فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار
شماره چهلم / پائیز ۱۳۹۸

برآورد ارزش در معرض خطر با رویکرد ارزش فرین و با استفاده از معادلات دیفرانسیل تصادفی

امیر شفیعی[۱]
رضا راعی[۲]
حسین عبده تبریزی[۳]
سعید فلاح‌پور[۴]

تاریخ دریافت مقاله : ۹۸/۰۱/۰۹ تاریخ پذیرش مقاله : ۹۸/۰۳/۰۵

چکیده

وقوع بحران‌های مالی در دهه‌های اخیر موجب وارد آمدن خسارات بسیار بر اقتصاد و همچنین بنگاه‌های اقتصادی در بسیاری از کشورها گردیده است. رویکرد ارزش فرین نگرشی جدید به پدیده بحران مالی است که توانسته به تحلیل رویدادهایی که احتمال وقوع آن‌ها اندک ولی خسارات ناشی از آن‌ها قابل‌توجه است کمک نماید. در این پژوهش با استفاده از نظریه ارزش فرین و معادلات دیفرانسیل تصادفی به دنبال یافتن روشی نوین برای محاسبه دقیق‌تر ارزش در معرض خطر هستیم. بدین منظور پس از تخمین پارامترهای معادلات دیفرانسیل تصادفی مورد بررسی که شامل حرکت براونی هندسی، حرکت براونی هندسی با جمله جهش، مدل گارچ غیرخطی و مدل هستون است با استفاده از شبیه‌سازی مونت‌کارلو مسیرهای آینده را شبیه‌سازی نموده و با رویکرد فراتر از آستانه به برآورد ارزش در معرض خطر می‌پردازیم. نتایج حاصل از استفاده همزمان از معادلات دیفرانسیل تصادفی و ارزش فرین با رویکردهای شبیه‌سازی تاریخی و واریانس-کوواریانس جهت تخمین ارزش در معرض خطر نیز مقایسه می‌شوند. نتایج تکنیک‌های پس‌آزمون در مورد محاسبه ارزش در معرض خطر، حاکی از برتری مدل هستون است.

کلمات کلیدی

ارزش در معرض خطر، نظریه ارزش فرین، رویکرد فراتر از آستانه، معادلات دیفرانسیل تصادفی، فرآیند تصادفی، حرکت براونی.

۱- گروه مالی و بیمه، دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران، تهران، ایران- Amirshafiee62@ut.ac.ir
۲- گروه مالی و بیمه، دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران، تهران، ایران،(نویسنده مسئول)، Raei@ut.ac.ir
۳- دانشکده حسابداری و مدیریت، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران- Abdoh@abdoh.net
۴- گروه مالی و بیمه، دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران، تهران، ایران-Falahpor@ut.ac.ir

مقدمه

بیان مساله

شناسایی و مدیریت ریسک از مباحث بسیار مهم و بنیادی در بازارهای مالی به شمار می‌آید. یک رویکرد قدرتمند برای مدیریت ریسک و اندازه‌گیری آن، معیار ارزش در معرض خطر می‌باشد که در سال ۱۹۹۴ توسط جی. چی. مورگان ارائه گردید. این معیار به‌عنوان یک معیار آماری، حداکثر زیان احتمالی پرتفوی را در یک دوره زمانی مشخص با بیان کمّی ارائه می‌دهد. اما وقوع بحران‌های مالی به‌عنوان رویدادهای فرین[۱] که احتمال رخدادشان پایین است ولی اثرات بزرگی به همراه دارند اعتبار روش‌های قدیمی برآورد ارزش در معرض خطر را با تردید مواجه ساخته و نظربه‌های کمّی پیچیده‌تری مانند نظریه ارزش فرین[۲] توانسته‌اند جایگاه مناسبی پیدا کنند. دو رویکرد اصلی نظریه فرین شامل نظریه تعمیم‌یافته ارزش فرین[۳] و رویکرد فراتر از آستانه[۴] است که اولی به بررسی توزیع رویدادهای فرین و دومی به مطالعه رویدادهای فراتر از یک آستانه مشخص می‌پردازد.

ارتقاء عملکرد سنجه‌های اندازه‌گیری ریسک در بازارهای مالی مستلزم شناخت دقیق ماهیت متغیرهای مالی است. مطالعات دانشگاهی نمایان‌گر این است که یکی از مهم‌ترین ویژگی‌های متغیرهای مالی، ماهیت تصادفی آن‌هاست که ضرورت استفاده از مدل‌های تصادفی به خصوص معادلات دیفرانسیل تصادفی در علوم مالی را آشکار می‌سازد. از همین‌رو، امروزه استفاده از ابن معادلات در بررسی رفتار متغیرهای مالی کاربرد روزافزونی یافته است. معادلات دیفرانسیل تصادفی[۵] به عنوان یکی از موضوعات اصلی ریاضیات که در فضای فرآیندهای تصادفی[۶] سیر می‌کند را می‌توان را ترکیبی از دانش حسابان و علم احتمالی دانست. اما بر خلاف کاربرد روزافزون معادلات دیفرانسیل تصادفی در علم مالی دنیا، در کشور ما تاکنون توجه کافی به این موضوع نشده و پژوهش‌های زیادی در این زمینه انجام نگرفته است.

در این پژوهش با استفاده از معادلات دیفرانسیل تصادفی به اندازه‌گیری ارزش در معرض خطر با رویکرد ارزش فرین می‌پردازیم. این کار نیازمند درک مفاهیم ریاضیات تصادفی، استفاده از شبیه‌سازی مونت‌کارلو و نرم‌افزارهای کاربردی مانند متلب است.

مبانی نظری و مروری بر پیشینه تحقیق

در مدیریت ریسک بسیاری از مسائل با رویدادهای فرین سروکار دارد. رویدادهای فرین اتفاقاتی هستند که احتمال رخداد آن‌ها اندک است اما وقوع آن‌ها خسارات فراوانی به بار می‌آوردد. ورشکستگی موسسات بزرگ، بحران‌های مالی فراگیر و بلایای طبیعی از نمونه‌های این رویدادها به شمار می‌آیند. در

مطالعه چنین رویدادهایی تعداد کم مشاهدات به منظور تخمین احتمال رخداد آن‌ها در آینده مشکل بزرگی است. تلاش‌ها برای حل مساله ارزش‌های فرین امروزه به ارائه نظریه ارزش فرین منجر شده است. برخلاف مفاهیم آماری شناخته شده که عمدتاً بر مبنای قضیه حد مرکزی هستند نظریه ارزش فرین از قضیه ارزش فرین[۷] برای تشریح توزیع‌هایی استفاده می‌کند که برازنده داده‌های فرین است(دوود[۸]، ۲۰۰۵).

فرض کنیم $f(x)$ تابع چگالی احتمال و $F(x)$ تابع توزیع تجمعی X بوده و توالی متغیر X را در دوره‌های n,...,۲,۱ با $X_1.X_2.\dots.X_n$ نشان می‌دهیم. ارزش‌های فرین به عنوان حداکثرها و حداقل‌های n متفیر تصادفی $X_1.X_2.\dots.X_n$ تعریف می‌شود که مستقل از هم بوده و دارای توزیع یکسان هستند. اگر متغیرهای $X_1.X_2.\dots.X_n$ به لحاظ آماری مستقل از یکدیگر بوده و توزیع یکسانی داشته باشند، توزیع دقیق حداکثرها را می‌توان به عنوان تابعی از توزیع مادر[۹] یعنی $F(x)$ و طول دوره انتخابی یعنی n بازگو نمود(گامبل، ۱۹۵۸). یعنی:

$$H_{max.n}(x) = [F(x)]^n \qquad \text{(۱) معادله}$$

که در آن $H_{max.n}(x)$ توزیع دقیق $X_{max.n}$ است. به همین ترتیب توزیع دقیق حداقل‌ها از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$H_{min.n}(x) = 1 - [1 - F(x)]^n \qquad \text{(۲) معادله}$$

درعمل، توزیع دقیق متغیر مادر ناشناخته است و اگر این توزیع ناشناخته باشد، توزیع دقیق ارزش‌های فرین نیز مشخص نخواهد بود. به همین دلیل رفتار تقریبی متغیر حداکثر $X_{max.n}$ و متغیر حداقل $X_{min.n}$ مورد مطالعه قرار می‌گیرد.

بر اساس قضیه فیشر و تیپت[۱۰]، با بزرگ شدن n، توزیع ارزش‌های فرین یعنی X_{max} به توزیع تعمیم‌یافته ارزش فرین نزدیک می‌شود:

$$H_{\xi.\mu.\sigma}(X_{max}) = \begin{cases} \text{if } \xi_{max} \neq 0 \\ \exp\left\{-\left[1 + \xi_{max}\left(\frac{X_{max} - \mu_{max}}{\sigma_{max}}\right)^{\frac{-1}{\xi_{max}}}\right]\right\} \\ \text{if } \xi_{max} = 0 \\ \exp\left\{-\exp\left[-\left(\frac{X_{max} - \mu_{max}}{\sigma_{max}}\right)\right]\right\} \end{cases} \qquad \text{(۳) معادله}$$

بدیهی است که حد رابطه اول زمانی که ξ به سمت صفر میل می‌کند برابر است با رابطه دوم. بر این اساس جنکینسون[۱۱] پیشنهاد کرد که توزیع تعمیم یافته ارزش فرین تنها با رابطه زیر نمایش داده شود:

معادله (۴)
$$H_{\xi.\mu.\sigma}(X_{max}) = \exp\left\{-\left[1+\xi_{max}\left(\frac{X_{max}-\mu_{max}}{\sigma_{max}}\right)^{\frac{-1}{\xi_{max}}}\right]\right\}$$

که $H_{\xi.\mu.\sigma}(X_{max})$ تابع توزیع تجمعی متغیر حداکثر است. برای بدست آوردن احتمال تجمعی متغیر حداکثر، باید محدودیتی با رابطه زیر برآورد گردد:

معادله (۵)
$$1+\xi_{max}\left(\frac{X_{max}-\mu_{max}}{\sigma_{max}}\right) \geq 0$$

μ_{max} پارامتر موقعیت توزیع است و سنجه گرایش مرکزیX_{max} می‌باشد. σ_{max} پارامتر معیار توزیع و سنجه پراکندگی X_{max} است. این پارامترها با پارامترهای آشنای میانگین و انحراف معیار در ارتباط هستند، اما در عین حال با آن‌ها تفاوت دارند. پارامتر سوم ξ_{max} است که شاخص دنباله[۱۲] نام دارد و بر شکل یا تراکم دنباله توزیع دلالت دارد. اگر $\xi_{max} > 0$، توزیع تعمیم‌یافته ارزش فرین به توزیع فرچت[۱۳] مبدل می‌شود. این توزیع زمانی استفاده می‌شود که دنباله $F(x)$ متراکم است. اگر $\xi_{max} = 0$، توزیع تعمیم یافته ارزش فرین به توزیع گامبل[۱۴] تبدیل می‌شود و آن زمانی است که $F(x)$ دارای دنباله‌های توزیع نمایی باشد. اگر $\xi_{max} < 0$، توزیع تعمیم‌یافته ارزش فرین به توزیع ویبول[۱۵] بدل می‌گردد و آن حالتی است که $F(x)$ دارای دنباله‌هایی کم‌تراکم‌تر از دنباله‌های توزیع نرمال است. توزیع ویبول برای مدل‌سازی بازده مالی مناسب نیست (عبده تبریزی، ۱۳۸۸).

رویکرد دیگری که در نظریه ارزش فرین وجود دارد به مطالعه زیان‌های فراتر از آستانه به‌کار می‌رود و به رویکرد فراتر از آستانه یا توزیع تعمیم‌یافته پرتو[۱۶] می‌باشد که بر اساس قضیه تعمیم‌یافته ارزش فرین شکل گرفته است. اگر نمونه مشاهدات را با $X_1.X_2.\dots.X_n$ و تابع توزیع آن را با $F(x)$ و مقدار آستانه را با u نشان دهیم، $F(u)$ را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

معادله (۶)
$$F(u) = Pr\{X_i \leq u\}$$

تخطی زمانی اتفاق می‌افتد که برای هر $i = 1.2.\dots.n$ داشته باشیم: $X_i > u$

بر این اساس مقدار اضافی فراتر از آستانه را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

معادله (۷)
$$y_i = X_i - u$$

برای احتمالات$X_i \leq y_i + u$ خواهیم داشت:

معادله (۸) $$Pr\{X_i \leq y_i + u\} = F(y_i + u)$$

توزیع احتمال متغیر X را می‌توان به صورت زیر نوشت:

معادله (۹) $$F(x) = [1 - F(u)]F_u(y) + F(u)$$

توزیع تعمیم‌یافته پرتو را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

معادله (۱۰) $$G_{\xi.\mu.\sigma}(x_{max}) = \begin{cases} 1 - \left[1 + \xi\left[\dfrac{x_{max} - \mu_{max}}{\sigma_{max}}\right]\right]^{\frac{-1}{\xi_{max}}} if\ \xi \neq 0 \\ 1 - exp\left[-\left[\dfrac{x_{max} - \mu_{max}}{\sigma_{max}}\right]\right] \quad if \xi + 0 \end{cases}$$

که در آن

معادله (۱۱) $$x \in \begin{cases} [\mu_{max}. \infty] \quad if\ \xi \geq o \\ \left[\mu_{max}. \dfrac{\mu_{max} - \sigma_{max}}{\xi_{max}}\right] \quad if\ \xi < 0 \end{cases}$$

بدیهی است که حد اول بخش رابطه فوق به ازای $\xi \rightarrow 0$، برابر است با رابطه دوم. بر این اساس، می‌توان توزیع تعمیم‌یافته پرتو را تنها با رابطه زیر نمایش داد:

معادله (۱۲) $$G_{\xi.\mu.}(x_{max}) = 1 - \left[1 + \xi_{max}\left(\frac{x_{max} - \mu_{max}}{\sigma_{max}}\right)\right]^{\frac{-1}{\xi_{max}}}$$

یکی از پرارجاع‌ترین مقالاتی که رفتار دنباله بازده شاخص بورس در آن محاسبه شده است مقاله گیلی و همکاران(۲۰۰۶) می‌باشد. در این مقاله ابتدا بازده روزانه لگاریتمی شاخص‌های $ES50$[۱۷]، $FTSE100$، HS[۱۸] ، $Nikkei$، SMI[۱۹] و $S\&P500$ محاسبه شده و سپس با استفاده از روش حداکثر بلوک‌ها و برآورد توزیع ارزش فرین تعمیم‌یافته، شاخص سطح بازگشت[۲۰] که یکی از شاخص‌های مدیریت ریسک می‌باشد بدست آمده است. بلوک‌ها سالانه در نظر گرفته شده و ارزش در معرض خطر و ریزش مورد انتظار از روش مقادیر فراتر از آستانه محاسبه شده‌اند و حد آستانه با استفاده از نمودار فزونی میانگین نمونه‌ای[۲۱] تعیین شده است. گنچی و همکاران[۲۲] (۲۰۰۴) ارزش در معرض خطر را با استفاده از نظریه ارزش فرین برای شاخص‌های بورس نه کشور آرژانتین، برزیل، هنگ‌کنگ، اندونزی، کره جنوبی، مکزیک، فلیپین، سنگاپور، تایوان و ترکیه محاسبه نمود. آن‌ها ارزش در معرض خطر محاسبه شده با

روش فراتر از آستانه را با سه روش شبیه‌سازی تاریخی، واریانس-کوواریانس(با فرض توزیع نرمال بازده شاخص) و روش واریانس-کوواریانس(با فرض توزیع تی استیودنت بازده شاخص) مقایسه کردند. نتایج این پژوهش حاکی از آن است که رویکرد ارزش فرین در چندک‌های بالاتر از دقت بیشتری نسبت به سایر روش‌ها در محاسبه ارزش در معرض خطر برخوردارند. عاصف[۲۳] (۲۰۰۹) ارزش در معرض خطر شاخص بورس کشورهای مصر، اردن، مراکش و ترکیه با استفاده از نظریه ارزش فرین محاسبه نمود. وی از سه روش شبیه‌سازی تاریخی، واریانس-کوواریانس و نظریه ارزش فرین برای محاسبه ارزش در معرض خطر استفاده نمود. نتایج این بررسی نشان داد که توزیع بازده شاخص‌ها در هر چهار کشور دارای دنباله پهن است. در مقاله دیگری مقیره و همکاران[۲۴] (۲۰۰۶) ارزش در معرض خطر را با استفاده از نظریه ارزش فرین برای کشورهای بحرین، مصر، اردن، مراکش، عمان عربستان و ترکیه محاسبه کردند. آن‌ها با مقایسه روش ارزش فرین با روش‌های شبیه‌سازی تاریخی و واریانس-کوواریانس و $ARCH$ به این نتیجه رسیدند که توزیع بازده این کشورها دارای دنباله پهن است و استفاده از نظریه ارزش فرین به نتایج بهتری منجر می‌گردد. ماریموتو[۲۵] و همکاران (۲۰۰۹) در پژوهش خود به برآورد ارزش در معرض خطر با استفاده از مدل‌های شرطی و غیرشرطی، نظریه ارزش فرین، شبیه‌سازی تاریخی و شبیه‌سازی تاریخی فیلتر شده برای موقعیت‌های خرید و فروش در بازار نفت پرداختند. نتایج کار آن‌ها حاکی از این بود که نظریه ارزش فرین و شبیه‌سازی تاریخی فیلترشده نسبت به سایر روش‌ها عملکرد قابل اتکاتری را دارا بودند. آلویی و مبروک[۲۶] (۲۰۱۰) به اندازه‌گیری ارزش در معرض خطر در بازارهای کالاهای نفتی و گازی پرداختند و از مدل‌های $GARCH$، $FIGARCH$، $FIAPARCH$، $HYGARCH$ با تابع توزیع مختلف استفاده نمودند. نتایج نشان می‌دهد که مدل $FIAPARCH$ در پیش‌بینی ارزش در معرض خطر عملکرد بهتری نسبت به سایر مدل‌ها دارد.

پس از مروری بر مطالعات انجام شده در حوزه رویکرد ارزش فرین، در ادامه مفاهیم اساسی در شاخه حسابان تصادفی و ادبیات تحقیق آن‌ها را بررسی می‌نماییم.

حرکت براونی: حرکت براونی(فرآیند وینر) زیربنای اصلی بسیاری از فرآیندهای تصادفی است. طبق تعریف، فرآیند تصادفی $B = (B_t . t \in [0.\infty[)$ ، حرکت براونی نام دارد اگر:

- از صفر شروع شود، یعنی $X(o) = o$.
- دارای نموهای مستقل و مانا[۲۷] باشد.
- دارای توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس $C^2 t$ باشد.
- پیوسته- مسیر[۲۸] باشد.

این فرآیند یک فرآیند تصادفی با خواصی همچون مارکوف بودن[۲۹]، نرمال (گاوسی) بودن[۳۰]، مارتینگلی[۳۱]، نموهای مانا و مستقل[۳۲] و البته تغییرات نامحدود و مشتق‌ناپذیری در هر نقطه است که سنگ‌بنای شاخه حسابان تصادفی است(اکسندال[۳۳]،۱۹۹۸).

حرکت براونی هندسی: حرکت براونی هندسی (GBM) مهم‌ترین و پرکاربردترین معادله دیفرانسیل تصادفی در علوم مالی است. منشأ ابداع مدل براونی هندسی، نقص احتمال منفی شدن قیمت دارایی در حرکت براونی است. این نقص توسط کندال[۳۴] (۱۹۵۳)، رابرتز[۳۵] (۱۹۵۹) و ساموئلسون[۳۶] (۱۹۶۵) و البته بعدها در سال ۱۹۷۳ توسط مرتون[۳۷] و بعد از وی به وسیله اسمیت[۳۸] (۱۹۷۶) مطرح شد. این دانشمندان، فرض نمودند که به‌جای قیمت سهام، نرخ بازده آن از حرکت براونی پیروی می‌کند و لذا خود قیمت سهام از توزیع لگاریتم نرمال پیروی خواهد کرد (و نه توزیع نرمال). اسپرنکل[۳۹] (۱۹۶۱) با در نظر داشتن مفهوم ریسک‌گریزی در مالی و اضافه کردن جمله رانش به مدل حرکت براونی معمولی و فرض توزیع لگاریتم نرمال برای قیمت سهام، روشی جدید برای قیمت‌گذاری اختیار خرید اروپایی ارائه داد که در آن مشکل منفی شدن قیمت اختیار معاملات نیز رفع شده بود. بونز[۴۰] (۱۹۶۴) با در نظر گرفتن ارزش زمانی پول، مدل اسپرنکل را بهبود بخشید (وی چنین عنوان داشت که ارزش فعلی اختیار خرید، ارزش تنزیل شده حاصل از مدل اسپرنکل با نرخ تنزیلی برابر با نرخ بازده مورد انتظار سهم است). فرض مدل بلک و شولز در تبعیت فرآیند قیمت دارایی پایه از این فرآیند موجب شهرت فراوان آن شده است. فرم کلی این مدل به صورت زیر است:

معادله (۱۳)
$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dW_t$$

با بازنویسی این رابطه خواهیم داشت:

معادله (۱۴)
$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu dt + \sigma dW_t$$

در این مدل، به جای در نظر داشتن فرآیند قیمت (S_t)، فرآیند بازدهی $\frac{dS_t}{S_t}$ مدنظر قرار گرفته تا مشکل منفی شدن احتمالی قیمت در مدل حرکت براونی مرتفع گردد. اما مدل حرکت براونی هندسی نیز با انتقاداتی مواجه بوده است. مهم‌ترین انتقادات وارد شده به این مدل عبارتند از عدم توزیع نرمال بازده، وجود گسستگی و ثابت نبودن نوسانات در فرآیند قیمت دارایی‌های مالی.

مدل‌های انتشار-جهش: همان‌طور که عنوان شد یکی از انتقادات به مدل حرکت براونی هندسی این بود که مطالعات تجربی حاکی از وجود گسستگی‌هایی در فرآیند قیمت دارایی‌های مالی هستند؛ در

حالی‌که حرکت براونی فرآیندی پیوسته است و لذا نمی‌تواند مسیر متغیرهای تصادفی در بازارهای مالی را به خوبی تشریح نماید. از سوی دیگر، اضافه نمودن یک جمله جهش به مدل می‌تواند تا حد زیادی به تفسیر پدیده کشیدگی بیش از نرمال[۴۱] کمک کند. مرتون[۴۲] (۱۹۷۶) به قیمت‌گذاری اوراق مشتقه بر اساس یک معادله دیفرانسیل تصادفی با جمله جهش پرداخت. مدل وی ترکیبی از حرکت براونی هندسی و یک جمله جهش به صورت زیر بود:

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dW_t + S_t dJ_t$$ معادله (۱۵)

که در آن J_t یک فرآیند جهش تک متغیره به صورت زیر است:

$$J_T = \sum_{j=1}^{N_T} (Y_j - 1)$$ معادله (۱۶)

یا:

$$dJ_t = (Y_{N_t} - 1) dN_t$$ معادله (۱۷)

که در آن $(N_t)_{T\geq 0}$ دارای توزیع پواسون با چگالی λ است. Y_j نیز نشان‌دهنده اندازه j-امین جهش است. مدل مرتون بر این فرض استوار است که Y_j دارای توزیع $i.i.d$ و لگاریتم – نرمال است. به عبارتی:

$$Y_j: exp\left(N(\mu_Y . \sigma_Y^2)\right)$$ معادله (۱۸)

بوده که نسبت به W نیز مستقل است. مدل کوو[۴۳](۲۰۰۲) فرض می‌کند Y_j توزیع نمایی دوگانه دارد.

حل معادله دیفرانسیل تصادفی فوق با استفاده از انتگرال‌گیری از معادله لگاریتمی فوق به صورت زیر خواهد بود:

$$S_T = S_0 exp\left[\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)T + \sigma W_T\right]\prod_{j=1}^{N_T} Y_j$$ معادله (۱۹)

تحقیقات تجربی انجام شده در خصوص مدل‌های با نوسانات تصادفی که در آن‌ها جملات جهش نیز به کار رفته است، بهبود قابل توجهی در توضیح رفتار فرآیند تحت بررسی را نشان می‌دهند (اراکر، جوهانس و پولسون، ۲۰۰۳). این قبیل تحقیقات از پژوهشی که برای اولین بار توسط مرتون[۴۴] (۱۹۷۶) انجام پذیرفت نشأت گرفت. وی با اضافه کردن یک جمله جهش به مدل بلک – شولز به توسعه این مدل

پرداخت. بیتز[۴۵] (۱۹۹۶) نیز به بررسی اهمیت جمله جهش در قیمت‌گذاری قیمت اوراق مشتقه پرداخته و به نتایج مثبتی در این خصوص دست یافت. برخی دیگر نیز در اهمیت جمله جهش کمی جلوتر رفته و نوسانات را تنها حاصل جملات جهش دانسته‌اند (باراندورف، نیلسون و شپرد (۲۰۰۱)).

مدل گارچ غیرخطی: از آن‌جا که واریانس بازده دارایی‌های مالی غیرثابت و تصادفی بودن است، توزیع غیر شرطی بازده نرمال نبوده و دارای دنباله‌های پهن خواهد بود. بنابراین می‌توانیم به وسیله مدل GARCH تغییرات بزرگ و خارج از حالت نرمال قیمت اوراق بهادار مالی را مدل‌سازی کنیم. همچنین ماهیت مدل GARCH با ویژگی دیگری از بازده اوراق بهادار مالی هم‌خوانی دارد که تحت نام نوسانات خوشه‌ای[۴۶] شناخته می‌شود. در این حالت نوسانات بزرگ با نوسانات بزرگ و نوسانات کوچک با نوسانات کوچک همراه است.

تحقیقات بسیار گسترده‌ای برای بهبود و گسترش مدل $GARCH$ شامل مدل GARCH نمایی (EGARCH)[۴۷]، GARCH آستانه‌ای (TGARCH)[۴۸] و GARCH غیرخطی (NGARCH)[۴۹] انجام شد. به طور خاص، مدل NGARCH که در سال ۱۹۹۳ توسط انگل و ان‌جی[۵۰] معرفی شد، توسعه مدل GARCH(1.1) است با این قابلیت که عدم تقارن واکنش نوسانات به اخبار خوب و بد را نیز در بر دارد. به عبارت صریح‌تر در این مدل این واقعیت که اخبار خوب (یا بازده‌های مثبت) نوسانات کم و اخبار بد (یا بازده‌های منفی) نوسانات زیاد را به همراه دارد، قابل مدل‌سازی است. مدل NGARCH به صورت زیر تصریح می‌گردد:

$$\begin{aligned}
&\frac{\Delta S_{t_i}}{S_{t_i}} = \mu \Delta t_i + \sigma_{t_i} \Delta W_{t_i} \\
&\sigma_{t_i}^2 = \omega + \alpha \sigma_{t_{i-1}}^2 + \beta(\varepsilon_{t_{i-1}} - \gamma \sigma_{t_{i-1}})^2 \\
&\varepsilon_{t_i}^2 = (\sigma_{t_i} \Delta W_{t_i})^2
\end{aligned} \qquad \text{معادله (۲۰)}$$

که پارامترهای این مدل $(\omega.\alpha.\beta)$ مثبت و در محدودیت مانایی $\alpha + \beta(1+\gamma^2) < 1$ زیر صدق می‌کنند و در مقایسه با GARCH(1.1) دارای یک پارامتر اضافه γ است که نحوه تعدیل با تغییرات بازده را مشخص می‌کند. اگر این پارامتر مساوی صفر باشد، مدل به یک مدل متقارن GARCH(1.1) تبدیل می‌شود که در آن γ مقدار مثبت و منفی $\varepsilon_{t_{i-1}}$ تاثیر یکسانی بر واریانس شرطی دارند. مقدار مثبت این پارامتر از اثر اخبار خوب $(\varepsilon_{t_{i-1}} > 0)$ کاسته و بر اثر اخبار بد $(\varepsilon_{t_{i-1}} < 0)$ می‌افزاید.

مدل‌های تلاطم تصادفی: یکی از انتقادات وارده به مدل‌های قبلی، ثابت در نظر گرفتن نوسانات (σ) است. بسیاری شروع استفاده از مدل‌های تصادفی پیوسته برای قیمت‌گذاری اوراق اختیار معامله را به

هال و وایت[51] (۱۹۸۷) نسبت می‌دهند. این دو فرآیند تغییرات لحظه‌ای را به صورت یک معادله دیفرانسیل تصادفی تک متغیره مدل‌سازی نمودند:

$$d\sigma^2 = \alpha(\sigma^2)dt + \omega(\sigma^2)dB$$ معادله (۲۱)

که در آن B، حرکت براونی و ω یک تابع غیرتصادفی غیرمنفی است. آن‌ها با استفاده از روش‌های عددی به محاسبه قیمت اوراق اختیار معامله در حالت خاص:

$$d\sigma^2 = \alpha\sigma^2 dt + \omega\sigma^2 dB$$ معادله (۲۲)

پرداختند. این رابطه شبیه مدل GARCH(1,1) بوده و برای پیش‌بینی نوسانات کاربرد فراوانی دارد.

ویگینز[52] (۱۹۸۷) تحقیقات خود را از مدل تک متغیره آغاز نمود ولی بر حالت خاص دیگری که در آن لگاریتم نوسانات از فرآیند گاوسی اورنشتین – اولنبک (OU) تمرکز نمود:

$$d\ log\ \sigma^2 = \alpha(\mu - \log\sigma^2)dt + \omega dB.\ \alpha > 0$$ معادله (۲۳)

مدل لگاریتم – نرمال تیلور (۱۹۸۲) را می‌توان نوع خاصی از گسسته‌سازی اویلری مدل فوق با دوره زمانی یک واحد دانست. بر اساس رابطه ایتو، این مدل لگاریتم – نرمال OU را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$d\ \sigma^2 = \{\theta - \alpha\log\sigma^2\}\sigma^2 dt + \omega\sigma^2 dB$$ معادله (۲۴)

جهت رفع نقیصه ثابت بودن نوسانات می‌توان فرض کرد که نوسانات نیز از یک SDE مجزا پیروی می‌کنند:

$$\begin{aligned} dS &= \mu S dt + \sigma S dB_1 \\ d\sigma &= p(S.\sigma.t)dt + q(S.\sigma.t)dB_2 \end{aligned}$$ معادله (۲۵)

p و q دو تابع و B_1 و B_2 دو حرکت براونی با ضریب همبستگی ρ هستند. مدل هستون[53](۱۹۹۳)یکی از معروف‌ترین مدل‌های با تلاطم تصادفی که فرض می‌کند که قیمت دارایی پایه، S_t، از یک فرآیند تصادفی مشابه مدل بلک-شولز تبعیت می‌کند اما واریانس آن به صورت تصادفی بوده و از یک فرآیند کاکس، اینگراسل[54]، راس تبعیت می‌کند. لذا مدل هستون به صورت سیستم معادلات دیفرانسیل تصادفی دوجمله‌ای به شکل زیر ارائه می‌گردد:

$$\begin{aligned} dS_t &= \mu S_t dt + \sqrt{\nu_t} S_t dW_{1.t} \\ d\nu_t &= \kappa(\theta - \nu_t)dt + \sigma\sqrt{\nu_t} dW_{2.t} \end{aligned}$$ معادله (۲۶)

که در آن μ جمله رانش، v_t نوسانات تصادفی، dW فرآیند وینر استاندارد، κ سرعت بازگشت به میانگین فرآیند واریانس، θ سطح بازگشت به میانگین واریانس و σ تلاطم واریانس است.

این مدل از جنبه‌های مختلفی مورد بررسی قرار گرفته است. برخی از محققین به بررسی خواص ریاضی آن پرداخته‌اند. بردوی و کایا[55] (۲۰۰۶) برای شبیه‌سازی قیمت سهام و واریانس آن تحت مدل هستون و برخی مدل‌های انتشار جهش از تبدیل فوریه استفاده نمودند. روش آن‌ها نسبت به سایر روش‌ها نرخ همگرایی خطای[56] سریعتری داشته و برای تخمین‌های ناااریب قیمت اوراق مشتقه وابسته به مسیر مناسب است. تفاوت روش گلاسرمن و همکاران[57] (۲۰۱۱) با روش برودی و کایا این بود که برخلاف روش بردوی و کایا که توزیع شرطی را به شیوه عددی از تابع مشخصه بدست آوردند، آن‌ها از بسط سری متغیر تصادفی استفاده کردند. لرد، کوئک کوئک و دیک۵۸(۲۰۰۸) روش‌های مختلف شبیه‌سازی مدل هستون به عنوان یکی از مدل‌های تلاطم تصادفی با کشش ثابت واریانس[59] را به صورت عددی مورد مقایسه قرار داده و روشی برای قیمت‌گذاری اختیار معامله اروپایی ارائه کردند. فورد و جاکویر[60] در سال ۲۰۱۰ مدل هستون را به شکلی که حالات آن وابسته به زمان تغییر می‌نمود، تعمیم داده و روشی برای تخمین پارامترهای آن ارائه کردند و یا بولر[61] (۲۰۰۶) مدل تک‌عاملی هستون را به شکل چند عاملی درآورد و جاکویر و کلر - رسل[62] (۲۰۱۱) نیز جمله جهش را به مدل هستون افزودند.

روش‌شناسی تحقیق

داده‌های مورد بررسی

داده‌های مورد بررسی در این پژوهش، داده‌های مربوط به نرخ دلار در بازار آزاد ایران از ابتدای سال ۱۳۸۵ تا پایان سال ۱۳۹۶ است. بنابراین داده‌های ۱۲ سال از نرخ دلار در بازار آزاد جمع‌آوری شده و مشتمل بر ۳۰۴۶ داده است.

فنون تجزیه و تحلیل اطلاعات

در ابتدا ضروی است که خواص داده‌های مورد نظر به دقت بررسی شوند و ویژگی‌های توزیع داده‌ها، مانایی، خودهمبستگی، وجود خاصیت بازگشت به میانگین و نوسانات تصادفی آن مورد آزمون قرار گیرد. سپس بایستی به تخمین پارامترهای چهار معادله دیفرانسیل تصادفی با استفاده از روش حداکثر درست‌نمایی بپردازیم. علت استفاده از این روش عدم وجود بازار اختیار معامله بر روی نرخ ارز در ایران است. با استفاده از پنجره متحرک برای هر مدل تعداد ۳۹۶ مرتبه عمل تخمین پارامترها صورت پذیرفته است. سپس با استفاده از این پارامترها مسیرهای ده روزه نرخ ارز ۳۹۶ مرتبه و هر بار به تعداد ۳۰۰۰

مرتبه شبیه‌سازی شده و دنباله توزیع مقادیر برآورد شده از طریق رویکرد فراتر از آستانه جهت تخمین ارزش در معرض خطر مورد استفاده قرار گرفته است.

فرضیات تحقیق

- فرضیه اصلی اول: ارزش در معرض خطر به دست آمده بر اساس رویکرد ارزش فرین با استفاده از مدل هستون نسبت به استفاده از سه معادله دیفرانسیل تصادفی دیگر بررسی شده در این پژوهش عملکرد بهتری دارد.

• فرضیه فرعی اول: ارزش در معرض خطر بهدست آمده بر اساس رویکرد ارزش فرین با استفاده از مدل هستون نسبت به استفاده از مدل حرکت براونی هندسی عملکرد بهتری دارد.

• فرضیه فرعی دوم: ارزش در معرض خطر به دست آمده بر اساس رویکرد ارزش فرین با استفاده از مدل هستون نسبت به استفاده از مدل حرکت براونی هندسی با جمله جهش عملکرد بهتری دارد.

• فرضیه فرعی سوم: ارزش در معرض خطر به دست آمده بر اساس رویکرد ارزش فرین با استفاده از مدل هستون نسبت به استفاده از مدل گارچ غیرخطی عملکرد بهتری دارد.

- فرضیه اصلی دوم: ارزش در معرض خطر به دست آمده بر اساس رویکرد ارزش فرین و با استفاده از معادلات دیفرانسیل تصادفی نسبت به روش‌های شبیه‌سازی تاریخی و واریانس-کواریانس عملکرد بهتری دارد.

• فرضیه فرعی چهارم: ارزش در معرض خطر به دست آمده بر اساس رویکرد ارزش فرین با استفاده از حرکت براونی هندسی نسبت به استفاده از روش‌های شبیه‌سازی تاریخی و واریانس-کواریانس عملکرد بهتری دارد.

• فرضیه فرعی پنجم: ارزش در معرض خطر به دست آمده بر اساس رویکرد ارزش فرین با استفاده از حرکت براونی هندسی با جمله جهش نسبت به استفاده از روش‌های شبیه‌سازی تاریخی و واریانس-کواریانس عملکرد بهتری دارد.

• فرضیه فرعی ششم: ارزش در معرض خطر به دست آمده بر اساس رویکرد ارزش فرین با استفاده از مدل گارچ غیرخطی نسبت به استفاده از روش‌های شبیه‌سازی تاریخی و واریانس-کواریانس عملکرد بهتری دارد.

• فرضیه فرعی هفتم: ارزش در معرض خطر به دست‌آمده بر اساس رویکرد ارزش فرین با استفاده از مدل هستون نسبت به استفاده از روش‌های شبیه‌سازی تاریخی و واریانس-کواریانس عملکرد بهتری دارد.

یافته‌های پژوهش:

در جدول شماره ۱ برخی از مهم‌ترین معیارهای آمار توصیفی در خصوص مقادیر نرخ دلار بازار آزاد و بازدهی لگاریتمی روزانه آن ارائه شده است.

جدول ۱- معیارهای آمار توصیفی نرخ دلار بازار آزاد و بازدهی روزانه آن

معیار	میانگین	میانه	بیشترین مقدار	کمترین مقدار	انحراف معیار	چولگی	کشیدگی
قیمت دلار	۲۲,۱۹۵	۱۷,۵۶۷	۴۹,۰۰۰	۹,۰۹۵	۱۲,۷۵۶	۰/۲۵	۱/۳۷
بازدهی	۰/۰۴۹	۰/۰۰	۱۷/۵۶	۱۴/۰۸-	۱/۰۹	۲/۵۶	۶۷/۲۲

بر اساس جدول فوق، در دوره مورد بررسی بیشترین بازدهی روزانه نرخ دلار بازار آزاد ۱۷/۵۶ درصد و کمترین آن ۱۴/۰۸- درصد بوده است. همچنین دلار در دوره مورد بررسی به طور متوسط دارای بازدهی روزانه ۰/۰۴۹ درصدی بوده است و چوله به راست بودن و همچنین کشیدگی بالای آن موضوع اخیر احتمال وجود توزیعی با دنباله‌های پهن را افزایش می‌دهد.

در جدول شماره ۲ به ارائه نتایج آزمون توزیع تجربی بازدهی‌های روزانه در مقایسه با توزیع نرمال به چهار روش متفاوت پرداخته شده است.

جدول ۲- نتایج آزمون توزیع تجربی بازدهی‌های روزانه در مقایسه با توزیع نرمال

روش آزمون	آماره آزمون	آماره تعدیل یافته	مقدارP
لیلی‌فورس (D)	۰/۲۳۱۹۴۱	---	۰
کرامر – فون‌میسیس (W2)	۸۳/۳۴۵۶۲	۳۵/۳۵۷۸۶	۰
واتسون (U2)	۸۳/۱۳۶۱۱	۸۳/۱۴۸۳۲	۰
اندرسون – دارلینگ (A2)	۴۲۳/۷۳۳۵	۴۲۳/۸۲۶۹	۰

با توجه به نتایج ارائه شده در جدول بالا بر اساس تمامی روش‌ها، فرض صفر دال بر توزیع نرمال داده‌های بازدهی تائید نشده و لذا نمی‌توان گفت که بازده نرخ دلار بازار آزاد از توزیع نرمال پیروی می‌کند.

برای بررسی نوسانات تصادفی در داده‌ها از آزمون نسبت واریانس استفاده می‌کنیم. فرض صفر این آزمون، تبعیت فرآیند از گام تصادفی است. نتایج این آزمون در جدول شماره ۳ زیر آمده است:

جدول ۳- نتایج آزمون نسبت واریانس

آزمون مشترک	مقدار	درجه آزادی	احتمال
$\|Z\|$	۸/۵۳۸۶۰۳	۳۴۰۵	۰/۰۰۰۰

بر اساس نتایج جدول بالا نتیجه‌گیری می‌شود که فرض مارتینگل یا گام تصادفی بودن بازده دلار در بازار آزاد ایران تائید نمی‌شود و نمی‌توان آن را فرآیند گام تصادفی در نظر گرفت.

همچنین می‌توان از طریق آزمون لیانگ و باکس و آماره Q به بررسی وجود نوسانات خوشه‌ای در داده‌ها پرداخت. بدین منظور در جدول شماره ۴ آماره Q با ۱۰ وقفه برای مجذور بازدهی ارائه شده است:

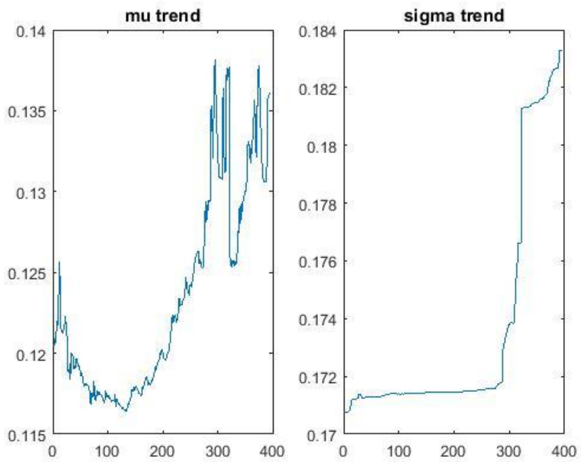
جدول ۴- آماره Q تا وقفه ۱۰

تعداد وقفه	ضریب خودهمبستگی	ضریب خودهمبستگی جزئی	آماره Q	مقدار P
۱	۰/۲۴	۰/۲۴	۹۴/۳۵۶	۰/۰۰۰
۲	۰/۱۴۲	۰/۰۹	۱۲۷/۳۹	۰/۰۰۰
۳	۰/۱۸۱	۰/۱۳۸	۱۸۱/۲	۰/۰۰۰
۴	۰/۱۳۳	۰/۰۵۹	۲۱۰/۲۰	۰/۰۰۰
۵	۰/۱۸۶	۰/۱۲۸	۲۶۶/۸۹	۰/۰۰۰
۶	۰/۱۳۴	۰/۰۴	۲۹۶/۳۲	۰/۰۰۰
۷	۰/۱۱۸	۰/۰۴۲	۳۱۹	۰/۰۰۰
۸	۰/۰۸۴	-۰/۰۰۳	۳۳۰/۵۹	۰/۰۰۰
۹	۰/۱۱۶	۰/۰۵۵	۳۵۲/۶	۰/۰۰۰
۱۰	۰/۱۲۹	۰/۰۵	۳۷۹/۸۷	۰/۰۰۰

در این آزمون، فرض صفر تائید نشده و لذا بین مجذور بازدهی‌ها همبستگی وجود دارد. به عبارت دیگر پدیده نوسانات خوشه‌ای در داده‌های مربوط به بازده روزانه مشاهده شده و ضرورت استفاده از مدل‌های با نوسانات تصادفی قوت می‌گیرد.

نتایج تخمین پارامترهای معادلات دیفرانسیل تصادفی

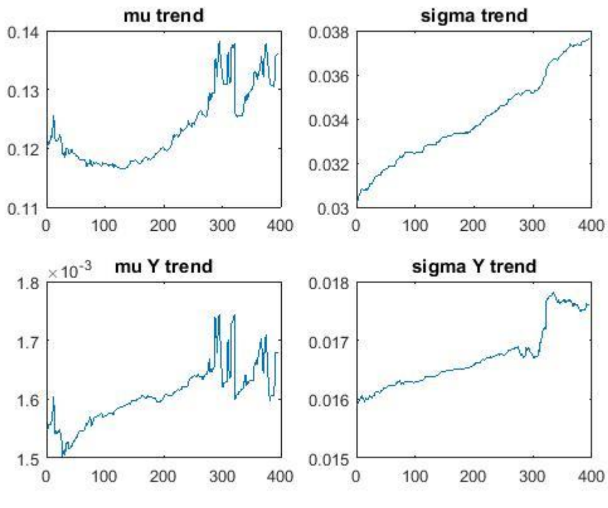
نمودار شماره ۱ روند پارامترهای مدل حرکت براونی هندسی را نمایش می‌دهد:



نمودار ۱: روند پارامترهای مدل GBM

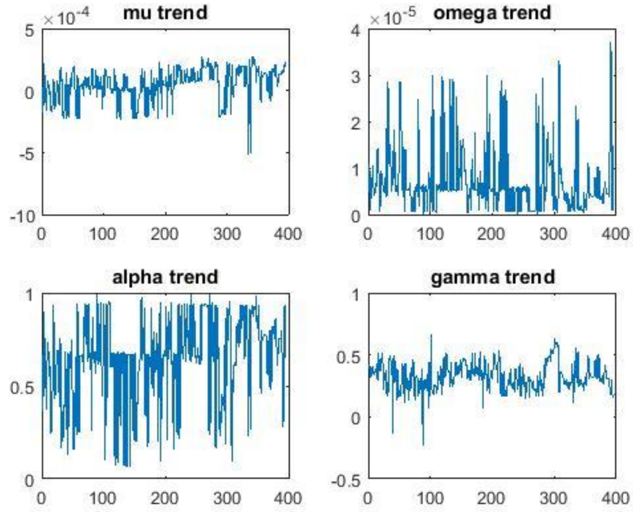
در مدل حرکت براونی هندسی، مقدار پارامتر μ به طور میانگین برابر ۰/۱۲۳ می‌باشد. یعنی میانگین بازدهی روزانه نرخ دلار بازار آزاد کل طی این دوره برابر این مقدار است. نوسانات این پارامتر چندان زیاد ارزیابی نمی‌گردد. میانگین پارامتر σ طی این دوره ۰/۱۷۴ بوده است.

نمودار شماره ۲ روند پارامترهای تخمین زده شده برای $JGBM$ را نمایش می‌دهد:



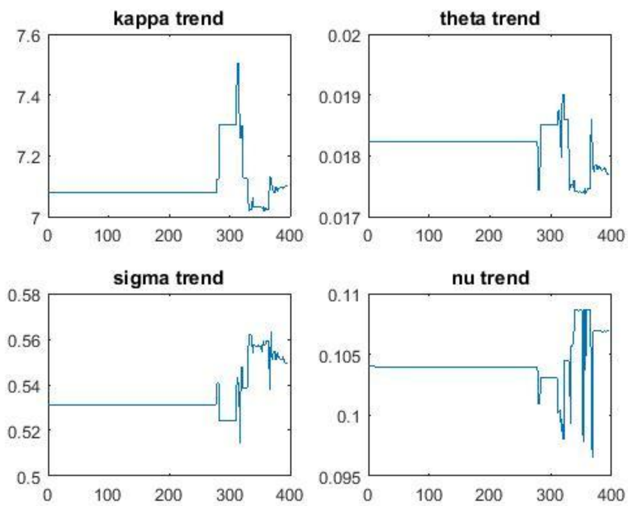
نمودار ۲- روند پارامترهای مدل $JGBM$

نمودار شماره ۳ روند پارامترهای تخمین زده شده برای مدل $NGARCH$را نمایش می‌دهد:



نمودار ۳- روند پارامترهای مدل $NGARCH$

نمودار شماره ۴ روند پارامترهای تخمین زده شده برای مدل هستون را نمایش می‌دهد:



نمودار۴- روند پارامترهای مدل هستون

نتایج محاسبه ارزش در معرض خطر بر اساس مدل‌های مختلف

جدول نتایج محاسبه ارزش در معرض خطر با استفاده از مدل‌های مختلف را نمایش می‌دهد:

جدول ۵- نتایج محاسبه ارزش در معرض خطر حاصل از روش‌های مختلف

معیار	Historical	Var-Covar	GBM	JGBM	NGARCH	Heston
میانگین	۳۲۹۰/۷	۳۰۵۵/۸	۴۶۹۰/۹	۵۰۳۶/۶	۵۳۸۳/۴	۵۱۶۷/۷
میانه	۳۱۱۹/۱	۲۹۱۰/۶	۴۴۸۷/۳	۴۷۳۳/۸	۴۶۵۴/۹	۵۰۵۶/۷
بیشترین	۴۱۷۷/۸	۳۷۸۴/۹	۱۵۴۳۵/۳	۱۴۰۹۸/۸	۲۱۷۵۴/۸	۹۴۷۷/۲
کمترین	۲۹۵۰/۴	۲۷۶۳	۳۲۷۵/۶	۲۷۶۶/۱	۲۰۴۵/۵	۳۵۶۸/۴
انحراف معیار	۳۵۴/۸	۲۹۷/۵	۹۹۵/۷	۱۴۵۲/۹	۲۸۵۰/۸	۸۲۹
چولگی	۰/۹۲۹	۰/۹۰۱	۳/۹۸۱	۲/۴۵۹	۲/۱۲۰	۱/۰۹۱
کشیدگی	۲/۴۶۱	۲/۴۳	۳۷/۳۵	۱۱/۶۸۹	۹/۲۴۳	۵/۳۴۷

همان‌طور که مشاهده می‌گردد، مقدار تخمینی ارزش در معرض خطر حاصل از مدل گارچ غیرخطی از مابقی مدل‌ها بیشتر است و می‌توان گفت که این مدل از سایر مدل‌ها محافظه‌کارانه عمل می‌کند. این موضوع در مورد انحراف معیار مدل گارچ غیرخطی نیز صادق بوده و نتایج حاکی از این است که بیشترین پراکندگی ارزش در معرض خطر تخمینی مربوط به این مدل است.

مدل واریانس-کوواریانس کمترین محافظه‌کاری را در مقایسه با سایر مدل‌ها در تخمین ارزش در معرض خطر دارا است. چرا که به صورت همزمان ارزش در معرض خطر و انحراف معیار برآور آن کمتر از سایر مدل‌ها است. در بین مدل‌های دیفرانسیل تصادفی، متوسط ارزش در معرض خطر برآورد شده توسط مدل حرکت براونی هندسی نسبت به سه مدل کمتر است. انحراف معیار مدل حرکت براونی هندسی با جمله جهش نسبت به همه مدل‌ها بسیار بیشتر است و از آنجا که متوسط ارزش در معرض خطر برآورد شده آن چندان بالا نیست، می‌توان نتیجه گرفت که تعداد جهش‌ها بیش از مقدار واقعی برآورد شده است.

مقایسه مدل‌های بر اساس شاخص‌های پس‌آزمون

در جدول شماره ۶ اطلاعات مربوط به معیارهای پس‌آزمون ارائه شده است:

جدول۶:نتایج‌معیارهای پس‌آزمون ارزش‌درمعرض‌خطربرای مدل‌های مختلف برای نرخ دلاردربازارآزاد

	معیار	تعداد خطاها	شاخص	نسبت خطاها	کریستوفرسون	آزمون ترکیبی
نام مدل	Historical Simulation	۸	Value	۶/۵۷۲۵	۴۴/۱۷۹۹	۵۰/۷۵۲۴
			Prob	۰/۰۱۰۴	۰/۰۰۰۰	۰/۰۱۰۴
	Variance-Covariance	۱۱	Value	۵/۱۰۳۳	۵۲/۴۹۲۹	۵۷/۵۹۶۲
			Prob	۰/۰۲۳۹	۰/۰۰۰۰	۰/۰۲۳۹
	GBM	۶	Value	۳/۴۳۶۵	۲۹/۴۴۴۳	۳۲/۸۸۰۸
			Prob	۰/۰۴۳۸	۰/۰۰۰۰	۰/۰۴۳۸
	JGBM	۶	Value	۳/۴۷۳۹	۴۲/۸۲۲۶	۴۶/۲۹۶۵
			Prob	۰/۰۴۲۳	۰/۰۰۰۰	۰/۰۴۲۳
	NGARCH	۴	Value	۰/۷۹۹۶	۴/۰۲۹۲	۴/۸۲۸۸
			Prob	۰/۳۷۱۲	۰/۰۰۰۰	۰/۳۷۱۲
	Heston	۴	Value	۲/۳۵۴۴	۳۴/۶۹۷۲	۳۷/۰۵۱۶
			Prob	۰/۱۲۴۹	۰/۰۰۰۰	۰/۱۲۴۹

معیارهای فوق با توزیع کای‌دو و با فرض صفر قابل قبول بودن مدل تعریف می‌شوند. بر اساس جدول فوق در سطح خطای پنج درصد آزمون آماری نتایج زیر قابل بیان است:

- همان‌طور که ملاحظه می‌گردد تعداد خطاهای دو مدل شبیه‌سازی تاریخی و واریانس-کوواریانس به ترتیب ۸ و ۱۱ خطا است که از تعداد خطاهای همه مدل‌های تصادفی بیشتر است. بنابراین استفاده همزمان از معادلات دیفرانسیل تصادفی و روش فراتر از آستانه بر روش‌های قدیمی ارجحیت دارد. بر مبنای معیار نسبت خطاها، مدل‌های شبیه‌سازی تاریخی و واریانس-کوواریانس، حرکت براونی هندسی و حرکت براونی هندسی با جمله جهش به دلیل سطح معنی‌داری کمتر از ۵ درصد مورد تائید قرار نمی‌گیرند.

- بر اساس معیار کریستوفرسون که به بررسی استقلال خطا می‌پردازد، هیچ کدام از مدل‌ها مورد تائید قرار نمی‌گیرند. یعنی اگر چه ارزش در معرض خطر محاسبه شده با استفاده از مدل‌های گارچ غیرخطی و هستون تعداد خطاهای قابل قبولی دارند، اما این خطاها مستقل از یکدیگر نیستند. بررسی توالی خطاها در مدل‌های مذکور حاکی از این است که متعاقب ارائه بسته سیاستی بانک مرکزی برای مدیریت نوسان و مهار سفته‌بازی ارزی در ۲۵ بهمن ۱۳۹۶ نرخ دلار در بازار آزاد بلافاصله و در طی هفت روز کاری با افت بیش از ۷ درصدی از ۴۸,۱۷۰ ریال به ۴۴,۷۸۰ ریال در تاریخ ۵ اسفندماه ۱۳۹۶ رسید.

بیشتر تخطی‌های رخ داده در دوره آزمون مدل‌های مورد بررسی، در چهار روز از این دوره هفت روزه رخ داده است. به عبارت دیگر مدل‌های مورد بررسی در دوره هفت روزه افت سریع و شدید نرخ دلار در بازار آزاد خطاهای متوالی داشتند و نمی‌توان این خطاها را مستقل از یکدیگر دانست.

- کمترین تعداد خطا مربوط است به دو مدل گارچ غیرخطی و هستون که هر کدام چهار خطای متوالی در اواخر بهمن‌ماه ۱۳۹۶ داشته‌اند. اما در مقایسه این دو مدل با یکدیگر ملاحظه می‌گردد که انحراف معیار مدل گارچ غیرخطی ۳/۴ برابر انحراف معیار مدل هستون است. لذا مدل گارچ غیرخطی که در بین مدل‌های مورد بررسی بیشترین میانگین ارزش در معرض خطر و بیشترین انحراف معیار را دارد، برآوردی محافظه‌کارانه از ریسک ارائه نموده و دامنه وسیعی را به عنوان خروجی اعلام می‌نماید. بنابراین مدل هستون با دارا بودن کمترین تعداد خطا و سطح مناسبی از محافظه‌کاری، مناسب‌ترین مدل در بین مدل‌های مورد بررسی شناخته می‌شود.

نتیجه‌گیری و بحث

هدف اصلی انجام این پژوهش، برآورد ارزش در معرض خطر برای نرخ دلار در بازار آزاد ایران با رویکرد نظریه ارزش فرین و با استفاده معادلات دیفرانسیل تصادفی بوده است.

نتایج تحلیل اولیه داده‌ها دال بر نرمال نبودن و وجود دنباله‌های پهن در توزیع بازدهی نرخ دلار بازار آزاد و همچنین وجود نوسانات خوشه‌ای و وجود خاصیت بازگشت به میانگین در سری بازده نرخ دلار بازار آزاد بود.

نتایج حاصل از بررسی توان مدل‌ها در پیش‌بینی ارزش در معرض خطر با استفاده از معیارهای پس‌آزمون حاکی از این است که کمترین تعداد خطای پیش‌بینی مربوط به دو مدل گارچ غیرخطی و هستون است. این دو مدل در آزمون نسبت خطاها مورد تائید قرار گرفتند ولی در آزمون کریستوفرسن، استقلال تخطی‌ها در هیچ یک از مدل‌ها تائید نگردید. یعنی اگر چه دو مدل گارچ غیرخطی و هستون در برآورد ارزش در معرض خطر عملکرد مناسبی داشتند اما خطاهای رخ داده در استفاده از آن‌ها جهت تخمین ارزش در معرض خطر، با یکدیگر دارای همبستگی هستند. این موضوع از آن‌جا ناشی می‌گردد که همه مدل‌های مورد بررسی در دوره افت شدید نرخ دلار در بازار آزاد در اواخر بهمن‌ماه ۱۳۹۶ که با ارائه بسته سیاستی بانک مرکزی رخ داد، خطاهای متوالی داشتند. در نهایت با توجه به نتایج آزمون ترکیبی، دو مدل گارچ غیرخطی و هستون مورد تائید قرار می‌گیرند. با توجه به انحراف معیار بسیار بیشتر مدل گارچ غیرخطی، مدل هستون به عنوان مناسب‌ترین و کاراترین مدل پیش‌بینی کننده ارزش در معرض خطر در بین مدل‌های مورد بررسی در این پژوهش مورد تائید قرار می‌گیرد. لذا استفاده همزمان

از معادله دیفرانسیل تصادفی هستون که در گروه مدل‌های تلاطم تصادفی قرار دارد و مدل فراتر از آستانه که حاصل نظریه ارزش فرین است، جهت برآورد ارزش در معرض خطر نرخ دلار بازار آزاد در ایران نتایج قابل قبولی داشته و مورد توصیه این پژوهش است.

فهرست منابع

۱) عبده تبریزی، حسین. رادپور، میثم. اندازه‌گیری و مدیریت ریسک بازار: رویکرد ارزش در معرض ریسک. چاپ نخست. تهران. انتشارات آگاه و پیشبرد. ۱۳۸۸.

2) Aloui, Ch. And Mabrouk, S. Value at Risk estimation of energy commodities long- memory, asymmetry and fat-tailed models, Energy Policy.2010.38:2326-2339.

3) Assaf, A . Extreme observation and risk assessment in the equity markets of MENA region: tail measures and Value-at-Risk. Internatioal review of financial analysis,2009:109-116.

4) Barndorff-Nielsen, O. E. and N. Shephard. Non-Gaussian Ornstein–Uhlenbeck-based models and some of their uses in financial economics (with discussion). Journal of the Royal Statistical Society, Series B.2001, 63: 167–241.

5) Bates, D. S. Jumps and stochastic volatility: Exchange rate processes implicit in deutsche mark options. Review of Financial Studies.1996, 9:69–107.

6) Boness, A. J. Elements of a theory of stock-option value, The Journal of Political Economy, 1964. 72: 163 – 175.

7) Broadie, M. and Kaya, O. Exact simulation of stochastic volatility and other affine diffusion processes. Operations Research, 2006, 54 (2): 217-231.

8) Buehler, H. Volatility Markets: Consistent Modelling, Hedging and Practical Implementation. PhD Dissertation, Technische Universit¨at Berlin. 2006.

9) Dowd, K. Meauring Market Risk, second edition, John Wiley & Sons. Third edition, 2005

10) Engle, Robert F. and Ng, Victor K. Measuring and Testing the Impact Of News on Volatility. Journal of Finance, 1993, 48:1749- 1801.

11) Eraker, B. M. Johannes, and N. G. Polson . The impact of jumps in returns and volatility. Journal of Finance, 2003, 53: 1269–1300.

12) Forde, M. Jacquier, A. and Mijatovic, A. Asymptotic formulae for implied volatility in the Heston model. Proceedings of the Royal Society A, 2010. 466 (2124): 3593-3620.

13) Gency, R and Selcuk, F. Extreme value theory and value at risk: relative performance in emerging markets.International journal of forecasting.2004,:287-303

14) Gili, M & Kellezi, E. An Application of Extreme Value Theory for Measuring Financial Risk. Computational Economics. 2004: 1-23.

15) Glasserman, P. and Kim, K. Gamma Expansion of the Heston Stochastic Volatility Model. Forthcoming in Finance & Stochastics. 2011.

16) Gumbel , E ,J. Statistics of Extremes. Columbia University Press. New Tork. 1958.

17) Heston, S. L. A closed form solution for options with stochastic volatility with applications to bonds and currency options. Review of Financial Studies. 1993. 6:327–343.

18) Hull, J. C. and White, A. The pricing of options on assets with stochastic volatility. Journal of Finance. 1987. 42: 281–300.

19) Jacquier, A. Keller-Ressel, M. and Mijatovic, A. Large deviations in affine stochastic volatility models: the asymptotic implied volatility. In preparation. 2011.

20) Kendall, M. S, The analysis of economic time series - Part I: Prices, Journal of the Royal Statistical Society, Series A 66,1953, 11-25.

21) Kou, S, G. A jump-diffusion model for option pricing. Management Science. 2002, 8.48: 1086-1101.

22) Lord, R. Koekkoek and van Dijk, D. A comparison of biased simulation schemes for stochastic volatility models. Quantitative Finance, 2008. 10 (2): 177-194.

23) Maghyereh, A . and Al-Zoubi, H. Value at Risk under extreme values: the relative performance in MENA emerging markets. International journal of managerial finance. 2006: 154-172.

24) Marimoutou, V. and Raggad, B & Trablesi , A. Extreme Value Theory and Value at Risk: Application on oil Market. Energy Economics. 2009: 519-530.

25) Merton, R. C. Option pricing when underlying stock returns are discontinuous. Journal of Financial Economics. 1976, 3: 125–144.

26) Roberts, H. V. Stock market patterns and financial analysis: Methodological suggestions, Journal of Finance, 1959. 14: 1-10.

27) Samuelson, P. Rational theory of warrant pricing, Industrial Management Review, 1965. 6: 13– 32.

28) Smith, C. W. Option pricing: a review, Journal of Financial Economics, 1976. 3 (January-March), 3-52.

29) Sprenkle, C. M. Warrant prices as indicators of expectations and preferences, Yale Economic Essays.1961. 1: 178 – 231.

30) Taylor, S. J. Financial returns modelled by the product of two stochastic processes - a study of daily sugar prices. 1961-79. In O. D. Anderson (Ed.), Time Series Analysis: Theory and Practice, 1982. 1: 203–226. Amsterdam: North-Holland.

31) Wiggins, J. B. Option values under stochastic volatilities. Journal of Financial Economics. 1987. 19: 351–372.

یادداشت ها :

1 Extreme Events
2 Extreme Value Theory
3 Generalized extreme value theory(GEVT)
4 Peak over threshold(POT)
5 Stochastic Differential Equations (SDE)
6 Stochastic processes
7 Extreme value theorems
8 Dowd
9 Parent distribution
10 Fisher and tippet theorem
11 Jenkinson
12 Tail index
13 Frechet distribution
14 Gumbel distribution
15 Weibull distribution
16 Generalized patero distribution
17 Dow Jones Euro Stoxx 50
18 Hong kong
19 Swiss Market Index
20 Return Level
21 Sample mean excess plot
22 Gency & selcuk
23 Assaf
24 Maghyereh et al
25 Marimoutou
26 Aloui & Mabrouk
27 Independent and stationary Increments
28 Continuous Path
29 Markov
30 Normal (Gaussian)
31 Martingle
32 Independent and identically incerements
33 oksendal
34 Kendall
35 Roberts
36 Samuelson
37 Merton
38 Smith
39 Sprenkle

40 Boness
41 Leptokurtosis
42 Merton
43 Kou
44 Merton
45 Bates
46 Volatility Clustering
47 Exponential GARCH
48 Threshold GARCH
49 Nonlinear GARCH
50 Engle and Ng
51 Hull and White
52 Wiggins
53 Heston
54 Cox-Ingersoll-Ross(CIR)
55 Broadie and Kaya
56 Error convergence rate
57 Glasserman et al
58 Lord, Koekkoek and Dijk
59 Constant elasticity of variance (CEV)
60 Forde and Jacquier
61 Buehler
62 Jacquier and Keller-Ressel