



شبکه‌های اسپینی بستری برای پردازش توزیع شده: مطالعه موردی حل مسئله انتخاب بهینه سبدهام

مجید وفايي جهان^۱
محمدرضا اکبرزاده تونوچي^۲

تاریخ دریافت: ۹۵/۱۱/۲۷ تاریخ پذیرش: ۹۶/۰۲/۰۹

چکیده

امروزه خواص فیزیکی اجسام، دستاویزی برای حل مسائل بهینه‌سازی است تا پاسخ بهینه مسائل با تعداد حالات زیاد سریع‌تر و دقیق‌تر یافته شود. به‌عنوان نمونه می‌توان به الگوریتم‌های بهینه‌سازی مبتنی بر اسپین‌گلاس (شبکه‌های اسپینی) اشاره کرد که به دلیل داشتن قابلیت جستجوی محلی و پردازش توزیع شده مورد توجه قرار دارند. از آنجایی که شبکه‌های اسپینی، بیشتر مبتنی بر الگوریتم‌های تصادفی - مونت کارلو همچون تبرید تدریجی (SA) برای یافتن حالت بهینه استفاده می‌کنند، از سرعت همگرایی پائینی برخوردارند. بنابراین برای افزایش سرعت، از الگوریتم‌های بهینه‌سازی اکتشافی، تکاملی و غیره استفاده می‌شود. در این مقاله با در نظر گرفتن قابلیت شبکه‌اسپینی در حل مسائل بهینه‌سازی، کوشش شده است یکی از مسائل غیرچندجمله‌ای (NP) با عنوان مسئله انتخاب بهینه سبدهام با استفاده از تبرید تدریجی حل شود؛ سپس با توجه به خواص توزیع‌شده‌گی اینگونه از شبکه‌ها، الگوریتم جدید مبتنی بر اتوماتای یادگیر (LA) بعنوان پردازش متمرکز و همچنین بهینه‌سازی اکسترمال (EO) بعنوان پردازش توزیع شده، ارائه گردیده است. نتایج آزمایش‌ها نشان می‌دهند که هرچند دو الگوریتم ارائه شده از حیث عملکرد، متفاوتند؛ ولی هر دو در محدوده پاسخ، تقریباً توزیع احتمال یکسانی برای انتخاب اسپین‌های برتر فراهم می‌کنند. به عبارت دیگر این دو روش از مرحله‌ای به بعد، شبیه هم عمل کرده و نتایج یکسانی تولید می‌کنند و کارایی شبکه‌های اسپینی از حیث سرعت همگرایی با حفظ دقت را به مقدار زیادی افزایش می‌دهند. همچنین دستاوردها نشان می‌دهد که انتخاب روش مبتنی بر LA یا EO برای شبکه‌های با تعداد اسپین کم تفاوتی ندارد؛ اما برای شبکه‌های بزرگ، EO که توانایی پردازش توزیع شده منحصر بفردی دارد، بسیار بهتر از روش‌های مبتنی بر یادگیری پاسخ می‌دهد که نتایج آزمایش‌های حاصل بر ۵ بورس معتبر دنیا این موضوع را تأیید می‌کند.

واژه‌های کلیدی: مدل اسپین‌گلاس، انتخاب بهینه سبدهام، تبرید تدریجی، اتوماتای یادگیر و بهینه‌سازی اکسترمال.

۱- دانشیار، گروه کامپیوتر، دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه آزاد اسلامی واحد مشهد، ایران. VafaeiJahan@mshdiau.ac.ir

۲- استاد، گروه برق، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، Akbarzadeh@ieee.org

۱- مقدمه

بسیاری از مسائل بهینه‌سازی با الهام گرفتن از طبیعت و قوانین فیزیکی حاکم بر آن حل می‌شوند. به‌عنوان نمونه شبکه‌های عصبی با الهام از مغز انسان، الگوریتم‌های ژنتیک با الهام از قوانین وراثتی طبیعی و ویروس‌کش‌های کامپیوتری با الهام از سیستم ایمنی بدن به‌عنوان علوم جدید مطرح شده‌اند. یکی از مدل‌هایی که در این راستا ارائه و کمتر به آن پرداخته شده است، مدل آیزینگ اسپین‌گلاس می‌باشد. مدل آیزینگ شبکه‌ای از اسپین‌هاست که به‌واسطه خاصیت مغناطیسی بین‌شان با یکدیگر متعامل‌اند و دائماً برای رسیدن به سطح انرژی پائین‌تر مقدار خود را تغییر می‌دهند. زمانی که سیستم در حالت کمترین انرژی یا کمترین دما قرار گیرد، دیگر تغییر محسوسی در مقدار اسپین‌ها دیده نمی‌شود و سیستم به حالت ایستاء خود می‌رسد [1]. این مدل خواص زیادی دارد که از آن جمله می‌توان به محدود بودن تعامل هر اسپین به اسپین‌های مجاور، عدم رشد نمائی تعداد حالات بهینه با افزایش تعداد باندهای اسپین‌گلاس، موثر بودن عوامل محیطی همچون دما بر رفتار شبکه و سعی در رسیدن به حالات بهینه در دماهای مختلف اشاره کرد. همچنین در این مدل هر اسپین قسمتی از جواب مسئله است در حالی که مثلاً در الگوریتم‌های ژنتیک هر کروموزوم یکی از جواب‌های مسئله است.

با استناد به این قابلیت‌ها می‌توان بسیاری از مسائل بهینه‌سازی را به‌صورت توزیع‌شده حل کرد [1]. اما همانند بسیاری از روش‌های اکتشافی دیگر، برای تعداد حالات زیاد، سرعت همگرایی یافتن حالت بهینه، پائین است که با اعمال تمهیداتی، بهبود سرعت همگرایی قابل دستیابی است.

یکی از این تمهیدات، بهینه‌سازی اکسترمال^۱ است بطوری‌که در هر لحظه، کم‌انرژی‌ترین اسپین‌ها با احتمال بیشتری تغییر می‌کنند. از آنجا که تغییر هر اسپین بر اسپین‌های همسایه تاثیر می‌گذارد، آنها نیز تغییر می‌کنند. اگر مجموع این تغییرات در راستای کاهش انرژی گلاس باشد بعد از مدتی تعداد زیادی از اسپین‌ها دارای برانزنگی بهتری خواهند شد بطوری‌که همبستگی بین اسپین‌ها افزایش یافته و فرایندی حادث می‌گردد که تغییر در مقدار هر اسپین، منجر به تغییر در مقدار تعداد زیادی از اسپین‌ها می‌شود. این خاصیت بهمین‌گونه می‌تواند منجر به پیمایش سریعتر حالات مختلف شبکه اسپینی شده و باعث افزایش سرعت همگرایی گردد [2].

یکی دیگر از تمهیدات افزایش کارایی، استفاده از اتوماتای یادگیر^۲ است [4]. بطوری‌که با ترکیب رفتار اسپین‌گلاس و اتوماتای یادگیر می‌توان شانس انتخاب اسپین‌های برتر (اسپین‌هایی که برانزنگی بیشتری دارند) را افزایش داد [5]. این موضوع باعث می‌شود که بعد از مشخص شدن اسپین‌های برتر سرعت همگرایی به یکباره افزایش یابد. هرچند رسیدن به بهینه محلی از مشکلات این روش است.

در این مقاله کوشش شده است دو روش بر اساس بهینه‌سازی اکسترمال و اتوماتای یادگیر، برای یافتن حالت بهینه شبکه اسپین‌گلاس ارائه شود و با استفاده از آن، مسئله انتخاب بهینه سبدسهم حل گردد. نتایج حاصل از اجرای الگوریتم‌های پیشنهادی نتایج قابل قبولی از رفتار اسپین‌گلاس در حل این مسئله ارائه کرده است که از آن جمله می‌توان به افزایش سرعت همگرایی در حین حفظ دقت در یافتن سبدبهینه اشاره

کرد. این روش با الگوریتم مبتنی بر تبرید تدریجی^۳ ارائه شده در [5,6] مقایسه شده که نتایج، نشان دهنده برتری روش‌های ارائه شده است. همچنین آزمایش‌های انجام شده گویای این مطلب است که هر چند این دو روش کاملاً با یکدیگر متفاوتند، تاثیر رفتار اتوماتای یادگیر و بهینه‌سازی اکستریمال بر شبکه اسپینی مشابه است. بطوری که هر دو می‌توانند از مرحله‌ای به بعد، توزیع احتمال یکسانی برای انتخاب اسپین فراهم کنند. بطوری که در شرایط مناسب می‌توان از یکی بجای دیگری بهره برد. از نکات قابل تامل، برتری محسوس بهینه‌سازی اکستریمال نسبت به اتوماتای یادگیر در شبکه‌های اسپینی بزرگ (با بیش از ۵۰ اسپین) است که استفاده از آنرا برای حل مسائل بهینه‌سازی توجیه‌پذیر می‌کند.

بنابراین ابتدا در بخش ۲، کاربردهای شبکه‌های اسپینی در حل مسائل بهینه‌سازی ذکر شده است. در بخش ۳، توصیفی از شبکه‌های اسپینی ارائه شده است. در بخش ۴، مسئله انتخاب بهینه سبدهام به عنوان مطالعه موردی توصیف و نحوه حل آن توسط اسپین‌گلاس توضیح داده شده است. در بخش ۵، الگوریتم تبرید تدریجی و الگوریتم مبتنی بر اتوماتای یادگیر و مبتنی بر بهینه‌سازی اکستریمال پیشنهادی ارائه شده‌اند. در بخش ۶، دستاوردهای تجربی حاصل از اعمال الگوریتم‌های فوق و مقایسه آنها ذکر شده است و در نهایت در بخش ۷ و ۸، تست قابلیت اعتماد الگوریتم و جبهه پرتو حاصل، رسم شده است تا با مقایسه با جبهه پرتو استاندارد صحت اجرای الگوریتم ثابت گردد.

۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

در گذشته از شبکه‌های اسپین‌گلاس برای حل بسیاری از مسائل بهینه‌سازی استفاده شده است. زمینه کاربرد اسپین‌گلاس‌ها متنوع‌اند. به‌عنوان نمونه هارتمن در [3, 7, 8]، مسائل مختلفی از حوزه مهندسی همچون مسئله بیشترین جریان^۴ و تطبیق^۵ را معرفی نمود. در مسئله بیشترین جریان، هدف یافتن نقاطی از شبکه ارتباطی است تا با کمترین هزینه برش، بیشترین جریان ممکن قطع شود. برای این مسئله با تبدیل تابع هدف به تابع انرژی مدل اسپین‌گلاس و اجرای آن بهترین پاسخ حاصل می‌گردد. همچنین در مسئله تطبیق، از نگاشت تابع هدف بر اسپین‌گلاس و اجرای مدل، زیر مجموعه پال‌هایی که دارای راس مشترک نیستند آشکار می‌گردد.

نشیموری در [9,10]، کاربرد اسپین‌گلاس‌ها را برای انتقال اطلاعات در محیط‌های نویری بررسی کرده است. بطوری که بسیاری از جنبه‌های مفاهیم مرتبط با اسپین‌گلاس‌ها مرتبط با انتقال اطلاعات در محیط‌های نویدار می‌باشند. زیرا اکثر روش‌هایی که برای این منظور وجود دارند دارای ساختار احتمالی-تصادفی می‌باشند که منطبق با خواص اسپین‌گلاس است. با استفاده از خاصیت اسپین‌گلاس‌ها می‌توان حالات تصادفی سیستم را در دمای پائین به حالات مشخص و محدودی تبدیل کرد. در [11]، هوریگوچی و همکارانش، یکی دیگر از کاربردهای شبکه‌های اسپین‌گلاس، مسیریابی در شبکه‌های کامپیوتری غیرمتمرکز و وفق‌پذیر را معرفی کرده‌اند. بطوری که به‌ازاء هر نود در شبکه، یک شبکه اسپینی در نظر گرفته می‌شود و بسته‌ها بر اساس کمترین انرژی هر نود مسیریابی می‌شوند.

در [12]، گیبور و همکارانش، برای اولین بار از اسپین گلاس برای حل مسئله انتخاب بهینه سید سهام با توجه به محدودیت‌های مسئله استفاده کرده‌اند. در این مقاله یافتن جواب مسئله منوط به یافتن حالات با کمترین انرژی شده است درست همان چیزی که مقاله [13] با استفاده از شبکه‌های عصبی هاپفیلد انجام داده است. روش ارائه شده در این مقاله دارای سرعت همگرایی پائین است و برای بورس‌های با ریسک بالا دارای جواب دقیق نیست. در همین راستا برای اولین بار وفایی جهان و همکاران در [14]، روشی سریع ارائه دادند که برای اسپین گلاس با تعداد باند محدود (اتصال محدود) و استفاده از عملگرهای مهاجرت و نخبه‌گرایی (شبیه عملگرهای الگوریتم ژنتیک) حالت بهینه را می‌یافت این روش برای تمام ریسک‌های ممکن دارای پاسخ است اما به ماهیت داده‌های سهام وابسته و برای انواع مسائل دیگر باید مورد بررسی بیشتری قرار گیرد. همچنین در مقالات دیگری از همین نویسندگان [32,33]، از مدلسازی تصادفی برای پیش‌بینی روند سهام استفاده کردند که کامل کننده پژوهش آنها در انتخاب بهینه سید سهام می‌باشد. بهینه‌سازی اکستریمال برای اولین بار توسط بک-اسپین حین فعالیت بر الگوریتم‌های تکاملی ابداع شد [2]. سپس در [4]، کاربردهایی از این روش در حل مسائل بهینه‌سازی از جمله حل مسئله فروشنده دوره گرد و رنگ آمیزی گراف مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت. از آنجا که مسائل حل شده با این روش محدود است انتظار می‌رود اهمیت این روش در آینده مورد بررسی بیشتری قرار گیرد.

۳- مدل اسپین گلاس

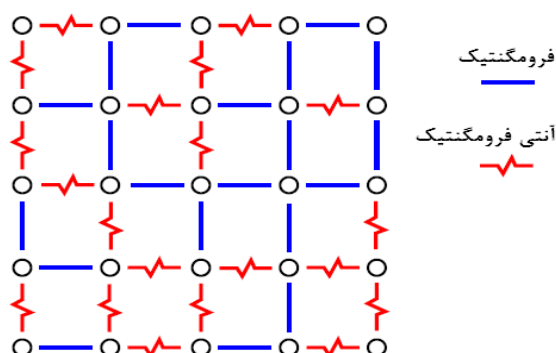
مدل آیزینگ شبکه‌ای از اسپین‌هاست که هر اسپین دارای دو مقدار +1 یا -1 می‌باشد که به واسطه خاصیت مغناطیسی بین‌شان با یکدیگر متعامل‌اند و دائم برای رسیدن به سطح انرژی پائین‌تر مقدار خود را تغییر می‌دهند. زمانی که شبکه در حالت کمترین انرژی قرار دارد، دیگر هیچ تغییری در مقدار اسپین‌ها دیده نمی‌شود و شبکه به حالت ایستاء خود می‌رسد [14,15]. مدل آیزینگ اسپین گلاس همان مدل آیزینگ است با این تفاوت که مقدار هر اسپین +1 یا -1 نیست بلکه هر عدد ممکن بین [-1,+1] می‌تواند باشد. به این مدل به اختصار مدل اسپین گلاس نیز گفته می‌شود [7,8].

از حیث تئوری، مدل اسپین گلاس، شبکه‌ای از N اسپین است که ساختار آن می‌تواند به صورت اتصال محدود (اتصال با اسپین‌های مجاور مثلا با ساختار دوبعدی یا سه‌بعدی) یا اتصال کامل^۶ (اتصال هر اسپین به تمام اسپین‌های دیگر) مطرح گردد. اسپین‌ها نسبت به یکدیگر خاصیت فرومگنتیک یا آنتی فرومگنتیک دارند. انرژی شبکه با توجه به خواص ذکر شده برای مدل اسپین گلاس از رابطه زیر محاسبه می‌گردد [15]:

$$E(\{x_i\}) = \left[-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^m x_i J_{ij} x_j \right] + \left[-\sum_{i=1}^N h_i x_i \right] \quad (1)$$

که $E(\{x_i\})$ انرژی کل سیستم و N تعداد اسپین‌ها است. m تعداد همسایه‌های اسپین i ام است که مقدار آن بر اساس مدل‌های مختلف فرق می‌کند ولی عموماً در مدل اتوماتای سلولی^۷ وان نیومان تعداد

همسایه‌ها $m=4$ (اتصال محدود) و برای مدل اتوماتای سلولی مور تعداد همسایه‌ها $m=8$ (اتصال محدود) و یا $m=N$ (اتصال کامل) در نظر گرفته می‌شود [16]. J_{ij} خاصیت مغناطیسی بین دو اسپین i و j ، h_i نیروی حاصل از میدان مغناطیسی خارجی (انرژی داخلی) بر اسپین i می‌باشد. اگر $J_{ij} > 0$ آنگاه مدل فرومگنتیک است یعنی تعامل سعی دارد که اسپین‌ها را به یک جهت ببرد و در غیراینصورت آنتی فرومگنتیک است یعنی تعامل سعی دارد که اسپین‌ها را به جهت مخالف ببرد. مقدار $\frac{1}{2}$ نیز نشان‌دهنده دوبرار شمارش هر اسپین در محاسبه تابع انرژی است. شکل (۱)، شمایی از اسپین گلاس دوبعدی را نمایش می‌دهد.



شکل ۱- یک مدل اسپین گلاس دوبعدی با نمایش نیروی فرومگنتیک (خط ساده) و آنتی فرومگنتیک (خط اعوجاج) بین اسپین‌ها [7].

۴- مسئله انتخاب بهینه سبدسهم

مدل مارکوویتز، مسئله انتخاب سبد سهم [18] را به صورت ذیل بیان می‌کند اگر فرض شود N سهم مختلف وجود داشته باشد و برای هر سهم i ، میانگین بازگشت سرمایه (سود) μ_i ، کواریانس σ_{ij} نسبت به سهم j و درصد خرید x_j باشد مسئله چند منظوره^۱ زیر بایستی بهینه شود:

$$\min \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i \sigma_{ij} x_j \quad (2)$$

$$\max \sum_{i=1}^N \mu_i x_i \quad (3)$$

$$\text{Subject to } \sum_{i=1}^N x_i = 1 \quad (4)$$

$$0 \leq x_i \leq 1, i=1..N \quad (5)$$

فرمول‌های (۲) و (۳) دو تابع هدف هستند که بایستی بر اساس محدودیت‌های (۴) و (۵) برآورده شوند. در فرمول (۳)، μ_i از میانگین بازگشت سرمایه هر سهم در بازه‌های تعریف شده حاصل می‌گردد. به این ترتیب که اگر W_{bi} ارزش سهم i در شروع بازه و W_{ei} ارزش سهم در پایان بازه باشد آنگاه

$$\mu_i = \sum_{t=1}^n \frac{W_{ei}(t) - W_{bi}(t)}{W_{bi}(t)}$$

خواهد بود که n تعداد بازه‌هایی است که سهم i مورد بررسی قرار گرفته است.

در این مقاله، جهت حل آسان‌تر، مسئله چندمنظوره فوق به یک مسئله جمع وزنی^۹ تبدیل شده است که روش تبدیل در [31] شرح داده شده است:

Minimize

$$\lambda \left[\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i \sigma_{ij} x_j \right] + (1 - \lambda) \left[- \sum_{i=1}^N \mu_i x_i \right] \quad (۶)$$

$$\text{Subject to } \sum_{i=1}^N x_i = 1 \quad (۷)$$

$$0 \leq x_i \leq 1, i = 1..N \quad (۸)$$

در فرمول (۶)، $\lambda \in [0,1]$ پارامتر تاثیر ریسک نامیده می‌شود. این پارامتر میزان موثر بودن ریسک را در تابع بهینه‌سازی نشان می‌دهد. اگر این مقدار ۰ باشد تابع به سمت بشینه‌کردن سود حرکت می‌کند و اگر این مقدار ۱ باشد در جهت کمینه‌کردن ریسک پیش می‌رود. بنابراین مقدار عددی آن بین (۰ و ۱) به‌عنوان پارامتری قابل تعریف بوده و میزان تاثیر ریسک بر تابع بهینه‌سازی را نشان می‌دهد. فعالیت‌های صورت گرفته برای حل مسئله انتخاب سبدسهم متنوع‌اند. برخی از راه‌حل‌های ارائه شده برای این مسئله در [18] توصیف شده‌اند. تقریباً در تمامی آنها، هدف رسیدن به جبهه‌ای است که نقاط بهینه را نشان می‌دهد. جبهه^{۱۰} منحنی است که حرکت به سمت کمترین ریسک سرمایه‌گذاری و بیشترین سود را بر اساس محدودیت‌های مسئله نشان می‌دهد [19]. در [13]، روشی هوشمند برپایه شبکه‌های عصبی هاپفیلد ارائه شده است. بطوری‌که با استفاده از توانایی شبکه‌های عصبی در حل مسائل بهینه‌سازی، این مسئله را حل کرده و بر اساس آزمایش‌هایی که نویسندگان مقاله انجام داده‌اند در شرایط خاص عملکرد روش پیشنهادی آنها برتری محسوس نسبت به روش‌های دیگر همچون الگوریتم ژنتیک، جستجوی تابو و تبریدتدریجی دارد. در [20]، روش حل فازی احتمالی انتخاب سبد سهام مورد بررسی قرار گرفته است. پایه و اساس این روش مبتنی بر مدل ریاضی مارکویتز است و سعی شده است با استفاده از تجربه افراد خبره سهام‌هایی انتخاب شوند که بیشترین میزان بازگشت سرمایه و کمترین ریسک را داشته باشند این موضوع باعث شده است که راه‌حل ارائه شده به مقدار زیادی به اطلاعات فرد خبره وابسته باشد. در [21]، روشی مبتنی بر تبریدتدریجی همراه با در نظر گرفتن محدودیت‌های بیشتری از مسئله استاندارد مارکویتز ارائه شده است و هدف آن رسیدن به بهترین جبهه و پیرو آن بهترین پاسخ است. کند بودن روش و جستجوی

حالات نامناسب زیاد و جبهه بهینه نادقیق مهمترین مشکلات روش ذکر شده است. در [22,23]، توانایی الگوریتم‌های ژنتیک جهت حل این مسئله توصیف شده است. در این مقالات نیز سعی شده است بهترین پاسخ با یافتن جبهه بهینه حاصل گردد. در [24,25] روش‌هایی ارائه شده است که با کاهش خطا یا اختلاف نسبت به نقطه بهینه، سعی در حرکت به سمت پاسخ دارد. داشتن نقطه بهینه در این روش‌ها از کاستی‌های آن محسوب می‌گردد. در [26]، با روش اجتماع اجزاء و جستجوی محلی این مسئله حل شده و نتایج با توجه به محدودیت‌های بیشتری که بر مسئله اعمال شده است بررسی شده‌اند. در [27]، سه الگوریتم تکاملی برای حل این مسئله ارائه شده است. نتایج آزمایش‌های سه روش مذکور توانایی الگوریتم‌های تکاملی را در حل این مسئله نشان می‌دهد.

هرچند تمام الگوریتم‌های ارائه شده توانایی حل مسئله را دارند ولی به نظر می‌رسد برای تعداد سهام زیاد سرعت همگرایی همه آنها قابل قبول نیست که در این مقاله سعی شده است با ترکیب روش‌ها، روشی با سرعت همگرایی قابل قبولی پیشنهاد گردد.

۵- حل مسئله انتخاب سبدهای سهام با استفاده از اسپین گلاس

برای حل مسئله انتخاب سبدهای سهام، همان‌طور که در [6,14] بررسی شده، فرض بر این است که هر سهم یک اسپین است که دارای یک مقدار بین ۰ تا ۱ می‌باشد. این شبکه دارای تابع انرژی مشابه فرمول (۱) است اما هدف مسئله انتخاب سبدهای سهام و کمینه کردن فرمول (۶) است. بنابراین با نگاشت زیر می‌توان فرمول (۶) را به فرمول (۱) تبدیل کرد (در صورتی که $m=N$ یا اتصال کامل باشد) [14].

$$J_{ij} = -2\lambda\sigma_{ij} \quad (9)$$

$$h_i = (1 - \lambda)\mu_i \quad (10)$$

یعنی می‌توان میزان تعامل دو اسپین (سهام) را بر اساس فرمول (۹) و مقدار انرژی داخلی هر اسپین را بر اساس فرمول (۱۰) محاسبه کرد. بنابراین ابتدا نگاشت ذکر شده در فرمول‌های (۹) و (۱۰) انجام می‌شود و سهام در شبکه اسپین گلاس به صورت تصادفی پخش می‌گردند. سپس تلاش می‌شود، با توجه به اتصال کامل اسپین گلاس ($m=N$) و اجرای الگوریتم‌های ذیل، سیستم در کمترین مقدار انرژی قرار گیرد (تابع انرژی کمینه شود). در تمام روش‌های ذکر شده، بعد از چیدمان سهام (اسپین‌ها)، مقدار هر سهم برابر با $\frac{1}{N}$ مقداردهی اولیه می‌شود. همچنین دمای سیستم به حدی بالا برده می‌شود که تمام حالات ممکن قابل تولید باشند. مقدار λ نیز عددی بزرگتر از صفر و کوچکتر از ۱ در نظر گرفته می‌شود (برای تاثیر برابر ریسک و سود بر تابع انرژی مقدار ۰,۵ در نظر گرفته می‌شود). و ϵ مقداری کوچک و ثابت ۰,۰۵ فرض می‌شود. در هر لحظه (اسپین فلیپ^{۱۱})، یک اسپین به تصادف انتخاب می‌گردد و مقدار اسپین به اندازه ϵ اضافه می‌گردد. پیرو آن مقدار اسپین‌های همسایه طوری تغییر می‌یابند که محدودیت‌های (۷) و (۸) همواره برقرار باشد.

برای گرم و سرد کردن سیستم از روال حاکم بر الگوریتم‌های تبرید تدریجی استفاده شده است [28]. به این صورت که در ابتدا دمای محیط حدود ۱ درجه در نظر گرفته شده (در دمای بالا تمام حالات قابل تولیدند) و در هر بار اعمال تغییرات دمای محیط به تدریج کاهش داده می‌شود تا دمای محیط به نزدیک صفر درجه برسد. نحوه تغییر دما نیز از فرمول (۱۱) به دست می‌آید. که n تعداد تکرار الگوریتم را نشان می‌دهد.

$$T(n) = \frac{T_0}{n^2}, n \geq 1 \quad (11)$$

۵-۱- تبرید تدریجی (SA) [6]

در این روش به ازاء هر تغییر اسپین، مقدار انرژی گلاس محاسبه می‌گردد. اگر مقدار انرژی کاهش یافت، تغییرات پذیرفته می‌شود وگرنه با احتمال $e^{-\frac{\Delta E}{T}}$ پذیرفته می‌شود. این عمل تا رسیدن به کمترین مقدار انرژی یا سرد شدن کامل گلاس ادامه می‌یابد. الگوریتم به شرح ذیل است [6,14]:

Algorithm 1: SA Spin Glass [14]

Begin

- 1 Select One spin randomly.
- 4 Change the state of selected spin i by ε (very small change) and change all the neighborhood spins for satisfying constraints (7) and (8).
- 5 Calculate the energy of the changed spin and its

$$\text{neighborhood spins } (E_{new} = \sum_{i=1}^m E_i)$$

- 6 $\Delta E = E_{new} - E_{old}$
- 7 If $\Delta E < 0$ then accept this change else
- 8 If $\Delta E > 0$ then accept this change with probability $\frac{e^{-\frac{\Delta E}{T}}}{e}$
- 9 Continue this process with decreasing temperature till either ΔE remains near 0 for several iterations (i.e., the system has reached steady state, or T has reached near 0 (system has cooled)

End

در الگوریتم بالا E_{new} و E_{old} مقدار انرژی گلاس قبل و بعد از اعمال تغییرات می‌باشد و T ، دمای سیستم در زمان اعمال تغییرات است.

۵-۲- اتوماتای یادگیر LA-SA [5]

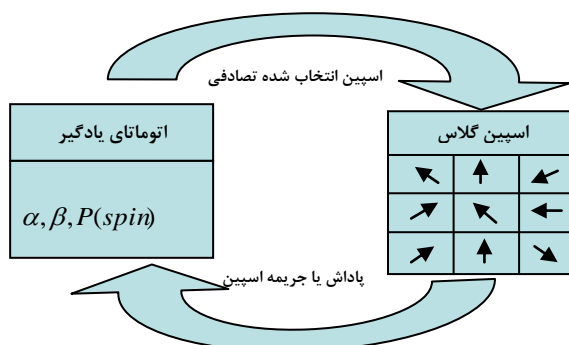
اتوماتای یادگیر یک مدل انتزاعی است که بطور تصادفی یک عمل از مجموعه متناهی عمل را انتخاب کرده و بر محیط اعمال می‌کند. محیط عمل انتخاب شده توسط اتوماتا را ارزیابی کرده و نتیجه را توسط سیگنال‌های تقویتی در قالب پاداش یا جریمه به اتوماتا اعلام می‌کند [25]. اتوماتا نیز وضعیت داخلی خود را تغییر داده و عمل بعدی را انتخاب می‌کند. شکل (۲) تعامل اتوماتای یادگیر و محیط تصادفی که در این مقاله اسپین‌گلاس است را نشان می‌دهد. محیط توسط سه‌تایی $E \equiv \{\alpha \ \beta \ c\}$ نشان داده می‌شود که α مجموعه ورودی‌ها، β مجموعه خروجی‌ها و c مجموعه احتمال‌های جریمه یا پاداش می‌باشد. در اینجا β دوعضوی و معادل پاداش و جریمه می‌باشد و از الگوریتم یادگیری خطی زیر و اتوماتای با ساختار ثابت استفاده شده است.

$$p_i(n+1) = p_i(n) + a \left(\sum_{j=1}^m p_j(n) \right), \quad (12) \text{ پاداش}$$

$$j \in \text{Neighbors}$$

$$p_i(n+1) = (1-b) \cdot p_i(n) \quad (13) \text{ جریمه}$$

در روابط بالا، a پارامتر پاداش و b پارامتر جریمه است. $p_i(n)$ نیز احتمال انتخاب یک اسپین در لحظه n می‌باشد. هرگاه تغییر مقدار اسپینی، باعث عملکرد بهتر اسپین‌گلاس شود آن اسپین پاداش و همسایه‌های آن به مقدار مساوی جریمه دریافت می‌کنند و احتمال انتخاب آن در دفعات بعد، بیشتر می‌شود و هرگاه باعث عملکرد بدتری شود اسپین جریمه و همسایه‌های آن به مقدار یکسان پاداش دریافت می‌کنند و احتمال انتخاب آن برای دفعات بعد کاهش می‌یابد. در اتوماتای روش پیشنهادی مقدار $a = b = 0.001$ در نظر گرفته شده است.



شکل ۲- تعامل اسپین‌گلاس و اتوماتای یادگیر

مسئله انتخاب سیدسهام بر اساس مدل ترکیبی اسپین-گلاس و اتوماتای یادگیر همانند شکل (۲) و منطبق بر الگوریتم (۲) ارائه شده است. در هر لحظه، اسپین انتخاب شده مقدارش تغییر می‌کند. اگر این مقدار باعث عملکرد بهتر سیستم شد، پاداش می‌گیرد ولی اگر باعث عملکرد بدتری شد، جریمه می‌شود. پاداش و جریمه اسپین تغییر مقدار احتمال انتخاب اسپین است. بنابراین بعد از چندبار تکرار، اسپین‌های بهتر شانس انتخاب بیشتری دارند بنابراین خودبه‌خود حالات اضافی حذف شده و سرعت همگرایی الگوریتم افزایش می‌یابد.

Algorithm 2: LA Spin Glass

Begin

- 1 Select one spin randomly based **Learning Automata** at a time
- 2 Change the state of selected spin i by ε (very small change) and change all the neighborhoods state for satisfying constraints (7) and (8).
- 3 Calculate the energy of the local changed spins and neighborhood spins ($E_{new} = \sum E_i$)
- 4 $\Delta E = E_{new} - E_{old}$
- 5 If $\Delta E < 0$ then accept this change and **reward to spin** else
- 6 If $\Delta E > 0$ then accept this change with probability $e^{-\frac{\Delta E}{T}}$ and **reward to spin** and **Change the Position of spin** to the left or top
- 7 Else Ignore changes and **penalty to spin**
- 8 Continue this process with decreasing temperature till either ΔE remains near 0 for several iterations (i.e., the system has reached steady state, or T has reached near 0 (system has cooled)

End

۵-۳- بهینه‌سازی اکستریمال EO-SA

در روش LA-SA در هر مرحله اسپین برتر با احتمال بیشتر انتخاب می‌شود و مقدار آنها تغییر می‌کند ولی در این روش، معیار انتخاب اسپین، انرژی اسپین است. بطوری‌که ابتدا انرژی اسپین‌ها بر اساس معادله (۱۴) محاسبه می‌شود در ادامه تمام اسپین‌ها بر اساس مقدار انرژی محلی خود مرتب می‌شوند (صعودی، از کمترین مقدار انرژی به بیشترین مقدار انرژی). حال در هر تکرار، اسپین، بر اساس احتمال مشخص شده در معادله (۱۶)، از بین اسپین‌های مرتب شده انتخاب می‌گردد. با توجه به این موضوع انتظار می‌رود اسپین‌های کم انرژی با احتمال بیشتری انتخاب شوند. در این صورت، بعد از مدتی، به دلیل این‌که حرکت گلاس به سمت کاهش انرژی است و هر اسپین بر اسپین‌های مجاور خود تاثیر می‌گذارد، تعداد زیادی از اسپین‌ها دارای انرژی کمتر از مقدار اولیه خود می‌باشند (مقدار مشخص شده در معادله (۱۵) کاهش می‌یابد)؛ واضح است که در این حالت تعداد اسپین‌های برازنده، بیشتر است. بنابراین در این شرایط همبستگی شبکه زیاد می‌شود و تغییر در هر اسپین باعث تغییر در تعداد زیادی از اسپین‌های دیگر می‌شود که اصطلاحاً، حالت بحرانی خود سازمانده^{۱۲} حادث می‌گردد [2]. در این حالت هر تغییر کوچکی، باعث تغییرات عمده‌ای در

شبکه شده بطوری که پیرو آن انتظار می‌رود که بیشتر حالات ممکن قابل دستیابی باشند؛ بنابراین می‌توان به راحتی از بهینه‌های محلی فرار کرد و بیشتر حالات ممکن برای شبکه را پیمایش نمود. برای استفاده از این روش در اسپین گلاس، الگوریتم (۳) با نام EO-SA برای اولین بار ارائه شده است. در این الگوریتم λ_i به عنوان تابع ارزش (برازندگی) هر اسپین تعریف می‌گردد که از فرمول (۱۴) به دست می‌آید. انرژی کل اسپین گلاس نیز از جمع مقادیر فوق و مساوی فرمول (۱۵) خواهد بود.

$$\lambda_i = x_i \left(\frac{1}{2} \sum_{j=1}^m J_{ij} \cdot x_j + h_i \right) \quad (14)$$

$$E(\{x_i\}) = - \sum_{i=1}^n \lambda_i \quad (15)$$

در هر تکرار، تمام λ_i ها محاسبه شده و به صورت صعودی مرتب می‌گردند و مبتنی بر توزیع احتمال مقیاس آزاد^{۱۳} (فرمول (۱۶))، شرایط انتخاب اسپین‌های کم انرژی با احتمال بیشتر مهیا می‌شود و مقدار آن اسپین تغییر می‌کند در این حالت اگر تغییر باعث رسیدن به حالت بهتری برای اسپین گلاس شد تغییر پذیرفته خواهد شد در غیر این صورت مجدداً عمل تکرار می‌گردد.

Algorithm 3: EO-SA Spin Glass

Begin

- 1 Initialize with local behavior.
- 2 Calculate λ_i for each spin and sort them with decreasing order.
- 3 Select spins with scale free distributed in formula (16) based on calculated λ_i .
- 4 Change the state of the selected spin i by \mathcal{E} (very small change) and change all the nearest neighborhoods state for satisfying constraints (7) and (8).
- 5 Calculate the energy of the changed spin and its

$$\text{neighborhood spins } (E_{new} = \sum_{i=1}^m E_i)$$

- 6 $\Delta E = E_{new} - E_{old}$
- 7 If $\Delta E < 0$ then accept this change else
- 8 If $\Delta E > 0$ then accept this change with probability $e^{-\frac{\Delta E}{T}}$
- 9 Continue this process with decreasing temperature till either ΔE remains near 0 for several iterations (i.e., the system has reached steady state, or T has reached near 0 (system has cooled)

End

نحوه انتخاب هر اسپین در هر تکرار بر اساس معادله زیر است [2,6]:

$$k = (1 + (n^{1-\tau} - 1) \cdot \text{rand}())^{\frac{1}{1-\tau}} \quad (16)$$

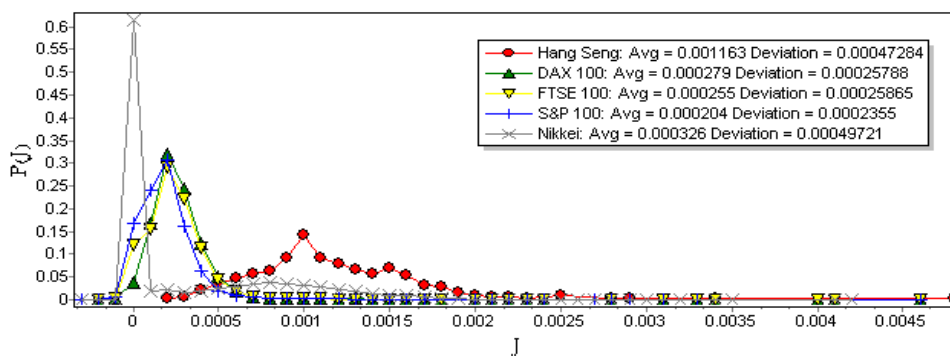
که k شماره اسپینی را برمی گرداند که مجموعه آنها به ترتیب کم‌انرژی به پیرانرژی مرتب شده‌اند. زمانی که مقدار $\tau = 0$ باشد الگوریتم همانند SA عمل می‌کند و هنگامیکه $\tau \rightarrow \infty$ می‌رود، الگوریتم همیشه کم‌انرژی‌ترین اسپین را انتخاب خواهد کرد. بنابراین می‌توان انتظار داشت که الگوریتم فوق دارای توزیع احتمال مقیاس آزاد، مساوی با $P_k \propto k^{-\tau}$ که $1 \leq k \leq n$ باشد [7].

۴-۵- پوشش محدودیت‌های مسئله

در مسئله انتخاب سبدسهم دو محدودیت (۷) و (۸) باعث شده است که ملاحظات در الگوریتم در نظر گرفته شود. برای پوشش محدودیت (۷)، هنگامی که مقدار هر اسپین به اندازه ε افزوده می‌شود ($x_i := x_i + \varepsilon$) برای اینکه مجموع مقادیر اسپین‌ها ثابت ۱ باشد از m همسایه اسپین، مقدار $\frac{\varepsilon}{m}$ کسر می‌گردد ($x_j := x_j - \frac{\varepsilon}{m}$). اگر مقدار $x_j \geq 1$ شود آنگاه مقدار $x_j := 1$ شده و مقدار اضافه آن از ε کسر می‌گردد. همچنین اگر برای هر همسایه $x_j - \frac{\varepsilon}{m} \leq 0$ شود آنگاه مقدار $x_j := 0$ شده و مقدار اختلاف به x_j اضافه می‌گردد. با توجه به دو مورد آخر همیشه محدودیت (۸) نیز برقرار خواهد بود.

۶- نتایج تجربی

برای بررسی صحت عملکرد الگوریتم فوق و توصیف دستاوردهای این پژوهش، کوشش شده است، جبهه بهینه (پرتو) حاصل از اجرای آن بر روی داده‌های مبنا رسم و با جبهه بهینه استاندارد مقایسه گردد. برای این منظور، آزمایش‌ها بر داده‌های مبنای اشاره شده در [29] پیاده‌سازی شده‌اند. فرمت داده‌های مبنا به صورت فایل متنی و مشابه ساختار زیر است: تعداد سهام، برای هر سهم i ($i=1..N$) میانگین مقدار بازگشت سرمایه در دوره‌های تعریف شده، انحراف معیار و ضریب همبستگی نسبت به سهام دیگر است. داده‌های فوق حاصل برداشت هفتگی ۵ بورس معتبر دنیا در فاصله مارچ ۱۹۹۲ تا سپتامبر ۱۹۹۷ می‌باشد. این ۵ بورس عبارتند از Hang Seng در هنگ‌کنگ (۳۱ سهم)، DAX 100 در آلمان (۸۵ سهم)، FSTE 100 در انگلیس (۸۹ سهم)، S&P 100 در آمریکا (۹۸ سهم) و Nikkei در ژاپن (۲۵۵ سهم). تابع توزیع احتمال مقدار کواریانس بین هر دو سهم (مقدار J) داده‌های مذکور محاسبه شده و نمودار در شکل (۳) آمده است.



شکل ۳- توزیع احتمال مقدار کواریانس (J) بین هر دو سهم در ۵ بورس معتبر دنیا از سال ۱۹۹۲ تا ۱۹۹۷

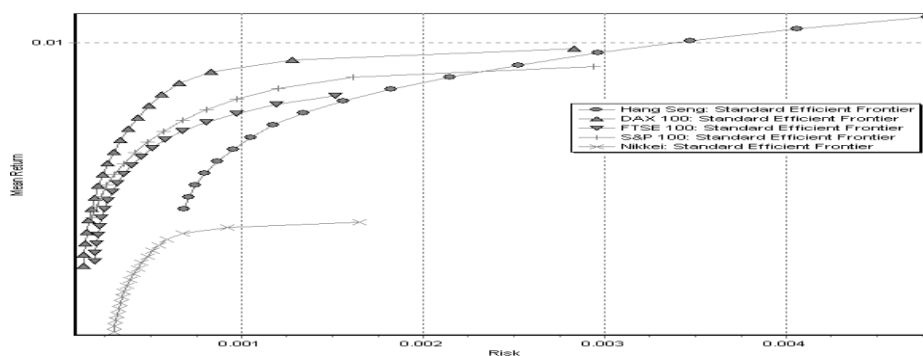
همان‌طور که مشاهده می‌گردد توزیع احتمال مقدار کواریانس داده‌های ۵ بورس ذکر شده تقریباً نرمال با میانگین و واریانس ذکر شده است. جبهه بهینه استاندارد هر یک از ۵ بورس فوق در مدت مذکور نیز دارای فرمت مقدار سود و میزان ریسک است که نمودار آن به صورت شکل (۴) می‌باشد.

آزمایش‌هایی که برای تحلیل و ارزیابی رفتار اسپین‌گلاس با الگوریتم پیشنهادی انجام شده‌اند عبارتند از: (۱) تحلیل همگرایی اسپین‌گلاس با الگوریتم مبتنی بر LA و EO و مقایسه با یکدیگر و مقایسه با SA.

(۲) رسم جبهه پرتو و مقایسه آن با جبهه بهینه استاندارد حاصل از داده‌های مینا

(۳) تست قابلیت اعتماد الگوریتم‌های پیشنهادی و مقایسه آن با روش SA

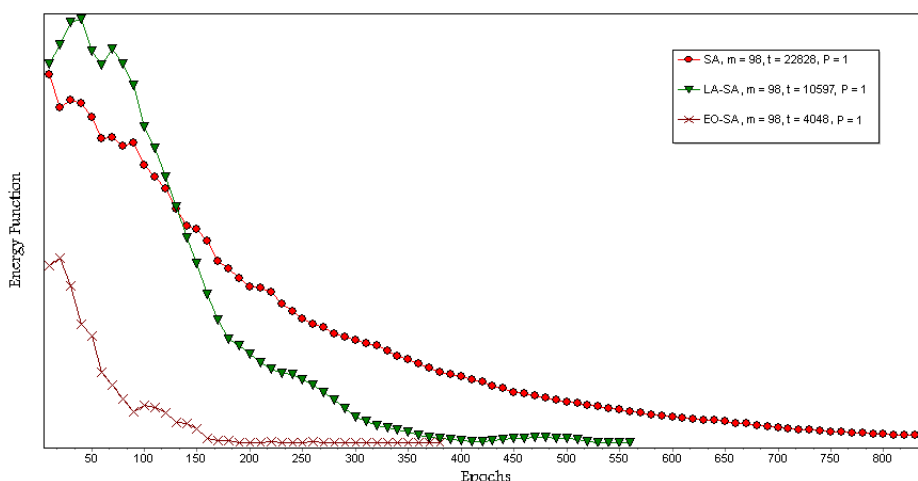
تمام آزمایش‌ها با زبان برنامه‌نویسی بولند نسخه ۶.۰ تهیه شده و با کامپیوتر پنتیوم 2.4GHz تحت سیستم عامل ویندوز XP اجرا شده‌اند. لازم به ذکر است، هر اسپین فلیپ معادل با یک بار اجرای الگوریتم پیشنهادی و هر تکرار^۴ (پک) معادل با ۵۰ فلیپ است.



شکل ۴- جبهه بهینه داده‌های مبنای ۵ بورس معتبر دنیا [32]

۶-۱- مقایسه SA، EO-SA و LA-SA

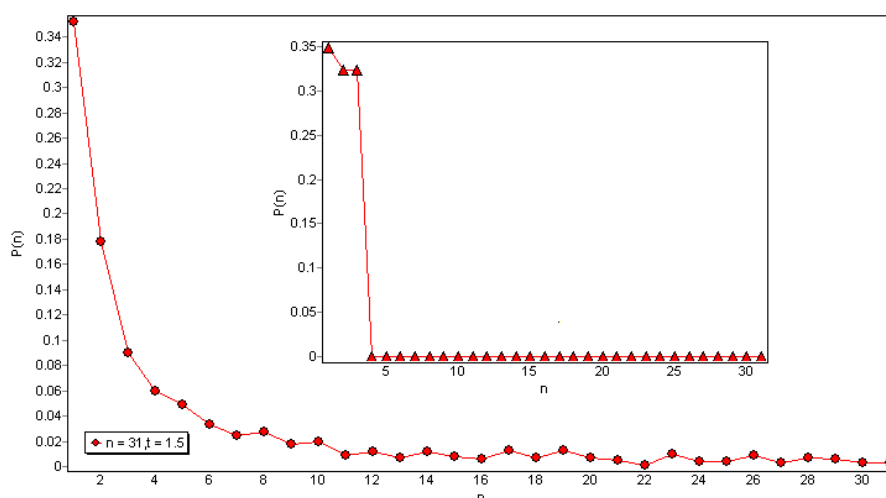
همان‌طور که در شکل (۵) مشاهده می‌گردد، حالت بهینه اسپین‌گلاس با استفاده از هر سه الگوریتم SA، EO-SA و LA-SA برای بورس اس‌وپ‌پی (S&P) یکی است. اما سرعت همگرایی متفاوتی دارند. بر اساس نتایجی که در تمام بورس‌های تحت بررسی دیده می‌شود علی‌رغم اینکه هر سه روش در شرایط یکسان، شروع به فعالیت کرده‌اند روش EO-SA خیلی زود به محدود پاسخ می‌رسد ولی برای رسیدن به پاسخ دقیق تلاش زیادی می‌کند. زیرا همبستگی بین اسپین‌ها باعث می‌شود تغییرات زیادی در گلاس ایجاد شود و محدوده پاسخ را با دقت بیشتری کاوش کنند. روش LA-SA دیرتر به محدوده پاسخ می‌رسد ولی سریع پاسخ را می‌یابد. زیرا ابتدا سعی می‌کند توزیع احتمال مناسبی را جهت یافتن اسپین‌های بهینه ایجاد کند سپس به سمت پاسخ بهینه می‌رود. روش SA نیز رفتار کاملاً تصادفی داشته و آرام و آهسته به سمت پاسخ حرکت می‌کند.



شکل ۵- مقایسه سرعت همگرایی الگوریتم‌های SA، EO-SA و LA-SA انتخاب بهینه سبدهای سهام برای بورس اس‌وپ‌پی

همان‌طور که در شکل (۵) مشاهده می‌گردد سرعت همگرایی در روش EO-SA بهتر از LA-SA و SA است. در جدول (۱) این سرعت همگرایی به همراه دقت همگرایی مقایسه شده‌اند. در جدول (۱)، سرعت همگرایی اتوماتا برای تعداد سهام کمتر از ۵۰ بهتر از بقیه است ولی برای بیش از این تعداد، سرعت همگرایی EO-SA بهتر است. برای مقایسه بین EO-SA و LA-SA، بایستی ملاحظات دیگری را نیز مدنظر قرار داد. به عنوان نمونه آزمایش نشان می‌دهد هرچند این دو روش با یکدیگر متفاوتند؛ ولی می‌توانند نتایج یکسانی در رفتار اسپین‌گلاس ایجاد کنند. این آزمایش که برای بورس هنگ‌سنگ انجام شده، نشان می‌دهد

در حالتی که برای EO-SA مقدار $\tau = 1.5$ انتخاب شود و برای روش LA-SA مقدار $a = b = 0.001$ انتخاب شود. رفتار اسپین گلاس در هر دو روش تقریباً یکسان و نتایج یکسانی تولید می‌کند. اگر به توزیع احتمال انتخاب اسپین‌ها در نمودار شکل (۶) توجه شود، هر دو از توزیع احتمال تقریباً یکسانی تبعیت می‌کنند این حالت زمانی اتفاق می‌افتد که اسپین گلاس حالت گذرا خود را طی کرده است. یعنی LA-SA باعث ایجاد توزیع احتمال انتخاب اسپین شده است و EO-SA نیز با مقدار τ مناسب حالت گذرای خود را طی کرده است.



شکل ۶- مقایسه توزیع احتمال انتخاب اسپین‌ها حاصل از دو روش EO-SA (نمودار بیرونی) و LA-SA (نمودار درونی) بعد از رسیدن به حالت بهینه برای بورس هنگ‌سنگ

آزمایش‌های دیگر نشان می‌دهد که در بهینه‌سازی اکسترمال τ بی وجود دارد که معادل با عملکرد اتوماتای یادگیر با مقدار پاداش و جریمه مشخص است. البته توجه شود که اتوماتای یادگیر، احتمال انتخاب بسیاری از اسپین‌ها را صفر کرده است (اسپین‌های بهتر را یافته است) و این یعنی اینکه بدها هیچ شانس انتخابی ندارند (شکل (۶) نمودار درونی). این موضوع برای مسائلی که تعداد بهینه‌های محلی زیادی در محدوده بهینه عمومی دارند معمولاً مشاهده می‌شود و باعث گیر افتادن اتوماتا در بهینه محلی می‌شود و نه تنها در این مسئله بلکه برای تمام مسائل دیگر که مبتنی بر اتوماتا هستند وجود دارد [4]. این موضوع نقطه شروع اختلاف بین اتوماتا و روش اکسترمال است زیرا در روش اکسترمال همیشه تمام اسپین‌ها دارای احتمال انتخاب هستند و هیچ‌گاه صفر نمی‌شوند. بنابراین برای حل این مسئله با استفاده از اسپین گلاس، دقت روش اکسترمال بیشتر از اتوماتای یادگیر است و نتایج آزمایش‌ها نشان دهنده این موضوع است.

جدول (۱)، مقایسه زمان و دقت رسیدن به پاسخ بهینه را در سه روش ذکر شده نشان می‌دهد. هرچند هر سه روش پاسخ بهینه را یافته‌اند و تقریباً دارای دقت مشابه‌ای می‌باشند اما بطور کلی در تمام آزمایش‌های انجام شده، روش EO-SA دارای سرعت همگرایی بهتری نسبت به دو روش دیگر است. البته استثنایی نیز در تعداد سهام کمتر از ۵۰ مشاهده می‌شود. به نظر می‌رسد به دلیل اینکه در بهینه‌سازی اکسترمال به ازاء هر تغییر اسپین، بایستی اسپین‌ها بر اساس فرمول (۱۴) مرتب شده، سپس با احتمال ذکر شده در فرمول (۱۶) انتخاب شوند و این موضوع نیاز به زمان دارد، زمان همگرایی برای تعداد کمتر از ۵۰ سهم بیشتر از روش LA-SA است. اما در بقیه بورس‌ها EO-SA از دو روش دیگر بهتر است؛ مثلاً در بورس نیکی، روش EO-SA بسیار بهتر از روش SA و LA-SA پاسخ داده است که هم دقیق‌تر و هم سریع‌تر است.

جدول ۱- مقایسه سه الگوریتم SA، LA-SA و EO-SA از حیث دقت و سرعت همگرایی. زمان همگرایی (میلی ثانیه)، کمترین مقدار تابع هزینه (کمترین انرژی) و اختلاف مقدار واقعی و محاسبه شده تابع هزینه (دقت همگرایی)، به صورت متوسط و برای ۱۰۰ بار اجرای الگوریتم برای هر بورس محاسبه شده است

بورس	EO-SA			LA-SA			SA		
	دقت همگرایی	کمترین انرژی	زمان همگرایی	دقت همگرایی	کمترین انرژی	زمان همگرایی	دقت همگرایی	کمترین انرژی	زمان همگرایی
Hang Seng	2.6×10^{-7}	-0.00337	1153	2.6×10^{-6}	-0.00337	833	7.2×10^{-6}	-0.00336	2140
DAX	1.1×10^{-7}	-0.00412	4091	8.8×10^{-5}	-0.00411	6064	2.6×10^{-6}	-0.00412	19111
FSTE	2.0×10^{-6}	-0.00335	6169	2.0×10^{-6}	-0.00335	7741	2.0×10^{-6}	-0.00335	25040
S&P	1.01×10^{-6}	-0.00363	4048	1.0×10^{-6}	-0.00363	10597	8.76×10^{-6}	-0.00363	22828
Nikkei	2.76×10^{-5}	-0.00142	82103	6.43×10^{-4}	-0.00139	109761	8.77×10^{-5}	-0.00142	214045

۷- تست قابلیت اعتماد^{۱۵}

در [3]، تست قابلیت اعتماد یکی از روش‌های تست الگوریتم‌های هیورستیک معرفی شده است. در این تست، الگوریتم به تعداد n بار بطور مستقل و با داده‌های یکسان اجرا می‌شود، نتایج حاصل بایستی یکسان یا لاقلاً دارای توزیع با واریانس بسیار کوچک باشند. بدین منظور تست قابلیت اعتماد سه الگوریتم برای بورس‌های هنگ‌سنگ و اس‌وی پی انجام شده و نتایج در قالب نمودار فراوانی شکل (۹) نمایش داده شده است. به این ترتیب که کمترین مقدار انرژی اسپین‌گلاس (E_{gs}) در هر مرحله از اجرا شمارش شده و احتمال رسیدن به آن نمایش داده شده است. همچنین مقدار عددی واریانس نیز در جدول (۱) نمایش داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌گردد، توزیع احتمال کمترین مقدار انرژی ($P(E_{gs})$) با ۱۰۰ بار اجرای الگوریتم‌ها دارای واریانس بسیار کوچکی نسبت به میزان انرژی بین اسپین‌ها (مقدار J ، شکل (۳)) است. بنابراین مقدار انرژی اسپین‌گلاس در هر تکرار در محدوده بهترین پاسخ قرار می‌گیرد و جواب بهینه حاصل

می‌شود. این موضوع نشان می‌دهد، هرچند حرکت به سمت پاسخ بهینه در الگوریتم‌های فوق، تصادفی است اما پاسخ بهینه، تقریباً قطعی است.

۸- جبهه بهینه (پرتو)

در شکل (۱۰)، مسیر حرکت به سمت جبهه پرتو حاصل از اجرای الگوریتم EO-SA مشاهده می‌گردد (برای LA-SA هم تقریباً شبیه همین نتایج حاصل شده است) و برای ۵ بورس ذکر شده صحت کاهش انرژی و عدم فرار گرفتن در بهینه محلی را نشان می‌دهد. جبهه بهینه (پرتو) حاصل برای مقدار λ های متفاوت رسم شده است. برای اینکه جبهه پرتو دقیقاً مشخص شود، برای هر بورس مقدار λ در رنج ۰,۰۵ تا ۰,۹۵ با اختلاف ۰,۰۵ در نظر گرفته شده است. به ازاء هر مقدار λ ، حالت بهینه اسپین گلاس پیدا شده و مقدار ریسک و میزان بازگشت سرمایه آن نقطه‌گذاری شده است. با مقایسه جبهه پرتو حاصل و مینا، صحت الگوریتم پیشنهادی در یافتن جواب بهینه با λ های متفاوت قابل مشاهده است. از آنجا که سطح تمام جبهه بهینه پوشانده شده است می‌توان نتیجه گرفت که روش ارائه شده برای تمام مقادیر λ پاسخ دارد.

۹- تحلیل تغییر فاز مسئله انتخاب بهینه سیدسهم

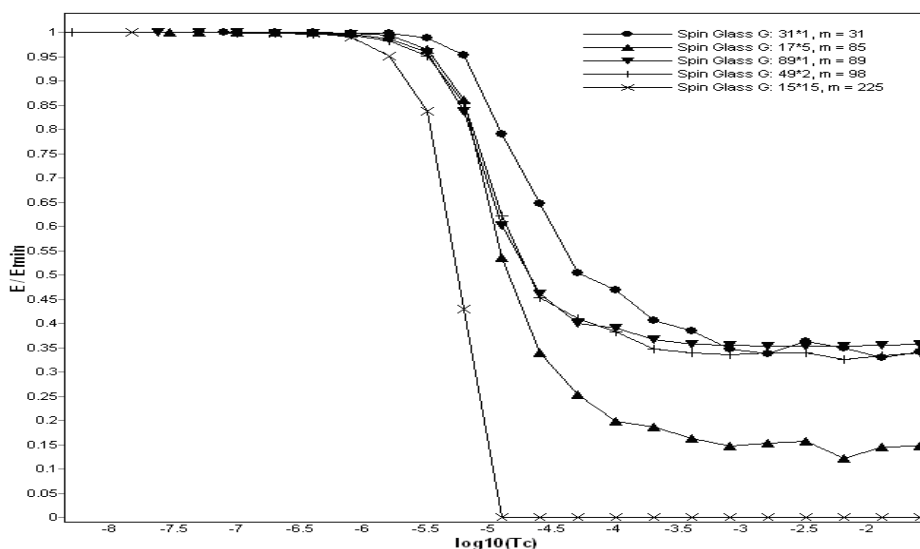
در ذیل آزمایش دیگری انجام شده است که نشان می‌دهد سرعت همگرایی EO-SA از SA و LA-SA بیشتر است. این آزمایش ضمن محاسبه دمای تغییر فاز شبکه اسپینی نشان می‌دهد که الگوریتم EO-SA در دمای بالاتری نسبت به SA به پاسخ می‌رسد و این به مفهوم همگرایی سریعتر است.

دمای تغییر فاز در شبکه‌های اسپینی، دمایی است که وضعیت شبکه به یکباره از یک حالت ایستاء (حالت بهینه) تغییر کرده و به حالت دیگری تبدیل می‌شود [4]. به زبانی دیگر احتمال یافتن پاسخ در این دما به مقدار زیادی کاهش یافته و پاسخ شبکه غیرمعتبر می‌شود. شکل (۷)، دمای تغییر فاز شبکه اسپینی مسئله مذکور را در حل مسئله انتخاب بهینه سید سهم (با روش SA نشان می‌دهد) نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود تا قبل از این دما، احتمال رسیدن به پاسخ $(\frac{E}{E_{min}})$ ، برابر ۱ است. E مقدار انرژی شبکه

و E_{min} کمترین مقدار تابع هدف است) انتظار می‌رود همان‌طور که دما افزایش می‌یابد انرژی شبکه نیز تغییر کند و احتمال رسیدن به پاسخ، آهسته آهسته کاهش یابد ولی این اتفاق نمی‌افتد و به یکباره در دمای تغییر فاز، احتمال رسیدن به پاسخ بهینه به میزان قابل توجهی کاهش می‌یابد. همانطور که مشاهده می‌گردد این دما برای ۵ بورس مذکور حدود $1.5 * 10^{-5}$ است. در این دما، دیگر وضعیت سیستم دارای قطعیت نیست و پاسخ مسئله غیرمعتبر است.

اگر مسئله مجدداً با استفاده از الگوریتم EO-SA حل شود نتایج نشان می‌دهد که تغییر فاز در هر ۵ بورس اتفاق می‌افتد ولی دمای تغییر فاز بیشتر است و زودتر به محدوده پاسخ قابل اعتماد رسیده است.

(شکل ۸)



شکل ۷- شرایط تغییر فاز الگوریتم SA، دمای تغییر فاز 1.5×10^{-5} است.

۱۰- نتیجه‌گیری و بحث

در این مقاله کوشش شد روشی جدید برای یافتن حالت بهینه اسپین گلاس، مبتنی بر اتوماتای یادگیر و همچنین مبتنی بر بهینه‌سازی اکسترمال، برای حل مسئله انتخاب بهینه سیدسهام ارائه شود. روش SA که مبتنی بر تبرید تدریجی است قبلاً در مقالات [6,14,21] بررسی شده‌است این روش از حیث سرعت همگرایی، کند محسوب می‌شود که برای بهینه‌سازی آن، دو روش در این مقاله پیشنهاد شد.

در روش اول L-A-SA، مبتنی بر اتوماتای یادگیر ارائه شد که در هر مرحله بهترین اسپین را انتخاب کرده و در صورت خوب بودن، شانس انتخاب آنرا برای مرحله بعد بیشتر می‌کند. این روال تا آنجا ادامه می‌یابد که بعد از مدتی توزیع احتمالی در انتخاب اسپین‌ها حاصل می‌گردد که تقریباً دارای توزیع احتمال مقیاس آزاد فرمول (۱۶) است. این توزیع احتمال بعد از شکل‌گیری سرعت همگرایی را به مقدار زیادی افزایش می‌دهد. بنابراین انتظار می‌رود که سرعت همگرایی این روش نسبت به روش SA بیشتر باشد که نتایج آزمایش‌ها گواه این مطلب است. نکته حائز اهمیت اینست که در توزیع احتمال تولید شده انتخاب اسپین‌های با برازندگی کم صفر می‌شود یعنی شانس هیچ انتخابی وجود ندارد و این موضوع احتمال گیر افتادن در بهینه محلی را زیاد می‌کند که از موانع استفاده از اتوماتای یادگیر است.

روش دوم EO-SA، مبتنی بر انتخاب کم‌انرژی‌ترین اسپین‌ها با احتمال بیشتر است. از آنجا که تغییر هر اسپین بر اسپین‌های همسایه تاثیر می‌گذارد بنابراین آنها نیز تغییر می‌کنند. اگر مجموع این تغییرات در راستای کاهش انرژی گلاس باشد بعد از مدتی تعداد زیادی از اسپین‌ها دارای برازندگی بهتری خواهند بود و همبستگی بین اسپین‌ها افزایش می‌یابد و فرایندی حادث می‌گردد که تغییر در مقدار هر اسپین، منجر به

تغییر در مقدار تعداد زیادی از اسپین‌ها می‌شود و بهتر از بهینه‌های محلی فرار می‌کند. این موضوع سرعت همگرایی را به مقدار زیادی افزایش می‌دهد. نتایج آزمایش‌ها برتری مطلق EO-SA را نسبت به SA نشان می‌دهد ولی این روش برای تعداد گلاس‌های بیش از ۵۰ اسپین برتری خود را نسبت به LA-SA نشان داده است. بنابراین مسائلی که تعداد متغیرهای آن محدود (حدود ۵۰ متغیر) است بهتر است از LA برای بهینه‌سازی استفاده شود و در غیر این صورت EO پیشنهاد می‌گردد.

نتایج نشان می‌دهد که دو روش اخیر هر چند شبیه هم نیستند ولی ساختار اسپین گلاس را به شکلی تغییر می‌دهند که از مقطعی به بعد رفتار مشابه‌ای را در اسپین گلاس به وجود می‌آورند و به پاسخ مشابه می‌رسند. بنابراین می‌توان این فرضیه را دنبال کرد که برای سیستم‌هایی که امکان یادگیری وجود ندارد بهینه‌سازی اکستریمال روش خوبی برای افزایش سرعت همگرایی است و برای سیستم‌هایی که امکان یادگیری وجود دارد از اتوماتای یادگیر استفاده کرد.

برای اطمینان از عملکرد قطعی الگوریتم پیشنهادی، تست قابلیت اعتماد انجام شده و با روش تبرید تدریجی مقایسه شده است همچنین جبهه بهینه حاصل رسم شده است و با جبهه بهینه استاندارد داده‌های مبنا مقایسه شده است نتایج آزمایش‌های فوق صحت الگوریتم و همچنین برتری آنرا از حیث سرعت در حین حفظ دقت نشان می‌دهد.

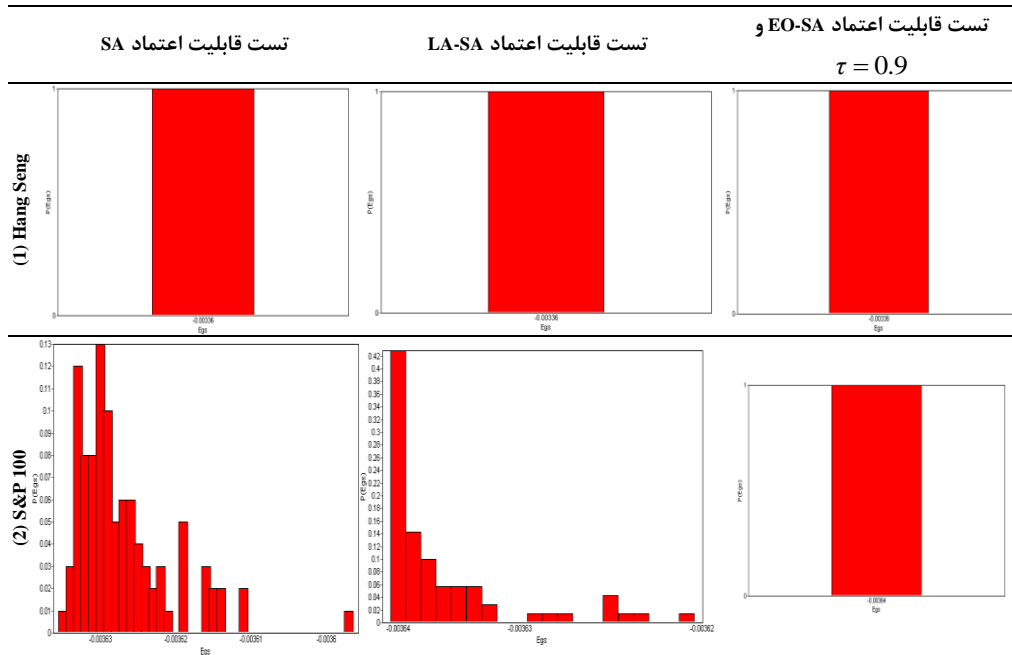
فهرست منابع

- * E. Bolthausen, A. Bovier, "Spin Glasses," Springer-Verlag Berlin Heidelberg, (2007).
- * S. Boettcher, A.G. Percus, "Extremal optimization: An Evolutionary Local search algorithm", arXiv:cs/0209030v1 [cs.NE] 26 Sep 2002.
- * A.K. Hartmann, H. Rieger, "New Optimization Algorithms in Physics" Wiley-VCH Verlag Co, (2004).
- * K.S. Narendra, M.A.L. Thathachar, "Learning Automata: An Introduction", Prentice Hall, (1989).
- * M. Vafaei Jahan, M.R. Akbarzadeh Totonchi, "Hybrid local search algorithm via evolutionary avalanches for spin glass based portfolio selection," Egyptian Informatics Journal, Vol. 13, Issue 2, pp:65-73, (2012).
- * M. Vafaei Jahan, M.R. Akbarzadeh Totonchi, "Composing Local and Global Behavior: Higher Performance of Spin Glass Based Portfolio Selection," Journal of Computational Science, Vol 3, Issue 4, pp:238-245, (2012).
- * A. K. Hartmann, H. Rieger, "Optimization Algorithms in Physics," Wiley-VCH Verlag Co, (2002).
- * A. K. Hartmann, M. Weigt, "Phase Transitions in Combinatorial Optimization Problems, Basics, Algorithms and Statistical Mechanics," Wiley-VCH Verlag Co, (2005).
- * H. Nishimori, "Statistical Physics of Spin Glasses and Information Processing: An Introduction," Clarendon press oxford, (2001).
- * H. Nishimori, "Spin glasses and information", Physica A 384, 94-99 (2007).
- * T. Horiguchi, H. Takahashi, K. Hayashi, C. Yamaguchi, "Ising Model for Packet Routing Control," Journal of Physics Letters A 330, 192-197, (2004).
- * A. Gabor, I. Kondor, "Portfolio with Nonlinear Constraints and Spin Glasses," Physica A 274, 222-228, (1999).

- * A. Fernandez, S. Gomez, "Portfolio Selection Using Neural Networks," *Computers & Operations Research* 34, 1177-1191 (2007).
- * M.Vafaei Jahan, M.R. Akbarzadeh Totonchi, "From Local Search to Global Conclusions: Migrating Spin Glass-based Distributed Portfolio Selection", *Journal of IEEE Transaction on Evolutionary Computation*, No. 14, Issue 4, pp:591-601, (2010).
- * Bar-Yam, Yaneer, "Dynamics of Complex Systems," Addison Wesley Longman, Inc, (1997).
- * P. Sarkar, "A Brief History of Cellular Automata", *ACM Computing Surveys*, Vol. 32, No. 1, March (2000).
- * H. Markowitz, "Portfolio selection," *Journal of Finance* No 7:77-91, (1952).
- * J.E. Beasley, "Heuristic Algorithms for the Unconstrained Binary Quadratic Programming Problem," at <http://mscmga.ms.ic.ac.uk/jeb/jeb.html> (1998).
- * A.V. Lotov, "Approximation and Visualization of Pareto Frontier in the Framework of Classical Approach to Multi-Objective Optimization," *Dagstuhl Seminar Proceedings 04461, Practical Approaches to Multi-Objective Optimization*, (2005).
- * H. Tanaka, P. Guo, I.B. Turksen, "Portfolio Selection Based on Fuzzy Probabilities and Possibility Distributions," *Fuzzy sets and Systems* 111, 387-397 (2000).
- * Y. Crama, M. Schyns, "Simulated Annealing for Complex Portfolio Selection Problems," *European Journal of Operational Research* 150, 546-571, (2003).
- * C.C. Lin, Y. Liu, "Genetic algorithms for portfolio selection problems with minimum transaction lots," *European Journal of Operational Research* (2007).
- * W. Chen, R.T. Zhang, W.G. Zhang, "Management of Stochastic Portfolio Using Improved Genetic Algorithm," *IEEE Proceedings of the 6th world Congress on Intelligent Control and Automation*, June 21 - 23, 2006, Dalian, China.
- * S. Pafka, I. Kondor, "Estimated Correlation Matrices and Portfolio Optimization," *Physica A* 343 (2004) 623 – 634.
- * G. Yin, X.Y. Zhou "Markowitz's Mean-Variance Portfolio Selection With Regime Switching: From Discrete-Time Models to Their Continuous-Time Limits," *IEEE Transactions on automatic control*, Vol. 49, NO. 3, March (2004).
- * W. Chen, R.T. Zhang, Y.M. Cai, F.S. XU2, "Particle Swarm Optimization for Constraint Portfolio Selection Problems," *IEEE Proceedings of the Fifth International Conference on Machine Learning and Cybernetics*, Dalian, 13-16 August (2006).
- * L. Diosan, "A Multi-Objective Evolutionary Approach to The Portfolio Optimization Problem," *IEEE Proceedings of the 2005 International Conference on Computational Intelligence for Modeling, Control and Automation*, (2005).
- * [28] L. Ingber, "Simulated annealing: Practice versus theory," *Mathematical Computer Modeling*, Vol. 18, No. 11, Dec (1993).
- * Portfolio selection benchmark data at ["http://people.brunel.ac.uk/~mastjjb/jeb/orlib/portinfo.html"](http://people.brunel.ac.uk/~mastjjb/jeb/orlib/portinfo.html)
- * S. Kirkpatrick, R.H. Swendsen, "Statistical Mechanics and Disordered Systems," *Journal of Communications of the ACM*, Vol. 28, No 4, April (1985).
- * C.A. Coello Coello, "An Updated Survey of GA-Based Multiobjective Optimization Techniques," *ACM Computing surveys*, Vol. 32, No. 2, June (2000).
- * M. Farschian, M. Vafaei Jahan, "Stock Market Prediction with Hidden Markov Model," *2016 International Congress on Technology, Communication and Knowledge (ICTCK)*, Mashhad, Iran, (2016). DOI: [10.1109/ICTCK.2015.7582714](https://doi.org/10.1109/ICTCK.2015.7582714).
- * Z. Sadrneghad, M. Vafaei Jahan, "Stock Market Prediction based on Iterative Patterns," *The second IEEE International Congress on Technology, Communication and Knowledge (ICTCK 2015) Mashhad Branch*, Islamic Azad University, Mashhad, Iran

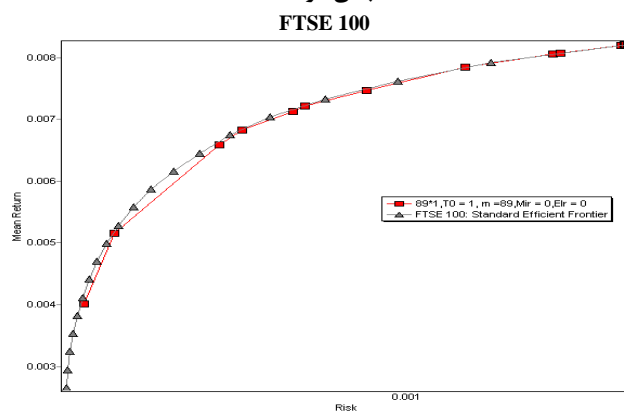
پیوست‌ها

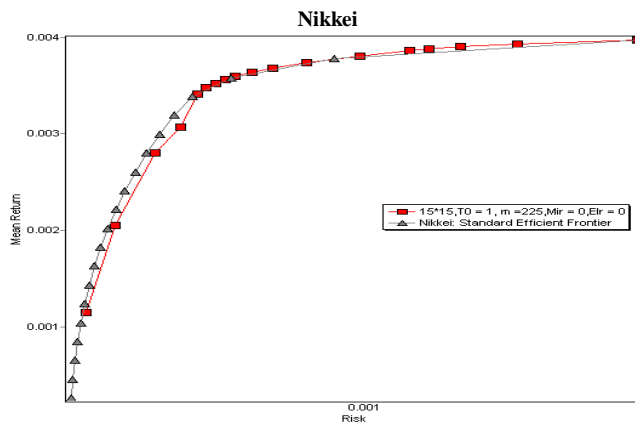
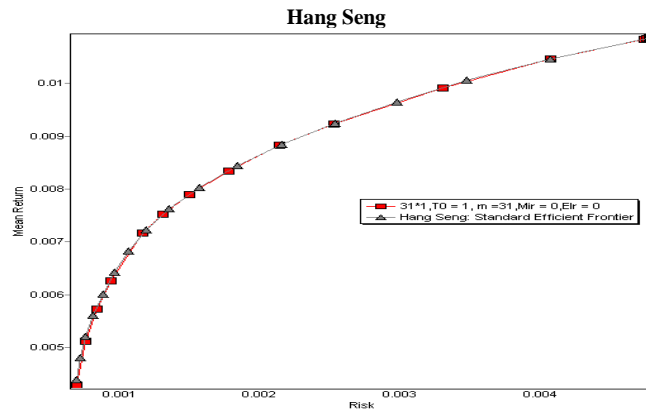
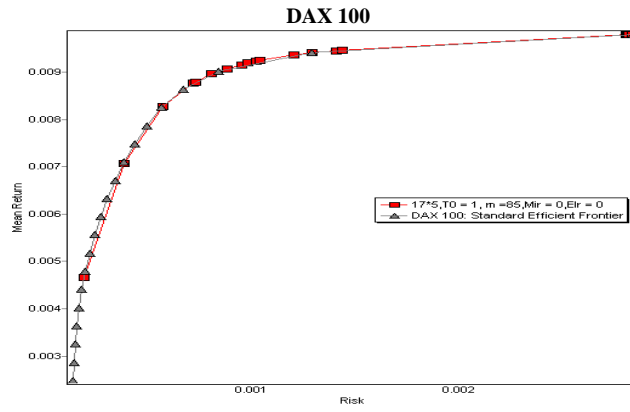
شکل ۹: تست قابلیت اعتماد اجرای سه الگوریتم با داده‌های مبنا ذکر شده در [29].

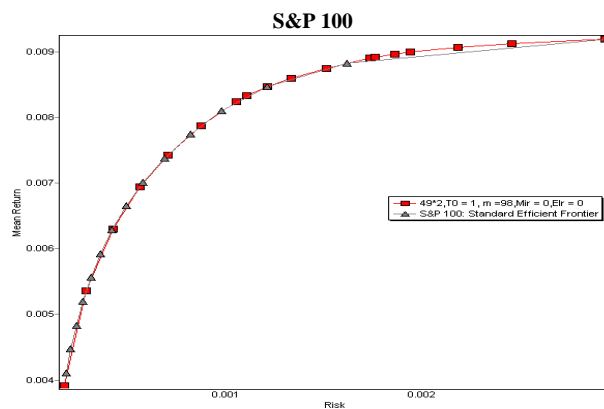


شکل ۱۰: جبهه بهینه حاصل از اجرای سه الگوریتم در مقابل جبهه بهینه استاندارد حاصل از داده‌های

مبنای در [29]







یادداشت‌ها

1. Extremal Optimization
2. Learning Automata
3. Simulated Annealing
4. Maximum Flow
5. Matching
6. Long Range Spin Glass
7. Cellular Automata
8. Weighted Sum Approach
9. MultiModal
10. Frontier
11. Spin Flip
12. Self-Organize criticality
13. Scale Free Distribution
14. Epoch
15. Reliability Test