مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار
شماره بیست و یکم / زمستان ۱۳۹۳

ارائه مدل برنامه ریزی خطی بر مبنای تئوری تصمیم گیری فازی برای انتخاب پرتفوی

زهرا امیرحسینی[۱]
معصومه قبادی[۲]

تاریخ دریافت: ۹۲/۰/۰۰ تاریخ پذیرش: ۹۲/۰/۰۰

چکیده

مدل میانگین – واریانس مارکویتز در انتخاب پرتفوی از دهه ۱۹۵۰ یکی از شناخته‌ترین مدل‌ها در مسائل مالی می‌باشد که تاکنون شاهد تحولات چشمگیری بوده است. نظریه پردازان مالی تلاش بسیاری در کاربردی‌تر کردن مدل های انتخاب پرتفوی داشته‌اند که باعث گردیده آنها را به سوی مدل‌های نوینی سوق دهد. در مقاله حاضر انتخاب پرتفوی به ترتیب در دو حالت مبهم[۳] و غیرمبهم[۴] مورد مطالعه قرار گرفته، مدل و الگوریتم‌های مرتبط با آنها ارائه می‌گردد و روش موثری برای تبدیل یک مسئله بهینه باتابع هدف غیرخطی یا محدودیت غیرخطی به یک مسئله خطی ارائه شده است که دشواری محاسبات را به مقدار زیادی کاهش می‌دهد. در هر دو مدل، ریسک به جای کوواریانس، به صورت مجموع قدرمطلق انحراف دارایی های ریسک‌دار و بازده به صورت بازده مورد انتظار منهای هزینه معاملاتی در نظر گرفته می شوند بگونه ای که هزینه معامله به عنوان تابع v شکل ناشی از تفاضل بین پرتفوی فعلی و پرتفوی جدید است. همچنین اثر ذهنی سرمایه‌گذار در مدل تصمیم‌گیری فازی منعکس می‌گردد. به منظور مقایسه دو مدل، ۱۳ شرکت از ۵۰ شرکت برتر پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران که بین سالهای ۱۳۸۲ تا ۱۳۹۱ فعالیت داشته‌اند به عنوان نمونه آماری این پژوهش انتخاب گردیده است. برای دستیابی به پرتفوی های مدل از نرم افزار DEA SOLVER استفاده شد. پس از مشخص شدن پرتفوی و محاسبه بازدهی و ریسک هر کدام از مدل ها، فرضیه پژوهش با استفاده از نرم افزار SPSS مورد آزمون قرار گرفت. نتایج تحقیق حاکی از آن است که بین دو مدل ارائه شده، مدل پیشنهادی انتخاب پرتفوی براساس تئوری تصمیم‌گیری فازی می‌تواند راهبردی مطلوب برای پرتفوی برطبق درجه رضایت سرمایه‌گذار ایجاد نماید.

واژه‌های کلیدی: انتخاب پرتفوی؛ مجموعه‌های فازی؛ هزینه معامله؛ برنامه‌ریزی خطی؛ بهینه‌سازی.

۱- استادیار گروه مدیریت ، واحد شهرقدس ،دانشگاه آزاد اسلامی– تهران –ایران z.amirhosseini@shahryariau.ac.ir
۲- دانشجوی D.B.A انجمن مهندسی مالی ایران

۱- مقدمه

تشکیل پرتفوی بهینه از جمله مهمترین و حیاتی ترین تصمیمات افراد حقیقی و حقوقی سرمایه گذار در بورس اوراق بهادار تهران می باشدکه در گذشته و حال یکی از مسائل مهم مورد بحث بوده و با پژوهش هایی که در این زمینه صورت گرفته، الگوهایی برای تعیین پرتفوی ارائه شده که به مرور زمان ایرادات هرکدام مشخص و الگوی دیگری جایگزین آن گردیده است. از طرفی نوسان بورس غیرقابل پیش بینی است و ماهیتی تصادفی دارد. دسترسی به پرتفوی مناسب بدون برنامه ریزی و ارزیابی گزینه های سرمایه گذاری، کار دشواری خواهد بود. پرتفوی باید دربرگیرنده آن چیزی باشد که سرمایه گذار به عنوان یک توازن قابل قبول بین ریسک و پاداش می پذیرد. مدل میانگین- واریانس مارکویتز در انتخاب پرتفوی، یکی از شناخته شده ترین مدل ها در بحث مالی بوده و به اتفاق آراء به عنوان بخش مهمی در ایجاد تئوری مدرن پرتفوی شناخته شده است. این مدل نشان می دهد که سرمایه گذاران ریسک گریز چگونه می توانند دارایی های پرتفوی بهینه را به طریقی سازماندهی کنند که جایگزینی بین بازده های مورد انتظار و ریسک بازار مد نظر قرار گیرد. معهذا، مدل مارکویتز از نقطه نظر تجربی بسیار ابتدایی است و بسیاری از محدودیت هایی که سرمایه گذاران دنیای واقعی با آن روبرو هستند را نادیده می گیرد ازجمله؛ محدودیت های معامله، اندازه پرتفوی، هزینه های معامله و غیره راهبردهای سرمایه گذاری قبل از اینکه در هزینه های معامله و موارد مالیاتی لحاظ شوند، ممکن است از نظر تئوریکی بسیار سودمند باشند، اما وقتی آخرین محدودیت ها اعمال گردد، اوضاع می تواند بدتر (مانند یک پرتفوی ناکارآمد) وبه طریقی کاملاً متفاوت باشد. هرگونه انتخاب پرتفوی سرمایه گذاری واقع گرایانه ای باید هزینه های معامله را همراه با سایر محدودیت های عملیاتی پوشش دهد. لذا در این مقاله مدلی را ارائه می دهیم که نخست هزینه معامله را برای پرهیز از پرتفوی ناکارآمد، دوم، استفاده از انحراف مطلق به جای واریانس جهت محاسبه ریسک و در نهایت تنظیم برنامه ریزی غیرخطی به برنامه ریزی خطی در آن لحاظ شود.

۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

موضوع انتخاب پرتفوی به طور مستمر مورد توجه پژوهشگران می باشد. به علت دشواری در محاسبه کوواریانس، ایده مارکویتز در روش میانگین- واریانس توسط بسیاری از محققین نظیر شارپ[۱]، موسین[۲] و لینتنر [۳]مورد استفاده قرار گرفت. سپس، تئوری مدرن پرتفوی، تئوری قیمت گذاری دارایی سرمایه ایی[۴] مطرح گردید، که در آن زمان دارایی بدون ریسک در پرتفوی اضافه شد و پس از آن به تئوری قیمت گذاری آربیتراژ که محاسبات آن بسیار کاهش یافته بود، مرتبط می شد. کونو و یامازاکی، انحراف مطلق میانگین-واریانس را از زاویه دیگر به عنوان تابع ریسک جهت تنزیل مدل و نتیجه موثر حاصله مطرح کردند. پس از آن به دلیل ساده بودن مدلهای مطرح شده و عدم لحاظ نمودن محدودیتهای دنیای واقعی علی الخصوص هزینه معاملاتی، الگوهای جدیدی مورد بررسی قرار گرفت. یکی از عناوین برجسته تحقیقاتی در این زمینه، استفاده از تئوری مجموعه فازی است. تئوری مجموعه فازی عبارت است از ابزاری توانمند که

برای تشریح یک محیط متغیر با ابهام، گنگی یا سایر انواع عدم اطمینان بکار می رود که در بسیاری از زوایای بازارهای مالی ظهور می یابد. تاناکا و همکاران (۲۰۰۰)، در مقاله ای باعنوان انتخاب پرتفوی بر اساس احتمالات فازی و توزیعات احتمالی، به جای توزیعات احتمال متعارف در مدل مارکویتز، به ترتیب دو نوع از مدل های انتخاب پرتفوی بر اساس احتمالات فازی و توزیعات احتمال را بررسی کردند. آنها دریافتند که احتمالات فازی و توزیعات احتمال بر اساس درجات احتمال داده های اوراق ارائه شده توسط متخصصین بدست می آید و منعکس کننده دانش متخصصین سرمایه گذاری خواهد بود. تاناکا و همکاران (۱۹۸۹)، در پژوهشی با عنوان تحلیل رگرسیون خطی مبنی بر علم احتمالات برای داده های فازی، بیان می دارد که داده های فازی ارائه شده توسط دانش متخصص را میتوان به عنوان یک توزیع احتمال درنظرگرفت که سامانه های خطی مبتنی بر علم احتمالات از طریق آن تعریف می شوند. در این پژوهش، سه مدل تحلیل رگرسیون خطی مبتنی بر علم احتمالات برای بررسی داده های فازی ارائه می شود که می تواند به مسائل برنامه ریزی خطی تنزل یابد، مزیت این مدل ها، توانایی در بدست آوردن آسان پارامترهای فازی در مدل های خطی مبتنی بر احتمالات و اضافه کردن شرایط، محدودیت دیگری است که ممکن است ناشی از دانش متخصص درباره پارامترهای فازی باشد. این روش را می توان به عنوان تحلیل فاصله فازی در یک محیط فازی به شمار آورد. تاناکا و همکاران (۱۹۹۵)، در مقاله دیگری تحت عنوان تحلیل رگرسیون احتمال نمایی، به دنبال کاربرد تئوری احتمال مبتنی بر توزیعات نمایی در تحلیل رگرسیون بوده اند که برای پدیده های ناهنجار ناشی از سامانه های اجتماعی و اقتصادی مناسب است. نتیجه نشان داده است که پراکندگی داده های معین می تواند از طریق روش پیشنهادی مستقیماً به توزیع احتمال نمایی ضرایب در مدل رگرسیون منتقل گردد. میوشیموتو اِی (۱۹۹۶)، در مقاله ای با عنوان روش میانگین-واریانس برای بهینه سازی پرتفوی تحت هزینه های معامله، بیان می دارد که هزینه های معاملات، منشاء نگرانی های مدیران پرتفوی می باشند. به علت غیرخطی بودن تابع هزینه، تکنیک راه حل برنامه ریزی درجه دوم عادی را نمی توان بکار برد. در این مقاله سامانه بهینه سازی پرتفوی به نام سامانه پرتفوی بهمراه هزینه های معامله پیشنهاد می شود. تحلیل تجربی نشان می دهد که نادیده گرفتن هزینه های معاملاتی منجر به پرتفوی های ناکارا می گردد. هم چنین نشان داده می شود که از نظر آماری، هیچ تفاوت معناداری در عملکرد پرتفوی با روش های گوناگون در راستای تخمین بازده مورد انتظار اوراق در زمان منظور کردن هزینه های معامله در بازده پرتفوی، وجود ندارد. چانگ و همکاران(۲۰۰۸)، در تحقیقی به اندازه گیری کارآیی بانکها با استفاده از تحلیل پوششی داده ها پرداختند. در این پژوهش محققان کارآیی عملیاتی و نقاط معامله ای پرتفوی بهینه برای بانکها و توازن ریسک و بازده را مطالعه کردند. آنها مدل تحلیل پوششی داده ها را برای اندازه گیری کارآیی عملیاتی به کار بردند. لی جی[۵] و ژو جی[۶] (۲۰۰۷) یک الگوی جدید انتخاب پرتفوی در یک محیط عدم اطمینان را ارائه کردند. در این مقاله، فرض بر این است که بازده های هر یک از اوراق عبارت است از متغیرهای تصادفی فازی، با پیروی از الگوی میانگین واریانس ، یک الگوی جدید انتخاب پرتفوی در یک محیط عدم اطمینان پیشنهاد می شود. بر اساس نتایج بدست آمده، می توان نتیجه گرفت که الگوی

پیشنهادی می تواند نتایج منعطف تری را ارائه دهد. ورچر ای [۷]و همکاران (۲۰۰۷) در مقاله ای با عنوان بهینه سازی پرتفوی فازی تحت معیارهای ریسک رو به پایین، به ارائه دو الگوی انتخاب پرتفوی فازی می پردازد که در آن هدف عبارت است از به حداقل رساندن ریسک رو به پایینی که تحت اضطرار یک بازده مورد انتظار معلوم قرار دارد. در نهایت، مسئله انتخاب پرتفوی را مانند یک برنامه خطی در زمانی که بازده های دارایی ها، ذوزنقه ای شکل هستند، فرمولبندی می کنیم. بیلبائو تی إی[۸]و همکاران (۲۰۰۶)؛ در مقاله ای با عنوان برنامه ریزی تعدیلی فازی در انتخاب پرتفوی، به حل یک مسئله انتخاب پرتفوی با استفاده از الگوی تک شاخص شارپ می پردازد. خصوصیت اصلی این الگو، حساسیت آن نسبت به دیدگاه تحلیلگر و نیز اولویت های تصمیم گیرنده است. پاراام إی [۹]و همکاران؛ (۲۰۰۱) در مقاله ای با عنوان یک روش برنامه ریزی هدف فازی برای انتخاب پرتفوی، بیان می دارد که انتخاب پرتفوی عبارت است از یک مسئله معمولی چندمنظوره. تلاش این مقاله بر بررسی پرتفوی بهینه برای یک سرمایه گذاری خصوصی استوار بود که سه معیار بازده، ریسک و نقدینگی را مد نظر قرار می دهد.

نجفی و منصوری (۱۳۹۲)، در تحقیقی با عنوان مسئله انتخاب سبد سهام با رویکرد بنیادین و حذف همبستگی بین شاخصهای ارزیابی به ارائه رویکردی مناسب در مواجه با مسئله انتخاب پرتفوی پرداختند. در این پژوهش از داده های ۲۰۲ شرکت فعال در بورس اوراق بهادار تهران در فاصله زمانی ۱۳۸۸ -۱۳۸۹ استفاده گردیده و با استفاده از مقایسات زوجی شرکتهای مغلوب حذف و همبستگی بین نسبتهای مالی به عنوان شاخصهای ارزیابی مورد بررسی قرار گرفت و در نهایت با استفاده از رویکرد تحلیلی پوششی داده ها سبد سهام معرفی گردید. فضل زاده و همکاران (۱۳۹۱) در پژوهشی با عنوان بررسی توانایی مدل های تک شاخص شارپ و تحلیل پوششی داده ها در انتخاب پرتفوی کارا در بورس اوراق بهادار تهران به مقایسه توانایی این دو مدل در ۸۸ شرکت بورسی بین سالهای ۱۳۸۵ تا ۱۳۸۷ پرداختند و مشخص گردید که مدل شارپ توانایی تشکیل پرتفوی را در بورس اوراق بهادار تهران دارد ولی الگوی تحلیل پوششی داده ها این توانایی را ندارد. قلی زاده و وحید پور (۱۳۹۰)، در پژوهشی با عنوان پیش بینی قیمت سهام با روش رگرسیون فازی، به روشی دست یافتند که حاصل ادغام رگرسیون معمولی و رگرسیون فازی به همراه بهینه سازی و نافازی سازی پارامترها با الگوریتم ژنتیک می باشد. در پایان دو روش رگرسیون معمولی شود و رگرسیون فازی نافازی شده با الگوریتم ژنتیک با هم مقایسه گردید و نتایج حاکی از توانایی بیشتر رگرسیون فازی در پیش بینی قیمت سهام می باشد. اصغری آق مشهدی (۱۳۸۸)، در پژوهشی با عنوان بررسی توانایی مدل تحلیلی پوششی داده ها در انتخاب پرتفوی کارآ از میان شرکتهای پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران به مقایسه مدل تحلیلی پوششی داده ها و مدل مارکویتز پرداخت .نتایج حاکی از آن است که الگوی جمعی در مدل تحلیل پوششی داده ها توانایی تشکیل پرتفوی کارآ را در بورس اوراق بهادار تهران ندارد. خواجوی و همکاران (۱۳۸۴)، در تحقیقی با عنوان کاربرد تحلیلی پوششی داده ها در تعیین پرتفوی از کارآترین شرکتهای پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران به بررسی شرکتهای کارآ و ناکارآ در پرداخته و با استفاده از تحلیل پوششی داده ها پرتفویی از کاراترین شرکت های حاضر در بورس تهران ارائه دادند.

عادل آذر و تلنگی (۱۳۷۷)، در پژوهشی با عنوان مدل برنامه ریزی آرمانی – فازی برای انتخاب پرتفولیوی بهینه، به بررسی اجمالی به سیر تکاملی مدل های انتخاب پرتفولیو و مفهوم برنامه ریزی آرمانی– فازی پرداخته و از بین مدلهای بهینه سازی پرتفوی مدل تاپو و فینستین برای مدل برنامه ریزی آرمانی – فازی انتخاب گردید .

۳- مدل پژوهش

۳-۱- مدل انتخاب پرتفوی در شرایط غیرمبهم

فرض کنید یک سرمایه گذار دست به انتخاب x_i می زند، سهمی که در دارایی i سرمایه گذاری شده است یعنی $1 \le i \le n$ برای n دارایی بطوریکه $\sum_{i=1}^{n} x_i = 1$ و $x_i \ge 0, i = 1,2, \dots n$. بازده R_i برای دارایی i ام ، عبارت است از یک متغیر تصادفی با بازده مورد انتظار $r_i = E(R_i)$ که در اینجا، $R = (R_1, R_2, \dots, R_n)^T, x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T, r = (r_1, r_2, \dots, r_n)^T$ می باشد.

در این مقاله، هزینه معاملهc_i برای دارایی i ام، در برگیرنده تابع v شکل می باشدکه عبارت است از تفاضل پرتفوی جدید و پرتفوی فعلی، به عبارتی

$$c_i = k_i|x_i - x_i^0|, \ i = 1,2, \dots, n \quad (۱)$$

که در آن، $x = (x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)^T$ عبارت است از دارایی های معلوم و $k_i \ge 0$ عبارت است از هزینه معامله برای واحدی از دارایی i ام. بنابراین، هزینه معاملاتی کل به شرح ذیل می باشد:

$$\sum_{i=1}^{n} c_i = \sum_{i=1}^{n} k_i|x_i - x_i^0| \quad (۲)$$

در اغلب تحقیقات گذشته بازده کل بصورت مجموع بازده مورد انتظار و ریسک بصورت انحراف معیار از بازده محاسبه می گردید. در تحقیق حاضر طبق مدل لیو(۲۰۱۱)،بازده کل عبارت است از بازده مورد انتظار منهای هزینه معاملاتی و ریسک کل، مجموع قدرمطلق انحراف دارایی های ریسک دار در نظر گرفته میشود. بنابراین خواهیم داشت:

$$R(x) = E\left[\sum_{i=1}^{n} R_i x_i\right] - \sum_{i=1}^{n} k_i|x_i - x_i^0| = \sum_{i=1}^{n} r_i x_i - \sum_{i=1}^{n} k_i|x_i - x_i^0| \quad (۳)$$

$$V(x) = \sum_{i=1}^{n} E|R_i - E(R_i)|x_i = \sum_{i=1}^{n} d_i x_i \quad (۴)$$

که در آن، $d_i = E|(R_i - E(R_i)|$ می باشد. بطور کلی، سرمایه گذاران در عین حال انتظار افزایش بازده و کاهش ریسک را دارند. این فرمول را می توان بصورت ریاضی به شکل مدل برنامه ریزی دو منظوره فرمول

بندی کرد، بطوریکه دو تابع هدف یکی ماکزیمم کردن بازده و دیگری مینیمم کردن ریسک به صورت زیر فرمول بندی می نماییم:

$$max\ R(x) = \sum_{i=1}^{n} r_i x_i - \sum_{i=1}^{n} k_i \left| x_i - x_i^0 \right|$$
$$\min V(x) = \sum_{i=1}^{n} d_i x_i$$
$$s.t. = \sum_{i=1}^{n} x_i = 1, x_i \geq 0, i = 1, \dots, n$$

(۵)

از طریق روش میانگین موزون برای ساده سازی مسائل چند منظوره، می توانیم برنامه ریزی پارامتریک زیر را بدست آوریم

$$\max(1-\lambda)\left(\sum_{i=1}^{n} r_i x_i - \sum_{i=1}^{n} k_i \left| x_i - x_i^0 \right|\right) - \lambda \sum_{i=1}^{n} d_i x_i$$
$$s.t. \begin{cases} \sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \\ x_i \geq 0, i = 1, \dots, n \end{cases}$$

(۶)

که در آن، $\lambda \in [0,1]$ به عنوان عامل ریسک گریز نامیده می شود. مقدار زیادتر λ عبارت است از آگاهی بیشتر از ریسک گریزی. حال به دنبال ارائه یک راه حل بهینه هستیم ،طبق مدل لیو(۲۰۱۱)، $x^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ عبارت است از یک راه حل بهینه از مدل (۶) اگر و تنها اگر $(y_1^*, y_2^*, \dots, y_n^*)$ را داشته باشیم به نحوی که $(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*; y_1^*, y_2^*, \dots, y_n^*)$ عبارت باشد از یک راه حل بهینه از برنامه ریزی زیر:

$$\max(1-\lambda)\left(\sum_{i=1}^{n} r_i x_i - \sum_{i=1}^{n} k_i y_i\right) - \lambda \sum_{i=1}^{n} d_i x_i$$
$$s.t. \begin{cases} y_i + x_i - x_i^0 \geq 0 \\ y_i - x_i + x_i^0 \geq 0 \\ \sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \\ x_i \geq 0, i = 1, \dots, n \end{cases}$$

(۷)

از مبحث فوق، می توان دریافت که اگر تابع ریسک به درستی ایجاد شده باشد و مدل انتخاب پرتفوی هم ساده سازی شده باشد، انتخاب پرتفوی پیچیده تبدیل به گزینشی ساده خواهد شد.

۳-۲ مدل انتخاب پرتفوی در شرایط مبهم (فازی)

در یک سرمایه گذاری، دانش و تجربه متخصصین در تصمیم گیری یک سرمایه گذار از اهمیت خاصی برخوردار است. به علت پیچیدگی و غیرقابل پیش بینی بودن بازارهای مالی، ارائه مقدار دقیق برای ریسک و بازده مورد انتظار کاری دشوار خواهد بود، بنابراین ریسک و بازده را به عنوان دو تابع هدف فازی لحاظ می کنیم. از آنجایی که یک سرمایه گذار می تواند انتظار بازده ای بیش از حد و ریسکی کمتر از حد را داشته باشد، تابع عضویت دو هدف فازی $\mu_{\max}$ و $\mu_{\min}$ را از طریق زیر می توان بدست آورد: (لیو، ۲۰۱۱)

$$\mu_{max}(x)=\begin{cases}0, & \sum_{i=1}^{n} r_i x_i-\sum_{i=1}^{n} k_i\left|x_i-x_i^0\right|\le S_0\\ \dfrac{\sum_{i=1}^{n} r_i x_i-\sum_{i=1}^{n} k_i\left|x_i-x_i^0\right|-S_0}{S_1-S_0}, & S_0\le\sum_{i=1}^{n} r_i x_i-\sum_{i=1}^{n} k_i\left|x_i-x_i^0\right|\le S_1\\ 1, & \sum_{i=1}^{n} r_i x_i-\sum_{i=1}^{n} k_i\left|x_i-x_i^0\right|\ge S_1\end{cases} \quad (۸)$$

$$\mu_{min}(x)=\begin{cases}0, & \sum_{i=1}^{n} d_i x_i\ge T_0\\ \dfrac{T_0-\sum_{i=1}^{n} d_i x_i}{T_0-T_1}, & T_1\le\sum_{i=1}^{n} d_i x_i\le T_0\\ 1, & \sum_{i=1}^{n} d_i x_i\le T_1\end{cases} \quad (۹)$$

که در آن، $S_0, , S_1, T_0, T_1$ از سوی سرمایه گذار ارائه شده است.

با ارائه متغیر μ از تئوری مجموعه فازی و برنامه ریزی فازی، می توان به برنامه ریزی زیر دست یافت.

$$\max\mu$$
$$s.t.\begin{cases}\dfrac{\sum_{i=1}^{n} r_i x_i-\sum_{i=1}^{n} k_i\left|x_i-x_i^0\right|-S_0}{S_1-S_0}\ge\mu\\ \dfrac{T_0-\sum_{i=1}^{n} d_i x_i}{T_0-T_1}\ge\mu\\ \sum_{i=1}^{n} x_i=1\\ x_i\ge 0, i=1,\dots,n\end{cases} \quad (۱۰)$$

x^* عبارت است از یک راه حل بهینه از (۱۰) اگر و تنها اگر y^* وجود داشته باشد به نحوی که (x^*,y^*) عبارت باشد از یک راه حل بهینه از برنامه ریزی زیر:

$$\max\mu$$

$$s.t.\begin{cases} \dfrac{\sum_{i=1}^{n} r_i x_i - \sum_{i=1}^{n} k_i y_i - S_0}{S_1 - S_0} \geq \mu \\ \dfrac{T_0 - \sum_{i=1}^{n} d_i x_i}{T_0 - T_1} \geq \mu \\ y_i + x_i - x_i^0 \geq 0 \\ y_i - x_i + x_i^0 \geq 0 \\ \sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \\ x_i \geq 0, i = 1, \dots, n \end{cases} \quad (11)$$

۳- فرضیه پژوهش

با توجه به اینکه هدف تحقیق حاضر پس از محاسبه ریسک و بازده مورد انتظار با در نظر گرفتن محدودیت هزینه معاملاتی، مقایسه دو مدل، انتخاب پرتفوی غیرمبهم و مبهم است لذا می توان فرضیه تحقیق را به صورت زیر بیان نمود:

بین انتخاب پرتفوی با استفاده از مدل غیر مبهم و انتخاب پرتفوی مدل فازی تفاوت معناداری وجود دارد.

۴- روش شناسی پژوهش

روش تحقیق به کار گرفته شده از بعد هدف، کاربردی و از جنبه نحوه گردآوری داده ها، توصیفی می باشد و از جمله تحقیقات پس رویدادی است. برای گردآوری اطلاعات مبانی نظری از تحقیقات کتابخانه ای و پایگاههای اطلاع رسانی و برای جمع آوری داده های مورد نیاز از سایت بورس اوراق بهادار تهران و نرم افزار ره آورد نوین استفاده گردید. جامعه آماری کلیه شرکتهای پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران که جزء ۵۰ شرکت برتر اعلام شده در بورس بین سالهای ۱۳۸۲-۱۳۹۱ هستند، می باشد. نمونه آماری از میان این شرکتها استخراج گردید. برای انتخاب نمونه از روش حذف سیستماتیک استفاده شده است بدین ترتیب که از میان تمامی ۵۰ شرکت برتر، شرکتهای انتخاب شدند که تمام شرایط زیر را داشته باشند:

۱) شرکتهای مورد نظر در محدوده زمانی تحقیق جز پنجاه شرکت برتر باشند.
۲) پایان سال مالی آن ها منتهی به ۲۹ اسفند باشند.
۳) در بازه زمانی مذکور تغییر سال مالی نداشته باشند.
۴) داده های مورد نظر آن ها در دسترس باشند.

برای دستیابی به پرتفوی مدل از نرم افزار DEA –SOLVER و برای آزمون فرض از نرم افزار SPSS 20 استفاده گردید.

۵- یافته های پژوهش

در این بخش، برای تشریح بیشتر مدل انتخاب پرتفوی پیشنهادی (۷) و (۱۰)، از میان ۵۰ شرکت برتر پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران ۱۳شرکت به عنوان نمونه آماری پژوهش مورد بررسی قرار گرفت. پس از محاسبه متغیرهای ریسک و بازده مورد انتظار با لحاظ نمودن محدودیت تابع شکل هزینه معاملاتی، پرتفوی سرمایه گذار با دو مدل ۷ و ۱۰ مورد بررسی قرار گرفت.

بر مبنای آگاهی از ریسک گریزی سرمایه گذار، می توانیم راهبردهای سرمایه گذاری متشابه را با حل مدل (۷) بدست آوریم. با توجه به میزان ریسک گریزی سرمایه گذار که عبارت است از ، $\lambda \in [0,1]$ مقادیر (۰، ۰,۳، ۰,۵، ۱) برای عامل ریسک گریزی انتخاب گردید. مقدار زیادتر λ عبارت است از آگاهی بیشتر از ریسک گریزی. جدول شماره ۱، جزء بدست آمده از نتایج با استفاده از نرم افزار DEA SOLVERرا با بکارگیری راه حل بهینه برنامه ریزی مدل ۷ نشان می دهد

جدول ۱: نتایج جزء به جزء در مدل ۷

λ	$(x_1, x_2, \dots, x_{13})$	بازده	ریسک
۰,۰	(0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0)	۰,۲۵۸	۰,۱۶۵
۰,۳	(0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0)	۰,۲۰۱	۰,۱۳۹
۰,۵	(0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0)	۰,۱۱۲	۰,۱۰۵
۱,۰	(0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)	۰,۰۷۶	۰,۰۴۹

بر مبنای اشتیاق سرمایه گذار و مقدار معین از $S_0, , S_1, T_0, T_1$ ، از سوی سرمایه گذار که در جدول ۲ ارائه شده است، می توانیم راهبردهای متشابه را با حل مدل (۱۰) همانگونه که در جدول ۲ نشان داده شده است، با استفاده از نرم افزار بدست آوریم. با توجه به بازده مورد انتظار و ریسک به عنوان تابع های دو منظوره، برای مسئله انتخاب پرتفوی، یک مدل برنامه ریزی دومنظوره در مدل ۱۰ پیشنهاد کرده ایم، بگونه ای که در این مدل بطور هم زمان به دنبال حداکثر سازی بازده و حداقل نمودن ریسک می باشیم. معهذا، سطح اشتیاق مبهم سرمایه گذاران برای بیشترین بازده و کمترین ریسک به عنوان اعداد فازی در نظر گرفته می شوند. بر اساس تئوری تصمیم گیری فازی، یک مدل انتخاب پرتفوی بر مبنای شاخص فازی را در مدل ۱۰ ارائه داده ایم. نمونه آماری تحقیق حاضر برای تشریح مدل انتخاب پرتفوی شاخص فازی ارائه شده است و نتایج محاسبه نشان می دهد که مدل پیشنهادی می تواند راهبردی مطلوب برای پرتفوی بر طبق درجه رضایت سرمایه گذار ایجاد نماید.

جدول ۲: راه حل های جزء به جزء در مدل ۱۰

S_0	S_1	T_0	T_1	$(x_1, x_2, \dots x_{13})$	μ
۰,۰۷۵۱	۰,۰۹۰۱	۰,۴۲۹	۰,۱۷۲	(0,0,O,0,0,0,0.5442,0,0,0.4558,0,0,0)	۱
۰,۰۸۴۵	۰,۱۷۱	۰,۳۴۴	۰,۲۴۱	(0,0,0,0,0,0.1438,0.8562,0,0,0,0,0,0)	۰,۹۱۰۲۴

در این پژوهش پس از محاسبه ریسک و بازده برای انتخاب پرتفوی دو مدل غیرمبهم و مبهم (فازی) با در نظر گرفتن محدودیت هزینه معاملاتی v شکل و تبدیل مسئله بهینه تابع غیرخطی به مسئله خطی که راه حلی ساده تر است، باانعکاس اثرذهنی سرمایه گذاران در مدل فازی به دنبال آزمون فرض زیر می باشیم:

فرضیه پژوهش: بین انتخاب پرتفوی بهینه مدل غیرمبهم با مدل مبهم تفاوت معناداری وجود دارد.

بدلیل تعداد کم نمونه آماری و نرمال نبودن آن، از آزمون ناپارامتری استفاده می نماییم که با توجه به فرضیه مطرح شدن بایستی از آزمون ناپارامتریک U من – ویتنی استفاده شود.

$$\begin{cases} H_0 : \mu_1 = \mu_2 \\ H_1 : \mu_1 \neq \mu_2 \end{cases}$$

جدول ۳ : نتایج آزمون U برای دو مدل غیرمبهم و مبهم

متغیر	میانگین رتبه ها	تخمین رتبه ها
پرتفوی منتخب مدل غیرمبهم	۱/۸	۶
پرتفوی منتخب مدل مبهم	۳/۶	۱۴
آماره من وتینی	۲۲۵۷/۸	
آماره ویل کاکسون	۴۷۳۲۱/۵	
سطح معناداری	۰/۰۰۰	

همانگونه که در جدول ۳ نشان داده شده است، مقدار سطح معنادار (۰/۰۰۰) می باشد که کوچکتر از ۵ درصد است . بنابراین فرض H_0 رد شده و فرض تحقیق پذیرفته می شود. به عبارتی با ۹۵٪ سطح اطمینان می توان بیان نمود که بین انتخاب پرتفوی بهینه مدل غیرمبهم و مدل مبهم تفاوت معناداری وجود دارد. همانگونه که در جدول ۳ نیز دیده می شود میانگین پرتفوی منتخب مدل فازی بیشتر از مدل غیرمبهم است.

۶- نتیجه گیری و بحث

در تحقیق حاضر مدل و الگوریتم های مربوط به انتخاب پرتفوی در دو حالت غیرمبهم و مبهم مورد مطالعه قرار گرفت و روش موثری برای تبدیل یک مسئله بهینه با تابع هدف غیرخطی و محدودیت غیرخطی به یک مسئله خطی تبدیل گردید که در نتیجه یک راه حل ساده تر را ارائه نمود. نتیجه نشان می دهد که

براساس تئوری تصمیم گیری فازی با در نظر گرفتن اثرات ذهنی سرمایه گذار مدل ارائه شده می تواند راهبردی مطلوب برای پرتفوی بر طبق درجه رضایت سرمایه گذار باشد. چراکه تمامی سرمایه گذاران به دنبال پرتفوی با بازده بالاتر و ریسک پایینتر می باشند و در مدل پیشنهادی نیز که یک مدل دو هدفه بود این خواسته سرمایه گذاران مدنظر قرار گرفت. بنابراین پرتفوی منتخب توسط این مدل بهتر از مدل غیرمبهم ترجیحات سرمایه گذاران را نشان داد. به عبارتی می توان بیان نمود که الگوریتم پژوهش حاضر با توجه به هدف اصلی تمامی سرمایه گذاران که همانا حداکثر ساختن بازده و به حداقل رساندن ریسک است و همچنین از آنجا که این مدل هزینه معاملاتی را که بسیاری از تحقیقات قبلی به آن توجهی نداشته مد نظر قرار میدهد، در نتیجه مدل مناسبی برای انتخاب پرتفوی بهینه می باشد. نتایج پژوهش حاضر موافق با نتایج تحقیقات تاناکا و همکاران (۲۰۰۰)، (۱۹۹۵)،(۱۹۸۹)، پاراام إی و همکاران؛ (۲۰۰۱)، لی جی و ژو جی (۲۰۰۷) و خلاف نتیجه بدست آمده از تحقیق میوشیموتو إی (۱۹۹۶) می باشد. با توجه به مطالب ذکر شده پیشنهاد می گردد که شرکتهای سرمایه گذاری و سرمایه گذاران در بورس اوراق بهادار تهران جهت دستیابی به یک پرتفوی بهینه و سهولت در امر محاسبه از مدل فازی استفاده نمایند.

فهرست منابع

* اصغری آق مشهدی جواد (۱۳۸۸)–" بررسی توانایی مدل تحلیل پوششی داده ها در انتخاب پرتفوی کارآ از میان شرکتهای پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران"- پایان نامه کارشناسی ارشد- دانشگاه آزاد اسلامی واحد تبریز
* خواجوی شکراله، سلیمی فرد علیرضا، ربیعه مسعود (۱۳۸۴)- "کاربردی تحلیل پوششی داده ها در تعیین پرتفوی از کارآترین شرکتهای پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران" – مجله علوم اجتماعی و انسانی دانشگاه شیراز- دوره ۲۲– شماره ۲- ویژه نامه حسابداری
* عادل آذر، احمد تلنگی (۱۳۷۷)–"مدل برنامه ریزی آماری- فازی برای انتخاب پرتفولیوی بهینه"- مطالعات مدیریت بهبودوتحول – شماره ۲۰
* فضل زاده علیرضا، رنجپور رضا، توحیدی رسول (۱۳۹۱) – بررسی توانایی مدلهای تک شاخص شارپ و تحلیل پوششی داده ها در انتخاب پرتفوی کارآ در بورس اوراق بهادار تهران" – فصلنامه بورس اوراق بهادار – شماره ۱۸ – سال پنجم.
* قلی زاده محمد حسن، وحید پورقاسم (۱۳۹۰)–" پیش بینی قیمت سهام با روش رگرسیون فازی"– پژوهشنامه علوم اقتصادی – سال ششم – شماره ۱۲۰ – ص ۱۰۷-۱۲۸.
* نجفی امیرعباس ،منصوری سید مطلب (۱۳۹۲)–" مسئله انتخاب سبد سهام با رویکرد بنیادین و حذف همبستگی بین شاخص های ارزیابی" – نشریه تخصصی مهندسی صنایع – دوره ۴۷ – شماره ۲۰ – ص ۲۲۹-۲۴۰.

* Arnott, R.D., Wanger, W.H. The measurement and control of trading cost , Financial Analysts Journal, 1990,46(7) : 73-80
* Bellman, R. and L.A. Zadeh. Decision Making in a Fuzzy Environment, Management Science, 1970,17,141-164
* Brennan, M.J. The optimal number of securities in a risky asset portfolio when there are fixed costs of transaction : theory and some empirical results, Journal of Financial Quantitative Analysis, 1975 , 10: 483-496
* Chang , K.H & yang, L& Lie – Huery, W.(2008). "Measuring Banks Efficiency for the Adoption of Risk Management and Return Optimization.
* www.ssm.com/ssm-ia 1253179
* Deng, X. T.,S. Y. Wang , and Y.S.Xia. Criteria , Models and Strategies in Portfolio Selection, Advanced Modeling and Optimization, 2000,2,79-104
* Konno, H, Yamazaki, H.Mean – variance deviation portfolio optimization model and its application to Tokyo stock market, Management Science , 1991, 37 (5): 519 -531
* Markowitz, H.Portfolio selection: Journal of Finance, 1952, 3(7) : 77-91
* Markowitz, H.Portfolio selection: Efficient diversification of Investment , New York: Wiley 1959
* Parra , M.A,. A.B. Terol, and M.V.R. Uria. A Fuzzy Goal Programming Approach to Portfolio Selection, European Journal of Operational Research, 2001, 133,287 -297
* Pegue, G.A. An extension of the Markowitz portfolio selection model to include variable transaction costs, short sales, leverage policies and taxes . Journal of Finance,1970 , 25: 1005-1028
* Sharpe, W. capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk, Journal of finance, 1964, 19 , 425 -442
* Yoshimoto, A. The mean – variance apporach to portfolio optimization subject to transaction costs, Journa of the operational research society of Japan, 1996 , 39:99-117