

مدیریت توزیع درآمد با استفاده از توزیع لجستیک و فرمی - دیراک در ایران

محمد فروزان^۱

محمد موسوی شیرینی^۲

مهدی صالحی^۳

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۰۳/۰۴

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۹/۰۱

شناسه دیجیتال: 10.30495/AFI.2022.1947803.1080

چکیده

تا کنون برای بخش کم‌درآمد و متوسط از توزیع‌هایی مانند: بوز - انیشتین، ماکسول بولتزمن، لگ نرمال، گاما و نمایی، و برای توزیع درآمد بخش ثروتمند جامعه از توزیع پارتو استفاده شده است. به دلیل پیچیدگی این مدل‌ها، تخمین شاخص‌های کلان اقتصادی دشوار است و نیز عدم یکنواختی برای همه بخش‌های درآمدی یکی دیگر از معایب این مدل‌ها است. در این پژوهش از توزیع تجمعی لجستیک و فرمی دیراک برای دودسته از مجموعه داده‌های روستایی و شهری در اقتصاد ایران بین سال‌های ۸۹ تا ۹۸ استفاده شده است. نتایج نشان می‌دهد مدل ارائه شده برای تمام سطح‌های درآمدی در مناطق روستایی و شهری در زمان‌های مختلف بسیار خوب عمل نموده است و تمام قسمت‌های توزیع درآمد را پوشش می‌دهد. تفسیر پارامترهای توزیع فرمی دیراک و همبستگی و ارتباط معنادار این پارامترها با شاخص‌های کلان اقتصادی، برتری توزیع فرمی دیراک در مقایسه با توزیع لجستیک را نشان می‌دهد.

کلید واژه‌ها: توزیع درآمد، تابع تجمعی لجستیک، توزیع فرمی - دیراک، توزیع پارتو.

طبقه‌بندی موضوعی: D63, D31, C54.

۱. گروه حسابداری، واحد قائنات، دانشگاه آزاد اسلامی، قائنات، ایران.

۲. گروه حسابداری، دانشگاه پیام نور، ایران. (نویسنده مسئول). mousavi1973@pnu.ac.ir

۳. گروه حسابداری، دانشکده علوم اداری و اقتصادی، دانشگاه فردوسی، مشهد، ایران.

۱- مقدمه

توزیع مناسب درآمد و ثروت بخشی از ثبات جهان و آینده محکم و روشن را برای ما رقم می‌زند (آیدینر و همکاران^۱، ۲۰۱۸). پدیده نابرابری درآمد نه تنها از دلایل عمده فقر، در کشورهای درحال توسعه است، بلکه یکی از عوامل کندکننده رشد اقتصادی نیز محسوب می‌شود. (طاهری و خدابخشی، ۱۴۰۰). تابع توزیع درآمد اطلاعات جامعی را باتوجه به عملکرد کلی اقتصاد ارائه می‌کند و نشان می‌دهد چگونه این روند باگذشت زمان در مناطق مختلف یا بین زیرگروه‌های جمعیتی تحول می‌یابد و تصمیم‌گیری‌های سیاسی و تحلیل بازارهای مالی را تحت‌تأثیر خود قرار می‌دهد (ورمولن^۲، ۲۰۱۸). برای حل مشکلات اقتصادی مانند نابرابری درآمد در هر جامعه‌ای ابتدا لازم است به برآورد نابرابری درآمد و سپس به شناسایی عوامل مؤثر بر آن پرداخته شود (جمال شرق و همکاران، ۱۴۰۰). در ایران علی‌رغم تدوین و اجرای سیاست‌های مختلف جهت کاهش نابرابری، به نظر می‌رسد به دلیل نداشتن هیچ الگوی منظمی برای توزیع درآمد همچنان با معضل فقر و عواقب ناشی از آن روبرو باشیم (صادقی و همکاران، ۱۳۹۶). اهمیت موضوع توزیع درآمد باعث شده که محققان پژوهش‌های گسترده‌ای در این زمینه انجام دهند. یکی از رویکردهایی که به‌ویژه در دو دهه اخیر بر تبیین این موضوع تمرکز کرده است، استفاده از مکانیک آماری برای بررسی خصوصیات آماری سیستم‌های پیچیده اقتصادی است (اکسین و هانگ^۳، ۲۰۱۷). تاکنون پژوهش‌های زیادی جهت معرفی تابع توزیع درآمد در جامعه‌های مختلف انجام شده است. برای توصیف توزیع درآمد بخش کم‌درآمد و متوسط جمعیت که حدود ۹۰ درصد جمعیت را تشکیل می‌دهد از توزیع‌هایی مانند توزیع بوز - انیشتین^۴، ماکسول بولتزمن^۵، لگ نرمال^۶ و نمایی، استفاده شده و برای بخش ثروتمند از توزیع پارتو استفاده شده است. در همه این تابع‌ها به دلیل پیچیدگی، ارتباط پارامترهای این توزیع‌ها با شاخص‌های کلان اقتصادی دشوار است و نیز هر یک از این توزیع‌ها تنها یک یا دو بخش از سطح‌های درآمدی را توصیف می‌کنند و نمی‌توانند همه بخش‌های درآمدی (درآمد کم، متوسط، بالا) را پوشش دهند.

لذا در این پژوهش این پرسش مطرح می‌شود که آیا می‌توان توزیعی یکنواخت برای بخش ثروتمند و متوسط و کم‌درآمد ایران معرفی نماییم؟

1. Aydiner *et al.*
2. Vermeulen
3. Xin & Huang
4. Bose-Einstein
5. Maxwell-Boltzmann
6. Log-normal

اغلب پژوهش‌های انجام شده در ایران به بررسی عوامل مؤثر بر توزیع درآمد و تعیین درجه تأثیرپذیری نابرابری درآمد از عواملی همچون بیکاری و رشد اقتصادی و تورم و... می‌پردازند و پژوهشی در زمینه کاربرد این توزیع‌ها و برازش داده‌های تجربی ایران به آن‌ها صورت نگرفته است. تنها پژوهش‌های اندکی در زمینه تفسیر نظریه تابع توزیع درآمد انجام شده است؛ لذا نوآوری این پژوهش علی‌رغم اینکه توزیع یکنواختی را برای همه سطح‌های درآمدی داده‌های تجربی ایران ارائه می‌کند، شواهدی از تفسیرپذیری پارامترهای این توزیع با شاخص‌های کلان اقتصادی برای جامعه شهری و روستایی ایران را نیز ارائه می‌کند.

۲- مبانی نظری و پیشینه پژوهش

شناخت توزیع درآمد در ارتباط با نحوه سازماندهی ساختارهای جامعه، و تأثیر سیاست‌های عمومی از قبیل رفاه، مالیات، مسکن، آموزش، بازار کار و بهداشت و سایر سیاست‌های مالی بر گروه‌های مختلف اقتصادی - اجتماعی و چگونگی ارتباط الگوهای مختلف توزیع درآمد با رفاه اجتماعی و شاخص‌های کلان اقتصادی می‌تواند بسیار کارآمد و مفید باشد (اولتین و کوسمارتسف، ۲۰۱۴). برای یافتن توزیع مناسب، باید چند توزیع که شکلی مشابه توزیع تجربی داده‌ها دارند به داده‌ها برازش داده شوند و با مقایسه آنها توزیع مناسب داده‌ها را انتخاب کنیم. یکی از رویکردهایی که به‌ویژه در دو دهه اخیر بر تبیین این موضوع تمرکز کرده است، استفاده از ریاضی پیشرفته مکانیک آماری است که به بررسی خصوصیات آماری سیستم‌های پیچیده اقتصادی می‌پردازد. امروزه دانشمندان با آنالیز عددی داده‌های اقتصادی و مالی و شبیه‌سازی و مدل‌سازی این اطلاعات، به‌دوراز روش‌های طولانی، تشریحی و ایدئولوژیک اقتصاد سیاسی به اقتصادسنجی متمرکز شده‌اند.

در بحث توزیع درآمد پژوهش‌هایی که با استفاده از توزیع‌های آماری انجام شده است نشان می‌دهد که بخش ثروتمند (۳ درصد کل جامعه) از توزیع پارتو و ۹۷ درصد بخش کم‌درآمد و متوسط از توزیع‌هایی مانند توزیع لگ نرمال و بولتزمن - گیبس تبعیت می‌کنند. این پژوهشگران با استفاده از مدل گاز ایده‌آل در مکانیک آماری و در نظر گرفتن یک سیستم اقتصادی بسته، با مقایسه پول و انرژی، پول را به منزله انرژی در نظر می‌گیرند که دارای جریان خودبه‌خودی به سمت تمرکززدایی است و میزان انجام کار است، مانند انرژی قابلیت ذخیره‌سازی دارد و قابل تبدیل شدن به شکل‌های دیگر است، فرایند توزیع ثروت را شبیه‌سازی کرده، آنگاه با حل معادلات آماری و تقریب‌های مناسب، برای بخش متوسط و پایین جامعه (حدود ۹۷ درصد) تابع توزیع لگ نرمال و بولتزمن گیبس را پیشنهاد می‌کنند (دراگولسکو

و یاکوونکو^۱، ۲۰۰۰؛ چاکرابورتی و چاکرابارتی^۲، ۲۰۰۰؛ سیلوا و یاکوونکو^۳، ۲۰۰۵). البته پژوهش‌ها به همین دو توزیع محدود نمی‌شود، در پژوهش‌های دیگری نیز توزیع درآمد را بر اساس داده‌های تجربی کشورهایی که داده‌های در دسترس دارند مورد بررسی قرار گرفت. نتایج این پژوهش‌ها نشان می‌دهد که طبقات کم‌درآمد و متوسط جامعه، توزیع‌های گاما و بوز - انیشتین و توزیع کای تعمیم‌یافته^۴ نیز می‌توانند به عنوان الگویی برای توصیف توزیع درآمد باشند (چاترجی و چاکرابارتی^۵، ۲۰۰۷؛ کلمنتی و همکاران^۶، ۲۰۰۹؛ کورتن و کوسمارتسف^۷، ۲۰۱۱؛ کسنزک و پترووا^۸، ۲۰۰۸).

ابونوری (۱۳۸۲) با استفاده از توزیع لجستیک نشان داد که این مدل برای دودسته از مجموعه داده‌های بسیار متفاوت اقتصاد بریتانیا (توزیع درآمد قبل و بعد از مالیات) و اقتصاد ایران (توزیع هزینه در مناطق شهری و روستایی) در زمان‌های مختلف بسیار خوب عمل کرده است و تمام قسمت‌های جامعه را پوشش می‌دهد. بختیاری و محمود اوغلی (۱۳۹۳) مدل‌های دو پارامتری وایبل و سه پارامتری بتا، لگ نرمال، گاما و داگوم به روش حداکثر درست‌نمایی (MLE) را به صورت سالانه با استفاده از اطلاعات مربوط به هزینه و درآمد خانوارهای ایرانی مورد بررسی قرار می‌دهند نتایج نشان می‌دهد بر اساس معیار اطلاعات آکائیک و همچنین نمودارهای حاصل از توابع چگالی احتمال توزیع داگوم یک برازش گر خوب است. محمدزاده و همکاران (۱۳۹۶) نشان می‌دهد که نابرابری درآمد و فقر از یک سو موجب کاهش سلامت عمومی گردیده و از سوی دیگر سهم افراد از پرداخت‌های بهداشتی و درمانی را افزایش می‌دهد. همچنین سطح آموزش موجب ارتقای سلامت جامعه و کاهش پرداخت‌های مستقیم از جیب و خصوصی افراد می‌شود. تمرکز جمعیت در شهرهای بزرگ موجب افزایش مخارج خصوصی سلامت و پرداخت‌های مستقیم از جیب افراد می‌گردد.

گلی و همکاران (۱۳۹۷) در پژوهشی، با استفاده از داده‌های بودجه خانوار مرکز آمار برای دوره زمانی ۱۳۸۴ تا ۱۳۹۳ و استفاده از مدل تجزیه اکساکا بلیندر و ماچادو متا به اندازه‌گیری نابرابری رفاهی در ایران می‌پردازد. نتایج حاصل از مطالعه نشان می‌دهد که بیش از ۹۰ درصد از نابرابری رفاهی بین دهک‌های بالا و پایین درآمدی، از نگاه اقتصاد اسلامی متعارف و کارا است، اما سهم فقرا از درآمد

1. Dragulescu & Yakovenko
2. Chakraborti & Chakrabarti
3. Silva & Yakovenko
4. k-generalized
5. Chatterjee & Chakrabarti
6. Clementi *et al.*
7. Kürten & Kusmartsev
8. Ksenzhek & Petrova

ثروتمندان غیر قابل چشم‌پوشی است به طوری که این سهم در سال ۱۳۸۸ بالاترین و در سال ۱۳۹۰ تا ۱۳۹۳ افزایشی بوده است.

برتوتی و همکاران^۱ (۲۰۱۷) به منظور آزمون اثرات تصادفی مدل‌های توزیع در مبادلات اقتصادی با استفاده از دو تحلیل متفاوت، یکی معادلات لنگوین و دیگری بر اساس سیستم معادلات دیفرانسیل معمولی، با شبیه‌سازی عددی به این نتیجه رسیدند که یک همبستگی مثبت بین شاخص جینی و ثروت و نیز همبستگی منفی بین شاخص جینی و پویایی اقتصادی وجود دارد. **لاکستد و دوادوس**^۲ (۲۰۱۷) با استفاده از فاکتور بایس و تست ونگ و نیز گراف‌های مختلف، بر اساس داده‌های تجربی از شهرهای مختلف آمریکا برای توزیع بخش کم‌درآمد، توزیع لگ نرمال و بخش پردرآمد توزیع پارتو را ارائه می‌دهند. **اسکارسون و جانسون**^۳ (۲۰۱۹) در پژوهشی با کاربرد نظریه بازی و شبیه‌سازی مونت کارلو توزیع درآمد و ثروت را مدل‌سازی می‌کنند، آنگاه با استفاده از داده‌های تجربی کشورهای سازمان همکاری توسعه اقتصادی^۴ به تأثیر موقعیت جغرافیایی بر مالیات درآمد و ثروت می‌پردازد، سپس با استفاده از شبیه‌سازی مونت کارلو نشان می‌دهند که مالیات جغرافیایی تأثیر محسوسی بر توزیع ثروت و درآمد دارد.

شیخ و جاکوبو^۵ (۲۰۲۰) با شبیه‌سازی آنتروپی نشان می‌دهند که توابع توزیع درآمد نمایی هستند، سپس با استفاده از مدل‌های آربیتراژ و فرایندهای تصادفی تعدیل‌یافته مدلی را طراحی می‌کند که انتهای پایین نمایی را به انتهای دم بخش ثروتمند توزیع درآمد وصل می‌کند. **دیل و دیل**^۶ (۲۰۲۱) در پژوهشی با استفاده از توزیع فرمی دیراک تعدیل‌یافته و داده‌های تجربی کشورهای هدف، نتیجه می‌گیرند که توزیع فرمی دیراک با تغییر شکل p, q برای توزیع درآمد، کشورهایی که سطح نابرابری درآمدی بالایی دارند به درستی عمل می‌کند. همچنین نشان می‌دهند این توزیع از انعطاف‌پذیری بسیار بالایی برای مدل‌سازی توزیع درآمد برخوردار است.

هدف پژوهش حاضر ارائه یک مدل است که بتواند تمام سطح‌های درآمدی را پوشش دهد و دربرگیرنده تفسیر ساده‌ای از شاخص‌های کلان اقتصادی باشد. برای این منظور از توزیع تجمعی لجستیک و فرمی دیراک استفاده می‌کنیم، سپس داده‌های تجربی را به توزیع‌های موردنظر برازش داده

1. Bertotti *et al.*

2. Luckstead & Devadoss

3. Oskarsson & Johansson

4. OECD (Organisation for Economic Co-operation and Development)

5. Shaikh & Jacobo

6. Dil & Dil

و یکنواختی مدل و همبستگی و ارتباط شاخص‌های کلان اقتصادی با پارامترهای مدل را مورد بررسی قرار می‌دهیم. در این راستا بر اساس ادبیات مطرح شده فرضیه‌های پژوهش عبارت‌اند از:

فرضیه اول: با استفاده از توزیع لجستیک و فرمی دیراک می‌توان یک تابع توزیع درآمد برای تمام بخش‌های جامعه شناسایی کرد.

فرضیه دوم: بین پارامترهای تابع توزیع فرمی - دیراک و متغیرهای کلان اقتصادی رابطه معناداری وجود دارد.

۳- روش شناسی پژوهش

پژوهش حاضر به لحاظ دسته‌بندی نوع اول کاربردی است، زیرا نتایج آن مورد استفاده مدیران و سیاست‌گذاران اقتصادی و اجتماعی است و از منظر فرایند اجرا، کمی توصیفی است. در این پژوهش برای جمع‌آوری داده‌ها و اطلاعات، از روش کتابخانه‌ای استفاده می‌شود. در خصوص تجزیه و تحلیل داده‌ها از نرم‌افزار Excel 2016 برای داده‌های اولیه استفاده شده است، سپس تجزیه و تحلیل داده‌ها در نرم‌افزار SPSS 24 و MATLAB 2020a انجام شده است.

دوره مورد مطالعه، یک دوره زمانی ۱۰ ساله برای خانوارهای شهری و روستایی بر اساس میانگین درآمد (هزینه) خانوارها در بازه سال‌های ۱۳۸۹ تا ۱۳۹۸ است. دهک اول حاوی ۱۰ درصد پایین، دهک دوم حاوی ۱۰ درصد بعدی و دهک دهم حاوی ۱۰ درصد طبقه ثروتمند است. با توجه به تورش‌های موجود در استفاده از آمار هزینه درآمد خانوارها، برای هر دهک از میانگین هزینه استفاده می‌کنیم. تعداد خانوارهای نمونه‌برداری شده در طرح درآمد و هزینه سال‌های ۱۳۸۹ تا ۱۳۹۸ در **جدول ۱** خلاصه شده است.

جدول (۱) حجم نمونه به تفکیک مناطق شهری و روستایی

Table (1) Sample size separately from urban and rural areas

سال	تعداد خانوار نمونه شهری	تعداد خانوار نمونه روستایی
۱۳۸۹	۱۸۷۰۱	۱۹۵۸۴
۱۳۹۰	۱۸۷۲۷	۱۹۷۸۶
۱۳۹۱	۱۸۵۳۵	۱۹۶۵۷
۱۳۹۲	۱۸۸۸۰	۱۹۴۳۶
۱۳۹۳	۱۹۷۶۴	۲۰۱۰۰
۱۳۹۴	۱۸۸۸۱	۱۹۳۸۱
۱۳۹۵	۱۸۸۰۹	۱۹۳۳۷
۱۳۹۶	۱۸۷۰۱	۱۹۲۶۱

۱۸۶۱۰	۲۰۳۵۰	۱۳۹۷
۱۸۴۳۰	۱۹۸۹۸	۱۳۹۸

منبع: مرکز آمار ایران^۱

برای جمع‌آوری اطلاعات مرتبط با متغیرهای پژوهش، از داده‌های مرکز آمار ایران و بانک مرکزی استفاده شده است.

مدل ارائه شده در این پژوهش توزیع‌های لجستیک و فرمی دیراک است. توزیع متغیر تصادفی لجستیک، شبیه توزیع نرمال است ولی در دم‌ها، میزان احتمال بیشتر از توزیع نرمال است. تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی لجستیک دارای فرم عملکردی مشابه مشتق تابع فرمی - دیراک دارد. تابع توزیع لجستیک به شکل رابطه ۱ است:

$$f(x) = \frac{l}{1 + \exp^{-k(x-x_0)}} \quad \text{رابطه (۱)}$$

تابع احتمال توزیع تجمعی لجستیک را می‌توانیم به شکل $c(x)$ بیان کنیم.

$$c(X) = \int_{-\infty}^x P(X) dx \quad \text{رابطه (۲)}$$

درآمد تجمعی روی محور x نشان داده شده و محور y احتمال جمعیت تجمعی با درآمد کمتر از سطح مربوطه که بر محور x منطبق است را ارائه می‌دهد. باتوجه به این نوع احتمال، سهم جمعیتی که دارای درآمد (هزینه) زیر آستانه مشخص هستند را محاسبه می‌کنیم و درآمد (هزینه) تجمعی را روی محور x نمایش می‌دهیم. با استفاده از مقدار لگاریتم برای هر دهک و برای هر دو محور داریم:

$$\log_{10}(c(x)) = \frac{a}{1 + \exp^{b(\log_{10}x)+c}} \quad \text{رابطه (۳)}$$

رابطه ۳، لگاریتم تابع لجستیک است که ارتباط بین احتمال هر دهک $\log_{10}(c(x))$ (متغیر وابسته) و درآمد (هزینه) تجمعی $\log_{10}(x)$ (متغیر مستقل) را نشان می‌دهد. بنابراین برای اولین دهک احتمال تجمعی برابر ۱۰ درصد و برای بالاترین دهک احتمال تجمعی برابر ۱۰۰ درصد می‌باشد. لذا مجموعه عددی برای رسم نمودار احتمال رابطه ۴ می‌باشد.

$$S = \{(0, 0\%), (X1, 10\%), (X2, 20\%), (X3, 30\%), (X4, 40\%), (X5, 50\%), (X6, 60\%), (X7, 70\%), (X8, 80\%), (X9, 90\%), (X10, 100\%)\} \quad \text{رابطه (۴)}$$

پارامترهای a و b و c با استفاده از کاربرد داده‌های تجربی در رابطه لگ لجستیک از کدنویسی در Matlab به دست می‌آید. تابع فرمی دیراک در مکانیک آماری یک تابع شبه لجستیک است، و ذرات در این توزیع به دلیل ویژگی‌های آن شبیه به سیستم‌های اجتماعی-اقتصادی انسان‌ها رفتار می‌کند. توزیع فرمی دیراک برای توصیف انرژی سامانه‌ای تعداد زیادی از ذرات است که در تعادل گرمایی با یکدیگر هستند به صورت زیر بیان می‌شود.

$$n_i = \frac{1}{e^{(\epsilon_i - \mu)/kT} + 1} \quad \text{رابطه (۵)}$$

چون در هر دهک افراد زیادی وجود دارد که درآمد یکسانی دارند برای انطباق سیستم اقتصادی با حالت فیزیکی باید $k = 1$ باشد؛ لذا:

$$n(\epsilon_i) = g_i n_i = \frac{g_i}{e^{(\epsilon_i - \mu)/T} + 1} \quad \text{رابطه (۶)}$$

با استفاده از کاربرد تکنیک استعاری در فیزیک مالی توزیع درآمد، پول را مشابه انرژی (ϵ) در ترمودینامیک در نظر می‌گیریم (چاکرابارتی و همکاران^۱، ۲۰۱۳). در رابطه ۶، g چگالی حالت است و به این مفهوم است که یک یا چند ذره واقع در یک سطح انرژی می‌تواند حالت‌های مختلفی داشته باشد به نحوی که هر چه نابرابری بالاتر باشد، تعداد حالت‌های انرژی / چگالی، بیشتر است، این با رفتارهای متفاوت افراد دارای همان مقدار پول مشابه است. دو مفهوم فیزیکی و اقتصادی چگالی حالت و شاخص نابرابری بدون در نظر گرفتن اینکه این سیستم فیزیکی یا اقتصادی است، به طور مشابه تکامل می‌یابند و توزیع فرمی دیراک با استفاده از داده‌های درآمدی (هزینه) می‌تواند درجه نابرابری و متعاقباً، تعداد حالات بیشتری از سطح درآمد (اختلاف بیشتر در درآمد) را نشان دهد؛ لذا تشابه وضعیت چگالی حالت با ضریب جینی قابل استنباط است. دلایل استفاده از ضریب جینی برای شاخص نابرابری با استناد به پژوهش نژاد عبدالله و همکاران (۱۳۹۲) به این ترتیب است که: ۱- ضریب جینی به چگونگی توزیع درآمد در داخل یک کشور در طی یک دوره از زمان می‌پردازد در حالی که شاخص اتیکسون مبتنی بر قضاوت ارزشی بوده و یا شاخص تایل از مفهوم احتمال حوادث از سهم درآمد استفاده می‌کند. ۲- این شاخص مستقل از میانگین بوده و متقارن است (منطبق بر پارامتریک بودن داده‌های آماری برای هر دو جامعه شهری و روستایی) ۳- این شاخص نسبت به تبدیلات مقیاسی پایا است ۴- باتوجه به استفاده از شاخص جینی در سالنامه‌های آماری در سایت مرکز آمار ایران در سال‌های ۱۳۹۸-۱۳۸۹ و نیز تفسیر آسان این شاخص استفاده از این شاخص برای اندازه‌گیری توزیع درآمد مناسب است.

در رابطه ۶، μ پتانسیل شیمیایی است. در سیستم‌های اقتصادی، صادرات هر چه بیشتر باشد مقدار پولی که به عنوان انرژی در نظر گرفته می‌شود بیشتر است پس صادرات به منزله جریان ورودی پول است. این مفهوم بسیار شبیه به معنای فیزیکی پارامتر پتانسیل شیمیایی است (اولتین و کوسمارتسف، ۲۰۱۴). پارامتر T دمای کارایی است که در اقتصاد برابر با مقدار متوسط پول سرانه است و $T=M/N$ که M مقدار کل پول و N تعداد کل واحدهای اقتصادی است. ضریب فعالیت به صورت $a = \exp(\frac{\mu}{T})$ می‌باشد، که آن را می‌توان شاخصی از وضعیت کلی یک اقتصاد در نظر گرفت، زیرا به بررسی نسبت دما (پول تزریق شده در سیستم اقتصادی) و کل انرژی سیستم‌ها که تابعی از تعداد مولکول‌ها (کل فعالیت) می‌باشد، می‌پردازد. بنابراین، می‌توان آن را به عنوان یک نسبت ورودی/خروجی (انرژی مورد استفاده در گردش پول) در نظر گرفت. به لحاظ اقتصادی هم هر چه نسبت نقدینگی (نسبت ورودی به خروجی انرژی) تغییر کند به طبع آن تورم نیز تغییر می‌کند پس تشابه پارامتر ضریب فعالیت با نرخ تورم قابل توضیح است. لذا در این پژوهش از سه متغیر کلان اقتصادی یعنی ضریب جینی، صادرات و تورم به عنوان معیارهای کلان اقتصادی استفاده می‌کنیم. با کاربرد توزیع تجمعی فرمی دیراک داریم:

$$C(X) = \int_X^{\infty} P(X) dX \quad \text{رابطه (۷)}$$

محور Y ها احتمال جمعیتی را نشان می‌دهد که درآمدی بالاتر از درآمد (هزینه) منطبق شده بر محور X را دارد، پس احتمال جمعیت برای افرادی با درآمد صفر برابر با ۱۰۰ درصد است. درآمد تجمعی را روی محور X نمایش می‌دهیم.

$$\ln(c(x)) = \frac{g}{\exp(\frac{\ln(x)-\mu}{T}) + 1} \quad \text{رابطه (۸)}$$

رابطه ۸، رابطه توزیع تجمعی فرمی دیراک است که $\ln(c(x))$ متغیر وابسته و $\ln x$ متغیر مستقل است. پارامترهای g ، T و μ با جاگذاری داده‌ها در توزیع فرمی-دیراک به دست می‌آید. محور Y احتمال تجمعی جمعیت یعنی $C(X)(a>X)$ است و روی محور X مقدار تجمعی درآمد دهک مربوطه قرار می‌گیرد. در دهک دهم X_{10} مقدار درآمد تجمعی دهک دهم می‌باشد و احتمال تجمعی جمعیت صفر می‌باشد. اگر درآمد برابر با صفر باشد احتمال تجمعی برابر با ۱۰۰ درصد می‌باشد. مجموعه عددی احتمال بصورت رابطه ۹ می‌باشد.

$$S = \{(0, 100\%), (X1, 90\%), (X2, 80\%), (X3, 70\%), (X4, 60\%), (X5, 50\%), (X6, 40\%), (X7, 30\%), (X8, 20\%), (X9, 10\%), (X10, 0\%)\} \quad \text{رابطه (۹)}$$

۴- تجزیه و تحلیل داده‌ها

آمار توصیفی، مجموعه‌ای از روش‌ها است که برای گردآوری، توصیف و بیان مقدراری اطلاعات مربوط به جامعه‌های مورد مطالعه به کار می‌رود و به بررسی و شناخت کلی و نحوه توزیع کمیت‌ها در یک جامعه آماری می‌پردازد (جدول ۲).

جدول (۲) نتایج آمار توصیفی

Table (2) Descriptive statistics

	Statistic Minimum	Statistic Maximum	Mean Statistic	Skewness		Kurtosis	
				Statistic	Std. Error	Statistic	Std. Error
شهری	۱۵۲۱۴۷۷۴	۹۵۵۲۶۱۰۰۰	۱۸۷۸۸۳۳۳۰	۰/۶۵۷	۰/۲۳۰	۱/۲۶۵	۰/۴۵۷
روستایی	۷۶۴۶۶۰۰	۵۵۲۲۵۸۰۰۰	۱۰۷۸۳۳۸۹۱	۰/۷۸۸	۰/۲۳۰	۱/۵۹۶	۰/۴۵۷

مقدار چولگی برای هر دو جامعه شهری و روستایی مثبت است که نشان‌دهنده چوله به راست داده‌های تجربی درآمد (هزینه) است که پژوهش‌های **ابونوری و فراهتی (۱۳۹۴)** هم این مطلب را نشان می‌دهد. کشیدگی داده‌های تجربی برای جامعه شهری و روستایی بالاتر از یک است، بنابراین باید توزیع داده‌ها دارای دم پهن باشد. از آنجایی که سطح درآمدی دهک ثروتمند با بقیه دهک‌ها زیاد است و از طرفی هم تنها ۱۰ درصد جامعه را تشکیل می‌دهند، دم پهن در توزیع داده‌های تجربی را تشکیل می‌دهد.

آمار استنباطی برای استنباط خصوصیات یک جامعه آماری از روی نتایج یک نمونه که از آن جامعه انتخاب می‌شود، به کار می‌رود. آمار استنباطی این امکان را می‌دهد تا جنبه‌های مورد نظر جامعه‌های بزرگ آماری از روی نمونه‌های کوچک‌تر که نماینده آن جامعه هستند، توصیف شوند (جدول ۳).

جدول (۳) آمار استنباطی

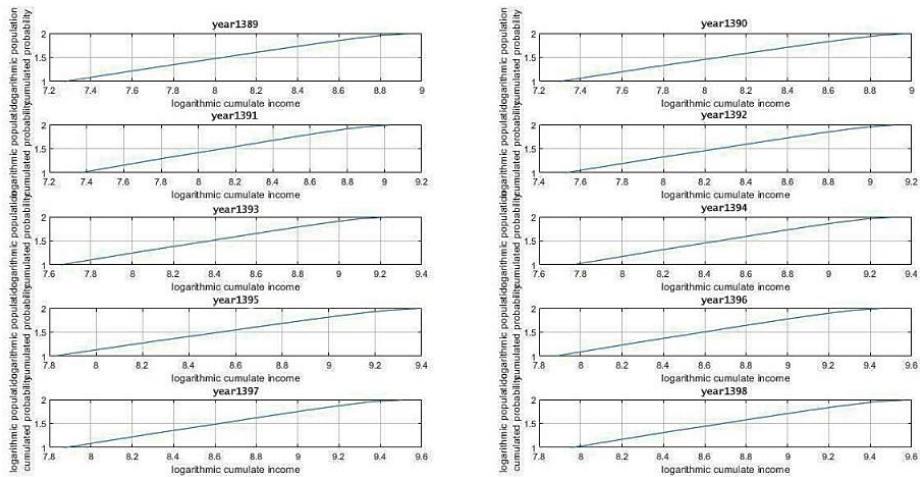
Table (3) inferential statistics

		شهری	روستایی
	Kolmogorov-Smirnov test sig (2-tailed)	۰/۱۷۰	۰/۱۷۶
		۰/۰۵۲	۰/۰۵۳
ANOVA	df	۱۰	۱۰
	F	۳/۴۱	۲/۹۳
	Sig.	۰/۰۰۱	۰/۰۰۳
T-TEST	t	۳/۹۸	
	df	۱۷۲/۶۵۷	
	Sig.	۰/۰۰۰	

آزمون کولموگروف - اسمیرنوف نشان می‌دهد که داده‌ها برای هر دو جامعه شهری و روستایی پارامتریک است. آزمون آنالیز واریانس یک‌طرفه (ANOVA) نشان می‌دهد که فرضیه صفر برای

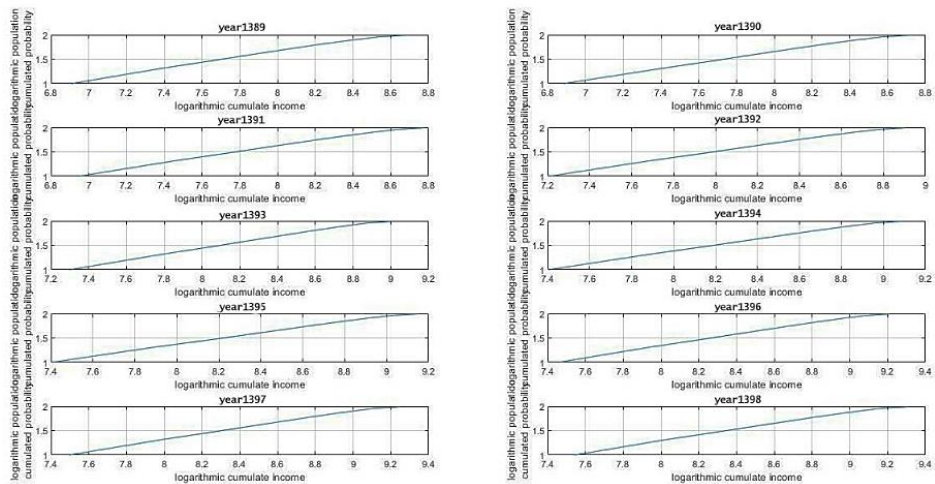
گروه‌های جامعه شهری رد شده و تفاوت معنی‌داری بین میانگین دهک‌های شهری وجود دارد به عبارت دیگر دهک‌های درآمدی در جامعه شهری با هم در ارتباط هستند و این آزمون هم برای جامعه روستایی صادق است. برای بررسی عامل مؤثر در نابرابری‌ها در دو گروه مستقل شهری و روستایی از آزمون t استفاده می‌کنیم با توجه به آزمون t مستقل و استفاده از آزمون لوین برای تشخیص برابری یا عدم برابری واریانس‌ها، نتایج آزمون T-test نشان می‌دهد که سطح معناداری کمتر از ۰/۰۵ است؛ بنابراین دو جامعه شهری و روستایی در عوامل نابرابری با هم در ارتباط است.

برای آزمون فرضیه اول داده‌های تجربی جامعه شهری و روستایی را توزیع‌های موردنظر برازش می‌دهیم. نگاه با کدنویسی در نرم‌افزار پارامترهای توزیع لجستیک و فرمی دیراک را برای تمام سال‌ها و هر دو جامعه روستایی و شهری محاسبه می‌کنیم. در توزیع لجستیک درآمد تجمعی روی محور X نشان داده شده و محور Y احتمال جمعیت تجمعی با درآمد کمتر از سطح مربوطه که بر محور X منطبق است را ارائه می‌دهد. با توجه به این نوع احتمال، ما سهم جمعیتی که دارای درآمد (هزینه) زیر آستانه مشخص هستند را محاسبه می‌کنیم و درآمد (هزینه) تجمعی را روی محور X نمایش می‌دهیم. یکنواختی نمودارها و ضریب همبستگی بالای پارامترها نشان از مناسب بودن تابع موردنظر برای توزیع درآمد دارد (نمودار ۱ و ۲).



نمودار (۱) نمودار توزیع لجستیک برای جامعه شهری

Figure (1) Logistics distribution chart for urban community



نمودار (۲) نمودار توزیع لجستیک برای جامعه روستایی

Figure (2) Logistics distribution chart for rural community

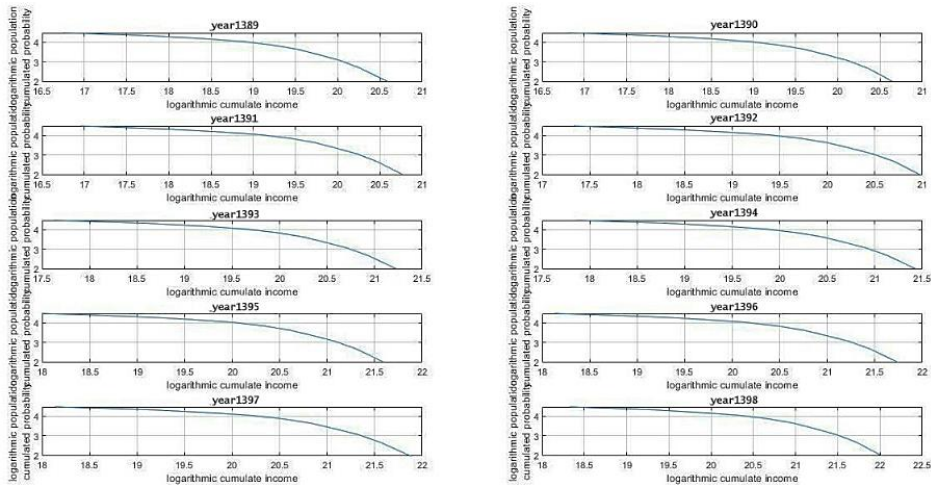
مقادیر R^2 نشان می‌دهد، توزیع لجستیک به خوبی متناسب با داده‌ها است و مقادیر ضریب تعیین برای داده‌های سالانه در کلیه موارد بالاتر از ۹۹ درصد است. به طور کلی، مقادیر پارامترها وقتی از یک سال به سال دیگر با توجه به همان متغیر مقایسه می‌شوند، تغییرات کمی دارند اما در فواصل زمانی طولانی‌تر، اگر چه تغییرات بین مقدار اولیه و مقدار نهایی کم است، اما در مقایسه با تغییرات از یک سال به سال دیگر بزرگتر هستند. به نظر می‌رسد یکنواختی توزیع لجستیک برای تمام گروه‌های درآمدی معتبر است که **ابونوری (۱۳۸۲)** در مقاله مدلسازی توزیع درآمد نیز این مطلب را نشان می‌دهد. در بازه زمانی ۱۳۹۰-۱۳۹۱ رشد اقتصادی از $6/7$ به سمت انقباض بسیار شدید، $5/8-$ و در بازه زمانی ۱۳۹۲-۱۳۹۳ که تورم تغییرات خیلی زیادی داشته است پارامترها و ضریب تعیین در مقایسه با بقیه داده‌ها متفاوت رفتار نمی‌کنند. در سال ۱۳۹۵ رشد اقتصادی کشور از $0/3-$ در سال ۹۴ به مقدار ۱۱ درصد در سال ۹۵ میرسد که در تمام این موارد با وجود دامنه نوسان زیاد در شاخص‌های کلان اقتصادی کشور، توزیع لجستیک یک توزیع یکنواخت با ضریب تعیین بالا برای همه سال‌ها می‌باشد. (جدول ۴).

جدول (۴) ضرایب توزیع لجستیک برای میانگین درآمد جامعه شهری و روستایی

Table (3) Logistic distribution coefficients

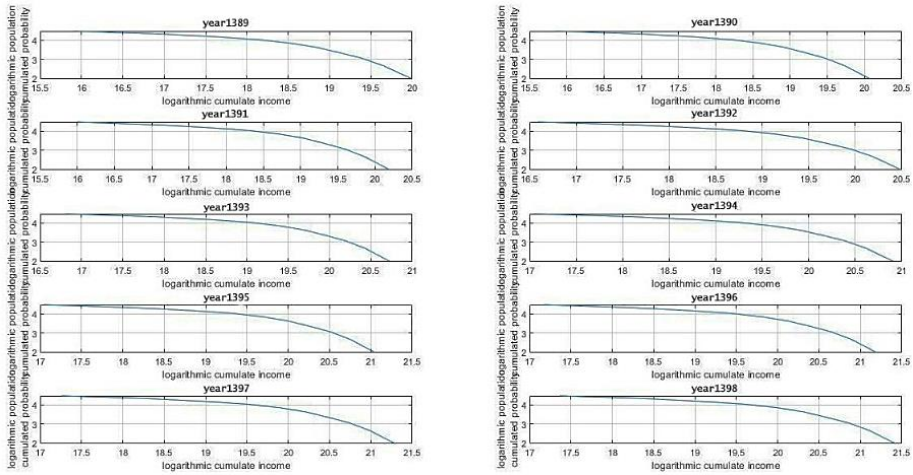
سال	A		B		C		R ²	
	شهری	روستایی	شهری	روستایی	شهری	روستایی	شهری	روستایی
۱۳۸۹	۲/۲۰۴	۲/۱۲۴	۸/۰۲۴	۸/۰۵۶	-۱/۰۰۲	-۱/۰۵۷	۹۹/۹۶	۹۹/۹۵
۱۳۹۰	۲/۴۳۱	۲/۴۵۸	۸/۳۲۵	۶/۳۲۴	-۱/۰۲۲	-۰/۷۵۲	۹۹/۹۶	۹۹/۹۸
۱۳۹۱	۲/۱۵۶	۲/۱۹۸	۸/۴۲۳	۷/۳۵۹	-۱/۰۰۴	-۰/۹۵۵	۹۹/۹۶	۹۹/۹۵
۱۳۹۲	۲/۱۹۸	۲/۱۲۱	۸/۵۶۶	۸/۰۲۱	-۱/۰۰۷	-۱/۰۰۱	۹۹/۹۸	۹۹/۹۶
۱۳۹۳	۲/۱۴۰	۲/۰۳۵	۸/۸۹۴	۸/۰۵۳	-۱/۱۲۷	-۱/۰۰۸	۹۹/۹۸	۹۹/۹۶
۱۳۹۴	۲/۱۲۴	۲/۰۲۱	۹/۲۱۴	۸/۴۵۷	-۱/۰۷۸	-۱/۰۰۹	۹۹/۹۷	۹۹/۹۸
۱۳۹۵	۲/۰۲۵	۲/۰۳۴	۹/۱۲۸	۸/۱۸۷	-۱/۱۱۰	-۱/۱۱۴	۹۹/۹۷	۹۹/۹۹
۱۳۹۶	۲/۱۷۸	۲/۱۴۰	۹/۵۷۸	۸/۵۲	-۱/۱۱۴	-۱/۱۲	۹۹/۹۶	۹۹/۹۶
۱۳۹۷	۲/۳۲۹	۲/۱۵۷	۹/۰۸۷	۸/۶۷۸	-۱/۰۶۷	-۱/۱۰۶	۹۹/۹۹	۹۹/۹۹
۱۳۹۸	۲/۲۳۷	۲/۱۵۴	۹/۶۱۸	۸/۰۱۴	-۱/۱۰۲	-۱/۰۵۴	۹۹/۹۹	۹۹/۹۸

در توزیع فرمی دیراک با استفاده از داده‌های تجربی و رسم نمودارهای سالیانه بر حسب لگاریتم درآمد تجمعی $\ln(x)$ روی محور X و لگاریتم احتمال تجمعی جمعیت $\ln(c(x))$ روی محور Y ، نمودارها برای جامعه روستایی و شهری برای همه سطح‌های درآمدی یکنواخت است (نمودار ۳ و ۴).



نمودار (۳) نمودار توزیع فرمی دیراک برای جامعه شهری

Figure (3) Dirac form distribution chart for urban community



نمودار (۴) نمودار توزیع فرمی دیراک برای جامعه روستایی

Figure (4) Dirac form distribution diagram for rural community

نتایج نشان می‌دهد که کمترین مقدار برای ضریب تعیین در توزیع فرمی دیراک برای داده‌های سالانه ۹۹ درصد است. مقادیر پارامترهای توزیع متناسب با داده‌ها، تفاوت کمی از یک سال به سال دیگر دارد. با توجه به مقادیر T و عدم تفاوت معنی‌دار از یک سال به سال دیگر نشان‌دهنده مناسب بودن توزیع فرمی دیراک است (جدول ۵).

جدول (۵) ضریب توزیع فرمی - دیراک

Table (5) Coefficients Fermi-Dirac

		۱۳۸۹	۱۳۹۰	۱۳۹۱	۱۳۹۲	۱۳۹۳	۱۳۹۴	۱۳۹۵	۱۳۹۶	۱۳۹۷	۱۳۹۸
T	شهری	۰/۵۳۹	۰/۵۵۰	۰/۵۴۳	۰/۵۲۲	۰/۵۱۰	۰/۵۰۴	۰/۵۱۱	۰/۵۱۴	۰/۵۲۳	۰/۵۲۹
	روستایی	۰/۵۹۴	۰/۵۷۷	۰/۶۰۹	۰/۵۶۱	۰/۵۶۳	۰/۵۵۹	۰/۵۷۵	۰/۵۹۱	۰/۵۹۰	۰/۵۹۹
R ²	شهری	۹۹/۸۰	۹۹/۸۳	۹۹/۷۶	۹۹/۶۰	۹۹/۵۲	۹۹/۵۵	۹۹/۹۹	۹۹/۸۵	۹۹/۸۹	۹۹/۸۷
	روستایی	۹۹/۸۹	۹۹/۹۳	۹۹/۷۸	۹۹/۹۳	۹۹/۹۷	۹۹/۶۵	۹۹/۶۰	۹۹/۵۵	۹۹/۷۳	۹۹/۹۰

در آزمون فرضیه اول یکنواختی توزیع لجستیک و فرمی دیراک را برای تمام بخش‌های جامعه نشان داده شد. در توزیع فرمی دیراک همان‌طور که در بخش روش‌شناسی توضیح داده شد پارامترهای توزیع به لحاظ نظریه از تفسیرپذیری مناسبی در ارتباط با شاخص‌های کلان اقتصادی (ضریب جینی، صادرات، تورم) برخوردار هستند. در این فرضیه با استفاده از داده‌های تجربی، مقادیر ضریب همبستگی و ضریب تعیین و نیز نتایج حاصل از آزمون t نشان می‌دهد که ضریب همبستگی بین پارامتر پتانسیل شیمیایی و صادرات ۹۲ درصد است. مقدار T-value در حدود ۱۰ درصد است که قابل قبول است

بنابراین بین پارامتر پتانسیل شیمیایی و صادرات همبستگی مثبت وجود دارد. نتایج نیز نشان می‌دهد که بین پارامتر چگالی حالت و ضریب جینی همبستگی متوسط و قابل قبولی (حدود ۵۶ درصد) وجود دارد، مقدار بالای T نیز نشان‌دهنده ارتباط معنی‌دار بین این دو ضریب است. همبستگی پارامتر ضریب فعالیت با تورم مقداری منفی (۱۳- درصد) است که نشان از همبستگی ضعیف و معکوس این دو متغیر است. البته اولتین (۲۰۱۴) برای یک مجموعه از کشورهای توسعه‌یافته و درحال توسعه توضیح می‌دهد که در کشورهای توسعه‌یافته از آنجایی که شاخص‌های کلان اقتصادی پایدار هستند ضریب همبستگی بین ضریب فعالیت و تورم مثبت و قابل قبول است. با توجه به نتایج این پژوهش به دلیل موقعیت ویژه سیاسی کشور عدم ثبات مالی و اقتصادی کشور و تغییرات زیاد تورم از یک سال به سال دیگر، دلیل همبستگی ضعیف این پارامتر است (جدول ۶).

جدول (۶) پارامترهای توزیع فرمی - دیراک برای جامعه شهری و روستایی

Table (6) Fermi-Dirac distribution parameters for urban and rural communities

سال	صادرات $10^{10} (\&)$	μ		ضریب جینی	g		تورم	a	
		شهری	روستایی		شهری	روستایی		شهری	روستایی
۱۳۸۹	۲/۶۵۴	۹/۲۴۷	۹/۰۱۵	۴۰/۹۹	۴/۶۱۰	۴/۶۲۳	۱۲	۲/۸۲۲	۰/۳۹
۱۳۹۰	۳/۳۸۰	۹/۲۶۹	۹/۰۵۳	۳۷	۴/۶۱۳	۴/۶۰۶	۲۲	۲/۰۸۴	۰/۴۸
۱۳۹۱	۳/۱۸۶	۹/۳۴۳	۹/۱۲۸	۳۶/۵۹	۴/۶۱۱	۴/۶۱۸	۳۱	۲/۹۶۸	۰/۳۲
۱۳۹۲	۳/۱۲۳	۹/۴۲۸	۹/۲۴۰	۳۶/۵۰	۴/۶۱۲	۴/۶۱۳	۳۵	۶/۹۸۱	۱/۴۲۲
۱۳۹۳	۳/۶۵۳	۹/۵۱۴	۹/۳۵۴	۳۷/۸۸	۴/۶۱۱	۴/۶۱۰	۱۶	۱/۶۳۹	۱/۶۴۲
۱۳۹۴	۳/۲۶۱	۹/۵۹۲	۹/۴۳۸	۳۸/۵۱	۴/۶۱۲	۴/۶۱۱	۱۲	۱/۷۸۲	۲/۱۵۰
۱۳۹۵	۴/۳۸۳	۹/۶۷۲	۹/۵۰۹	۳۹/۰۰	۴/۶۱۲	۴/۶۰۸	۹	۱/۶۰۱	۱/۵۲۰
۱۳۹۶	۴/۶۷۷	۹/۷۳۸	۹/۵۷۸	۳۹/۸۱	۴/۶۱۴	۴/۶۱۷	۱۰	۱/۹۰۱	۱/۰۹۲
۱۳۹۷	۴/۰۱۲	۹/۷۹۳	۹/۶۱۵	۴۰/۹۳	۴/۶۰۹	۴/۶۱۷	۲۷	۱/۵۵۲	۱/۱۹۵
۱۳۹۸	۳/۳۸۶	۹/۸۶۰	۹/۶۸۸	۳۹/۹۲	۴/۶۱۷	۴/۶۲۲	۳۵	۱/۴۳۹	۱/۰۲۲
ضریب همبستگی		۰/۹۳	۰/۹۲		۰/۵۴	۰/۵۶		--/۱۱	--/۱۳
t		۱۰/۳۹	۱۰/۴۵		۴۴/۸۳	۴۲/۵۶		۶/۸۳	۷/۳۲

۵- بحث و نتیجه‌گیری

در این پژوهش به ارزیابی یکنواختی توانایی توزیع لجستیک و فرمی دیراک در توزیع درآمد پرداخته شد. بحث توزیع درآمد، یکی از موضوعات مهم مطرح مباحث مالی و اقتصادی است. با توجه به تأثیر نابرابری درآمد در بسیاری از مشکلات اجتماعی جامعه، این موضوع همواره مورد توجه سیاست‌گذاران در همه دولت‌ها بوده است. در شناخت توزیع درآمد نخست باید به برآورد توزیع و درجه نابرابری درآمد

پیردازیم و سپس عوامل مؤثر بر آن را بررسی کنیم. در بحث عوامل مؤثر، پژوهش‌های زیادی انجام شده است و پژوهشگران عواملی از جمله بیکاری و تورم و صادرات و... را بر درجه نابرابری درآمد مؤثر دانسته‌اند ولی در مورد برآورد توزیع مناسب درآمد در ایران پژوهش‌های اندکی انجام شده است. نتایج پژوهشگران نشان می‌دهد که برآورد توزیع درآمد باتوجه به شکل تجربی آن برای بخش متوسط و کم درآمد و بخش ثروتمند جامعه متفاوت است؛ بنابراین پژوهشگران باتوجه به شکل تجربی توزیع درآمد و استفاده از توزیع‌های آماری و شبیه‌سازی کامپیوتری برای بخش ثروتمند جامعه از توزیع پارتو و برای بخش متوسط و کم درآمد جامعه از توزیع‌هایی مانند لگ نرمال و بولتزمن گیبس و گاما و بوز انیشتین استفاده کرده‌اند. در همه این پژوهش‌ها مشکل عدم یکنواختی و برآورد یک توزیع مشترک برای همه بخش‌های درآمدی برقرار است. محدودیت دیگری که در این توزیع‌ها وجود دارد، محاسبه درجه نابرابری در این توابع و ارتباط پارامترهای این تابع‌ها با شاخص‌های کلان اقتصادی است.

در این راستا از توزیع لجستیک و فرمی دیراک به عنوان تابع توزیع درآمد برای همه بخش‌های درآمدی جامعه استفاده شده، داده‌های توزیع درآمد (هزینه) خانوارها به صورت ریزدانه‌ها، و به صورت طبقه‌بندی شده برای ایران به تفکیک شهری و روستایی طی یک دوره ده‌ساله بین سال‌های ۱۳۹۸-۱۳۸۹ استفاده شد. نتایج پژوهش نشان می‌دهد:

۱- توزیع لجستیک و توزیع فرمی دیراک همه گروه‌های درآمدی را پوشش می‌دهند و از یکنواختی مناسبی برخوردار هستند. مقادیر نشان می‌دهد، توزیع لجستیک و توزیع فرمی دیراک به خوبی متناسب با داده‌ها است و مقادیر R^2 ضریب تعیین برای داده‌های سالانه در کلیه موارد بالاتر از ۹۹ درصد است. مهم‌تر از همه این که باتوجه به جایگاه ویژه کشور در عرصه سیاست‌های خارجی و تأثیرپذیری اقتصاد کشور از این موضوع و از طرفی سیاست‌های نامنظم و غیریکنواخت دولت‌ها در عرصه اقتصاد و سیاست‌های مالی و اقتصادی در سال‌های مختلف، تغییرات زیادی در شاخص‌های کلان اقتصادی در زمینه تورم و رشد اقتصادی از یک سال به سال دیگر، مخصوصاً در بازه زمانی سال‌های ۱۳۹۱-۱۳۹۰ و ۱۳۹۳-۱۳۹۲ که تغییرات زیادی در رشد اقتصادی و تورم حاصل شده است نتایج نشان می‌دهد پارامترها و ضریب تعیین در مقایسه با بقیه داده‌ها متفاوت رفتار نمی‌کند و تفاوت کمی از یک سال به سال دیگر را نشان می‌دهد.

۲- نتایج نشان می‌دهد که پارامترهای توزیع فرمی دیراک به خوبی می‌توانند درجه نابرابری و شاخص‌های کلان اقتصادی را تفسیر کنند. ضریب همبستگی بین پارامترهای توزیع فرمی دیراک و شاخص‌های کلان اقتصاد قابل قبول بوده و بین پارامتر پتانسیل شیمیایی و صادرات همبستگی مثبت و معناداری وجود دارد. همچنین بین پارامتر چگالی حالت و ضریب جینی همبستگی مثبت و قابل قبولی

وجود دارد مقدار بالای t نیز تأییدکننده ارتباط معنی دار بین این پارامترها و شاخص‌ها است؛ لذا باتوجه به نتایج توزیع فرمی دیراک در ارتباط با تفسیرپذیری پارامترها، نشان‌دهنده برتری این توزیع نسبت توزیع لجستیک است.

در پژوهش‌های آتی به نظر می‌رسد که اگر بتوانیم توزیع فرمی دیراک را به یک سیستم آزاد تعمیم دهیم و از توزیع فرمی دیراک تعمیم‌یافته استفاده کنیم به مراتب به شرایط منطبق‌تری بر واقعیت‌های جامعه و نتایج بهتری از توزیع درآمد برای همه بخش‌های درآمدی خواهیم رسید. از طرفی باتوجه به شرایط سیاسی و اقتصادی و مالی کشور (به‌ویژه شرایط تورمی و رشد اقتصادی) استفاده از داده‌های تجربی کشورهایی که داده‌های اقتصادی و مالی در دسترس و ثبات اقتصادی بیشتری دارند، کاربرد توزیع فرمی دیراک می‌تواند نتایج مفیدتر و مناسبی ارائه کند.

۶- منابع

- ابونوری، اسماعیل (۱۳۸۲). مدلسازی توزیع درآمد و ضریب جینی با کاربرد توزیع لگ لجستیک. *مجله علوم اجتماعی و انسانی دانشگاه شیراز*، ۱۹(۲)، ۱۳-۲۴.
- ابونوری، اسماعیل؛ فراهتی، محبوبه (۱۳۹۴). ساختار تولید و توزیع درآمد در ایران. *فصلنامه مدل‌سازی اقتصادی*، ۴(۳۲)، ۱-۲۳.
- بختیاری، صادق؛ محمود اوغلی، سجاد (۱۳۹۳). مدل‌سازی توزیع درآمد برای ایران: مقایسه ی الگوی داگوم با چند مدل منتخب. *فصلنامه مدل‌سازی اقتصادی*، ۸(۲۶)، ۱-۲۰.
- جمال شرق، سعید؛ خسروی نژاد، علی‌اکبر؛ گرائی نژاد، غلامرضا؛ میرزائی نژاد، محمدرضا (۱۴۰۰). بررسی اثر عوامل مؤثر بر توزیع درآمد در مناطق شهری استان‌های ایران: رویکرد پانل کوتاتیل. *فصلنامه نظریه‌های کاربردی اقتصادی*، ۸(۲)، ۲۰۷-۲۳۸.
- صادقی، سید کمال؛ بهشتی، محمداقرا؛ رنجپور، رضا؛ ابراهیمی، سعید (۱۳۹۶). سیاست‌های مالی و توزیع درآمد در ایران: رهیافت FAVAR. *فصلنامه مدل‌سازی اقتصادی*، ۱۱(۳۹)، ۷۵-۹۸.
- طاهری، محمدعلی؛ خدابخشی، اکبر (۱۴۰۰). اثر تعاملی شاخص‌های آموزش و توزیع درآمد در کشورهای منتخب عضو سازمان کنفرانس اسلامی. *فصلنامه پژوهش‌های برنامه و توسعه*، ۲(۵)، ۵۵-۸۰.
- گلی، یونس محمودیان، یعقوب، تیاترج، علی، گلی، یحیی (۱۳۹۷). مقایسه و اندازه‌گیری نابرابری رفاهی از نظر اسلام و اقتصاد متعارف، *دوفصلنامه علمی - پژوهشی مطالعات اقتصاد اسلامی*، ۱۰(۲)، ۷-۲۹.
- محمدزاده، یوسف؛ تقی‌زاده، نرگس؛ نظریان، علمناز (۱۳۹۶). نابرابری درآمد، فقر و سلامت عمومی. *مجله دانشکده پیراپزشکی دانشگاه علوم پزشکی تهران (پیاورد سلامت)*، ۱۱(۲)، ۲۲۰-۲۳۴.
- نژاد عبدالله، معصومه، محتشمی برزادران، غلامرضا، یعقوبی اول ریایی، مهدی (۱۳۹۲). شاخص‌های توزیع درآمد در ایران. *مجله اقتصادی (دوماهنامه بررسی مسائل و سیاست‌های اقتصادی)*، ۱۳(۹ و ۱۰)، ۴۹-۶۴.

- Abounoori, E. (2003). Modelling the income Distribution and Gini coefficient using the Log-logistic distribution. *Journal of Social Sciences & Humanities of Shiraz University*, 19(2), 13–23. [In Persian].
- Abounoori, E., Farahati, M. (2016). The Structure of Production and Income Distribution in Iran. *Economical Modeling*, 9(32), 1-23. [In Persian].
- Aydiner, E., Cherstvy, A. G., & Metzler, R. (2018). Wealth distribution, Pareto law, and stretched exponential decay of money: Computer simulations analysis of agent-based models. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 490, 278–288.
- bakhtiari, S., mahmoodoghli, S. (2014). Income Distribution Modeling in Iran: Comparison of Dagum Model and Other Models Selected. *Economical Modeling*, 8(26), 1-20. [In Persian].
- Bertotti, M. L., Chattopadhyay, A. K., & Modanese, G. (2017). Stochastic effects in a discretized kinetic model of economic exchange. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 471, 724–732.
- Chakrabarti, B. K., Anirban Chakraborti, Chakravarty, S. R., & Chatterjee, A. (2013). *Econophysics of Income and Wealth Distributions*. Cambridge University Press.
- Chakraborti, A., & Chakrabarti, B. K. (2000). Statistical mechanics of money: how saving propensity affects its distribution. *The European Physical Journal B*, 17(1), 167–170.
- Chatterjee, A., & Chakrabarti, B. K. (2007). Kinetic exchange models for income and wealth distributions. *The European Physical Journal B*, 60(2), 135–149.
- Clementi, F., Gallegati, M., & Kaniadakis, G. (2009). A κ -generalized statistical mechanics approach to income analysis. *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, (02), P02037.
- Dil, E., & Dil, E. (2021). Sociophysics of income distributions modeled by deformed fermi-dirac distributions. *The Journal of Mathematical Sociology*, 1–26.
- Dragulescu, A., & Yakovenko, V. M. (2000). Statistical mechanics of money. *The European Physical Journal B*, 17(4), 723–729.
- Jamalshargh, S., Khosravinejad, A., Geraei Nezhad, G., Mirzaeinejad, M. (2021). Investigate the Effect of Effective Factors on Income Distribution in Urban Areas of Iran's Provinces. *Quarterly Journal of Applied Theories of Economics*, 8(2), 207-238. [In Persian].
- Goli, Y., Mahmodian, Y., Tiatoraj, A., Goli, Y. (2018). Comparison and Measurement of Welfare Inequality According to the Islamic and Conventional Economics. *Islamic Economics Studies Bi-quarterly Journal*, 10(2), 7-29. [In Persian].
- Ksenzhek, O., & Petrova, S. (2008). Inequality and economic efficiency of society through the prism of thermodynamics. *Hungarian Electronic Journal Economics*, Manuscript No. ECO-080111-A.

- Kürten, K. E., & Kusmartsev, F. V. (2011). Bose-Einstein distribution of money in a free-market economy. II. *EPL (Europhysics Letters)*, 93(2), 28003.
- Luckstead, J., & Devadoss, S. (2017). Pareto tails and lognormal body of US cities size distribution. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 465, 573–578.
- Mohammadzadeh Y, Taghizadeh N, Nazariyan A. (2017) Income inequality, poverty and public health, *Journal of Paramedical School of Tehran University of Medical Sciences (Palavered Salamat)*, 11(2), 220-234. [In Persian].
- Nejadabdoalih, M., Mohtashambarzadrn, GH., Yaghubiavalrobaee, M., (2014). Income distribution indices in Iran. *Economic Journal (Bimonthly review of economic issues and policies)*, 13(9,10), 49-64. [In Persian].
- Oltean, E. (2014). An Econophysical Approach of Polynomial Distribution Applied to Income and Expenditure. *American Journal of Modern Physics*, 3(2), 88.
- Oltean, E., & Kusmartsev, F. V. (2014). Applications of Statistical Physics Distributions to Several Types of Income. *American Journal of Physics and Applications*, 2(2), 61-66.
- Oskarsson, M. L., & Johansson, P. (2019). A game of wealth inequality A Monte Carlo simulation of wealth inequality using Monopoly, *Master Thesis. Uppsala University*.
- Sadeghi, S., Beheshti, M., Ranjpour, R., Ebrahimi, S. (2017). Fiscal Policies and Income Distribution in Iran: FAVAR Approach. *Economical Modeling*, 11(39), 75-98. [In Persian].
- Shaikh, A., & Jacobo, J. E. (2020). Economic Arbitrage and the Econophysics of Income Inequality. *Review of Behavioral Economics*, 7(4), 299–315.
- Silva, A. C., & Yakovenko, V. M. (2005). Temporal evolution of the “thermal” and “superthermal” income classes in the USA during 1983–2001. *Europhysics Letters (EPL)*, 69(2), 304–310.
- Taheri, M., Khodabakhshi, A. (2021). Interactive Effect of Education Indicators and Income Distribution in Selected Countries of the Islamic Conference Organization. *Program and Budget Research*, 2(1), 55-80 . [In Persian].
- Vermeulen, P. (2018). How Fat is the Top Tail of the Wealth Distribution? *Review of Income and Wealth*, 64(2), 357–387.
- Xin, C., & Huang, J.-P. (2017). Recent progress in econophysics: Chaos, leverage, and business cycles as revealed by agent-based modeling and human experiments. *Frontiers of Physics*, 12(6).

Income Distribution Management using Logistics and Fermi-Dirac Distribution in Iran

Mohammad Foruzan¹, Mohammad Mousavi Shiri², Mehdi Salehi³

Abstract

Distributions such as Bose-Einstein, Maxwell Boltzmann, Lag Normal, and exponential have been used to describe income of the low- and middle sections of society. The Pareto distribution also have been used to describe the income of the wealthy section of society. Due to the complexity of these models, it is difficult to estimate macroeconomic indicators. Also, one of other disadvantage of these models is non-uniformity for all income levels. In this study, the cumulative logistic and Fermi-Dirac distribution were used for two categories of rural and urban data sets in the Iranian economy between 2009 to 2019. The results show that the proposed model was perfectefor all income levels in rural and urban areas at different times very well and covers all parts of the income distribution. Interpretation of Dirac Fermi distribution parameters and the correlation and significant relationship of these parameters with macroeconomic indicators show the superiority of Dirac Fermi distribution compared to logistics distribution.

Keywords: Income distribution, cumulative logistic function, Fermi-Dirac distribution, Pareto distribution

JEL Classification: D63, D31, C54.

1. Department of Accounting, Qaenat Branch, Islamic Azad University, Qaenat, Iran.

2. Department of Accounting, Payam Noor, Mashhad, Iran. (Corresponding Author). mousavi1973@pnu.ac.ir

3. Department of Accounting, Faculty of Economics and Administration Sciences, Ferdowsi University of, Mashhad, Iran.