

مدلسازی دینامیکی و شبیه سازی ارتعاشات غیر خطی تیر میکرونی پیزوالکتریک در حالت خود انداز گیر میکروسکوپ نیروی اتمی

رضا قادری^۱، احمد حقانی^{۲*}

* نویسنده مسئول: a.haghani@iaushk.ac.ir

چکیده

امروزه میکروسکوپ نیروی اتمی به عنوان ابزاری کارآمد در تعیین نیروهای بین مولکولی و توپوگرافی سطح با دقت نانومتری شناخته می شود. در این نوع میکروسکوپ ها، میکرو تیر به عنوان قلب میکروسکوپ شناخته می شود و به عنوان وسیله اندازه گیری بکار گرفته می شود. در بین میکرو تیرهای رایج در میکروسکوپ نیروی اتمی، میکرو تیرهای پیزوالکتریک نسل جدیدی از تیرها می باشند که با قابلیت خود محرک و خود اندازه گیر از محبوبیت بالایی در بین سایر تیرها برخوردار می باشند.

هدف این مقاله بررسی رفتار میکرو تیر پیزوالکتریک با سر مثلثی در حالت خود اندازه گیر و در نزدیکی سطح نمونه می باشد. در این حالت شارژ خروجی از لایه پیزوالکتریک و همچنین جریان خروجی از آن به عنوان عاملی موثر در اندازه گیری خمش محسوب می شوند. با نزدیک شدن میکرو تیر به سطح نمونه رفتار ارتعاشی آن غیر خطی می شود. مسلماً لایه پیزوالکتریک در حالت خود اندازه گیر زمانی می تواند به عنوان اندازه گیر مناسب تلقی شود که بتواند تاثیر نیروی غیر خطی برهم کنش بین نوک پراب و سطح نمونه را اندازه گیری های خود نمایان کنند. به منظور بررسی این موضوع در ابتدا با استفاده از روش تقریبی گلرکین معادله دیفرانسیل حاکم بر حرکت ارتعاشی میکرو تیر پیزوالکتریک با سر مثلثی به معادله دیفرانسیل معمولی غیر خطی تبدیل می شود. سپس به کمک روش چند مقیاسی معادله دیفرانسیل غیر خطی به دست آمده حل می شود. پس از حل معادله دیفرانسیل حاکم بر مساله به شبیه سازی چگونگی رفتار میکرو تیر در حالت خود اندازه گیر در نزدیکی سطح نمونه پرداخته می شود و تاثیر عواملی چون فاصله تعادلی، مدهای نوسانی و جنس لایه پیزوالکتریک مورد بررسی قرار می گیرد.

واژه های کلیدی

ارتعاش غیر خطی، میکرو تیر پیزوالکتریک، خود اندازه گیر، شارژ

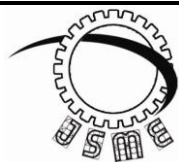
تاریخ ارسال: ۹۵/۰۱/۱۴

تاریخ بازنگری: ۹۵/۰۳/۲۰

تاریخ پذیرش: ۹۵/۰۵/۲۴

۱- استادیار، دانشکده مکانیک، گروه مهندسی، واحد شهرکرد، دانشگاه آزاد اسلامی شهرکرد، ایران.

۲- دانشجوی دکترا، دانشکده مکانیک، گروه مهندسی، واحد شهرکرد، دانشگاه آزاد اسلامی شهرکرد، ایران.



Journal of
Solid Mechanics in
Engineering

Journal of Solid Mechanics in Engineering

<http://jsme.iaukhsh.ac.ir>



Dynamic modeling and nonlinear vibration analysis of piezoelectric micro-beam in self sensing mode of an atomic force microscope

Reza Ghaderi¹, Ahmad Haghani^{2,*}

* Corresponding Author: a.haghani@iaushk.ac.ir

Abstract:

Nowadays, atomic force microscopes are considered as useful tools in the determination of intermolecular forces and surface topography with the resolution of nanometers. In this kind of microscope, micro cantilever is considered as the heart of the microscope and is used as a measuring tool. Piezoelectric micro cantilevers are the new generation of the cantilevers among the common micro cantilevers that are used in atomic force microscopes. Having the ability to self-stimulate and self-measure, they have greater popularity among other cantilevers.

This paper is aimed towards investigating the behavior of a piezoelectric micro cantilever with a triangular head, in self-measure mode and close proximity to the surface of a sample. Output charge from the piezoelectric layer and also the output current, in this mode, are considered as effective factors in the measurement of the bending. The micro cantilever's vibration behavior becomes nonlinear, as it approaches the surface of the sample. Surely the piezoelectric layer in the self-measure mode can be considered as a good measuring tool, only when it reflects the effects of the nonlinear interaction between the tip of the probe and the surface of the sample in its measurements. In order to investigate this matter, first the differential equations that are ruling over the vibrating movements of the piezoelectric micro cantilever with a triangular head are transformed into normal nonlinear differential equations using the Galerkin method. Then the resulting nonlinear differential equation is solved using the multiple scale method. After solving the governing differential equation of the problem, the micro cantilevers behavior in the proximity of the surface of the sample is simulated and the effect of factors such as balancing distance, oscillation modes and the substance of piezoelectric layer are investigated.

Key words:

Nonlinear vibrations,
piezoelectric micro-cantilever,
Self sensing,
Charge.

1- Assistant Professor, Department of Mechanics, Faculty of Engineering, Shahrekord Branch, Islamic Azad University, Shahrekord, Iran.

2- PhD Student, Department of Mechanics, Faculty of Engineering, Shahrekord Branch, Islamic Azad University, Shahrekord, Iran.

۱- مقدمه

در عصر حاضر نانو تکنولوژی وابستگی شدید به میکروسکوپ نیروی اتمی پیدا کرده است. از این میکروسکوپ می‌توان در کاربردهای مختلفی از جمله الکترونیک، نیمه هادی‌ها، ساخت نانو مواد پلیمری، تحلیل-های زیستی، بررسی مواد بیولوژیکی و همچنین مطالعه سطوح فلزی بهره گرفت [۱-۳]. همچنین از این میکروسکوپ می‌توان به عنوان یک نانو ربات و همچنین یک نانو حسگر بهره گرفت [۴-۶].

اساس میکروسکوپ نیروی اتمی، میکرو تیر یکسر درگیری است که در قسمت انتهایی آن پرابی با نوک بسیار ظریف قرار گرفته است. در نتیجه برهم کنش نوک پراب با سطح نمونه و یا نانو ذره، نیروی برهم کنش باعث تغییر دامنه و فرکانس تشدید حرکت می‌شود. به کمک تغییر ایجاد شده در دامنه و یا فرکانس می‌توان اندازه‌گیری‌ها را در این میکروسکوپ انجام داد. میکرو تیرهای معمول در میکروسکوپ نیروی اتمی، میکرو تیرهای مستطیلی ساده‌ای هستند که با تحریک از پایه به ارتعاش در آورده می‌شوند. اخیراً، نسل جدیدی از میکرو تیرها برای کاربری در میکروسکوپ نیروی اتمی معرفی شده‌اند؛ در این نوع میکرو تیرها ماده پیزوالکتریک به جای قرارگیری در پایه به عنوان محرک ارتعاشی، به صورت لایه‌ای بر روی میکرو تیر قرار گرفته است [۷-۸]. با اتصال لایه پیزوالکتریک به ولتاژ متناوب، میکرو تیر مرتعش می‌شود. با مرتعش شدن میکرو تیر و در نتیجه خمش لایه پیزوالکتریک، بار الکتریکی اضافی در این لایه القاء شده که به کمک آن می‌توان مقدار خمش را اندازه‌گیری کرد. بنابراین از این نوع میکرو تیرها می‌توان در نقش خود محرک و خود اندازه‌گیر بهره گرفت. با وجود چنین قابلیت‌هایی در این نوع تیرها، پهنای باند تحریک گسترده‌تری در مقایسه با پیزو تیوب‌های معمولی ایجاد می‌شود. این مزیت میکرو تیرهای پیزوالکتریک در مقایسه با محرک‌های پیزو لوله ای حجیم، آنها را به یک انتخاب مناسب برای تصویر برداری‌های سرعت بالای میکروسکوپ نیروی اتمی تبدیل کرده است.

امکان کوچک‌سازی میکروسکوپ در حالی که از این میکرو تیرها به عنوان اندازه‌گیر استفاده می‌شود و همچنین توانایی استفاده از چند پراب در عملکردهای موازی از دیگر مزایای آنها محسوب می‌شود [۹]. تاکنون مطالعات زیادی بر روی این تیرها در نقش خود محرک انجام شده است [۱۰-۱۲]. با این وجود، مطالعات صورت گرفته در نقش خود اندازه‌گیر این نوع تیرها بسیار محدود می‌باشد. ولف^۱ و گوتلیب^۲ معادله دیفرانسیل حرکت ارتعاشی میکرو تیر پیزوالکتریک را در نزدیکی سطح نمونه با در نظر گرفتن مدل لنارد- جونز برای نیروی برهم کنش استخراج کرده و استفاده از روش تغییرات جزئی معادله دیفرانسیل غیرخطی حرکت را در حالت غیرتماسی و خود محرک حل کردند [۱۳]. روش المان محدود نیز برای تحلیل میکرو تیر خودمحرک پیزوالکتریک با در نظر گرفتن لایه پیزوالکتریک سراسری مورد استفاده قرار گرفته است [۱۴]. محمودی و همکارانش با استفاده از تئوری الاستیسیته غیر-خطی حرکت ارتعاشی میکرو تیر پیزوالکتریک را در حالت خود محرک دور از سطح نمونه شبیه‌سازی کردند و با استفاده از روش اختلالات جزئی^۳ معادله دیفرانسیل حرکت را حل نمودند [۱۵-۱۶]. با مقایسه نتایج حاصل از شبیه‌سازی و نتایج آزمایشگاهی مشخص گردید که روش اختلالات جزئی از دقت مناسبی در حل معادله دیفرانسیل غیرخطی حرکت برخوردار می‌باشد. قادری و نجات، میکرو تیر پیزوالکتریک را با در نظر گرفتن ناپوستگی‌های هندسی در مد غیر تماسی میکروسکوپ نیروی اتمی شبیه‌سازی کردند [۱۷]. آنها با در نظر گرفتن لایه پیزوالکتریک به عنوان محرک در حالت ارتعاش غیرخطی به کمک روش اختلالات جزئی، معادله دیفرانسیل حاکم بر حرکت را حل کرده و تاثیر ابعاد هندسی بر حرکت ارتعاشی را مورد مطالعه قرار دادند.

از میکرو تیر پیزوالکتریک به دو روش مختلف می‌توان به عنوان اندازه‌گیر استفاده کرد. پیزو مقاومتی روشی سنتی

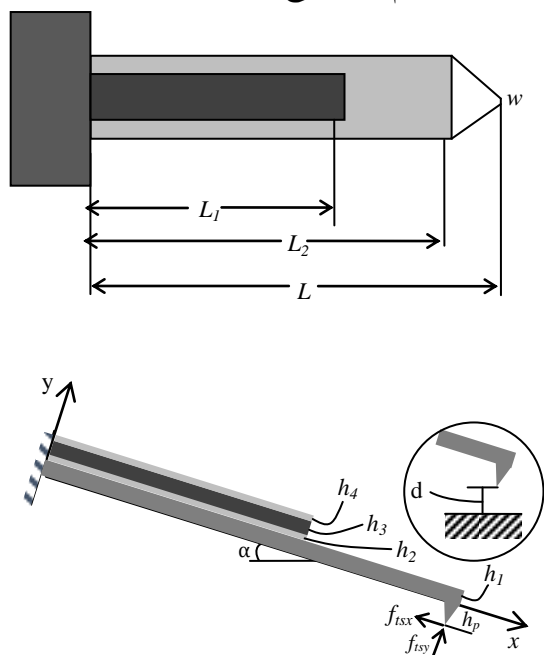
¹ Wolf K.

² Gottlieb O.

³ Perturbation

۲- مدل سازی دینامیکی

به منظور مدل سازی دینامیکی میکرو تیر پیزوالکتریک، مطابق شکل (۱) تیر غیریکنواخت پیزوالکتریک با سر مثلثی در نظر گرفته می شود. این تیر مشتمل بر یک لایه پیزوالکتریک محصور بین دو الکتروود می باشد. تیر به صورت زاویه دار در ابتدا گیردار و انتهای آزاد آن تحت تاثیر نیروی برهم کنش سطح و نوک پراب است.



شکل (۱) شماتیک میکرو تیر پیزوالکتریک، سیستم مختصات و بارگذاری

با توجه به ضخامت کم لایه های میکرو تیر در مقایسه با سایر ابعاد هندسی، به منظور استخراج معادله دیفرانسیل حاکم بر حرکت ارتعاشی از تئوری اویلر-برنولی استفاده شده و از تاثیر تغییر شکل برشی و اینرسی دورانی بر روی حرکت صرفه نظر می شود. با استفاده از روش لاگرانژ، معادله دیفرانسیل حاکم بر حرکت ارتعاشی میکرو تیر پیزوالکتریک تحت تاثیر نیروی برهم کنش بین نوک و نمونه، با تحریک لایه پیزوالکتریک عبارت است از [۲۲]:

$$\rho A \ddot{u} + [K(x)u'''] + cu + C_e P_d(t) = \quad (1)$$

در این رابطه ρ دانسته هر یک از لایه ها، A مساحت مقطع تیر، c ضریب میرایی، P_d ولتاژ ورودی به لایه پیزوالکتریک و

است که از لایه پیزوالکتریک برای اندازه گیری تغییر شکل استفاده می شود [۱۸]. در این روش تنها از یک خاصیت این ماده و آن هم تبدیل انرژی کرنشی به انرژی الکتریکی بهره گرفته می شود. در این روش، تحریک از پایه انجام شده و استفاده از پیزو لوله ای اجتناب ناپذیر است. روش دیگری که از آن می توان برای اندازه گیری بهره گرفت، حالت خود اندازه گیر هم زمان با خود محرک می باشد [۱۹]. این روش با حذف پیزو لوله ای پایه، سرعت اندازه گیری را افزایش می دهد. مطالعات انجام شده توسط ایتو^۱ و سوگا^۲، لی^۳ و همکارانش جزء مطالعات آغازین صورت پذیرفته در این زمینه می باشد [۲۰-۲۱]. آنها با پیشنهاد میکرو تیر پیزوالکتریک تک لایه با سر مثلثی از شارژ الکتریکی القایی در لایه پیزوالکتریک برای اندازه گیری خمش میکرو تیر بهره گرفتند. کورایم و قادری، پاسخ زمانی میکرو تیر پیزوالکتریک را در حالت خود اندازه گیر در مد غیر تماسی میکروسکوپ نیروی اتمی بدست آوردند [۲۲]. نتایج شبیه سازی نشان دادند که در مدهای نوسانی بالا سرعت پاسخ دهی تیر به ناهمواری سطح افزایش می یابد.

با توجه به کاربرد بالای میکرو تیرهای پیزوالکتریک در حالت خود اندازه گیر، در این مقاله برای اولین بار به بررسی چگونگی رفتار این نوع تیرها در نزدیکی سطح نمونه و در حالت خود اندازه گیر پرداخته می شود. مدل سازی حرکت ارتعاشی با توجه به تئوری اویلر برنولی حاکم بر تیرها انجام می شود. به منظور حل معادله دیفرانسیل حاکم بر میکرو تیر پیزوالکتریک با استفاده از تقریب گالرکین، متغیرهای حاکم بر مساله جداسازی شده و معادله دیفرانسیل معمولی بدست آمده به کمک روش چند مقیاسی^۴ حل می شود. از آنجایی که هدف این مقاله مطالعه رفتار میکرو تیر پیزوالکتریک در حالت خود اندازه گیر می باشد، پارامترهای شارژ و جریان الکتریکی خروجی از لایه پیزوالکتریک به عنوان پارامترهای مورد مطالعه انتخاب شده و چگونگی تغییرات آنها در نزدیکی سطح نمونه مورد مطالعه قرار می گیرد.

¹ Itoh T.

² Suga, T.

³ Lee C.

⁴ Multiple scale

پیوستگی در هر مرحله تقسیم نمود. به این ترتیب با استفاده از روش جداسازی متغیرهای گالرکین، می توان نوشت:

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} U_n(x) q_n(t) \quad (۶)$$

که در آن $q_n(t)$ مختصات عمومی و $U_n(x)$ تابع شکل مد ارتعاشی n ام است. از آنجایی که میکرو تیر به سه تکه همگن تبدیل شده است، تابع شکل را می توان به این صورت بیان نمود:

$$U_n^{(1)}(x) = A_n^{(1)} \sin(\beta_n^{(1)} x) + B_n^{(1)} \cos(\beta_n^{(1)} x) + C_n^{(1)} \sinh(\beta_n^{(1)} x) + D_n^{(1)} \cosh(\beta_n^{(1)} x), \quad (۷-الف)$$

$$0 < x < L_1$$

$$U_n^{(2)}(x) = A_n^{(2)} \sin(\beta_n^{(2)} x) + B_n^{(2)} \cos(\beta_n^{(2)} x) + C_n^{(2)} \sinh(\beta_n^{(2)} x) + D_n^{(2)} \cosh(\beta_n^{(2)} x), \quad (۷-ب)$$

$$L_1 < x < L_2$$

معادله $U_n^{(3)}(x)$ بر اساس شکل هندسی نوک تعیین می شود. اگر شکل هندسی نوک میکرو تیر به این صورت بیان شود:

$$U_n^{(3)}(x) = A_n^{(3)} \sin(\beta_n^{(3)} x) + B_n^{(3)} \cos(\beta_n^{(3)} x) + C_n^{(3)} \sinh(\beta_n^{(3)} x) + D_n^{(3)} \cosh(\beta_n^{(3)} x) \quad (۸)$$

$$L_2 < x < L$$

که $C_n^{(r)}, B_n^{(r)}, A_n^{(r)}$ و ضرایب $(\beta_n^{(r)})^4 = \omega_n^2 m^{(r)} / EI^{(r)}$ و $D_n^{(r)}$ مقادیر مجهولی هستند که از طریق شرایط مرزی و پیوستگی تغییر شکل، شیب، گشتاور خمشی و نیروی برشی و همچنین بی بعد کردن نسبت به جرم قابل محاسبه اند. برای میکرو تیر با نوک مثلثی، مقدار گشتاور دوم سطح تابعی x می باشد. با توجه به معادله خط حاکم بر مثلث نوک میکرو تیر و با جایگذاری رابطه (۶) در معادله دیفرانسیل حرکت (۱) در حرکت ارتعاشی آزاد، $U_n^{(3)}(x)$ را می توان از حل معادله دیفرانسیل رابطه (۹) به دست آورد [۲۳]:

H تابع هیوی ساید^۱ می باشند. در معادله (۱)، K و C_e به ترتیب سختی تیر و ضریب کوپلینگ الکترومکانیکی لایه پیزوالکتریک می باشند. این ضرایب عبارتند از:

$$K(x) = E_1 \frac{W_1 h_1^3}{12} (H_{L_1} - H_0) + EI (H_{L_2} - H_{L_1}) + E_1 \frac{W_1 h_1^3}{12} (H_{L_3} - H_{L_2}) + E_1 \frac{W(x) h_1^3}{12} (H_L - H_{L_3}) \quad (۲)$$

$$C_e(x) = e_{21}^L W_3 \left(h_1 + h_2 + \frac{1}{2} h_3 - y_n \right) (H_{L_2} - H_{L_1}) \quad (۳)$$

در رابطه (۲)، EI معرف سختی میکرو تیر در ناحیه چهار لایه می باشد و عبارت است از:

$$EI = \sum_{k=1}^4 E_k W_k h_k \left\{ \frac{h_k^2}{12} + \left[y_n - \left(\sum_{j=1}^k h_j - \frac{h_k}{2} \right) \right]^2 \right\} + \frac{1}{12} W_3 h_3^3 \frac{e_{21}^L}{\epsilon_{22}^L} \quad (۴)$$

که در آن:

$$y_n = \frac{\sum_{i=1}^4 E_i W_i h_i \left(\sum_{j=1}^i h_j - \frac{h_i}{2} \right)}{\sum_{i=1}^4 E_i W_i h_i} \quad (۵)$$

نیروی برهم کنش بین سطح و نمونه را می توان بر اساس مدل لنارد-جونز^۲ به این صورت بیان کرد [۱۴]:

$$f_{is} = \frac{\hat{H}r}{6\zeta^2} \left[\frac{1}{30} \left(\frac{\zeta}{Z} \right)^8 - \left(\frac{\zeta}{Z} \right)^2 \right] \quad (۳)$$

که در آن r, \hat{H} و ζ به ترتیب ثابت همکر^۳، شعاع نوک و اندازه اتمی نمونه می باشند. به منظور حل تحلیلی معادله دیفرانسیل حاکم بر حرکت به کمک روش گالرکین، می توان میکروتیر را به سه تیر همگن با دو سری شرایط

¹ Heaviside function

² Lennard-Jones model

³ Hamaker

$$\xi_{i(n+1)} = \begin{cases} \eta \frac{n-1}{n+1} + b \frac{(n-3)!}{(n+1)!} \\ -\eta b \frac{(n-3)!}{(n+1)!} \xi_{i(n-4)} & n \geq 3 \\ \delta_m & n \leq 3 \\ 0 & n = -1 \end{cases} \quad (15)$$

با جایگذاری روابط (۶) و (۷) در معادله دیفرانسیل حرکت (۱) و ضرب داخلی طرفین تساوی در $U_n(x)$ ، معادله دیفرانسیل معمولی حرکت به دست می آید:

$$\ddot{q}_n + \omega_n^2 q_n + \mu \dot{q}_n - g_1 q_n^2 - g_2 q_n^3 + g_3 P_d(t) = 0 \quad (16)$$

در این معادله ω_n فرکانس طبیعی مد n ام و μ میرایی مودال میکرو تیر می باشند. ضرایب این معادله عبارتند از:

$$\omega_n^2 = \int_0^1 U_n \{ P_1 (C_p U_n^n)'' - P_4 U_n H(x-1) \cos \alpha - \frac{h}{L} P_4 [U_n H(x-1)]' \sin \alpha \} dx \quad (17)$$

$$g_1 = \int_0^1 U_n \frac{1}{2} \{ P_5 U_n^2 H(x-1) \cos \alpha + \frac{h}{L} P_5 [U_n^2 H(x-1)]' \sin \alpha \} dx \quad (18)$$

$$g_2 = \int_0^1 U_n \{ P_5 U_n^3 H(x-1) \cos \alpha + \frac{h}{L} P_5 [U_n^3 H(x-1)]' \sin \alpha \} dx \quad (19)$$

$$g_3 = \int_0^1 U_n P_3 C_p'' dx \quad (20)$$

$$P_3 = \frac{1}{L^3 \omega_0^2}; \quad P_4 = \frac{f_1 L}{\omega_0^2}; \quad P_5 = \frac{f_2 L^2}{\omega_0^2} \quad (21)$$

۳- پاسخ فرکانسی حالت تشدید

به منظور حل معادله دیفرانسیل معمولی حرکت یعنی معادله (۱۶)، می توان از روش چند مقیاسی استفاده کرد. روش چند مقیاسی یکی از روش های کارآمد در حل معادلات دیفرانسیل غیرخطی است. آزمایش های عملی انجام شده بر روی حرکت ارتعاشی تیرها نشان می دهند که روش چند-مقیاسی نتایجی با دقت خوب در حل معادله دیفرانسیل حرکت ارائه می دهند [۱۲]. به منظور استفاده از این روش حل حالت ماندگار را می توان به این صورت بسط داد:

$$\frac{E_1 h_1^2 P_1}{12} \frac{d^2}{dx^2} \left[\left(\frac{h_1 (w_1 - w)}{L} \frac{L_3 - 1}{L} x + \frac{h_1 \left(w \frac{L_3}{L} - w_1 \right)}{L} \right) \frac{d^2}{dx^2} U_n^{(3)} \right] \quad (9)$$

$$= \rho \omega^2 \left(\frac{h_1 (w_1 - w)}{L} \frac{L_3 - 1}{L} x + \frac{h_1 \left(w \frac{L_3}{L} - w_1 \right)}{L} \right) U_n^{(3)}$$

رابطه (۹) را می توان به این شکل ساده سازی کرد:

$$(1 - \eta x) \frac{d^4 U_n^{(3)}}{dx^4} - 2\eta \frac{d^3 U_n^{(3)}}{dx^3} - b(1 - \eta x) U_n^{(3)} = 0 \quad (10)$$

که در آن:

$$\eta = \frac{w_1 - w}{w_1 - w} \frac{L_3}{L}, \quad b = \frac{12 \rho \omega^2}{P_1 E h_1^2}, \quad P_1 = \frac{1}{\rho A L^4 \omega_0^2} \quad (11)$$

حل تحلیلی برای معادله (۱۰) وجود ندارد. برای حل این معادله که از خانواده معادلات دیفرانسیل خطی با ضرایب متغیر می باشد، روش سری توانی روشی مناسب با دقت محاسبات خوب می باشد [۲۳]. به این ترتیب برای حل معادله (۱۰)، می توان مقدار $U_n^{(3)}$ را با استفاده از سری توانی به این شکل بیان کرد:

$$U_n^{(3)}(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n \quad (12)$$

پس از جایگذاری معادله (۱۲) در معادله دیفرانسیل

(۱۰)، جواب معادله به این صورت به دست می آید:

$$U_n^{(3)}(x) = \sum_{i=0}^3 C_i S_i(x) \quad (13)$$

که در این رابطه:

$$S_i(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \xi_{in} x^n \quad (14)$$

جایگذاری تحریک مفروض در معادله (۲۵) و حذف جملات تکین، می توان نوشت:

$$2iD_2A_n + i\mu_n A_n + \frac{g_3 P_d}{2\omega_n} e^{i\sigma T_2} - 8A_n^2 A_n^* \gamma_f = 0 \quad (30)$$

که در این رابطه:

$$\gamma_f = \frac{10}{3\omega_n^2} g_1^2 + 3g_2 \quad (31)$$

ضریب γ_f معیاری از تاثیر غیرخطی ها بر روی سیستم است و می توان آن را به عنوان یک ضریب غیرخطی معرفی نمود. مقادیر منفی γ_f نشان گر پدیده سخت شدگی و مقادیر مثبت آن پدیده نرم شدگی را نشان می دهند. از آنجایی که در اینجا این مقدار همواره مثبت است، بنابراین می توان نتیجه گرفت نیروی غیرخطی بین نوک و نمونه همواره باعث پدیده نرم-شدگی در پاسخ فرکانسی سیستم می شود. به منظور حل معادله (۳۰) باید A_n به صورت قطبی در نظر گرفته شود:

$$A_n = \frac{1}{2} a_n e^{i\beta_n}; \quad A_n^* = \frac{1}{2} a_n e^{-i\beta_n} \quad (32)$$

که در آن a_n و β_n مقادیر حقیقی دامنه و فاز پاسخ می باشند. با جای گذاری مقادیر رابطه (۳۲) در رابطه (۳۰) و جداسازی قسمت های حقیقی و موهومی می توان نوشت:

$$\begin{cases} a_n \dot{\tau}_n - a_n \sigma + \frac{g_3 P_d}{2\omega_n} \cos(\tau_n) - \gamma_f a_n^3 = 0 \\ \dot{a}_n - \frac{g_3 P_d}{2\omega_n} \sin(\tau_n) + \frac{1}{2} \mu_n a_n = 0 \end{cases} \quad (33)$$

که در آن $\tau_n = \sigma T_2 - \beta_n$ می باشد. رابطه (۳۳) مدولاسیون پاسخ دامنه a_n و پاسخ فاز τ_n را بیان می کنند. از آنجایی که پاسخ حالت ماندگار مورد توجه می باشد، مقادیر \dot{a}_n و $\dot{\tau}_n$ برابر صفر فرض می شود. با به توان دو رساندن و جمع دو عبارت τ_n حذف شده و معادله پاسخ فرکانسی غیر-خطی بدست می آید:

$$\left(\frac{1}{2} \mu_n a_n\right)^2 + (a_n \sigma + \gamma_f a_n^3)^2 = \left(\frac{g_3 P_d}{2\omega_n}\right)^2 \quad (34)$$

معادله پاسخ فرکانسی به دست آمده به خوبی نشان می دهد که به ازای برخی از مقادیر پارامتر تغییرات، بیش از یک دامنه به دست می آید که این امر بیانگر همان پدیده نرم شدگی در پاسخ فرکانسی می باشد.

$$q_n(t) = \varepsilon q_{n1}(T_0, T_1, T_2) + \varepsilon^2 q_{n2}(T_0, T_1, T_2) + \varepsilon^3 q_{n3}(T_0, T_1, T_2) + o(\varepsilon^4) \quad (22)$$

در این رابطه $T_n = \varepsilon^n t$ و ε پارامتری است که از مقدار واحد بسیار کوچک تر می باشد. با جایگذاری رابطه (۲۲) در معادله دیفرانسیل (۱۶) و جداسازی ضرایب توانی ε می توان نوشت:

$$O(\varepsilon): D_0^2 q_{n1} + \omega_n^2 q_{n1} = 0 \quad (23)$$

$$O(\varepsilon^2): D_0^2 q_{n2} + \omega_n^2 q_{n2} + 2D_0 D_1 q_{n1} - g_1 q_{n1}^2 = 0 \quad (24)$$

$$O(\varepsilon^3): D_0^2 q_{n3} + \omega_n^2 q_{n3} + 2D_0 D_1 q_{n2} + 2D_0 D_1 q_{n1} + \mu_n D_0 q_{n1} + D_1^2 q_{n1} + g_3 P_d - 2g_1 q_{n1} q_{n2} - g_2 q_{n1}^3 = 0 \quad (25)$$

حل معادله دیفرانسیل خطی با ضرایب ثابت (۲۳) را می توان به شکل زیر بیان کرد.

$$q_{n1} = A_n(T_1, T_2) e^{i\omega_n T_0} + cc \quad (26)$$

در این رابطه A_n دامنه مختلط و cc مزدوج مختلط جملات گذشته را نشان می دهد. با جایگذاری رابطه (۲۶) در معادله دیفرانسیل (۲۴)، معادله می توان به این صورت بیان کرد:

$$D_0^2 q_{n2} + \omega_n^2 q_{n2} + 2i\omega_n D_1 A_n e^{i\omega_n T_0} - g_1 (A_n^2 e^{2i\omega_n T_0} + A_n A_n^*) + cc = 0 \quad (27)$$

که A_n^* مزدوج مختلط A_n است. از آنجایی که هدف حل معادله دیفرانسیل در حالت ماندگار می باشد، جملات تکین معادله (۲۷) حذف می شوند. بنابراین $D_1 A_1 = 0$ خواهد شد. این امر بیان می کند که $A_1 = A_1(T_2)$. به این ترتیب:

$$q_{n2} = \frac{-g_1 A_1^2}{3\omega_n^2} e^{2i\omega_n T_0} + 2\frac{A_1 A_1^*}{\omega_n^2} + cc \quad (28)$$

میکروتیر با ولتاژی برابر $P_d(T_0) = \frac{1}{2} P_d e^{i\Omega T_0} + cc$ تحریک می شود که Ω فرکانس تحریک نزدیک فرکانس طبیعی است که به این صورت در نظر گرفته می شود:

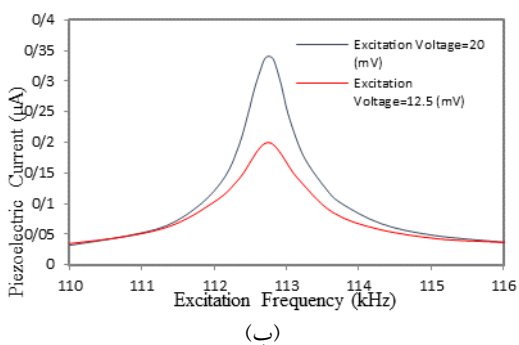
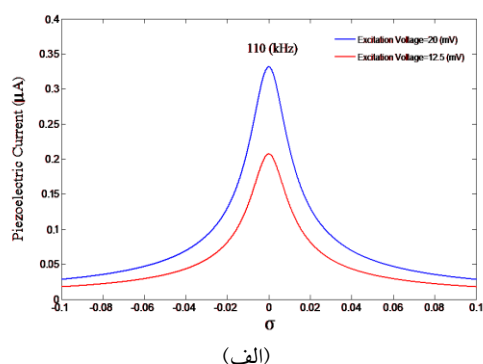
$$\Omega = \omega_n + \varepsilon^2 \sigma \quad (29)$$

که در آن σ پارامتر تغییرات^۱ است و انحراف فرکانس تحریک از هر یک از فرکانس های طبیعی را نشان می دهد. با

^۱ Detuning parameter

الکترو	Ti/Au	۷۸	۱۹۳۰۰	-	-
بالایی					
نوک	Si	۱۰۵	۲۳۳۰	-	-

شکل (۲) پاسخ فرکانسی میکرو تیر پیزوالکتریک شبیه سازی شده را در حالت خود انداز گیر نشان می دهد. جریان خروجی از لایه پیزوالکتریک به عنوان مبنای اندازه گیر خمش در حالت خود انداز گیر محسوب می شود. با توجه به شکل (۲)، با افزایش ولتاژ ورودی به لایه پیزوالکتریک جریان خروجی از لایه افزایش می یابد. از آنجایی که با زیاد شدن ولتاژ تحریک دامنه حرکت نیز بیشتر می شود، افزایش جریان خروجی از لایه پیزوالکتریک مویذ تبعیت پارامتر جریان از دامنه نوسانی می باشد. نتایج این شکل تطابق خوب نتایج شبیه سازی را با نتایج عملی نشان می دهد.



شکل (۲) جریان خروجی از لایه پیزوالکتریک در حرکت ارتعاشی، (الف) نتایج عملی، (ب) نتایج تئوری

با نزدیک شدن نوک پراب میکرو تیر به سطح نمونه در حد نانومتر، نیروی برهم کنش بین نوک پراب و سطح ایجاد می شود. از آنجایی که این نیروی غیر خطی است، بنابراین تاثیر آن بر حرکت ارتعاشی میکرو تیر باعث غیر خطی شدن این حرکت می شود. غیر خطی بودن حرکت ارتعاشی خمیدگی منحنی پاسخ فرکانسی و یا اصطلاحاً پدیده نرم-

زمانی که از میکرو تیرک پیزوالکتریک در حالت خود اندازه گیر استفاده می شود، شارژ خروجی از لایه پیزوالکتریک (Q) به عنوان معیاری برای اندازه گیری تغییر شکل میکرو تیر استفاده می شود:

$$Q = W_3 d_{21} E_3 z_p \sum_{n=1}^{\infty} [\phi'_n(L_2) - \phi'_n(L_1)] q_n(t) \quad (35)$$

۴- شبیه سازی پاسخ خود اندازه گیر میکرو تیر

به منظور بررسی چگونگی رفتار میکرو تیر پیزوالکتریک در حالت خود اندازه گیر، میکرو تیر از جنس سیلیکون در نظر گرفته می شود. بر روی آن یک لایه پیزوالکتریک با جنس های متداول برای تحلیل فرض می شود. لایه پیزوالکتریک را بین دو الکتروود از جنس آلیاژ تیتانیوم و طلا به صورت کامل محصور شده در نظر گرفته می شود. اطلاعات هندسی و خواص فیزیکی مورد نیاز تحلیل به ترتیب در جداول (۱) و (۲) آورده شده است. ضرایب مدل لنارد-جونز نیز برابر $H=10^{-8}$ و $\sigma=0.34(nm)$ انتخاب می شوند [۱۳].

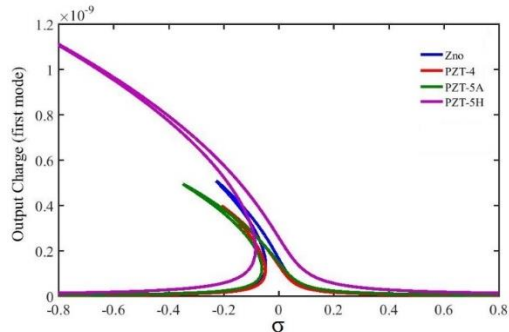
جدول (۱) مشخصات هندسی میکرو تیر پیزوالکتریک

L (μm)	W (μm)	h (μm)	جنس	
۳۷۵	۲۵۰	۴	Si	لایه پایه
۳۳۰	۱۳۰	۰/۲۵	Ti/Au	الکتروود پایینی
۳۳۰	۱۳۰	۴	ZnO	لایه پیزو
۳۳۰	۱۳۰	۴	PZT-5H	الکتریک
۳۳۰	۱۳۰	۰/۲۵	Ti/Au	الکتروود بالایی
۱۲۵	۵۵	۱۵	Si	نوک

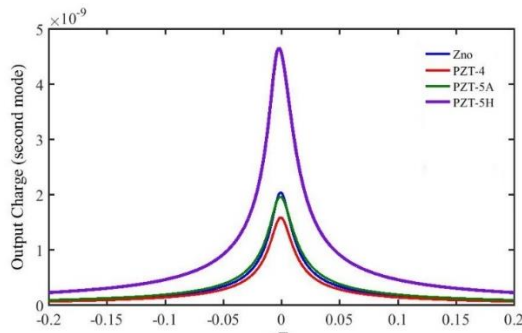
جدول (۲) خواص میکرو تیر پیزوالکتریک

h ₁₂ (MV/m)	β ₂₂ (Mm/F)	ρ (Kg/m ³)	E (GPa)	جنس	
-	-	۲۳۳۰	۱۰۵	Si	لایه پایه
-	-	۱۹۳۰۰	۷۸	Ti/Au	الکتروود پایینی
۵۰۰	۴۵/۵	۶۳۹۰	۱۰۴	ZnO	لایه پیزو
۷۳۰	۳۹/۱۵	۷۵۰۰	۶۰/۶	PZT-5H	الکتریک

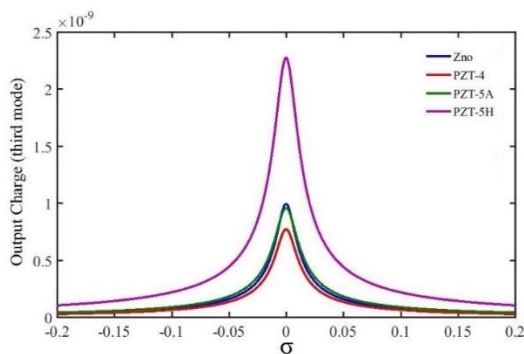
شکل می توان دریافت که میکرو تیر با لایه پیزوالکتریک از جنس $PZT-5A$ از بین سایر جنس های انتخاب شده برای لایه پیزوالکتریک نسبت به نیروی برهم کنش حساس تر می باشد.



(الف)



(ب)

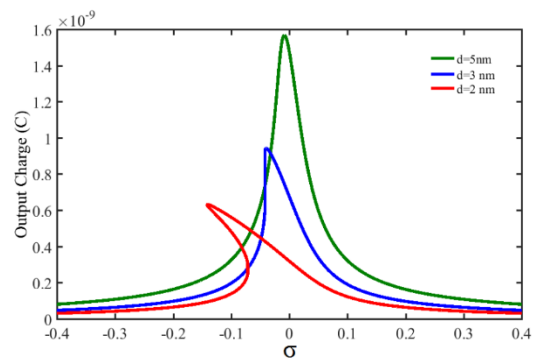


(پ)

شکل (۴) پاسخ فرکانسی شارژ خروجی در سه مد اول نوسانی با جنس های مختلف لایه پیزوالکتریک، (الف) مد اول، (ب) مد دوم، (پ) مد سوم

شکل (۵) تاثیر فاصله تعادلی بین نوک پراب و سطح نمونه را بر روی شارژ خروجی از لایه پیزوالکتریک نشان می دهد. همان طور که مشاهده می شود، با نزدیک شدن پراب به سطح نمونه و در نتیجه شدت گرفتن نیروی برهم کنش شارژ خروجی از لایه پیزوالکتریک کاهش پیدا می کند. این کاهش شارژ در جنس های مختلف لایه های

شدگی را به همراه دارد. نتایج شکل (۳) نشان می دهند که پدیده نرم شدگی نه تنها در پاسخ فرکانسی دامنه قابل رویت است، بلکه در منحنی پاسخ فرکانسی شارژ خروجی نیز به چشم می خورد. این موضوع به خوبی موید این مطلب است که شارژ خروجی از لایه پیزوالکتریک می تواند در حرکت ارتعاشی غیرخطی نیز جهت بررسی خمش میکرو تیر به کار برده شود. با کاهش فاصله تعادلی بین نوک پراب و سطح نمونه، با توجه به مدل لنارد-جونز نیروی برهم کنش شدت گرفته و در میزان غیرخطی بودن حرکت و یا در واقع خمیدگی منحنی پاسخ فرکانسی تاثیر بیشتری می گذارد. با توجه به نتایج شکل (۳)، شدت گرفتن خمیدگی منحنی پاسخ فرکانسی شارژ خروجی با نزدیک شدن به سطح نمونه نیز قابل رویت می باشد. این موضوع نیز به خوبی تایید کننده پیروی شارژ خروجی از رفتار ارتعاشی غیرخطی حرکت می باشد.



شکل (۳) پاسخ فرکانسی شارژ خروجی از لایه پیزوالکتریک در نزدیکی سطح نمونه

شکل (۴)، پاسخ فرکانسی شارژ خروجی از لایه پیزوالکتریک را برای سه مد اول نوسانی میکرو تیر نشان می دهد. با توجه به نتایج این شکل مشخص است که در مد های نوسانی بالا حساسیت به نیروی غیرخطی کاهش پیدا می کند. بنابراین با توجه به این موضوع لازم است که برای بالا بردن دقت میکرو تیر در کاربری میکروسکوپ نیروی اتمی، توپوگرافی سطح نمونه در مد اول نوسانی انجام پذیرد، تا امکان دسترسی به تصاویری با کیفیت بالاتر میسر گردد. با توجه شکل (۴-الف) مشخص است که جنس لایه پیزوالکتریک نیز بر حساسیت میکرو تیر نسبت به نیروی غیرخطی برهم کنش تاثیر گذار می باشد. با توجه به نتایج این

۵- نتیجه گیری

در این پژوهش چگونگی رفتار میکرو تیر پیزوالکتریک در حالت خود اندازه گیر و در نزدیکی سطح نمونه مدل-سازی گردید. از آنجایی که میکرو تیر در نزدیکی سطح نمونه دچار حرکت ارتعاشی غیرخطی می شود، به منظور حل معادله دیفرانسیل حاکم بر حرکت ابتدا معادله با در نظر گرفتن ناپیوستگی های هندسی به کمک روش گالرکین تبدیل به معادله دیفرانسیل غیرخطی معمولی گردید و سپس با استفاده از روش چند مقیاسی شد. با مطالعه چگونگی تغییرات رفتار این پارامترها در نزدیکی سطح نمونه نتایج زیر حاصل گردید:

- ۱- با نزدیک شدن میکرو تیر به سطح نمونه و در نتیجه شدت گرفتن نیروی غیرخطی برهم کنش سطح و پراب، منحنی پاسخ فرکانسی شارژ خروجی خمیده می شود و با نزدیک تر شدن میکرو تیر به سطح نمونه میزان این خمیدگی شدت می گیرد.
- ۲- در مدهای نوسانی بالاتر حساسیت شارژ خروجی به نیروی غیرخطی کاهش می یابد. این موضوع عملکرد بهتر میکرو تیر در مد اول را نشان می دهد.
- ۳- با نزدیک شدن میکرو تیر به سطح نمونه شارژ خروجی از لایه پیزوالکتریک کاهش می یابد. از این مهم می توان در توپوگرافی سطح نمونه بهره گرفت.

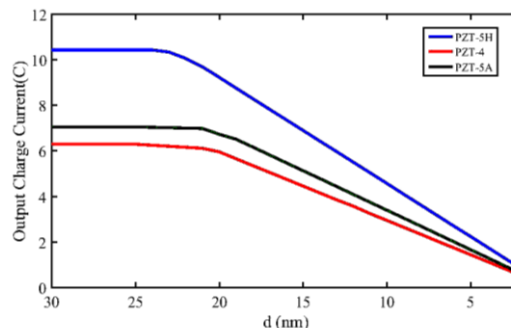
۶- فهرست علائم

E	مدول الاستیسیته (MPa)
ρ	چگالی (Kg/m^3)
β_{22}	ثابت دی الکتریک (Mm/F)
h_{12}	ثابت پیزوالکتریک (MV/m)
Q	شارژ خروجی از لایه پیزوالکتریک (c/m)

مراجع:

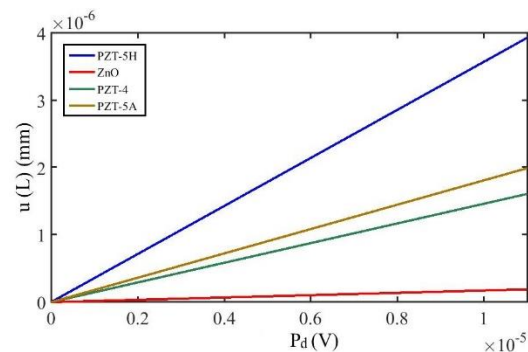
- [1] Vigneswaran N., Samsuri F., Ranganathan B., Recent Advances in Nano Patterning

پیزوالکتریک به کار رفته قابل مشاهده می باشد. این کاهش شارژ در توپوگرافی سطح نمونه می تواند مورد استفاده قرار گرفته به عنوان معیاری برای فاصله پراب تا سطح نمونه تلقی گردد.



شکل (۵) تاثیر فاصله تعادلی نوک پراب تا سطح نمونه بر شارژ خروجی از لایه پیزوالکتریک

یکی از عوامل موثر بر حرکت ارتعاشی، ولتاژ تحریک است. مسلماً هر چه قدر مقدار ولتاژ ورودی به لایه پیزوالکتریک افزایش یابد، دامنه نوسانی نیز بیشتر خواهد شد. این پدیده در هر فاصله تعادلی میکرو تیر و برای هر گونه لایه پیزوالکتریک رخ خواهد داد. تنها تفاوتی که می تواند در یک چنین شرایطی رخ دهد، چگونگی افزایش خواهد بود. شکل (۶) تاثیر افزایش ولتاژ را بر حداکثر دامنه در پاسخ فرکانسی نشان می دهد. نمودارهای این شکل در فاصله تعادلی دو نانومتری به دست آمده اند. شیب تندتر خط مربوط به $PZT-5H$ نشانگر توانمندتر بودن این ماده در تحریک میکرو تیر است. با توجه به شیب خطوط می توان نتیجه گرفت که بعد از $PZT-5H$ به ترتیب $PZT-5A$ ، ZnO و $PZT-4$ از توانایی تحریک بالاتری برخوردار می باشند.



شکل (۶) تاثیر ولتاژ تحریک بر روی دامنه نوسانی میکرو تیر

- [10] Korayem M.H., Ghaderi R., Sensitivity analysis of nonlinear vibration of AFM piezoelectric MC in liquid, *International Journal of Mechanics and Materials in Design*, 10(2), 2014, pp. 121-131.
- [11] Rogers B., Manning L., Sulchek T., Adams J.D., Improving tapping mode atomic force microscopy with piezoelectric cantilevers, *Ultramicroscopy*, 100, 2004, pp. 267-276.
- [12] Mahmoodi S.N., Jalili N., Non-linear vibrations and frequency response analysis of piezoelectrically driven microcantilevers, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 42, 2007, pp. 577-587.
- [13] Wolf K., Gottlieb O., Nonlinear dynamics of a noncontacting atomic force microscope cantilever actuated by a piezoelectric layer, *Journal of Applied Physics*, 91(7), 2002, pp. 4701-4712.
- [14] Fung R.F., Huang S.C., Dynamic modeling and vibration analysis of the atomic force microscope, *ASME Journal of Vibration and Acoustics*, 123, 2001, pp. 502-509.
- [15] Mahmoodi S.N., Dagag M.F., Jalili N., On the nonlinear flexural response of piezoelectrically driven microcantilever sensors, *Sens. and Act. A*, 153, 2009, pp. 171-179.
- [16] Mahmoodi S.N., Jalili N., Ahmadian M., Subharmonics analysis of nonlinear flexural vibrations of piezoelectrically actuated microcantilevers, *Nonlinear Dynamics*, 59, 2010, pp. 397-409.
- [17] Ghaderi R., Nejat A., Nonlinear Mathematical Modeling of Vibrating Motion of Nanomechanical Cantilever Active Probe, *Latin American Journal of Solids and Structures*, 11, 2014, pp. 369-385.
- [18] Shin Ch., Jeon I., Khim Z.G., Hong J.W., Nam H.J., Study of sensitivity and noise in the piezoelectric self-sensing and self-actuating cantilever with an integrated Wheatstone bridge circuit, *Review of Scientific Instruments*, 81, 2010, 035109.
- [19] Dong W., Lu X., Cui Y., Wang J., Liu M., Fabrication and characterization of microcantilever integrated with PZT thin film sensor and actuator, *Thin Solid Films*, 515, 2007, pp. 8544-8548.
- and Nano Imprint Lithography for Biological Applications, *Procedia Engineering*, 97, 2014, pp. 1387-1398.
- [2] Muthukumar T., Prabhavathi S., Chamundeeswari M., Sastry T.P., Bio-modified carbon nanoparticles loaded with methotrexate possible carrier for anticancer drug delivery, *Materials Science and Engineering: C*, 36(1), 2014, pp. 14-19.
- [3] Grayeli-Korpi A-R., Savaloni H., Habibi M., Corrosion inhibition of stainless steel type AISI 304 by Mn coating and subsequent annealing with flow of nitrogen at different temperatures, *Applied Surface Science*, 276(1), 2013, pp. 269-275.
- [4] Jalili N., Laxminarayana K., A Review of Atomic Force Microscopy Imaging Systems: Application to Molecular Metrology and Biological Sciences, *International Journal of Mechanics*, 14 (8), 2004, pp. 907-914.
- [5] Moosapour M., Hajabasi M.A., Ehteshami H., Thermoelastic damping effect analysis in micro flexural resonator of atomic force microscopy, *Applied Mathematical Modelling*, 38 (11-12), 2014, pp. 2716-2733.
- [6] Kangarlou H., Aghgonbad M.M., Incidence angle dependence on structural and optical properties of UHV deposited copper nano layers, *International Journal for Light and Electron Optics*, 125(19), 2014, pp. 5532-5537.
- [7] Adams J.D., Parrott G., Bauer C., Sant T., Manning L., Jones M., Rogers B., McCorkle D., Ferrel T.L., Nanowatt chemical vapor detection with a self-sensing, piezoelectric microcantilever array, *Applied Physics Letters*, 83, 2003, pp. 3428-3440.
- [8] Salehi-Khojin A., Bashash S., Jalili N., Modeling and Experimental Vibration Analysis of Nanomechanical Cantilever Active Probes, *Micromechanics and Microengineering*, 18, 2008, 085008 (11pp).
- [9] Liqun D., Guirong K., Fumihito A., Toshio F., Kou-ichi I., Yasunori T., Structure design of micro touch sensor array, *Sensors and Actuators A*, 107, 2003, pp. 7-13.

- [20] Itoh T., Suga T., Self-excited force sensing microcantilevers with piezoelectric thin films for dynamic scanning force, *Sensors and Actuators A: Physics*, 54, 1996, pp. 477–481.
- [21] Lee C., Itoh T., Suga T., Self-excited piezoelectric PZT microcantilevers for dynamic SFM-with inherent sensing and actuating capabilities, *Sensors and Actuators A.*, 72, 1999, pp. 179–188.
- [22] Korayem M.H., Ghaderi R., Vibration response of a piezoelectrically actuated microcantilever subjected to tip-sample interaction, *Scientia Iranica B*, 20 (1), 2013, pp. 195–206.
- [23] Shen K., Dynamic behavior of atomic force microscope cantilevers, the thesis presented to degree of doctor of philosophy, the University of Nebraska, 2005.