

## آنالیز تنش مگنتوترموالاستیک و شدت میدان مغناطیسی القائی در یک مخزن جدار ضخیم کروی FGM

حسن خادمی زاده<sup>۱\*</sup>

علی قربان پور آرائی<sup>۲</sup>

محمد سالاری<sup>۳</sup>

\* نویسنده مسئول: hkhademyza@cc.iut.ac.ir

### چکیده

در این مقاله یک حل تحلیلی برای مسئله مگنتو- ترمو- الاستیک یک بعدی در یک مخزن جدار ضخیم ساخته شده از ماده مدرج هدفمند یا FGM که در یک میدان حرارتی و مغناطیسی یکنواخت و تحت فشار داخلی قرار دارد با استفاده از تئوری مگنتو ترمو الاستیک بدست آمده است. ناهمگنی در ماده فرض شده است تا در طول ضخامت ماده به طور شعاعی از یک تابع توزیع نمایی- توانی تبعیت کند. توزیع دما، جابجایی، تنش ها و شدت میدان مغناطیسی القائی یا انحراف بردار میدان مغناطیسی به ازای دو حالت بارگذاری مختلف بدست آمده اند و به ازای ضرائب نمایی مختلف در نمودارهایی رسم شده و با حالت ماده یکنواخت مقایسه شده اند. با مقایسه و بررسی نتایج مشخص می شود که با اینکه توزیع جابجایی، تنش و پراکندگی بردار میدان مغناطیسی در ماده همگن سرامیکی و یا فلزی تنها تابع بار و هندسه مخزن می باشد اما در ماده FGM علاوه بر اینکه تابع بار و هندسه است به نحوه توزیع ماده نیز وابسته است که این وابستگی می تواند جهت کنترل توزیع جابجایی ها، تنش ها و پراکندگی بردار میدان مغناطیسی مفید واقع شود و در نتیجه می توان با انتخاب یک ثابت ناهمگنی مناسب، یک مخزن بهینه طراحی کرد.

**واژه های کلیدی:** مواد FGM - مگنتوترموالاستیک - مخازن کروی - شدت میدان مغناطیسی القائی

1 - استادیار- دانشکده مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان

2 - استادیار- دانشگاه کاشان

3 - دانشجو کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی اصفهان

## ۱- مقدمه

حرارتی و... طبق تابعی خاص در یک یا چند بعد تغییر می‌کنند. این کار با تغییر در کسر حجمی مواد تشکیل دهنده و ریز ساختار آنها ممکن خواهد بود. [۲]

مفهوم مواد هدفمند ابتدا در سال ۱۹۸۴ توسط ناینو در لابراتوار هوا فضای ملی ژاپن و همکارانش به عنوان یک ماده برای روکش های حرارتی قابل استفاده در کاربردهای فضایی و راکتورهای گداخت معرفی شد. با اینکه مواد هدفمند در ابتدا، برای مصارف هوافضا طراحی و ساخته شدند اما در حال حاضر در بسیاری از زمینه ها کاربرد پیدا کرده اند. مانند لوله های مبدل حرارتی، پره توربین های گازی، روکش های پلاسما<sup>۳</sup> برای راکتورهای گداخت، صنایع نظامی، ابزار برش صنعتی، قطعات موتور راکت، ساخت اندامهای مصنوعی بدن انسان از قبیل دندان و استخوان مصنوعی، فیبر های نوری، صنایع ساعت سازی، اتصالات الکتریکی و مغناطیسی ولتاژ بالا و ... [۳]

رایج ترین نوع FGM ها برای کاربردهای هوافضا از دو فاز سرامیک و فلز با یک ریز ساختار که به صورت پیوسته درجه بندی شده اند تشکیل شده است. این نوع از FGM در زمینه پوشش محافظ حرارتی<sup>۴</sup> بکار می رود و می تواند باعث کاهش تنش های داخلی و افزایش عمر پوشش شود. [۴] بنابراین روشن است که چون از مواد FGM اکثرا در مواردی که همزمان به مقاومت خوب حرارتی و مکانیکی نیاز داریم استفاده می شود، استفاده از این مواد در سازه های در معرض بارگذاریهای مگنتوترموالاستیک بسیار مناسب به نظر می رسد.

تاکنون مطالعات کمی درباره رفتار مگنتوترموالاستیک مخازن فشاری FGM انجام شده است. ناکا و مورات [۵] حل تحلیلی ای برای جابجایی و تنش در مخازن استوانه ای و کرووی FGM تحت فشار داخلی یافته اند. فوکوی و بقیه [۶] مسئله انتقال حرارت یکنواخت یک استوانه جدار ضخیم غیر همگن را بررسی کرده اند. لوتز و زیمرمن [۷] مسئله انتقال حرارت یکنواخت یک جسم کرووی که مدول یانگ و ضریب انبساط حرارتی آن بطور خطی با شعاع تغییر می کند

اجزای مکانیکی یا سازه ای که همزمان در میدانهای مکانیکی، حرارتی و مغناطیسی عمل می کنند با پیشرفت سریع الکترومکانیک، روز به روز افزایش می یابند. به همین دلیل، در دهه های اخیر، یک حوزه جدیدی ایجاد شده است که اثر متقابل بین میدانهای الکترومغناطیسی و دما و کرنش را بررسی می کند. این رشته جدید مگنتوترموالاستیسیته نامیده می شود.

تئوری مگنتوترموالاستیک که با اثر متقابل بین تنش، کرنش، دما و میدانهای الکترومغناطیسی سر و کار دارد، به علت کاربرد عملی گسترده آن در زمینه های گوناگون مانند شاتل های فضایی، هواپیماهای مافوق صوت، موشک ها و راکتها، راکتورهای هسته ای، اجزای ذخیره مغناطیسی، سنسور ها، فیزیک پلاسما، تکنیکهای اندازه گیری متناظر مگنتوالاستیسیته و ... در سالهای اخیر مورد توجه بسیاری از محققان قرار گرفته است. وقتی که یک میدان مغناطیسی روی یک ماده هادی عمل می کند، یک جریان ادی<sup>۱</sup> ایجاد می شود و این جریان، حرارت تولید می کند که این اتلاف انرژی جریان ادی، به علت اثر ژول است. محیط هادی همچنین در معرض یک نیروی لورنتز نیز هست. بنابراین دو نوع از تنش بوجود می آید: تنش حرارتی ایجاد شده توسط اتلاف جریان ادی و تنش مغناطیسی ایجاد شده توسط نیروی لورنتز. [۱]

از سوی دیگر در کامپوزیتهای لایه ای، انتقال ناگهانی خصوصیات مواد از یک لایه به لایه دیگر باعث ایجاد تنش های نامطلوب بین لایه ای در فصل مشترک لایه ها می شود که این تنش ها می توانند باعث تغییر شکل پلاستیکی، ایجاد ترک و یا حتی جدایش لایه ها شوند. این اثرات نامطلوب می توانند با استفاده از مواد هدفمند<sup>۲</sup> برطرف شوند. مواد FGM کامپوزیتهای پیشرفته ای هستند که بصورت میکروسکوپیکی طراحی شده اند تا اینکه تغییرات فاصله ای تدریجی و پیوسته ای را در خصوصیات ماده ارائه کنند. یعنی خواص ماده از قبیل مدول یانگ، ضریب انبساط حرارتی و یا ضریب هدایت

3 - Plasma facings

4 - Thermal barrier coating

1 - Eddy current

2 - Functionally Graded Materials

که در آن

$$A_1 = \frac{T_2 - T_1}{-k\left(\frac{r}{a}\right)^n}, \quad A_2 = T_1 \int_a^r \frac{e^{-k\left(\frac{r}{a}\right)^n}}{r^2} dr \quad (4)$$

تنش و کرنش در کره از روابط زیر بدست می آیند.

$$\sigma_{rr} = \lambda(\varepsilon_{rr} + 2\varepsilon_{\theta\theta}) + 2G\varepsilon_{rr} - (3\lambda + 2G)\alpha(r)T(r), \quad (5)$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \lambda(\varepsilon_{rr} + 2\varepsilon_{\theta\theta}) + 2G\varepsilon_{\theta\theta} - (3\lambda + 2G)\alpha(r)T(r).$$

$$\varepsilon_{rr} = \frac{du}{dr}, \quad \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{u}{r}. \quad (6)$$

که در آنها  $u$  جابجایی شعاعی و  $G, \lambda$  ضرایب لامه هستند که رابطه آنها با مدول یانگ و ضریب پواسون بصورت رابطه (۷) است.

$$G = \frac{E(r)}{2(1+\nu)}, \quad \lambda = \frac{\nu E(r)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (7)$$

فرض می کنیم که مخزن ما در معرض یک بردار شدت میدان مغناطیسی محیطی بیرونی و ثابت  $\vec{H}_0$  قرار دارد. در اثر اعمال این میدان مغناطیسی در ماده، یک بردار شدت میدان مغناطیسی القائی یا انحراف بردار میدان مغناطیسی  $\vec{h}$ ، یک بردار میدان الکتریکی القائی  $\vec{e}$  و همچنین یک بردار نیروی جسمی  $\vec{f}$  (نیروی لورنتز) در ماده ایجاد می شود. در اثر این نیروی حجمی، یک بردار جابجایی  $\vec{U}$  در ماده ایجاد می شود که این جابجایی به نوبه خود باعث تولید حرارت در جسم می شود. با فرض اینکه ضریب نفوذپذیری مغناطیسی در سطوح مخزن کروی با ضریب نفوذ پذیری محیط اطراف آن یکسان باشد و با حذف جریانهای الکتریکی جابجایی، معادلات الکترودینامیک ماکسول برای یک جسم کشان هادی به صورت زیر بدست می آیند. [۱۰] و [۱۱]

$$\vec{J} = \nabla \times \vec{h}, \quad \nabla \times \vec{e} = -\mu \frac{\partial \vec{h}}{\partial t}, \quad \text{div} \vec{h} = 0, \quad (8)$$

$$\vec{e} = -\mu \left( \frac{\partial \vec{U}}{\partial t} \times \vec{H}_0 \right), \quad \vec{h} = \text{Curl}(\vec{U} \times \vec{H}_0)$$

که در آن  $\vec{J}$  بردار دانسیته سطحی جریان الکتریکی است. با اعمال یک بردار شدت مغناطیسی اولیه  $\vec{H}_0(0,0,H_{0\phi})$  در سیستم مختصات کروی  $(r,\theta,\phi)$  به معادلات بالا خواهیم داشت:

$$\vec{U} = (u,0,0), \quad \vec{e} = -\mu \left( 0, H_{0\phi} \frac{\partial u}{\partial t}, 0 \right) \quad (9)$$

$$\vec{h} = (0,0,h_\phi), \quad \vec{J} = \left( 0, -\frac{\partial h_\phi}{\partial r}, 0 \right), \quad h_\phi = -H_{0\phi} \left( \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{2u}{r} \right)$$

را بررسی کرده است. دای و همکاران [۸] حل دقیق مخزن فشاری استوانه ای و کروی FGM با توزیع ناهمگنی توانی واقع در یک میدان مغناطیسی یکنواخت را ارائه داده اند و همچنین دای و فو [۹] عکس العمل مگنتو ترموالاستیک این مخازن را در معرض بارهای مکانیکی بدست آورده اند.

با این وجود در هیچ کدام از کارهای قبلی عکس العمل مگنتو ترموالاستیک مخازن کروی با توزیع ناهمگنی نمایی-توانی مطالعه نشده است. در این مقاله یک حل تحلیلی برای مسئله مگنتو ترمو الاستیک یک بعدی در یک مخزن کروی جدار ضخیم FGM با تابع توزیع نمایی-توانی که در یک میدان حرارتی و مغناطیسی یکنواخت و تحت فشار داخلی قرار دارد با استفاده از تئوری مگنتو ترمو الاستیک بدست آمده است.

## ۲- استخراج معادلات

یک مخزن کروی جدار ضخیم FGM با شعاعهای داخلی و خارجی  $a$  و  $b$  با رسانایی کامل را که در یک میدان مغناطیسی یکنواخت  $\vec{H}_0(0,0,H_{0\phi})$  قرار گرفته است را در نظر می گیریم. فرض می کنیم که این مخزن در تماس با دو محیط با دمای یکنواخت  $T_2, T_1$  در داخل و خارج آن قرار دارد در نتیجه انتقال حرارت در آن بصورت پایا است و همچنین فرض می کنیم که خواص ماده FGM از قوانین زیر تبعیت کنند.

$$E(r) = E_0 e^{k\left(\frac{r}{a}\right)^n}, \quad \alpha(r) = \alpha_0 e^{k\left(\frac{r}{a}\right)^n}, \quad \mu(r) = \mu_0 e^{k\left(\frac{r}{a}\right)^n}, \quad (1)$$

$$K(r) = K_0 e^{k\left(\frac{r}{a}\right)^n}, \quad \nu = \text{const.}$$

که در آن ضرایب  $E, \mu, \alpha, K$  به ترتیب مدول یانگ، ضریب انبساط حرارتی، نفوذ پذیری مغناطیسی و هدایت حرارتی و  $k$  و  $n$  ضرایب ناهمگنی ماده هستند.

معادله انتقال حرارت در مخزن کروی بصورت زیر است.

$$\frac{1}{r^2} (r^2 K(r) T'(r))' = 0 \quad (2)$$

در نتیجه با توجه به شرایط مرزی ذکر شده در فوق رابطه دما در این کره بصورت زیر بدست می آید.

$$T(r) = A_1 \int_a^r \frac{e^{-k\left(\frac{r}{a}\right)^n}}{r^2} dr + A_2 \quad (3)$$

که معادله فوق، شکل استاندارد معادله دیفرانسیل فوق هندسی تعمیم یافته<sup>۱</sup> است و جواب عمومی آن بصورت زیر است.

$$y(x) = \hat{C}_1 F_c(\chi; \beta; x) + \hat{C}_2 x^{1-\beta} F_c(1 + \chi - \beta; 2 - \beta; x)$$

where:

$$\chi = \frac{4B + A(-1 + \sqrt{1-4M})}{2An} \quad (17)$$

$$\beta = \frac{n + \sqrt{1-4M}}{n}$$

تابع فوق هندسی تعمیم یافته نام دارد و بصورت زیر تعریف می شود.

$$F_c(\chi; \beta; x) = 1 + \frac{\chi}{\beta \cdot 1!} x + \frac{\chi(\chi+1)}{\beta(\beta+1) \cdot 2!} x^2 + \frac{\chi(\chi+1)(\chi+2)}{\beta(\beta+1)(\beta+2) \cdot 3!} x^3 + \dots \quad (18)$$

در نتیجه برای جوابهای همگن معادله (۱۳) خواهیم داشت.

$$P(r) = r^{-\frac{-1+\sqrt{1-4M}}{2}} F_c(\chi; \beta; -\frac{Ak(\frac{r}{a})^n}{A + \mu_0 H_{0\phi}^2}) \quad (19)$$

$$Q(r) = r^{-\frac{-1+\sqrt{1-4M}}{2} + n(1-\beta)} F_c(1 + \chi - \beta; 2 - \beta; -\frac{Ak(\frac{r}{a})^n}{A + \mu_0 H_{0\phi}^2})$$

جواب خصوصی معادله (۱۳) نیز از روش تغییر پارامترها<sup>۲</sup> از رابطه (۲۰) بدست می آید.

$$R(r) = -P(r) \int_a^r \frac{Q(\zeta)F(\zeta)}{W(\zeta)} d\zeta + Q(r) \int_a^r \frac{P(\zeta)F(\zeta)}{W(\zeta)} d\zeta, \quad (20)$$

$$W(r) = P(r) \frac{dQ}{dr} - Q(r) \frac{dP}{dr}.$$

در نتیجه جواب عمومی معادله (۱۳) مطابق رابطه زیر بدست می آید.

$$u(r) = C_1 P(r) + C_2 Q(r) + R(r) \quad (21)$$

در نهایت با جایگذاری مقدار بدست آمده از رابطه (۲۱) در روابط (۵) و (۹) تنش ها و همچنین شدت میدان مغناطیسی القایی بصورت زیر بدست می آیند.

$$\sigma_{rr} = C_1 V(r) + C_2 H(r) + S(r) \quad (22)$$

$$\sigma_{\theta\theta} = C_1 \bar{V}(r) + C_2 \bar{H}(r) + \bar{S}(r)$$

$$h_\phi = -H_{0\phi} [C_1 (\frac{dP(r)}{dr} + 2r^{-1}P(r)) + C_2 (\frac{dQ(r)}{dr} + 2r^{-1}Q(r)) + \frac{dR(r)}{dr} + 2r^{-1}R(r)] \quad (23)$$

که در روابط فوق داریم.

1 - Generalized hypergeometric differential equation

2 - Variation of parameters

که در نتیجه بردار شدت میدان مغناطیسی کل در ماده از رابطه زیر بدست می آید.

$$\vec{H} = \vec{H}_0 + \vec{h} \quad (10)$$

و همچنین نیروی جسمی لورنتز بصورت زیر نوشته می شود.

$$f_\phi = \mu(r)(\vec{J} \times \vec{H}_0) = \mu(r)H_{0\phi}^2 \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{2u}{r} \right) \quad (11)$$

معادله تعادل در راستای شعاع در کره بصورت زیر است.

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{2}{r}(\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}) + f_\phi = 0 \quad (12)$$

آنگاه با جایگذاری روابط (۵) و (۱۱) در رابطه (۱۲) به معادله تعادل جابجایی زیر خواهیم رسید.

$$\frac{d^2 u}{dr^2} + (2r + \frac{Akn}{(A + \mu_0 H_{0\phi}^2) a^n} r^{n+1}) \frac{du}{dr} + (\frac{knN}{a^n} r^n + M)u = \frac{2knC\alpha_0}{(A + \mu_0 H_{0\phi}^2)} r^{n+1} e^{\frac{k(\frac{r}{a})^n}{a}} T(r) + \frac{A_1 C \alpha_0}{A + \mu_0 H_{0\phi}^2} \quad (13)$$

که در نتیجه عبارت ناهمگنی شکل استاندارد معادله فوق بصورت زیر می گردد.

$$F(r) = \frac{2knC\alpha_0}{a^n (A + \mu_0 H_{0\phi}^2)} r^{n-1} e^{\frac{k(\frac{r}{a})^n}{a}} T(r) + \frac{A_1 C \alpha_0}{r^2 (A + \mu_0 H_{0\phi}^2)} \quad (14)$$

که در آنها داریم:

$$A = \frac{(1-\nu)E_0}{(1+\nu)(1-2\nu)}$$

$$B = \frac{\nu E_0}{(1+\nu)(1-2\nu)}$$

$$C = \frac{E_0}{1-2\nu} \quad (15)$$

$$M = 2 \left( \frac{B(1-\frac{1}{\nu}) - \mu_0 H_{0\phi}^2}{A + \mu_0 H_{0\phi}^2} \right), \quad N = 2 \left( \frac{B}{A + \mu_0 H_{0\phi}^2} \right)$$

### ۳- حل معادلات

$$x = -\frac{Ak(\frac{r}{a})^n}{A + \mu_0 H_{0\phi}^2} \quad \text{و} \quad u(r) = r^{-\frac{-1+\sqrt{1-4M}}{2}} y$$

با تغییر متغیرهای  $y$  قسمت همگن معادله (۱۳) به معادله زیر تبدیل می شود.

$$x \frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} [\beta - x] - \chi y = 0 \quad (16)$$

محیطی مخزن را به ازای مقادیر مختلف ثابت  $k$  نشان می دهند. همانطور که در شکل ۲ مشخص است، توزیع تنش شعاعی، شرایط مرزی را ارضاء می کند و با افزایش ثابت ناهمگنی مقادیر آنها افزایش می یابد و توزیع آن تقریباً خطی می شود.

در شکل ۳ مشاهده می شود که در سطوح داخلی مخزن با افزایش ثابت ناهمگنی مقادیر تنش های محیطی کاهش می یابند و همچنین در  $k=0.8$  بر خلاف مقادیر دیگر ثابت های ناهمگنی، ماکزیمم مقدار تنش محیطی در سطح بیرونی مخزن رخ می دهد. در شکل ۴ توزیع شدت میدان مغناطیسی القائی به ازای مقادیر مختلف ثابت ناهمگنی رسم شده است. در این شکل نیز مشخص است که با افزایش ثابت ناهمگنی، مقادیر شدت میدان مغناطیسی کاهش می یابند.

مثال ۲- در مثال دوم فرض می کنیم که سطح داخلی و خارجی مخزن، بدون فشار و سطح داخلی در دمای  $10^0 C$  و سطح خارجی در دمای  $0^0 C$  قرار داشته باشد.

اشکال ۵ تا ۹ نمودارهای مربوط به این مثال را به ازای  $n=1.2$  نشان می دهند. همانطور که در شکل ۵ دیده می شود بر خلاف حالت اول، مقادیر جابجایی منفی هستند و با افزایش ثابت  $k$  مقدار آنها افزایش می یابد. تغییرات تنش شعاعی با مکان در شکل ۶ مشاهده می گردد. همانطور که در شکل مشخص است توزیع تنش شعاعی در این نمودار شرایط مرزی را ارضاء می کند و با افزایش ثابت  $k$  مقادیر آنها افزایش می یابند. در حالیکه با کاهش این ثابت، مقادیر تنش کاهش یافته و توزیع تقریباً یکنواختی می یابند.

با دقت در نمودارهای ۷ و ۸ مشخص می شود که مقادیر تنش های محیطی و شدت میدان مغناطیسی القائی در این حالت، علامتی خلاف حالت قبل دارند و مقادیر آنها با افزایش ثابت  $k$ ، افزایش می یابد. توزیع درجه حرارت برای هر دو مثال مطرح شده در شکل ۹ مشاهده می گردد. همانطور که در این شکل مشخص است با کاهش ثابت  $k$ ، مقادیر درجه حرارت افزایش یافته و توزیع تقریباً خطی پیدا می کنند. همچنین با افزایش ثابت  $k$  گرادیان حرارتی در سطح خارجی کاهش می یابد که یک عامل مثبت است.

$$V(r) = (\lambda + 2G) \frac{dP}{dr} + \frac{2\lambda P(r)}{r},$$

$$H(r) = (\lambda + 2G) \frac{dQ}{dr} + \frac{2\lambda Q(r)}{r}, \quad (24)$$

$$S(r) = (\lambda + 2G) \frac{dR}{dr} + \frac{2\lambda R(r)}{r} - (3\lambda + 2G)\alpha T(r),$$

$$\bar{V}(r) = \lambda \frac{dP}{dr} + \frac{2(\lambda + G)P(r)}{r},$$

$$\bar{H}(r) = \lambda \frac{dQ}{dr} + \frac{2(\lambda + G)Q(r)}{r}, \quad (25)$$

$$\bar{S}(r) = \lambda \frac{dR}{dr} + \frac{2(\lambda + G)R(r)}{r} - (3\lambda + 2G)\alpha T(r).$$

و ثوابت  $C_1, C_2$  نیز از شرایط مرزی مسئله  $\sigma_{rr}(a) = -P_i, \sigma_{rr}(b) = -P_o$  به شکل رابطه زیر بدست می آیند.

$$(26)$$

$$C_1 = \frac{P_i H(b) - P_o H(a) + S(a)H(b) - S(b)H(a)}{V(b)H(a) - V(a)H(b)},$$

$$C_2 = \frac{P_o \frac{V(a)(H(a) + H(b)) - V(b)H(a)}{H(a)} - P_i \frac{V(a)H(b)}{H(a)} + S(b)V(a) - S(a)V(b)}{V(b)H(a) - V(a)H(b)}.$$

#### ۴- نتایج عددی و بحث پیرامون آن

یک مخزن کروی با شعاع داخلی  $a=0.5m$  و  $b=1m$  ساخته شده از یک نوع ماده FGM سرامیکی- فلزی با خواص زیر در نظر می گیریم. [9]

$$E_0 = 200Gpa, \quad \nu = 0.3, \quad H_{0\phi} = 2.23 \times 10^9 A/m, \quad (27)$$

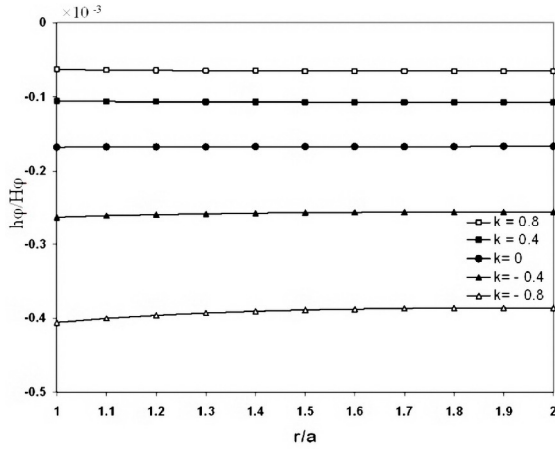
$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} H/m, \quad \alpha_0 = 1.2 \times 10^{-6} 1/^\circ C.$$

جهت بررسی نتایج روش تحلیلی استفاده شده دو حالت بارگذاری زیر را بررسی می کنیم. لازم به ذکر است که در اینجا تنها اثر ثابت ناهمگنی  $k$  را بررسی می کنیم.

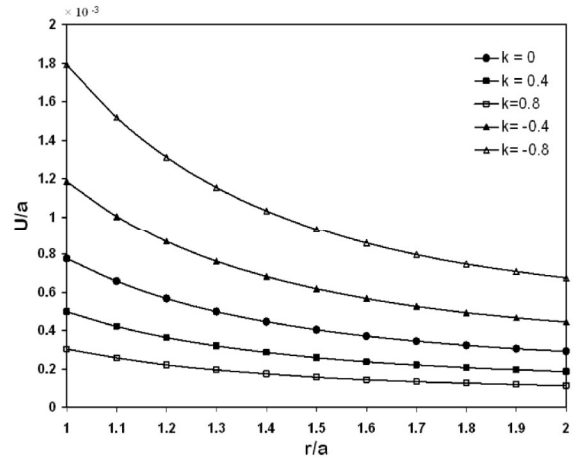
**مثال ۱-** در مثال اول فرض می کنیم که سطح داخلی مخزن در معرض فشار  $200Mpa$  و دمای  $10^0 C$  و سطح خارجی مخزن بدون فشار و در دمای  $0^0 C$  قرار داشته باشد.

اشکال ۱ تا ۴ و همچنین شکل ۹ نمودارهای مربوط به این حالت را به ازای  $n=1.2$  نشان می دهند. شکل ۱ تغییرات جابجایی شعاعی مخزن نسبت به مکان را به ازای مقادیر مختلف ثابت ناهمگنی نشان می دهد. همانطور که در شکل مشخص است با افزایش ثابت ناهمگنی  $k$  مقادیر جابجایی کاهش می یابند و در طول ضخامت، توزیع تقریباً یکنواختی پیدا می کنند. اشکال ۲ و ۳ توزیع تنش های شعاعی و

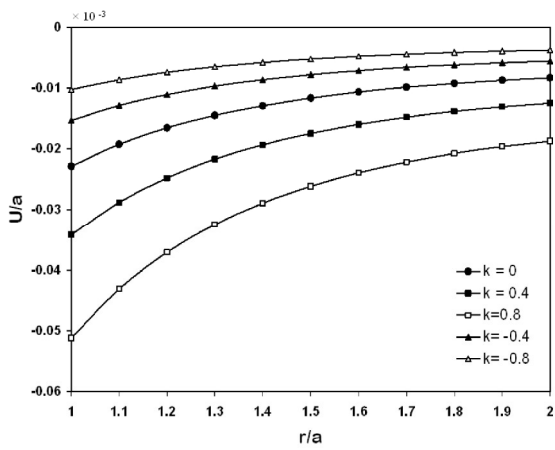
۵- شکل‌ها و نمودارها



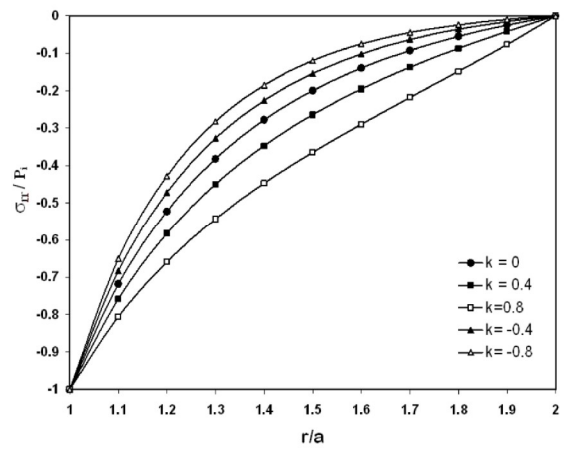
شکل (۴) تغییرات شدت میدان مغناطیسی القایی با مکان در مثال اول



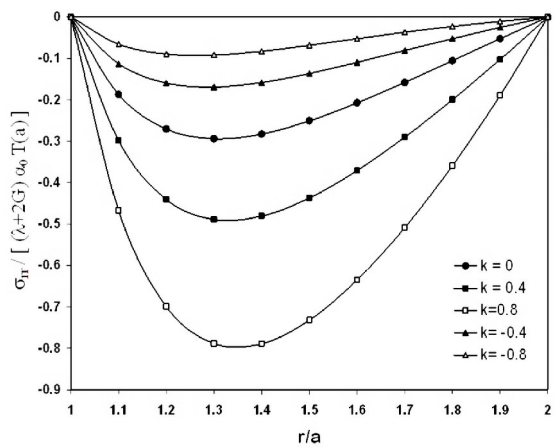
شکل (۱) تغییرات جابجایی شعاعی با مکان در مثال اول



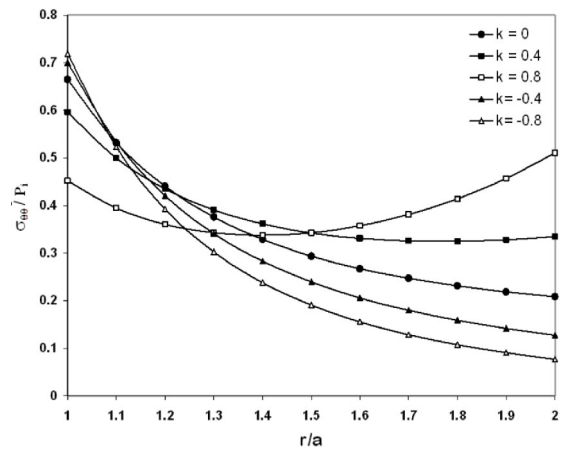
شکل (۵) تغییرات جابجایی شعاعی با مکان در مثال دوم



شکل (۲) تغییرات تنش شعاعی با مکان در مثال اول

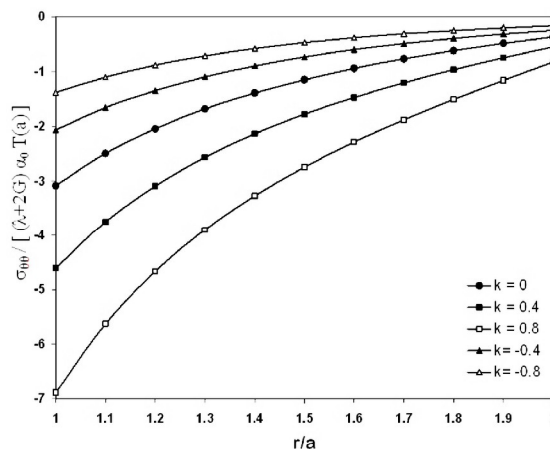


شکل (۶) تغییرات تنش شعاعی با مکان در مثال دوم

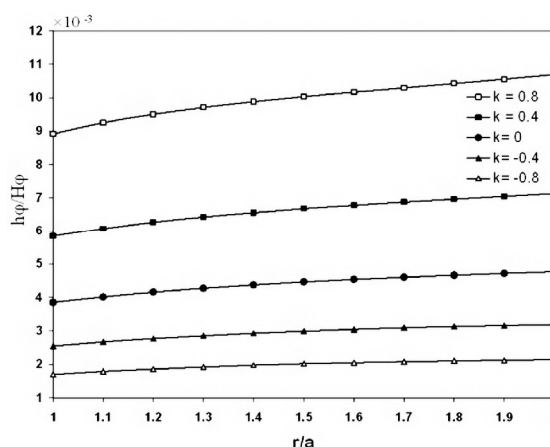


شکل (۳) تغییرات تنش محیطی با مکان در مثال اول

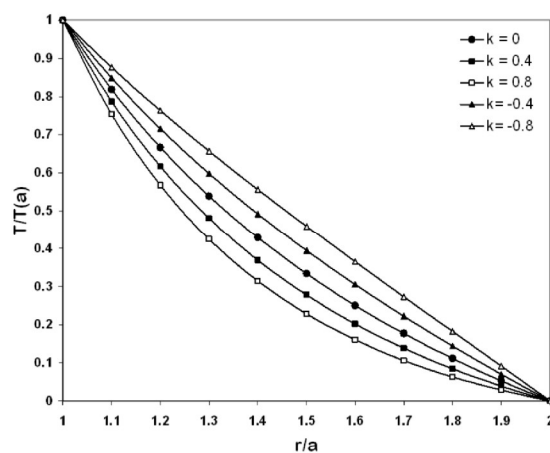
شود که با اینکه توزیع جابجایی، تنش و ... در ماده همگن سرامیکی و یا فلزی تنها تابع بار و هندسه مخزن می باشد اما در ماده FGM علاوه بر اینکه تابع بار و هندسه است به نحوه توزیع ماده نیز وابسته است که این وابستگی می تواند جهت کنترل توزیع جابجایی ها، تنش ها و ... مفید واقع شود. همچنین عملکرد این مواد، به نوع بارگذاری نیز وابسته است و در نتیجه با بررسی نوع رفتار ماده در ازای یک بارگذاری مشخص می توان با انتخاب یک ثابت ناهمگنی مناسب، مقادیر تنش ها را کاهش و یا توزیع آنها را یکنواخت کرد و یک مخزن بهینه طراحی نمود.



شکل (۷) تغییرات تنش محیطی با مکان در مثال دوم



شکل (۸) تغییرات شدت میدان مغناطیسی القائی با مکان در مثال دوم



شکل (۹) نمودار توزیع درجه حرارت در مثال اول و دوم

## ۶- نتیجه گیری

با دقت در نمودارهای بدست آمده در اشکال ۱ تا ۹ مشخص می شود که مقدار ضریب ناهمگنی  $k$  تاثیر قابل توجهی در توزیع دما، تنش شعاعی و ... دارد. از این پدیده نتیجه می

- [7] Lutz MP., and Zimmerman RW., 1996, Thermal stresses and Effective thermal Expansion Coefficient of a functionally gradient sphere. Journal of Thermal stresses, 19, 39-54.
- [8] Dai H.L., and Fu Y.M., and Dong Z.M., 2006, Exact solution for functionally graded pressure vessels in a uniform magnetic field. Int. J. Solids and Structures, 43,5570-5580.
- [9] Dai H.L., and Fu Y.M., 2006, Magnetoelastostatic interaction in hollow structures of functionally graded material subjected to mechanical loads. Int. J. Pressure vessels and piping, 84,132-138.
- [10] Kraus J.D., 1984, Electromagnetic. McGraw-Hill Inc.,USA,.
- [11] Dai H.L., and Wang X., 2004, Dynamic responses of piezoelectric hollow cylinders in an axial magnetic field. Int. J. solids and structures, 41,5231-5246.

### ۷- فهرست علائم

$r, \theta, \varphi$	مختصه های شعاعی و محیطی (rad,m)
$a, b$	شعاعهای داخلی و خارجی کره (m)
$n, k$	ضرایب ناهمگنی ماده هدفمند
$\lambda, G$	ضرایب لامه (N/m <sup>2</sup> )
$E, E_0$	مدول واقعی و اسمی یانگ (N/m <sup>2</sup> )
$\nu$	ضریب پواسون
$\alpha, \alpha_0$	ضریب واقعی و اسمی انبساط حرارتی (1/ <sup>0</sup> C)
$K, K_0$	ضریب واقعی و اسمی هدایت حرارتی
$\mu, \mu_0$	ضریب واقعی و اسمی نفوذ پذیری مغناطیسی
$T$	دما ( <sup>0</sup> C)
$T_1, T_2$	دماهای داخلی و خارجی سطح کره ( <sup>0</sup> C)
$\vec{H}_0$	بردار شدت میدان مغناطیسی اولیه (N/mH) <sup>1/2</sup>
$\vec{h}$	بردار شدت میدان مغناطیسی القایی (N/mH) <sup>1/2</sup>
$\vec{j}$	بردار چگالی سطحی جریان الکتریکی (A/m <sup>2</sup> )
$\vec{e}$	بردار میدان الکتریکی القایی (A)
$f_\varphi$	نیروی حجمی لورنتز (N/m <sup>3</sup> )
$\vec{U}, u$	جابجایی شعاعی و بردار جابجایی شعاعی (m)
$\sigma_{rr}, \sigma_{\theta\theta}$	تنش های شعاعی و محیطی (N/m <sup>2</sup> )

### مراجع

- [1] Tianhu He., and Xiaogeng Tian., and Yapeng Shen., 2005, A generalized electromagneto-thermoelastic problem for an infinitely long solid cylinder. European Journal of Mechanics A/solid, 24,349-359.
- [2] Pelletier J.L., 2003, Thermoelastic Analysis Optimizaion Of Functionally Graded Plates and Shells. B.S. University of Maine,.
- [3] Koizumi M., 1992, The concept of FGM. Ryukoku University,.
- [4] Pines M.L., 2004, Pressureless Sintering Of Powder Processed Functionally Graded Metal-Ceramic Plates. Michael Louis Pines, Master Of Science,.
- [5] Nakai T., and Murat O., 2001, Exact Solutions for stresses in functionally graded pressure vessels. Journal of Composite ser. B, 32,683-686.
- [6] Fukui Y., and Yamanaka N., and Wakashima K., 1993, The stresses and strains in a thick-walled tube for functionally graded material under uniform thermal loading. JSME Int. J. ser. A, 36,156-162.



This document was created with Win2PDF available at <http://www.daneprairie.com>.  
The unregistered version of Win2PDF is for evaluation or non-commercial use only.