده شده است. مطابق این روش تبدیل لاپلاس معکوس از رابطه (۳۸) به‌دست می‌آید[۳۰].

$$f(t)\approx\frac{ln(2)}{t}\sum_{k=1}^{2M}\xi_k\hat{f}\left(\frac{kln(2)}{t}\right)\qquad for\qquad t>0 \tag{۳۸}$$

در رابطه (۳۸)، M عدد گیور نامیده می‌شود. در این تحقیق عدد گیور ۲ در نظر گرفته شده است. ξ_k نیز ضریب عددی است که از رابطه (۳۹) بدست می‌آید.

$$\xi_k=(-1)^{(k+M)}\sum_{j=\left[\frac{(k+1)}{2}\right]}^{min\{k,M\}}\frac{j^{M+1}}{M!}\binom{M}{j}\binom{2j}{j}\binom{j}{k-j} \tag{۳۹}$$

در جایی‌که:

$$\binom{M}{j}=\frac{M!}{j!\,(M-j)!} \tag{۴۰}$$

اعتبارسنجی

به منظور اعتبار سنجی تحقیق حاضر، اتصال چسبی با چسب شونده‌هایی از جنس آلیاژ آلومینیوم A6063 و برنج که با لایه نازکی از چسب پلی اورتان به یکدیگر متصل شده‌اند، تحت بار محوری ۱۰۰ نیوتن بر واحد عرض و با استفاده از سه روش، سه پارامتری الاستیک، روش حاضر و المان محدود تحلیل شده و نتایج آنها با یکدیگر مقایسه شده است. خواص هندسی و مکانیکی مدل در جدول (۱) آورده شده است.

جدول ۱: خواص هندسی و مکانیکی مدل تحلیل شده

ابعاد (میلی‌متر)	$l_1+2l=200, 2l=50, h_1=h_2=5, h_0=0.2$
چسب شونده ۱	$E_1=60{,}000Mpa,\ \nu_1=0.3$
چسب شونده ۲	$E_2=30{,}000Mpa,\ \nu_2=0.3$
چسب	$E_0=2{,}500Mpa,\ \nu_0=0.25$

برای شبیه‌سازی عددی و مقایسه نتایج با حل المان محدود، لازم است خواص مکانیکی مدل جامد خطی استاندارد که شامل ضرایب الاستیک (k_1 و k_2) و ضریب استهلاک (η) است، تعیین شوند. برای این منظور با فرض مقدار مدول آسایش برشی در زمان صفر برابر G_0 و در زمان بی‌نهایت برابر G_∞، مقادیر خواص مکانیکی مدل مذکور به ازای اعمال تنش $\tau_0 H(t)$ (آزمایش خزش) به شرح زیر در نظر گرفته می‌شوند.

$$\begin{aligned} & G_0 = G_a,\;\; G_\infty = \frac{G_0}{3} \\ & k_1 = 2G_\infty,\;\; k_2 = 2(G_0 - G_\infty) \\ & T = \frac{\eta}{k_1} \\ & \tau(t=0) = \tau_0 H(t) \end{aligned} \tag{۴۱}$$

در این رابطه، $H(t)$ تابع پله واحد است. همچنین T زمان تاخیر در آزمایش خزش است که در این تحقیق پنج روز فرض شده است. برای مدل سازی المان محدود از نرم افزار انسیس ۱۷/۲ استفاده شده است. هردو لایه چسب شونده و لایه چسب با المان PLANE۱۸۳ المان بندی شده است. رفتار چسب شونده‌ها الاستیک و رفتار لایه چسب ویسکوالاستیک در نظر گرفته شده است. برای مدل سازی رفتار ویسکوالاستیک چسب در تحلیل المان محدود از سری پرونی مطابق رابطه (۴۲) استفاده می‌شود.

$$G(t) = G_0\left(\alpha_\infty + \sum_{i=1}^{n} \alpha_i e^{-\frac{t}{T_i}}\right) \tag{۴۲}$$

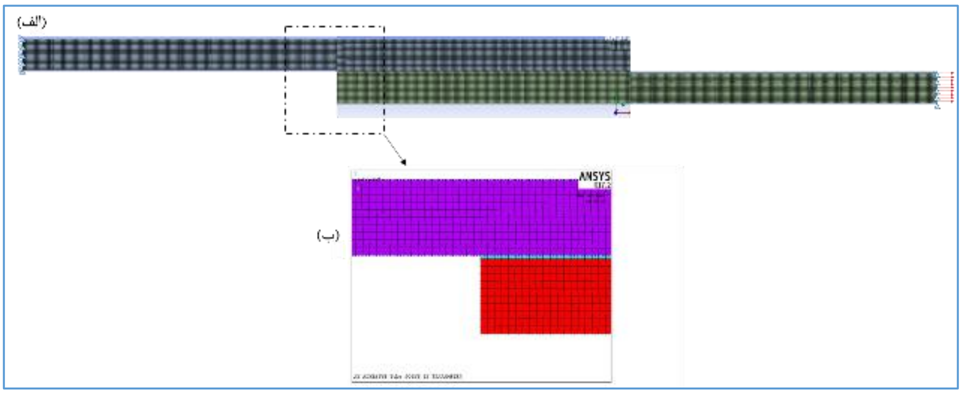
در جایی‌که α_i و G_0 به صورت زیر محاسبه می‌شوند.

$$\begin{aligned} & \alpha_i = \frac{G_i}{G_0} \\ & G_0 = G_\infty + \sum_{i=1}^{n} G_i \end{aligned} \tag{۴۳}$$

در روابط (۴۲) و (۴۳)، G_i مدول برشی در هر شاخه از سری پرونی، T_i زمان آسایش در هر شاخه از سری پرونی، α_i مدول برشی نسبی در هر شاخه از سری پرونی، G_0 مدول برشی اولیه (در زمان صفر) و G_∞ مدول برشی تعادلی (در زمان بی‌نهایت) هستند. همچنین شرایط مرزی و مدل المان بندی شده در شکل (۵) ارایه شده است. مطابق این شکل تمامی گره‌های واقع در لبه سمت چپ چسب شونده ۱ در دو راستای محوری و عرضی مقید هستند(جابجایی گره‌ها در هر دوراستا صفر است) و گره های واقع در لبه سمت راست چسب شونده ۲ تنها در راستای عرضی مقید هستند(جابجایی گره‌ها در راستای عرضی صفر است) و در راستای محوری می‌توانند جابجا شوند. هدف از این شرایط مرزی قرار دادن اتصال تحت کشش خالص و جلوگیری از ایجاد خمش در اتصال است. همچنین بار ۱۰۰ نیوتن بر واحد عرض (عرض قطعه در راستای عمود بر صفحه یک میلی‌متر است) به تعداد گره های لبه سمت راست چسب شونده ۲ تقسیم و مقدار بدست آمده به عنوان نیروی کششی به هر گره در این لبه به طور مساوی اعمال گردید.

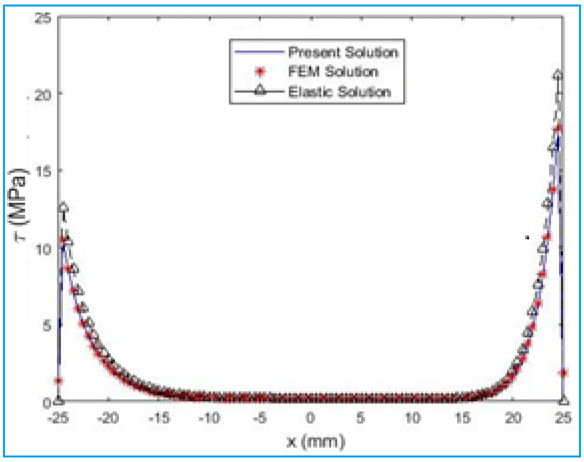
نتایج و بحث

در ابتدا برای اعتبار سنجی روش حاضر توزیع تنش برشی در سطح میانی چسب و تنش تورق در فضای بین لایه‌ای بالا و پایین در لحظه شروع بارگذاری (در زمان صفر) برای سه مدلِ سه پارامتری الاستیک، روش حاضر و روش المان محدود محاسبه شده و باهم مقایسه می‌شوند. شکل‌های (۶) این مقایسه را نشان می‌دهند. مطابق شکل (۶-الف) توزیع تنش برشی در سطح میانی از سه روش دارای انطباق بسیار مناسبی است. این انطباق بین روش حاضر و المان محدود بسیار بیشتر است.

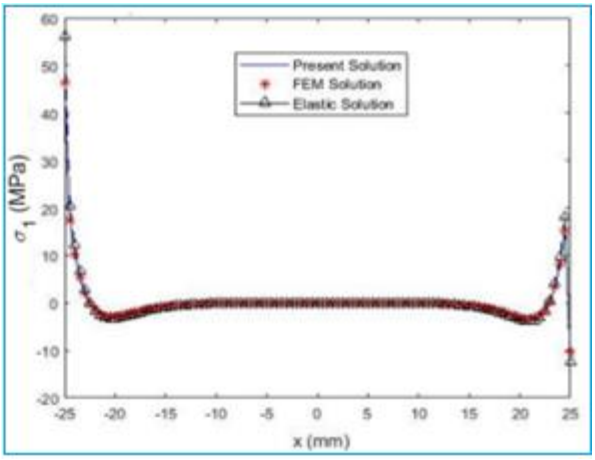


شکل ۵: (الف) شرایط مرزی و بارگذاری مدل المان محدود (ب) بخشی از مدل المان بندی شده

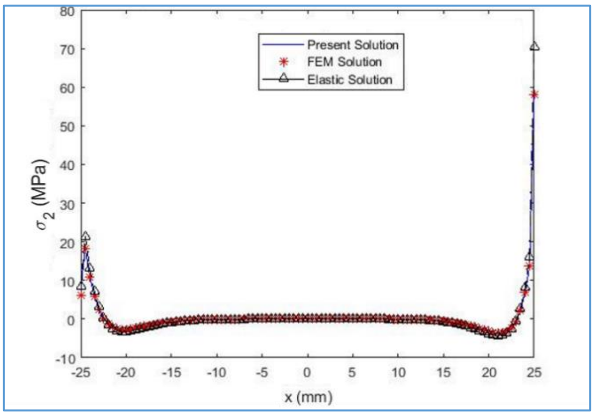
هر سه روش شرط تنش برشی صفر در سطح آزاد را ارضا می‌نمایند. به دلیل عدم تقارن، میزان تنش در لبه سمت چسب شونده برنجی به مراتب بیشتر از لبه سمت چسب شونده آلومینیومی است. این موضوع نشان می‌دهد احتمال شروع خرابی در اتصال از این لبه بیشتر است. تنش برشی در نزدیکی لبه‌های چسب بیشینه بوده اما در لبه چسب به سرعت به سمت صفر می‌رود. شکل (۶-ب) توزیع تنش تورق را در فضای بین لایه‌ای چسب و چسب شونده بالا نشان می‌دهد. در این حالت نیز مانند تنش برشی هر سه روش برهم منطبق هستند که این انطباق بین روش حاضر و المان محدود بیشتر است. در روش سه پارامتری الاستیک نسبت به دو روش دیگر میزان تنش قائم در فضای بین لایه‌ای بالا بیشتر است. میزان تنش تورق در فضای بین لایه‌ای بالا در لبه سمت چسب شونده آلومینیومی به مراتب بالاتر از لبه سمت چسب شونده برنجی است. لذا احتمال شروع جدایش یا لایه لایه شدن در فضای بین لایه‌ای بالا از سمت چسب شونده آلومینیومی بیشتر است. شکل (۶-ج) توزیع تنش تورق را در فضای بین لایه‌ای پایین نشان می‌دهد. در این حالت نیز مانند دو حالت قبل هر سه روش برهم منطبق هستند که این انطباق بین روش حاضر و المان محدود بیشتر است. همچنین مانند قبل در روش سه پارامتری الاستیک میزان تنش تورق در فضای بین لایه‌ای پایین نسبت به دو روش دیگر بیشتر می‌باشد. بر خلاف نمودار تنش تورق در فضای بین لایه‌ای بالا، در این حالت میزان تنش تورق در لبه سمت چسب شونده برنجی به مراتب بالاتر از لبه سمت چسب شونده آلومینیومی است. لذا احتمال جدایش یا لایه لایه شدن در فضای بین لایه‌ای پایین از سمت راست بیشتر است. با مقایسه شکل‌های (۶-ب) و (۶-ج) مشخص می‌شود، تنش تورق در فضای بین لایه‌ای بالا و پایین چسب قرینه یکدیگر هستند که کاملا مطابق هندسه و شکل بارگذاری مسئله است.



(ب)

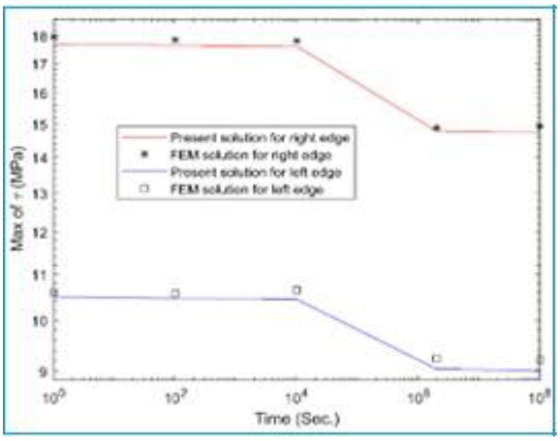


(الف)

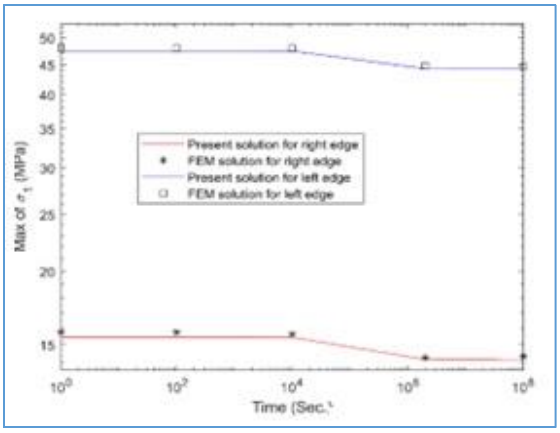


شکل ۶: توزیع تنش در لایه چسب در زمان صفر در اتصال نامتقارن، الف) تنش برشی در سطح میانی ، ب تنش تورق در فضای بین لایه‌ای بالا ، ج) تنش تورق در فضای بین لایه‌ای پایین.

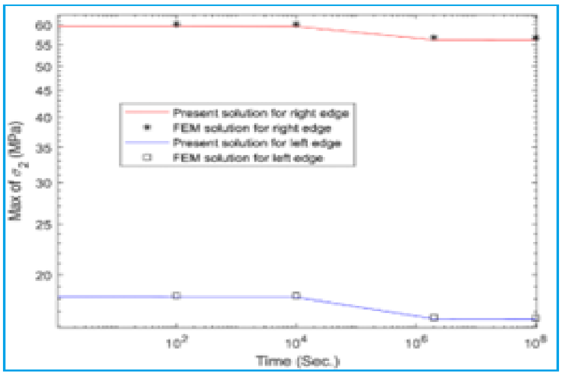
شکل‌های (۷) نمودار بیشینه تنش برشی در سطح میانی لایه چسب و بیشینه تنش تورق در فضای بین لایه‌ای بالا و پایین را در زمان‌های مختلف برای لبه سمت چسب شونده برنجی و آلومینیومی در ناحیه هم‌پوشانی از دو روش حاضر و المان محدود نشان می‌دهند. مطابق این نمودارها اگر چه مقدار تنش از روش المان محدود کمی بیشتر است اما هر دو روش انطباق مناسبی دارند. همچنین بر اساس این نمودارها حداکثر کاهش تنش برشی و تورق بین زمان‌های ۱۰.۰۰۰ الی ۱.۰۰۰.۰۰۰ ثانیه اتفاق می‌افتد و پس از گذشت ۱.۰۰۰.۰۰۰ ثانیه (حدود ۱۱.۵ روز) تنش‌ها به حالت پایدار می‌رسند.



(الف)



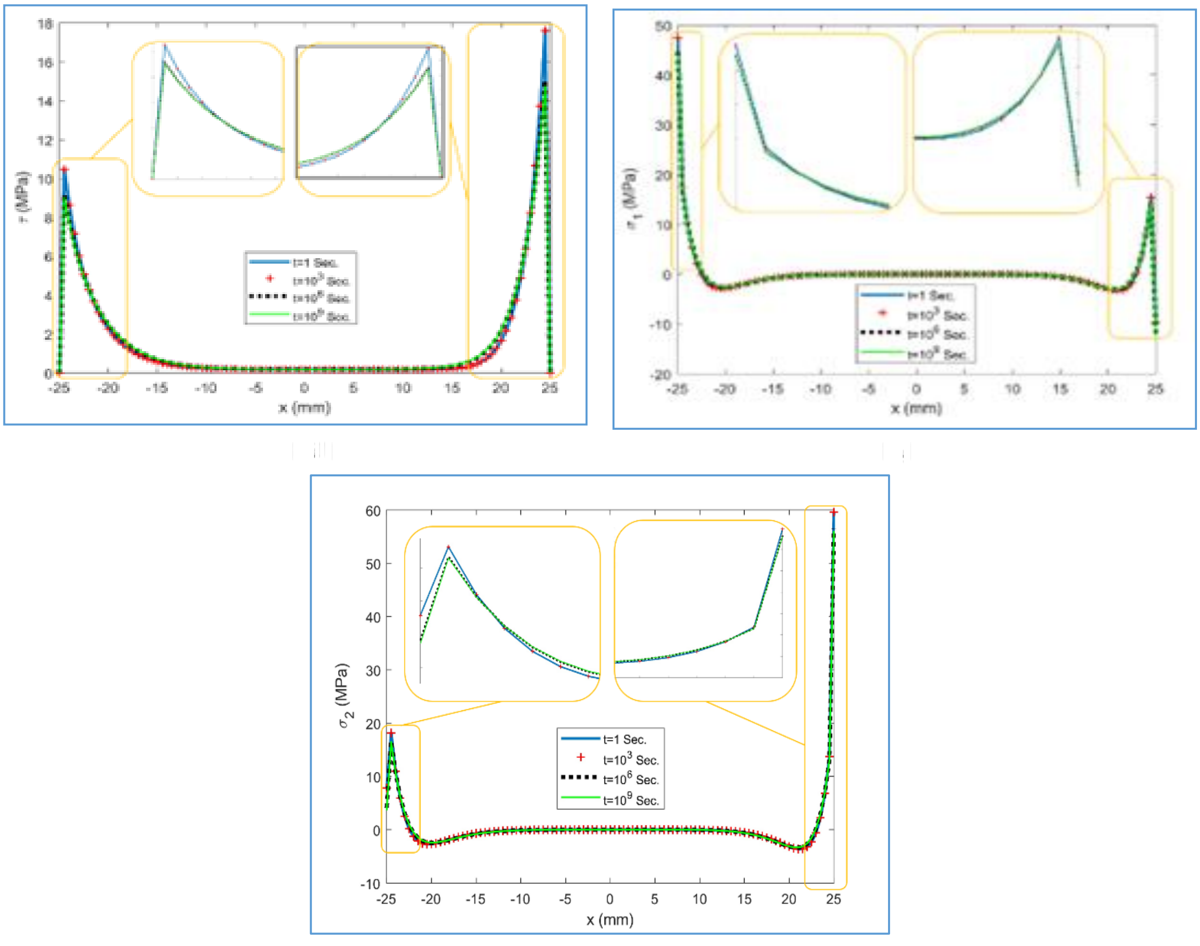
(ب)



(ج)

شکل ۷: بیشینه تنش در لایه چسب در زمان‌های مختلف در اتصال نامتقارن، الف) تنش برشی در سطح میانی ، ب) تنش تورق در فضای بین لایه‌ای بالا، ج) تنش تورق در فضای بین لایه‌ای پایین.

شکل‌های (۸) نمودار توزیع تنش برشی در سطح میانی لایه چسب و توزیع تنش تورق در فضای بین لایه‌ای بالا و پایین را پس از گذشت ۱، ۱۰۰۰، ۱.۰۰۰.۰۰۰ و ۱.۰۰۰.۰۰۰.۰۰۰ ثانیه، در طول ناحیه هم پوشانی برای اتصال نامتقارن نشان می‌دهند. بر اساس این نمودارها، تنش برشی و تورق بعد از گذشت ۱۰.۰۰۰ ثانیه بطور قابل توجه‌ای کاهش می‌یابند و سپس در زمان ۱.۰۰۰.۰۰۰ ثانیه پایدار می‌شوند. بیشترین کاهش تنش برشی در نیم میلی‌متری انتهای ناحیه هم پوشانی به میزان حدود ۱۷ در سمت چسب شونده برنجی و حدود ۱۶ درصد در سمت چسب شونده آلومینیومی اتفاق می‌افتد. بیشترین کاهش تنش تورق با گذشت زمان در فضای بین لایه‌ای بالا، در سمت چسب شونده آلومینیومی، در لبه و به میزان ۶ درصد و در سمت چسب شونده برنجی، در نیم میلی‌متری انتهای ناحیه هم پوشانی و به میزان ۷ درصد اتفاق می‌افتد. این کاهش تنش تورق در فضای بین لایه‌ای پایین، در سمت چسب شونده آلومینیومی، در نیم میلی‌متری انتهای آن و به میزان ۸ درصد و در چسب شونده برنجی، در لبه و به میزان ۵ درصد است.



شکل ۸: توزیع تنش در لایه چسب در زمان‌های مختلف در طول ناحیه هم پوشانی برای اتصال نامتقارن ، الف) تنش برشی در سطح میانی ، ب) تنش تورق در فضای بین لایه‌ای بالا، ج) تنش تورق در فضای بین لایه‌ای پایین.

نتیجه‌گیری

در این تحقیق، ابتدا روابط دیفرانسیلی حاکم در اتصال چسبی یک طرفه نامتقارن در فضای لاپلاس بر حسب نیروهای داخلی محاسبه شده‌اند. سپس به طور هم‌زمان و درحین حل معادلات دیفرانسیلی حاکم، تبدیل معکوس لاپلاس با استفاده از روش گِیور انجام شده و نیروهای داخلی محاسبه گردیدند. در نهایت با استفاده از ارتباط نیروهای داخلی و تنش‌ها، توزیع تنش برشی و تورق در لایه چسب محاسبه شدند. نتایج حاصل از این روش به سه دلیل نسبت به روش‌های پیشین به حالت واقعی نزدیک‌تر

است. این دلایل عبارتند از: ارضای شرط تنش برشی صفر در سطح آزاد چسب، ارضای شرط تعادل در لایه چسب در جهت عمود به آن (برخلاف روش دو پارامتری) و فرض رفتار ویسکوالاستیک چسب. برای اعتبار سنجی، نتایج حاصل از این روش با نتایج حاصل از المان محدود مقایسه گردید که هر دو روش داری انطباق بسیار مناسبی هستند. مطابق نتایج حاصل با گذشت زمان تنش در لایه چسب کاهش می‌یابد، که میزان این کاهش نسبت به زمان بسیار کم است (برای چسب مورد بررسی). همچنین هر چه لایه چسب ضخیم‌تر باشد، میزان کاهش تنش (تنش برشی و تنش تورق) با گذشت زمان کمتر است. احتمال شروع پدیده جدایش در فضای بین لایه‌ای پایین و از لبه سمت چسب شونده برنجی بیشتر است. در این اتصال بیشترین کاهش تنش برشی با گذشت زمان در نیم میلی‌متری انتهای لبه سمت چسب شونده برنجی، به مقدار حدود ۱۷ درصد اتفاق می‌افتد. بیشترین کاهش تنش تورق با گذشت زمان در نیم میلی‌متری انتهای لبه سمت چسب شونده آلومینیومی رخ می‌دهد. این کاهش در فضای بین لایه‌ای بالا حدود ۷ درصد و درفضای بین لایه‌ای پایین حدود ۸ درصد است. میزان کاهش تنش با گذشت زمانی حدود ۱۱ روز متوقف شده و تقریبا به صفر رسیده است.

مراجع

[1] Her, S. C., (1999). Stress analysis of adhesively-bonded lap joints. Composite structures, 47(1-4), pp 673-678.

[2] Kumar, S., Tampi, S., (2016). Modeling of single-lap composite adhesive joints under mechanical and thermal loads. Journal of Adhesion Science and Technology, 30(7), pp 759-783.

[3] Shishesaz, M., Hosseini, M., (2020). Effects of joint geometry and material on stress distribution, strength and failure of bonded composite joints: an overview. The Journal of Adhesion.

[4] Ferreira, L. R. F., Campilho, R. D. S. G., Rocha, R. J. B., Barbosa, D. R., (2019). Geometrical and material optimization of tensile loaded tubular adhesive joints using cohesive zone modelling. The Journal of Adhesion, 95(5-7), pp 425-449.

[5] Valente, J. P. A., Campilho, R. D. S. G., Marques, E. A. S., Machado, J. J. M., Da Silva, L. F. M., (2019). Adhesive joint analysis under tensile impact loads by cohesive zone modelling. Composite Structures, 222, p 110894.

[6] Wang, S., Guo, Q., Xie, Z., (2019). Extended analytical model for interfacial stresses of double-lap joints under harmonic loads. International Journal of Adhesion and Adhesives, 91, pp 23-35.

[7] Saleh, M. N., Saeedifar, M., Zarouchas, D., De Freitas, S. T., (2020). Stress analysis of double-lap bi-material joints bonded with thick adhesive. International Journal of Adhesion and Adhesives, 97, p 102480.

[8] Goland, M., & Reissner, E., (1944). The stresses in cemented joints.

[9] Zhao, B., Lu, Z. H., Lu, Y. N., (2011). Closed-form solutions for elastic stress–strain analysis in unbalanced adhesive single-lap joints considering adherend deformations and bond thickness. International Journal of Adhesion and Adhesives, 31(6), pp 434-445.

[10] Icardi, U., Sola, F., (2014). Analysis of bonded joints with laminated adherends by a variable kinematics layerwise model. International Journal of Adhesion and Adhesives, 50, pp 244-254.

[11] Khan, M. A., Kumar, S., Reddy, J. N., (2018). Material-tailored adhesively bonded multilayers: A theoretical analysis. International Journal of Mechanical Sciences, 148, pp 246-262.

[12] Liu, M., Dawood, M., (2018). A closed-form solution of the interfacial stresses and strains in steel beams strengthened with externally bonded plates using ductile adhesives. Engineering Structures, 154, pp 66-77.

[13] Wang, S., Xie, Z., Li, X., (2021). On adhesively bonded stepped-scarf joint: an analytical model and its validation. Mechanics of advanced materials and structures, 28(9), pp 938-951.

[14] Wang, J., Zhang, C., (2009). Three-parameter, elastic foundation model for analysis of adhesively bonded joints. International Journal of Adhesion and Adhesives, 29(5), pp 495-502.

[15] Guin, W. E., Wang, J., (2016). Theoretical model of adhesively bonded single lap joints with functionally graded adherends. Engineering Structures, 124, pp 316-332.

[16] Amidi, S., Wang, J., (2019). An analytical model for interfacial stresses in double-lap bonded joints. The Journal of Adhesion.

[17] Khalili, S. M. R., Jafarkarimi, M. H., Abdollahi, M. A., (2009). Creep analysis of fibre reinforced adhesives in single lap joints—Experimental study. International Journal of Adhesion and Adhesives, 29(6), pp 656-661.

[18] Zhang, C., Wang, J., (2011). Viscoelastic analysis of FRP strengthened reinforced concrete beams. Composite structures, 93(12), pp 3200-3208.

[19] Zhang, C., Wang, J., (2012). Interface stress redistribution in FRP-strengthened reinforced concrete beams using a three-parameter viscoelastic foundation model. Composites Part B: Engineering, 43(8), pp 3009-3019.

[20] Shishesaz, M., Reza, A., (2013). The effect of viscoelasticity of polymeric adhesives on shear stress distribution in a single-lap joint. The Journal of Adhesion, 89(11), pp 859-880.

[21] Shishesaz, M., Reza, A., (2013). The effect of viscoelasticity of adhesives on shear stress distribution in a double-lap joint using analytical method. Journal of adhesion science and technology, 27(20), pp 2233-2250.

[22] Reza, A., Shishesaz, M., Naderan-Tahan, K., (2014). The effect of viscoelasticity on creep behavior of double-lap adhesively bonded joints. Latin American Journal of Solids and Structures, 11, pp 35-50.

[23] Hamoodi-Tabar, M., Reza, A., (2021). Long-term shear stress distribution in adhesively bonded tubular joints under tensile load using the time-temperature superposition principle. The Journal of Adhesion, 97(4), pp 328-345.

[24] Amidi, S., Wang, J., (2018). Three-parameter viscoelastic foundation model of adhesively bonded single-lap joints with functionally graded adherends. Engineering Structures, 170, pp 118-134.

[25] Haddad Soleymani, S., Shishesaz, M., Mosalmani, R., (2019). Viscoelastic analysis of stress distribution in balanced and unbalanced adhesively bonded single-lap joints with functionally graded adherends under the Reddy model. Journal of Computational Applied Mechanics, 50(2), pp 341-357.

[26] Khashaba, U. A., (2020). Dynamic analysis of scarf adhesive joints in carbon-fiber composites at different temperatures. AIAA Journal, 58(9), pp 4142-4157.

[27] Timoshenko, S., Strength of materials—Part 1 (mechanical, strength of materials, engineerig). New York: D. Van Nostrand Company, 1940, p 170.

[28] Delale, F., Erdogan, F., (1981). Viscoelastic analysis of adhesively bonded joints.

[29] Cheng, S., Chen, D., Shi, Y., (1991). Analysis of adhesive-bonded joints with nonidentical adherends. Journal of engineering mechanics, 117(3), pp 605-623.

[30] Reza, A., Shishesaz, M., (2018). The effect of viscoelasticity on the stress distribution of adhesively single-lap joint with an internal break in the composite adherends. Mechanics of Time-Dependent Materials, 22(3), pp 373-399.

پیوست (الف)

$$A_{11}=\frac{A_3}{b},\quad A_{12}=\frac{A_3(h_1+h_0)}{2b}$$
$$A_{13}=A_1\left(\frac{1}{2C_1}-\frac{1}{2C_2}-\frac{h_2(h_1+h_2+2h_0)}{8D_2}\right)+A_2\left(\frac{h_1}{2h_0B_1}+\frac{h_1+2h_0}{2h_0B_2}\right)$$
$$A_{14}=-A_1\left(\frac{h_1}{4D_1}+\frac{h_2}{4D_2}\right)+A_2\left(\frac{1}{h_0B_1}+\frac{1}{h_0B_2}\right) \tag{الف-۱}$$
$$A_{15}=-A_2\left(\frac{h_1+h_2+2h_0}{2h_0D_2}\right),\quad A_{16}=-A_2\left(\frac{1}{h_0D_1}+\frac{1}{h_0D_2}\right)$$
$$A_{16}=\frac{A_2}{h_0D_2}$$

در رابطه (الف-۱) مقادیر A_3 و A_2 و A_1 عبارتنداز:

$$A_1=a_{10}+a_{11}\frac{\partial}{\partial t}+a_{12}\frac{\partial^2}{\partial t^2}$$
$$A_2=b_{10}+b_{11}\frac{\partial}{\partial t}+b_{12}\frac{\partial^2}{\partial t^2} \tag{الف-۲}$$
$$A_3=c_{10}+c_{11}\frac{\partial}{\partial t}+c_{12}\frac{\partial^2}{\partial t^2}$$

$$B_{11}=-\frac{h_0}{2E_a}Q,\quad B_{12}=\frac{h_0h_1}{4E_a}Q,\quad B_{13}=\frac{bh_1}{4B_1}Q-P$$

$$B_{14}=\frac{b}{2B_1}QB_{15}=\frac{b}{2h_0}Q\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{h_2(h_1+h_2+2h_0)}{4D_2}\right) \tag{الف-۳}$$
$$B_{16}=\frac{b}{2h_0}Q\left(-\frac{h_1}{2D_1}+\frac{h_2}{2D_2}-\frac{1}{D_1}\right),\quad B_{17}=-\frac{b}{2h_0C_2}Q$$
$$B_{18}=-\frac{bh_2}{4D_2}Q$$

$$E_{11}=\frac{A_{3s}}{b},\quad E_{12}=\frac{A_{3s}(h_1+h_0)}{2b}$$
$$E_{13}=A_{1s}\left(\frac{1}{2C_1}-\frac{1}{2C_2}-\frac{h_2(h_1+h_2+2h_0)}{8D_2}\right)+A_{2s}\left(\frac{h_1}{2h_0B_1}+\frac{h_1+2h_0}{2h_0B_2}\right)$$
$$E_{14}=-A_{1s}\left(\frac{h_1}{4D_1}+\frac{h_2}{4D_2}\right)+A_{2s}\left(\frac{1}{h_0B_1}+\frac{1}{h_0B_2}\right) \tag{الف-۴}$$
$$E_{15}=-A_{2s}\left(\frac{h_1+h_2+2h_0}{2h_0D_2}\right),\quad E_{16}=-A_{2s}\left(\frac{1}{h_0D_1}+\frac{1}{h_0D_2}\right)$$
$$E_{16}=\frac{A_{2s}}{h_0D_2}$$

$$\begin{aligned}
&D_{11}=-\frac{h_0}{2E_a}Q_s,\ \ D_{12}=\frac{h_0h_1}{4E_a}Q_s,\ \ D_{13}=\frac{bh_1}{4B_1}Q_s-P_s\\
&D_{14}=\frac{b}{2B_1}Q_s\\
&D_{15}=\frac{b}{2h_0}Q_s\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{h_2(h_1+h_2+2h_0)}{4D_2}\right)\\
&D_{16}=\frac{b}{2h_0}Q_s\left(-\frac{h_1}{2D_1}+\frac{h_2}{2D_2}-\frac{1}{D_1}\right),\ \ D_{17}=-\frac{b}{2h_0C_2}Q_s\\
&D_{18}=-\frac{bh_2}{4D_2}Q_s
\end{aligned}$$ (الف-۵)

در رابطه (الف-۵) مقادیر Q_s و P_s عبارتند از:

$$\begin{aligned}
&H_{11}=-\frac{E_{11}D_{12}-E_{12}D_{11}}{D_{14}E_{11}-D_{11}E_{14}},\ \ H_{12}=-\frac{E_{11}D_{13}-E_{13}D_{11}}{D_{14}E_{11}-D_{11}E_{14}}\\
&H_{13}=-\frac{E_{11}D_{15}-E_{15}D_{11}}{D_{14}E_{11}-D_{11}E_{14}},\ \ H_{14}=-\frac{E_{11}D_{16}-E_{16}D_{11}}{D_{14}E_{11}-D_{11}E_{14}}\\
&H_{15}=\frac{E_{11}D_{17}}{D_{14}E_{11}-D_{11}E_{14}},\ \ H_{16}=-\frac{E_{11}D_{18}-E_{18}D_{11}}{D_{14}E_{11}-D_{11}E_{14}}
\end{aligned}$$ (الف-۷)

$$\begin{aligned}
&F_{11}=-\frac{E_{12}D_{14}-E_{14}D_{12}}{D_{14}E_{11}-D_{11}E_{14}},\ \ F_{12}=-\frac{E_{13}D_{14}-E_{14}D_{13}}{D_{14}E_{11}-D_{11}E_{14}}\\
&F_{13}=-\frac{E_{15}D_{14}-E_{14}D_{15}}{D_{14}E_{11}-D_{11}E_{14}},\ \ F_{14}=-\frac{E_{16}D_{14}-E_{14}D_{16}}{D_{14}E_{11}-D_{11}E_{14}}\\
&F_{15}=\frac{E_{14}D_{17}}{D_{14}E_{11}-D_{11}E_{14}},\ \ F_{16}=-\frac{E_{18}D_{14}-E_{14}D_{18}}{D_{14}E_{11}-D_{11}E_{14}}
\end{aligned}$$ (الف-۸)

$$\begin{aligned}
&G_{11}=-H_{11},\ \ G_{12}=F_{11}-H_{11}\\
&G_{13}=F_{12}-H_{13}-H_{14}F_{11}+F_{14}H_{11}\\
&G_{14}=-H_{14}F_{12}+F_{13}+F_{14}H_{12},\ \ G_{15}=-H_{14}F_{13}+F_{14}H_{13}\\
&G_{16}=-H_{14}F_{15}+F_{14}H_{15},\ \ G_{17}=-H_{14}F_{16}+F_{14}H_{16}
\end{aligned}$$ (الف-۹)

$$\begin{aligned}
&I_{11}=\frac{H_{11}}{F_{14}-{H_{14}}^2},\ \ I_{12}=-\frac{F_{11}-H_{12}-H_{14}H_{11}}{F_{14}-{H_{14}}^2}\\
&I_{13}=-\frac{F_{12}-H_{13}-H_{14}H_{12}}{F_{14}-{H_{14}}^2},\ \ I_{14}=-\frac{F_{13}-H_{14}H_{12}}{F_{14}-{H_{14}}^2}\\
&I_{15}=-\frac{F_{15}-H_{14}H_{15}}{F_{14}-{H_{14}}^2},\ \ I_{16}=-\frac{F_{16}-H_{16}H_{14}}{F_{14}-{H_{14}}^2}
\end{aligned}$$ (الف-۱۰)