مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار
شماره سی‌ویکم / تابستان ۱۳۹۶

معرفی معیار ریسک جدید GlueVaR و برآورد آن با استفاده از مدل رگرسیونی چندکی ترکیبی

علی آقامحمدی[۱]
مهدی سجودی[۲]
میثم سجودی[۳]
محمدجواد طاووسی[۴]

تاریخ دریافت: ۹۵/۰۷/۱۹ تاریخ پذیرش: ۹۵/۱۱/۰۲

چکیده

معیارهای ریسک ارزش در معرض خطر و متوسط ارزش در معرض خطر، دو معیار مهم اندازه‌گیری ریسک در بازارهای مالی هستند که ریسک را با یک عدد مشخص می‌کنند. اما هر دو این معیارها، در سنجش ریسک دارای معایبی هستند. به همین دلیل معیار جدید ریسک GlueVaR در سال ۲۰۱۴ میلادی و در انتقاد از این دو معیار ریسک معرفی شد که می‌توان آن را به عنوان یک ترکیب خطی از دو معیار ارزش در معرض خطر و متوسط ارزش در معرض خطر نیز در نظر گرفت. در این مقاله این معیار توصیف شده و مزایای آن در مقایسه با دو معیار عنوان شده، بیان می‌شود. در ادامه با استفاده از مدل رگرسیونی چندکی ترکیبی، روشی برای برآورد این معیار ارائه خواهد شد. در پایان نیز کارایی این معیار ریسک، در مقایسه با دو معیار عنوان شده با استفاده از لگ- بازده قیمت سهام یک شرکت از بازار بورس آمریکا و دو شرکت از بازار بورس ایران مورد مقایسه قرار می‌گیرد.

واژه‌های کلیدی: ارزش در معرض خطر، رگرسیون چندکی ترکیبی، متوسط ارزش در معرض خطر، معیار ریسک GlueVaR.

۱- استادیار گروه آمار، دانشگاه زنجان، زنجان ایران (نویسنده مسئول) aghamohammadi.ali@znu.ac.ir
۲- دانشجوی کارشناسی ارشد ریاضیات مالی، دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان، ایران
۳- دانشجوی کارشناسی ارشد ریاضیات مالی، دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان، ایران
۴- دانشجوی کارشناسی ارشد ریاضیات مالی، دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان، ایران

۱- مقدمه

جهانی‌سازی تجارت و تغییر ساختار بازارهای مالی بین‌المللی، بنگاه‌های مالی را با خطراتی غیرقابل پیش‌بینی روبرو کرده است. امروزه هزینه‌ها و درآمدهای بنگاه‌های مالی از یک‌سو با ریسک‌های پیچیده‌ای که از تعاملات کسب و کار جهانی و تصمیم‌گیری‌های مالی نشأت می‌گیرند مواجه هستند و از سوی دیگر با عدم اطمینان از قیمت کالا، نرخ‌های ارز، نرخ‌های بهره و ارزش‌های سهام. این ریسک‌ها، اغلب تصمیم‌گیری در کسب‌وکار را پیچیده کرده و ارزش بنگاه‌ها را تحت تأثیر قرار می‌دهند، لذا درک صحیح از ریسک و مدیریت آن می‌تواند تصمیم‌گیری را بهتر کرده و ارزش بنگاه‌ها را حفظ نموده و حتی بهبود بخشد.

ریسک در عرف عبارت است از خطری که به دلیل عدم اطمینان در مورد وقوع حادثه‌ای در آینده پیش می‌آید. مک نیل و همکاران (۲۰۰۵) ریسک را هر فعالیت یا رخدادی که در توانایی‌های یک سازمان تأثیر منفی می‌گذارد، تعریف کردند. اما در فرهنگ سرمایه‌گذاری ریسک همان زیان باالقوه‌ی سرمایه‌گذاری است که قابل محاسبه می‌باشد (راعی و سعیدی، ۱۳۸۸).

شرکت‌های اقتصادی سرمایه مورد نیاز خود برای پوشش ریسک را براساس قوانین و دستورالعمل‌های موجود در این زمینه تعیین می‌کنند. میزان این سرمایه متناسب با ریسک اندازه‌گیری شده برای نقدینگی شرکت است. بنابراین انتخاب معیار سنجش ریسک مناسبی که هم خطرات غیرمنتظره‌ای که ممکن است شرکت را تهدید کنند، پوشش دهد و هم باعث هدر نرفتن سرمایه‌های شرکت و استفاده بهینه از این سرمایه‌ها در مسائل سودآور شود، امری مهم برای بازدهی مناسب و پیشرفت شرکت است. به همین دلیل در سال‌های اخیر محققان تلاش زیادی برای فراهم‌کردن معیارهایی مناسب برای سنجش ریسک کرده‌اند که از جمله مهم‌ترین آنها ارزش در معرض خطر (VaR)[1] و متوسط ارزش در معرض خطر (AVaR)[2] (یا همان ارزش در معرض خطر شرطی CVaR[3]) است.

هرچند معیار VaR کاربردی‌ترین ابزار سنجش ریسک در دنیای اقتصاد است، اما یکی از ایرادات مهم این معیار، عدم سنجش ریسک در مواقع بحرانی است. برای رفع این مشکل، معیار AVaR توسط راکفلر و یوریاسف (۲۰۰۲) معرفی شد. این معیار نیز در برخی موارد، بسیار محتاطانه عمل می‌کند و اندازه ریسک را بیشتر از آنچه که هست اندازه‌گیری می‌کند. اما می‌دانیم که این امر ممکن است باعث هدررفت بخشی از سرمایه‌های شرکت شود (بلزسامپرا و همکاران، ۲۰۱۴).

در این مقاله، برای مرتفع ساختن معایب این دو معیار ریسک، معیار جدید ریسک با عنوان GlueVaR که در سال ۲۰۱۴ میلادی توسط سه اقتصاددان اسپانیایی معرفی شده است، بیان شده و روشی مبتنی بر مدل رگرسیون چندکی ترکیبی برای برآورد آن توصیف می‌شود. با توجه به انعطاف بالای این معیار، به کمک آن می‌توان ریسک را به‌گونه‌ای سنجش کرد که بر خلاف معیار VaR در شرایط بحرانی بازار نیز معیاری مناسب بوده و همچنین بر خلاف معیار AVaR از احتیاط بیش از اندازه نیز، اجتناب شود. بلزسامپرا و همکاران (۲۰۱۴) نشان دادند که یکی از مزایای دیگر معیار ریسک GlueVaR این است که می‌توان آنرا

به صورت ترکیبی خطی از معیارهای ریسک VaR و AVaR بیان کرد، لذا با انتخاب ضرایب مناسب در این ترکیب خطی می‌توان معیارهای VaR و AVaR را به عنوان حالت خاصی از این معیار تعریف کرد.

می‌دانیم در عمل معیارهای ریسک با استفاده از داده‌های تاریخی (مشاهدات) برآورد می‌شوند. لذا استفاده از روش‌هایی که با دقت بالایی این معیارها را برآورد کنند، از مسائل مهم در تحلیل و تفسیر ریسک است. در این مقاله برای برآورد معیار GlueVaR ابتدا آنرا به‌صورت یک ترکیب خطی از دو معیار VaR و AVaR در نظر گرفته و سپس با برآورد این دو معیار، معیار GlueVaR نیز برآورد می‌شود. برای برآورد معیارهای VaR و AVaR روش‌های متفاوتی نظیر مونت‌کارلو، بوت‌استرپ، آمار بیزی و دیگر روش‌های آماری و نیز برآوردگرهای کمترین مربعات خطا و چندکی موجوداند (چان و همکاران، ۲۰۱۲). اما در این مقاله برای برآورد این معیارهای ریسک از برآوردگرهای چندکی ترکیبی[۴] که در سال‌های اخیر معرفی شده و نسبت به معیارهای عنوان شده از کارایی بالایی برخوردارند، استفاده خواهد شد.

۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینهٔ پژوهش

تا قبل از سال ۱۹۵۰ میلادی، تمایل بنگاه‌های معاملاتی و افراد برای سرمایه‌گذاری در یک بخش، معمولا با بازده آن رابطه مستقیم داشت. اما در سال ۱۹۵۲ میلادی، هری مارکویتز تئوری انتخاب سبد سرمایه‌گذاری را بر اساس میزان مطلوبیت یک سرمایه‌گذاری، با بیان مفهوم ریسک-بازده پایه‌ریزی کرد که در آن ریسک انحراف معیار در نظر گرفته شده است. اما در سال‌های اخیر به منظور شناسایی و نیز مدیریت ریسک در بانک‌داری نوین، نیاز به یک مرکز بین‌المللی برای وضع قوانین بانک‌داری امری ضروری به‌نظر می‌رسید. بنابراین در سال ۱۹۷۴ میلادی، کمیته باسل[۵] توسط بانک‌های مرکزی ده کشور صنعتی آلمان، انگلستان، ایتالیا، فرانسه، آمریکا، سوئیس، سوئد، ژاپن، کانادا و لوکزامبورگ با نام گروه ده تشکیل شد. هدف این کمیته معرفی بهترین استانداردهای مورد نیاز برای بانک‌داری مدرن است. اولین پیمان باسل[۶] که در سال ۱۹۸۸ میلادی تصویب شد، گامی مهم به‌سوی حداقل استانداردهای سرمایه‌گذاری بین‌المللی برداشت. اما اولین پیمان باسل دستاورد چندانی در زمینه معرفی یک اندازه ریسک مناسب نداشت. بعد از فاجعه سقوط بازار سهام آمریکا در سال ۱۹۷۸ میلادی و اتفاقات دیگری چون فاجعه رکود بازار آمریکا در سپتامبر ۱۹۹۰ میلادی، خسارت ۷۰۰ میلیون دلاری بزرگترین بانک آمریکا در فوریه ۱۹۹۵ و یا ورشکستگی بانک‌های هرستات در سال ۱۹۷۴ و متال‌گکتلچفت در سال ۱۹۹۳ و نیز بحران مالی سال ۱۹۹۴ در اورنج‌کانتی، کارشناسان دنیای اقتصاد را مجاب به ارائه راه‌حلی برای این حوادث کرد. راهکاری که با معرفی روش‌های مناسب مدیریت ریسک، می‌توانست قدمی بزرگ در راستای مدیریت مناسب شرایط بحرانی ایجاد کند. از طرف دیگر در سال ۱۹۹۳ میلادی، گروه ده گزارشی در مورد ریسک بانک‌ها منتشر کرد که در آن نیاز به وجود معیار مناسبی برای مدیریت ریسک را ضروری دانست. از این رو معیار VaR به‌عنوان یک اندازه ریسک معرفی شد و دنیای مدیریت ریسک را وارد عرصه جدیدی کرد. سپس معیارهای دیگری نظیر

متوسط ارزش در معرض خطر معرفی شدند که موسسات مالی و غیر مالی مدیریت مبتنی بر این معیار را مورد بررسی قرار دادند (آرتزنر و همکاران، ۱۹۹۹).

روش‌های برآورد معیارهای ریسک به دو روش پارامتری و ناپارامتری تقسیم می‌شوند. روش پارامتری به روش واریانس-کوواریانس و برخی روش‌های تحلیلی دیگر خلاصه می‌شود. روش ناپارامتری نیز شامل شبیه‌سازی تاریخی و شبیه‌سازی مونت‌کارلو است. به‌کارگیری هر یک از این روش‌ها تا اندازه زیادی تحت تاثیر نیازهای تحلیل‌گران و مسئولان تصمیم‌گیرنده سازمان، نوع دارایی‌های مورد بررسی، میزان دقت و سرعت محاسبات و برخی عوامل دیگر است. روش مورد استفاده در این مقاله برای برآورد معیارهای ریسک VaR، AVaR و GlueVaR در کلاس برآوردهای ناپارامتری قرار می‌گیرد.

AVaR وVaR تعریف و برآورد معیارهای ریسک

فرض کنید متغیر تصادفی Y_t به‌صورت $Y_t = p_0 - P_t$ تعریف شودکه در آن p_0 ارزش دارایی‌ها در مبدأ زمان و متغیر تصادفی P_t ارزش آنها در زمان آتی یعنی t باشد. توجه کنیم که p_0 مقداری معلوم ولی P_t متغیر تصادفی است. بنابراین Y_t نیز متغیر تصادفی است که کاهش ارزش دارایی را در دوره آتی مشخص می‌کند. از نظر ریاضی، ارزش در معرض خطر Y_t به‌صورت

$$\mathrm{VaR}_\alpha(Y_t) = \inf\{y ; F_{Y_t}(y) \geq \alpha\} \qquad (۱)$$

تعریف می‌شود که در آن $\alpha \in (0,1)$ اندازه اطمینان بوده و معمولا برابر ۹۵ یا ۹۹ درصد در نظر گرفته می‌شود و $F_{Y_t}(y)$ نیز تابع توزیع تجمعی متغیر تصادفی Y_t را در نقطه y نشان می‌دهد (چان و همکاران، ۲۰۱۲). مفهوم رابطهٔ (۱) این است که احتمال این‌که کاهش ارزش دارایی در دوره آتی، بیش از مقدار ارزش در معرض خطر باشد، برابر $1-\alpha$ است.

اندازه ریسک AVaR برای متغیر تصادفی Y_t به‌صورت

$$\mathrm{AVaR}_\alpha(Y_t) = \inf_{y \in \mathbb{R}} \{y + (1-\alpha)^{-1}\mathrm{E}(Y_t - y)_+\} \qquad (۲)$$

تعریف می‌شود که در آن $\alpha_+ = \max(0,\alpha)$ است (راکفلر و یوریاسف، ۲۰۰۲). آسربای (۲۰۰۲) نیز تعریف زیر را به‌عنوان تعریفی معادل برای رابطه (۲) ارایه کرده است:

$$\mathrm{AVaR}_\alpha(Y_t) = \frac{1}{1-\alpha}\int_\alpha^1 \mathrm{VaR}_Z(Y_t)dz \qquad (۳)$$

یکی از روش‌های کارا برای برآورد این معیارهای ریسک استفاده از مدل‌های رگرسیون خطی است. زیرا نوسانات قیمت سهام یا مجموعه‌ای از دارایی‌ها در بازار، علاوه بر نوسانات قیمت سهامی از نوع خود، وابسته به قیمت صنایع و شاخص‌های دیگر نیز هستند. در واقع در این مدل‌ها فرض می‌شود که نوسانات همزمان

قیمت‌ها با یکدیگر، ناشی از یک یا چند عامل عمومی است. بنابراین با استفاده مدل رگرسیونی، می‌توان قیمت یک سهام را به‌صورت

$$Y = \beta_0 + \mathbf{x}'\boldsymbol{\beta} + \varepsilon \qquad (۴)$$

مدل‌بندی کرد که در آن Y قیمت سهام، $\mathbf{x}$ عوامل تأثیرگذار بر آن (متغیرهای توصیفی) و ε مؤلفه خطا است. حال فرض کنید $\rho(.)$ یک اندازه ریسک دلخواه باشد (برای بررسی ویژگی‌های $\rho(.)$ به آرتزنر و همکاران (۱۹۹۹) مراجعه شود)، دراین‌صورت با استفاده از مدل رگرسیونی رابطه (۴) و با توجه به استقلال خطا و متغیرهای توصیفی، ثابت می‌شود که رابطه

$$\begin{aligned}\rho(Y \mid \mathbf{x}) &= \rho(\beta_0 + \mathbf{x}'\boldsymbol{\beta} + \varepsilon) \\ &= \beta_0 + \mathbf{x}'\boldsymbol{\beta} + \rho(\varepsilon)\end{aligned} \qquad (۵)$$

برقرار است (چان وهمکاران، ۲۰۱۲). بنابراین در برآورد $\rho(Y \mid \mathbf{x})$، هدف برآورد ضرایب نامعلوم β_0، $\boldsymbol{\beta}$ و نیز برآوردی مناسب از $\rho(\varepsilon)$ است.

معرفی و برآورد معیار ریسک GlueVaR

همان‌طور که عنوان شد، معیار ریسک GlueVaR در سال ۲۰۱۴ میلادی تعریف و ارائه شد. این معیار که در انتقاد از دو معیار VaR و AVaR معرفی شده است، به دلیل انعطاف‌پذیری بالا می‌تواند جایگزین مناسبی برای این دو معیار در سنجش ریسک باشد. معیار GlueVaR در واقع یک معیارریسک انحراف[۷] است. دو مؤلفه اصلی در تعریف معیار ریسک انحراف، تابع انحراف و مفهوم انتگرال چوکت[۸] هستند که به صورت زیر تعریف می‌شوند.

تابع انحراف: اگر $g:[0,1]\to[0,1]$ تابعی غیرنزولی و دارای خواص $g(0)=0$ و $g(1)=1$ باشد، آنگاه g یک تابع انحراف است (دنویت و همکاران، ۲۰۰۵).

انتگرال چوکت: انتگرال چوکت برای یک تابع μ -اندازه‌پذیر X به‌صورت $X:\Omega\to\overline{\mathbb{R}}$، با فرض $\mu(\Omega)<\infty$ به‌صورت

$$\int_{-\infty}^{+\infty} X\,d\mu = \int_{-\infty}^{0}[S_{\mu,X}(x)-\mu(\Omega)]dx + \int_{0}^{+\infty} S_{\mu,X}(x)dx \qquad (۶)$$

تعریف می‌شود که در آن $S_{\mu,X}(x)=\mu(X>x)$ است. تابع $S(.)$ در واقع همان تابع بقای[۹] X نسبت به μ را نشان می‌دهد (چوکت، ۱۹۵۴).

اندازه ریسک انحراف: اگر g تابع انحراف و X متغیری تصادفی باشد، به طوری‌که، $S_X(x)=P(X>x)$ آنگاه به ρ_g که به‌صورت

$$\rho_g(X) = \int_{-\infty}^{0}[g(S_X(x))-1]dx + \int_{0}^{+\infty} g(S_X(x))dx \qquad (۷)$$

تعریف می‌شود، اندازه ریسک انحراف گویند (بالباس و همکاران، ۲۰۰۹).
اندازه ریسک GlueVaR نیز بر اساس یک تابع انحراف است (بلزسامپرا و همکاران، ۲۰۱۴) که با نماد $\kappa_{\beta,\alpha}^{h_1,h_2}$ نمایش داده و به‌صورت

$$\begin{cases} \frac{h_1}{1-\beta}u & \text{if} \quad 0 \le u < 1-\beta \\ h_1 + \frac{h_2 - h_1}{\beta - \alpha}[u-(1-\beta)] & \text{if} \quad 1-\beta \le u < 1-\alpha \\ 1 & \text{if} \quad 1-\alpha \le u < 1 \end{cases} \qquad (۸)$$

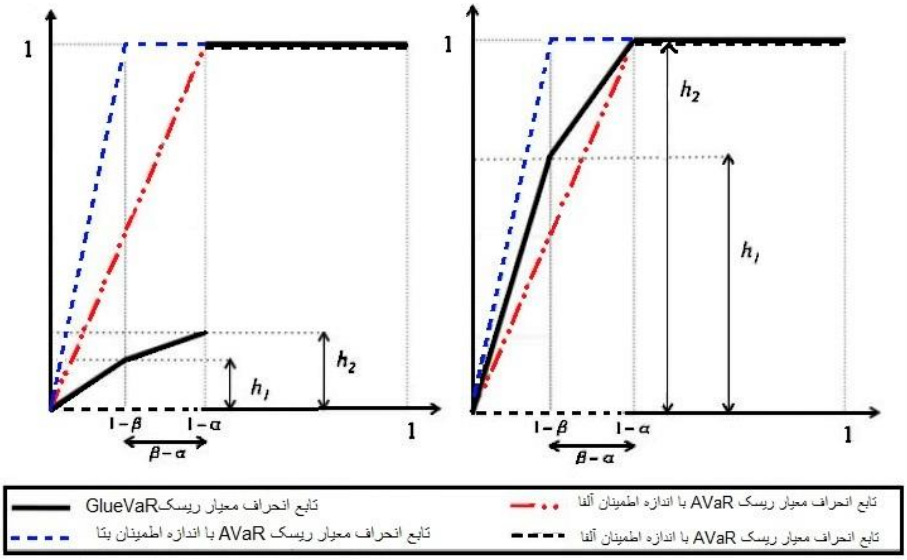
تعریف می‌شود، که در آن $\alpha, \beta \in [0,1]$ با فرض $\alpha \le \beta$ اندازه‌های اطمینان و $h_1 \in [0,1]$ و $h_2 \in [h_1,1]$ ااحتمالات بقای انحراف[۱۰] را مشخص می‌کنند. سامپرا، گولن و سانتولینو (۲۰۱۴) پارامترهای h_1 و h_2 را به‌عنوان ارتفاعات معیار ریسک GlueVaR تعریف کردند که با استفاده از آنها می‌توان حالت‌های متفاوتی برای این معیاردر نظر گرفت. توجه کنیم که پارامتر β در واقع یک اندازه اطمینان اضافی بالاتر از α است. با توجه به رابطه (۸)، معیارهای ریسک VaR و AVaR در واقع حالت‌های خاصی از معیار GlueVaR هستند که به ترتیب با تعریف توابع انحراف به‌صورت $\kappa_{\alpha,\alpha}^{0,0}$ و $\kappa_{\alpha,\alpha}^{1,1}$ به‌دست می‌آیند. با تعیین شرایط مناسب برای ارتفاعات h_1 و h_2 معیار GlueVaR بسیار انعطاف‌پذیرتر از معیارهای VaRو AVaR عمل می‌کند. به عنوان مثال، مدیران ریسک ممکن است علاقه‌مند باشند که α، β، h_1 و h_2 را طوری تعیین کنند که رابطه

$$\mathrm{VaR}_\alpha(X) \le \mathrm{GlueVaR}_{\beta,\alpha}^{h_1,h_2} \le \mathrm{AVaR}_\alpha(X) \qquad (۹)$$

برقرار باشد، برای این منظور کافی است $h_1 \le \frac{1-\beta}{1-\alpha}$. معیار GlueVaR دارای این ویژگی است کـه شـرایط بسیار محافظه‌کارانه را نیز در تحلیل‌ها مدنظر قرار می‌دهد. مثلا برای برقراری رابطه محافظه‌کارانه

$$\mathrm{AVaR}_\alpha(X) \le \mathrm{GlueVaR}_{\beta,\alpha}^{h_1,h_2} \le \mathrm{AVaR}_\beta(X) \qquad (۱۰)$$

کافی است، شرایط $h_1 \le \frac{1-\beta}{1-\alpha}$ و $h_2 = 1$ درنظر گرفته شوند. ویژگـی‌هـای عنـوان شـده را مـی‌تـوان در نمودارهای زیر نیز مشاهده کرد.



شکل ۱- مقایسه توابع انحراف، معیارهای VaR، AVaR و GlueVaR تحت شرایط مختلف

بلزسامپرا وهمکاران (۲۰۱۴) نشان دادند که برای تمام مقادیر $\alpha < \beta$ معیار ریسک GlueVaR را می‌توان به صورت ترکیبی خطی از اندازه‌های ریسک $\mathrm{AVaR}_{\beta}(X)$، $\mathrm{AVaR}_{\alpha}(X)$ و $\mathrm{VaR}_{\alpha}(X)$ بیان کرد. با فرض وزن‌های زیر

$$\begin{cases} \omega_1 = h_1 - \dfrac{(h_2 - h_1)(1-\beta)}{(\beta-\alpha)} \\ \omega_2 = \dfrac{(h_2 - h_1)}{(\beta-\alpha)}(1-\alpha) \\ \omega_2 = 1-\omega_1-\omega_2 = 1-h_2 \end{cases} \qquad (۱۱)$$

معیار $\mathrm{GlueVaR}_{\beta,\alpha}^{h_1,h_2}$ به‌صورت ترکیب خطی

$$\omega_1 \mathrm{AVaR}_{\beta}(X) + \omega_2 \mathrm{AVaR}_{\alpha}(X) + \omega_3 \mathrm{VaR}_{\alpha}(X) \qquad (۱۲)$$

بیان می‌شود (بلزسامپرا و همکاران، ۲۰۱۴). چون هنوز روش معینی برای برآورد معیار GlueVaR در دسترس نیست، لذا در این مقاله برای برآورد آن از ویژگی فوق استفاده می‌کنیم. درواقع با توجه به رابطه (۱۲)، با انتخاب مناسب وزن‌های ω_1، ω_2 و ω_3 بر اساس مقادیر α، β، h_1 و h_2 و همچنین با برآورد معیارهای $\mathrm{AVaR}_{\beta}(X)$، $\mathrm{AVaR}_{\alpha}(X)$ و $\mathrm{VaR}_{\alpha}(X)$، معیار GlueVaR را برآورد خواهیم کرد. لذا هرچه این دو معیار با دقت بالایی برآورد شوند، معیار GlueVaR نیز به تبع آن با دقت بالا برآورد خواهد شد.

برآورد معیارهای VaR و AVaR

همان‌طور که در بالا عنوان شد، می‌توان با برآورد معیارهـای VaR و AVaR معیـار ریسـک GlueVaR را برآورد کرد. چان و همکاران (۲۰۱۲)، برای برآورد این دو معیار ریسک استفاده از مـدل‌هـای رگرسـیونی را پیشنهاد کردند. با توجه به رابطهٔ (۴)، آنها ابتدا پارامترهـای مجهـول β_0 و $\boldsymbol{\beta}$ را بـا روش کمتـرین مربعـات برآورد کرده و سـپس بـا محاسـبه مانـده‌هـای مـدل، یعنـی $e_i = Y_i - \beta_0 - \mathbf{x}_i'\boldsymbol{\beta}$ بـه‌ازای $i = 1,2,...,n$، $\mathrm{VaR}_\alpha(\varepsilon)$ را نیز برآورد کرده و سپس با استفاده از رابطهٔ (۵)، $\mathrm{VaR}_\alpha(Y \mid \mathbf{x})$ را بـرآورد کردنـد. آنهـا همچنین با توجه به رابطهٔ (۳) و استفاده از تقریب انتگرال به وسـیله سـری، معیـار $\mathrm{AVaR}_\alpha(Y \mid \mathbf{x})$ را نیـز برآورد کردند.

با توجه به رابطهٔ (۱)، در واقع VaR همان چندک α -ام متغیر Y_t است. بنابراین استفاده از مدل‌هـای رگرسیونی چندکی که تأثیر متغیرهای توصیفی را در چندک‌های مختلف متغیر پاسخ (Y_t) مـورد بررسـی قرار می‌دهد، ایده مناسبی برای برآورد دو معیار VaR و AVaR است (گالیانو و همکاران، ۲۰۱۱). امـا مـدل رگرسیونی چندکی، مدلی تک‌سطحی است، به این معنی که برآورد پارامترهای مجهول مدل، بر اساس فقط یک مقدار مشخص چندک به‌دست می‌آیند. از آنجایی‌که رگرسیون چندکی بر اساس یک سطح ممکن است برآوردهای کارایی ایجاد نکند، لذا روش کمترین مربعات اغلب در مقایسه با این روش کاراسـت (زو و یـوآن، ۲۰۰۸). به همین دلیل زو و یوآن (۲۰۰۸) مدل رگرسیونی چندکی ترکیبـی کـه نسـبت بـه هـر دو روش چندکی و کمترین مربعات کارا است را ارایه کردند، که در آن برآورد پارامترها بر اسـاس ترکیبـی از سـطوح متفاوت چندک‌ها محاسبه می‌شود. در این روش، پارامترهای β_0 و $\boldsymbol{\beta}$ از رابطه

$$(b_{\tau_1}, b_{\tau_2}, ..., b_{\tau_K}, \beta_0, \boldsymbol{\beta}) = \underset{b_{\tau_1}, b_{\tau_2}, ... b_{\tau_K}, \beta_0, \boldsymbol{\beta}}{\arg\min} \sum_{k=1}^{K}\sum_{i=1}^{N} \rho_{\tau_k}(y_i - b_{\tau_k} - \beta_0 - \mathbf{x}_i'\boldsymbol{\beta}) \qquad (۱۳)$$

برآورد می‌شوند که در آن، تابع زیان $\rho_{\tau_k}(.)$ به‌صورت $\rho_{\tau_k}(t) = t(\tau_k - \mathrm{I}(t \le 0))$ تعریف می‌شود که در آن $\mathrm{I}(.)$ تابع مشخصه است. مقادیر τ_k که معمولا به‌صورت $\tau_k = \frac{k}{K+1}$ به ازای $k = 1,2,...,K$ تعریف می‌شوند، همان K سطح چندک را نشان می‌دهند. توجه شود که در این مدل b_{τ_K} همان چندک τ_k - ام متغیر تصادفی ε در مدل (۴) است. برای حل مسأله بهینه‌سازی محدب رابطهٔ (۱۳)، با توجه به این‌که $\rho(.)$ یک تابع محدب است، ابتدا آنرا به یک مسأله بهینه‌سازی مقید با قیود خطی به‌صورت

$$\min \sum_{k=1}^{K}\sum_{i=1}^{N} (\boldsymbol{\beta}_k \xi_{ik} + (1-\tau_k)\varsigma_{ik}) \qquad (۱۴)$$

$$\text{Subject to } \begin{cases} \xi_{ik} - \varsigma_{ik} = y_i - b_{\tau_k} - \beta_0 - \mathbf{x}_i'\boldsymbol{\beta}, \\ \xi_{ik} \ge 0, \quad \varsigma_{ik} \ge 0, \quad k = 1,2,...,K, \quad i = 1,2,...,n, \end{cases}$$

تبدیل می‌کنیم که در آن ξ_{ik} و ς_{ik} متغیرهای کمکی هستند (تانگ و همکاران، ۲۰۱۲). این مسأله بهینه‌سازی خطی مقید را می‌توان با استفاده از بسته CVX در نرم‌افزار متلب حل کرد (گرانت و بوید، ۲۰۰۸).

در این مقاله ما مقدار K را برابر ۱۹ قرار داده و در نتیجه پارامترها بر حسب نوزده چندک برآورد می‌شوند. بنابراین برای برآورد معیار VaR در سطح α در روش رگرسیون چندکی ترکیبی، τ_k ها را به‌ازای $k = 1,2,....19$ در نظر می‌گیریم و τ_{20} را برابر α قرار می‌دهیم. حال با توجه به رابطهٔ (۵)، معیار $\mathrm{VaR}_\alpha(Y \mid \mathbf{x})$ در روش رگرسیون چندکی ترکیبی به‌صورت

$$\mathrm{VaR}_\alpha(Y \mid \mathbf{x}) = \beta_0 + \mathbf{x}'\boldsymbol{\beta} + b_{\tau_{20}} \qquad (۱۵)$$

برآورد می‌شود، که در آن β_0، $\boldsymbol{\beta}$ و $b_{\tau_{20}}$ از حل مسأله بهینه‌سازی رابطهٔ (۱۳) به‌دست می‌آیند. برای برآورد معیار AVaR در سطح α نیز از تقریب انتگرال به وسیله سری استفاده می‌کنیم. برای این منظور قرار می‌دهیم $\tau_{20} = \alpha_j = \alpha + (\mathrm{j} - \frac{1}{2})\frac{1-\alpha}{r}$ که در آن $j = 1,2,...r$ است. حال با استفاده از رابطه (۳)، برآورد $\mathrm{AVaR}_\alpha(Y \mid \mathbf{x})$ در سطح α به‌صورت

$$\mathrm{AVaR}_\alpha(Y \mid \mathbf{x}) = \frac{1}{1-\alpha}\int_\alpha^1 \mathrm{VaR}_\tau(Y \mid \mathbf{x})d\tau \simeq \frac{1}{r}\sum_{j=1}^{r} \mathrm{VaR}_{\alpha_j}(Y \mid \mathbf{x}) \qquad (۱۶)$$

به‌دست می‌آید که در آن

$$\mathrm{VaR}_\alpha(Y \mid \mathbf{x}) = \beta_0 + \mathbf{x}'\boldsymbol{\beta} + b_{\alpha_j} \qquad (۱۷)$$

و β_0، $\boldsymbol{\beta}$ و $b_{\tau_{20}}$ با فرض $\tau_{20} = \alpha_j$ از حل مسأله بهینه‌سازی رابطهٔ (۱۳) به‌دست می‌آیند. معمولا در محاسبات مقدار r برابر جز صحیح عدد ثابت $(1-\alpha)n$ در نظر گرفته می‌شود (چان و همکاران، ۲۰۱۲).

انتخاب معیار مناسب برای سنجش ریسک

یکی از سوالات مهم در مورد این سه معیار ریسک این است که کدامیک از این معیارها برای سنجش ریسک مناسب‌تراند. آرتزنر و همکاران (۱۹۹۹) معیاری برای این منظور ارائه کردند. بنا به دلایل اقتصادی، آن‌ها به این نتیجه رسیدند که هر اندازه ریسک باید در چهار اصل موضوع به نام اصول موضوعه انسجام[11] صدق کند تا بتوان از آن به عنوان یک اندازه ریسک مناسب یاد کرد. این چهار اصل موضوعه، پایایی نسبت به انتقال، یکنواختی، زیرجمع پذیری و همگنی مثبت هستند. علاوه بر ویژگی انسجام، مدیران

ریسک، کارگزاران و کارشناسان اقتصادی، ویژگی‌های دیگری نیز در انتخاب یک معیار به‌منظور سنجش ریسک، مد نظر قرار داده‌اند. از مهم‌ترین این ویژگی‌ها می‌توان به سادگی برآورد، انعطاف پذیری بالا، قابلیت سنجش مناسب ریسک در شرایط بحرانی بازار و نیز کارآمدی مناسب در شرایط عادی بازار اشاره کرد. در جدول (۱)، معیارهای ریسک VaR، AVaR و GlueVaR به لحاظ ویژگی‌های عنوان شده، با یکدیگر مقایسه شده‌اند.

جدول ۱- مقایسه ویژگی‌های معیارهای ریسک VaR، AVaR و GlueVaR

ویژگی / معیار ریسک	VaR	AVaR	GlueVaR
ویژگی انسجام	ندارد	دارد	دارد
سادگی برآورد	دارد	ندارد	ندارد
انعطاف‌پذیری بالا	ندارد	ندارد	دارد
قابلیت سنجش مناسب ریسک در شرایط بحرانی بازار	ندارد	دارد	دارد
کارامدی مناسب در شرایط عادی بازار	دارد	ندارد	دارد

با توجه به این جدول، معیار VaR به‌سادگی برآورد می‌شود و در شرایط عادی بازار نیز ریسک را با دقت مناسبی سنجش می‌کند. اما این معیار، عملکرد مناسبی در شرایط بحرانی بازار ندارد. در ضمن از مهم‌ترین معایب این معیار می‌توان به عدم ویژگی انسجام اشاره کرد (آرتزنر و همکاران، ۱۹۹۹). معیار ریسک AVaR هرچند در اصول موضوعه انسجام صدق می‌کند، اما زمانی‌که شرایط عادی بر بازار حاکم است، اندازه ریسک را بیشتر از اندازه واقعی آن برآورد می‌کند. همچنین برآورد این معیار به سادگی VaR نیست. به عنوان مثال برای برآورد آن باید از تقریب انتگرال‌ها استفاده کرد. اما معیار GlueVaR نسبت به هر دو معیار دیگر از ویژگی‌های مناسبی برخوردار است. از مهم‌ترین مزایای این معیار، ویژگی انسجام و کارآمدی مناسب در شرایط عادی و بحرانی بازار است (بلزسامپرا و همکاران، ۲۰۱۴).

می‌دانیم سنجه‌های ریسک علاوه بر داشتن ویژگی‌های جدول ۱، باید در مرحله نظارت که شامل پایش و کنترل خروجی‌های حاصل از سازوکار مدیریت ریسک و بررسی نحوه عملکرد آنهاست، نیز کارایی قابل قبولی داشته باشند. به‌طور خاص در این مرحله کارایی سنجه‌های ریسک از طریق ابزارهای پس‌آزمایی[۱۲] و آزمون استرس[۱۳] مورد بررسی قرار می‌گیرد. پس‌آزمایی یکی از آزمون‌های مهم برای بررسی عملکرد یک استراتژی است. نظریه اساسی در این آزمون این است که اگر یک استراتژی در گذشته عملکرد مناسبی داشته است، به احتمال زیاد در آینده نیز عملکرد قابل قبولی از خود نشان خواهد داد. همچنین عملکرد ضعیف در گذشته، باعث عدم اطمینان به کارایی استراتژی در آینده نیز است. در واقع هدف مقایسه مشاهدات خروجی واقعی با خروجی‌های مدل است (لوپز، ۲۰۰۰). اما آزمون استرس ابزاری است که به

سنجش ریسک در شرایط بحرانی می‌پردازد. در واقع، این آزمون کارایی یک استراتژی را در شرایط "بحرانی" و "محتمل" مورد سنجش قرار می‌دهد. منظور از شرایط بحرانی، اخبار بدی است که می‌توانند بازار را از شرایط عادی خارج کنند و منظور از شرایط محتمل نیز این است که احتمال وقوع شرایط بحرانی، دور از انتظار نیست (مرجع پولی سنگاپور، ۲۰۰۲).

۳- یافته‌های پژوهش

برآورد معیار GlueVaR برای داده‌های قیمت سهام

در این بخش معیارهای ریسک VaR، AVaR و GlueVaR برای داده‌های قیمت سهام یک شرکت از بازار بورس آمریکا و دو شرکت از بازار بورس ایران برآورد شده و همچنین کارایی عملکرد این سه معیار در برآورد ریسک سهام این سه شرکت با استفاده از دو آزمون برگشتی و استرس مورد مقایسه قرار می‌گیرد. برای شرکت IBM آمریکا از داده‌های چهار سال مربوط به قیمت روزانه سهام این شرکت از تاریخ اول ژانویه سال ۲۰۰۷ تا اول ژانویه سال ۲۰۱۱ استفاده می‌کنیم. برای شرکت‌های مخابرات و بانک ملت ایران نیز از داده‌های شش سال اخیر آنها که مربوط به قیمت روزانه سهام این دو شرکت از تاریخ ۱۳۸۷/۵/۱۹ تا تاریخ ۱۳۹۳/۷/۲ است، استفاده خواهیم کرد.

همان‌طور که عنوان شد برای مدل‌بندی قیمت، از مدل‌های رگرسیونی استفاده خواهیم کرد. برای شرکت IBM به پیروی از چان وهمکاران (۲۰۱۲) از دو عامل، لگ-بازده روزانه شاخص S&p500 [۱۴] و لگ-بازده یک روز قبل قیمت سهام IBM، به عنوان متغیرهای توصیفی استفاده می‌کنیم. برای شرکت‌های مخابرات و بانک ملت ایران نیز از دو عامل مهم و تاثیرگذار شاخص کل و شاخص صنعت به عنوان متغیرهای توصیفی در مدل رگرسیونی استفاده شده است. شاخص کل که به آن شاخص قیمت و بازده نقدی نیز گفته می‌شود، بیان‌گر سطح عمومی قیمت و سود سهام شرکت‌های پذیرفته شده در بورس است و شاخص صنعت نیز عملکرد شرکت‌های صنعتی بورس را نشان می‌دهد. لذا با این تفاسیر مدل رگرسیونی برای شرکت IBM به‌صورت

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 x_{1_t} + \beta_2 x_{2_t} + \varepsilon_t \qquad t = 1, 2, \ldots, 1008 \qquad (۱۸)$$

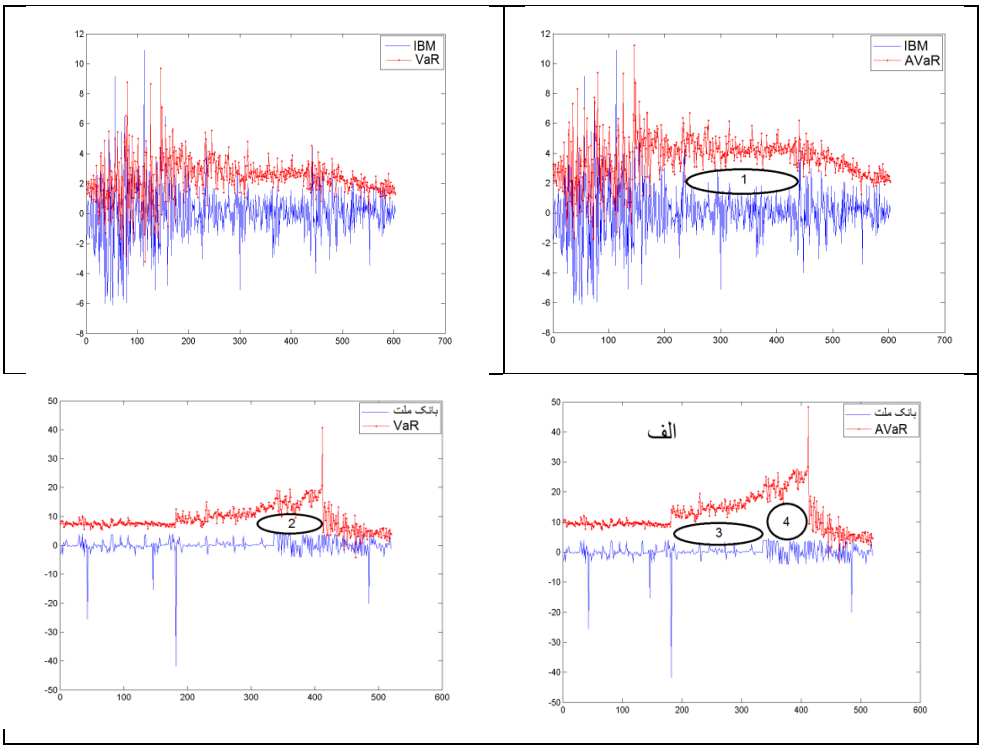
و برای شرکت‌های مخابرات و بانک ملت ایران نیز به‌صورت

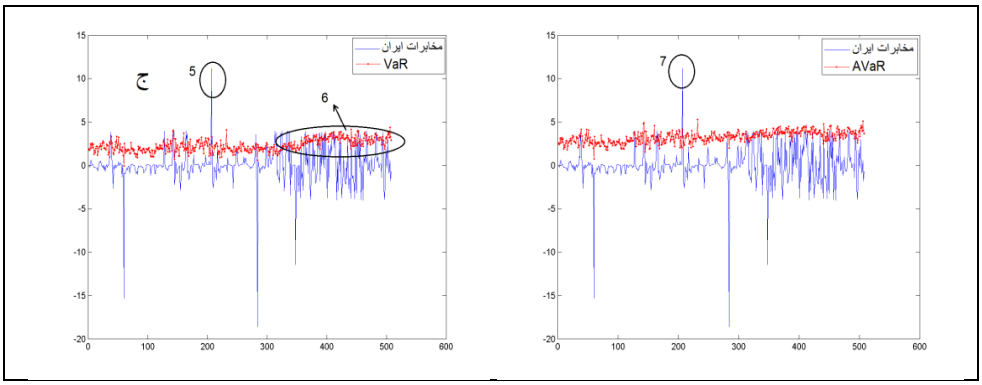
$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 z_{1_t} + \beta_2 z_{2_t} + \varepsilon_t \qquad t = 1, 2, \ldots, 1255 \qquad (۱۹)$$

در نظر گرفته می‌شودکه در آن $Y_t = \ln(\frac{p_{t+1}}{p_t})$ (p_{t+1} : قیمت سهام در زمان $t+1$ و p_t : قیمت آن در زمان t است) لگ-بازده روزانه قیمت سهام است. در مدل رابطه (۱۸) x_1 شاخص S&p500 و x_2 لگ-بازده قیمت یک روز قبل سهام IBM است. در مدل رابطه (۱۹) نیز z_1 شاخص کل و z_2 شاخص صنعت است.

برای برآورد معیار ریسک GlueVaR با توجه به رابطه (۱۲)، وزن‌ها را به‌صورت $\omega_1=\omega_2=\omega_3=\frac{1}{3}$ در نظر گرفته و سطوح اطمینان α و β را به ترتیب برابر ۹۵ و ۹۹/۵ درصد قرار می‌دهیم. روش پیش‌بینی به این صورت است که در گام اول، از N داده نخست به‌عنوان مشاهدات تاریخی برای برآورد پارامترها استفاده کرده و آنگاه معیار GlueVaR برای مشاهده (زمان) $(N+1)$-ام برآورد می‌شود. سپس داده‌ها را یک واحد به جلو برده (به عنوان مثال، در گام دوم مشاهدات ۲ تا $(N+1)$-ام را به‌عنوان مشاهدات تاریخی درنظر گرفته و GlueVaR برای مشاهده $(N+2)$-ام برآورد خواهد شد) و فرآیند برآورد را تا برآورد GlueVaR آخرین مشاهده (زمان) ادامه می‌دهیم.

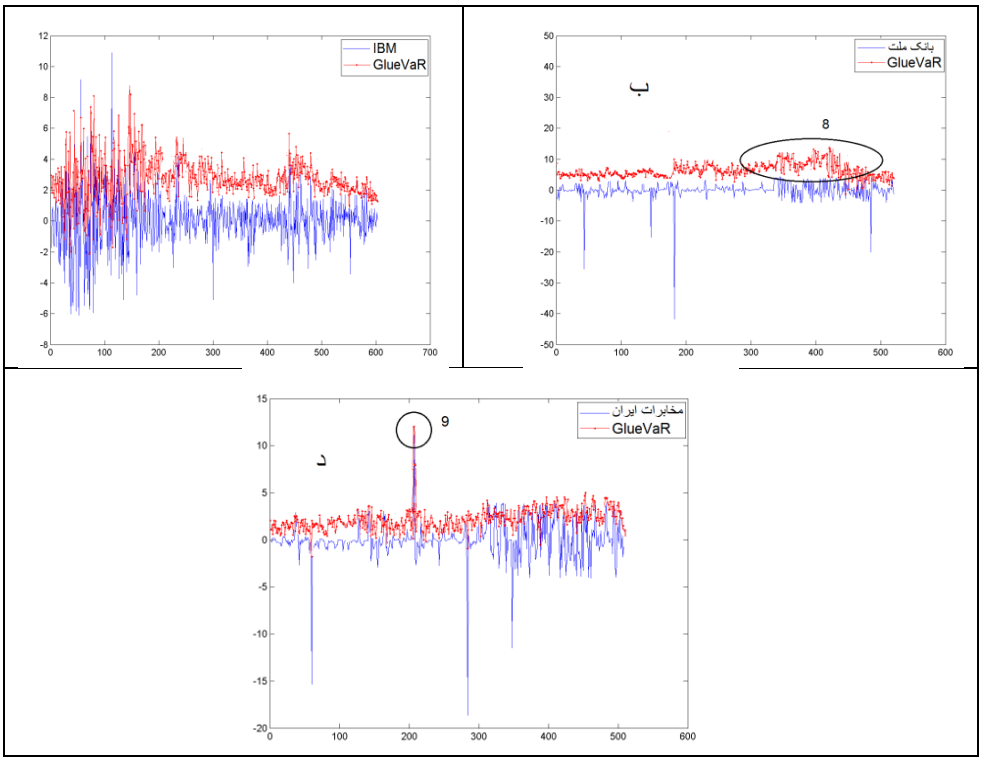
برای داده‌های شرکت IBM، مقدار N را برابر ۴۰۴ درنظر گرفته و با توجه به تعداد مشاهدات که برابر ۱۰۰۸ است، به تعداد ۶۰۴ برآورد از معیار GlueVaR را به‌دست می‌آوریم. برای داده‌های دو شرکت مخابرات و بانک ملت ایران نیز مقدار Nرا برابر ۷۳۵ درنظر گرفته و با توجه به ۱۲۵۵ مشاهده از داده‌های آنها، به تعداد ۵۲۰ برآورد از معیار GlueVaR را به‌دست می‌آوریم. شکل۲، مقادیر برآورد شده برای معیارهای VaR و AVaR (خط قرمز) را با لگ-بازده روزانه این سه شرکت (خط آبی) مقایسه می‌کند.





شکل۲- مقادیر برآورد شده معیارهای VaR و AVaR به ترتیب از بالا به پایین، برای داده‌های مربوط به لگ-بازده روزانه سه شرکت IBM، بانک ملت و مخابرات ایران

به منظور بررسی آزمون استرس، باید به بررسی عملکرد معیارهای ریسک در شرایط بحرانی بپردازیم. بحران مالی ۲۰۰۷–۲۰۰۸ که به بحران مالی جهانی و بحران مالی ۲۰۰۸ نیز مشهور می‌باشد، توسط بسیاری از اقتصاددانان بعنوان بدترین بحران مالی از زمان رکود بزرگ دهه ۱۹۳۰ شناخته می‌شود. این بحران تهدیدی برای فروپاشی موسسات مالی بزرگ بود که با نجات بانک‌ها توسط دولت‌های ملی از آن جلوگیری شد، اما بازارهای سهام در سراسر جهان کاهش پیدا کردند. داده‌های قیمت شرکت IBM به گونه‌ای انتخاب شده‌اند که شامل بازه زمانی مربوط به این بحران نیز باشند. همچنین همان‌طور که مشاهده می شود، در شرکت مخابرات نیز، قیمت یک صعود و سقوط ناگهانی را تجربه کرده است. توجه کنیم که در زمان آتی t، معیارهای VaR، AVaR و GlueVaR در واقع حداکثر سود (و یا ضرر) مورد انتظار در شرایط عادی و بحرانی بازار هستند، بنابراین انتظار می‌رود که مقادیر پیش‌بینی شده در لحظه t، با قیمت سهام شرکت در آن لحظه رفتاری یکسان داشته باشند. در ناحیه شماره ۱ شکل ۲، معیار ریسک AVaR برای لگ-بازده قیمت سهام شرکت IBM تا حدودی محتاطانه برآورد شده است. همین حالت در نواحی شماره ۲، ۳ و ۴ نیز اتفاق افتاده و VaR و AVaR برای بانک ملت بسیار محتاطانه برآورد شده‌اند. در نواحی شماره ۵ و ۷، لگ-بازده قیمت سهام مخابرات ایران دچار یک صعود ناگهانی شده است، اما معیارهای ریسک VaR و AVaR عملکرد مناسبی را در پیش‌بینی این صعود ناگهانی نشان نداده‌اند. در ناحیه شماره ۶ نیز معیار ریسک VaR در مواجهه با نوسانات قیمت سهام بانک مخابرات عملکرد مناسبی را در سنجش ریسک نشان نداده و آنرا به‌طور یکنواخت برآورد کرده است. اما شکل ۳ مقادیر برآورد شده برای معیار GlueVaR (خط قرمز) را با لگ-بازده روزانه این سه شرکت (خط آبی) مقایسه می‌کند.



شکل ۳- مقادیر برآورد شده برای GlueVaR در داده‌های مربوط به لگ-بازده روزانه سه شرکت IBM، بانک ملت و مخابرات ایران

با مقایسه این دو شکل می‌توان مشاهده کرد که معیار GlueVaR نسبت به معیارهای VaR و AVaR عملکرد بهتری در سنجش ریسک قیمت سهام هر سه شرکت IBM، بانک ملت و مخابرات ایران داشته و نقایص این معیارهای ریسک را پوشش داده است. به عنوان مثال برآورد محتاطانه معیار AVaR در نواحی شماره ۳ و ۴ نمودار (الف) در شکل ۲، در ناحیه شماره ۸ نمودار (ب) در شکل ۳، به کمک معیار GlueVaR با دقت بهتری برآورد شده است. همچنین عدم پیش‌بینی صعود ناگهانی در ناحیه شماره ۵ نمودار (ج) در شکل ۲، در ناحیه شماره ۹ نمودار (د) در شکل ۳، به خوبی پیش‌بینی شده است. لذا عملکرد معیار GlueVaR نسبت به هر دو معیار دیگر بهتر است.

به‌منظور پس‌آزمایی عملکرد مدل رگرسیونی چندکی ترکیبی در برآورد معیار VaR در داده‌های واقعی، از معیار نرخ تخطی از واقعیت[۱۵] استفاده می‌کنیم (چان و همکاران، ۲۰۱۲). این معیار به‌صورت

$$\text{VRate}=\frac{1}{M}\sum_{t=1}^{M}\text{I}(y_t > \text{VaR}_{y_t}) \qquad (۲۰)$$

تعریف می‌شود که در آن y_t مشاهده‌ای است که VaR برای آن تخمین شده، M اندازه دوره پیش‌بینی و I نیز تابع مشخصه است که به‌صورت

$$I(y_t > VaR_{y_t}) = \begin{cases} 1 & ; \quad y_t > VaR_{y_t} \\ 0 & ; \quad y_t \le VaR_{y_t} \end{cases}$$

تعریف می‌شود. این نرخ خطا، مقادیر مشاهده شده برای قیمت را با مقادیر تخمین زده شده برای ارزش در معرض خطر مقایسه کرده و عددی را به‌عنوان شاخص سنجش مشخص می‌کند. برای سطح خطای مشخص α، بهترین برآورد برای معیار VaR زمانی است که دقیقا ($\alpha \times$ ۱۰۰) درصد از مقادیر مشاهده شده برای قیمت، کمتر از مقادیر تخمین شده برای VaR باشند. با تقسیم این معیار بر عدد $1-\alpha$ هرچه عدد بدست آمده به عدد یک نزدیک‌تر باشد، مدل مورد استفاده برای برآورد معیار ارزش در معرض خطر، از اطمینان بالاتری برخوردار است (چان و همکاران، ۲۰۱۲). برای سنجش کارایی عملکرد مدل در برآورد معیار AVaR نیز از روش معرفی شده توسط آسربای و زکلی (۲۰۱۴) استفاده می‌کنیم. این معیار به‌صورت زیر تعریف می‌شود. فرض کنید

$$E[\frac{y_t}{AVaR_{\alpha,t}} - 1 \mid y_t - VaR_{\alpha,t} > 0] = 0 \qquad (۲۱)$$

حال با تعریف تابع مشخصه I_t به‌صورت $I_t = (y_t - VaR_{\alpha,t} > 0)$ ، معیار Z به‌صورت

$$Z = \frac{\sum_{t=1}^{T} \frac{y_t I_t}{AVaR_{\alpha,t}}}{N_T} - 1 \qquad (۲۲)$$

تعریف می‌شود که در آن $N_T = \sum_{t=1}^{T}(I_t > 0)$. به پیروی از آسربای و زکلی (۲۰۱۴)، هرچه مقدار رابطه (۲۲) به صفر نزدیکتر باشد، مدل از کارایی بالاتری برخوردار است. از آنجاییکه معیار GlueVaR نیز به صورت ترکیب خطی از معیارهای VaR و AVaR است، بنابراین کارایی مناسب این دو معیار، باعث کارایی مطلوب معیار GlueVaR نیز خواهد شد.

جدول ۲. نتایج پس‌آزمایی برای سه شرکت IBM، مخابرات و بانک ملت در سطح خطای ۵ درصد

معیار / شرکت	VRate	Z
IBM	۱/۳۶	۰/۲۷
مخابرات	۱/۶۴	۰/۳۸
بانک ملت	۱/۵۳	۰/۳۱

جدول ۳. نتایج پس‌آزمایی برای سه شرکت IBM، مخابرات و بانک ملت در سطح خطای یک درصد

معیار / شرکت	VRate	Z
IBM	۱/۵۲	۰/۳۳
مخابرات	۱/۷۹	۰/۴۹
بانک ملت	۱/۶۱	۰/۳۷

مقادیر معیارهای VRate و Z برای داده‌های سه شرکت IBM، مخابرات و بانک ملت در جداول ۲ و ۳ در سطح خطاهای ۵ و یک درصد ارایه شده است. با توجه به این دو جدول مشاهده می‌شود که مدل رگرسیونی چندکی ترکیبی در برآورد معیارهای VaR و AVaR در هر سه شرکت، عملکرد مناسبی دارد. بنابراین، این مدل در برآورد معیار GlueVaR که ترکیب خطی از این دو معیار است نیز عملکرد مناسبی خواهد داشت.

۴- نتیجه‌گیری و بحث

در این مقاله روش برآورد معیار جدید ریسک GlueVaR بر اساس مدل رگرسیونی چندکی ترکیبی ارائه شد. معیار ریسکی که به منظور رفع نقایص دو معیار VaR و AVaR که از کاربردی‌ترین معیارهای ریسک مورد استفاده در بانک‌ها و بازارهای مالی هستند، ارائه شده است. روش برآورد در واقع استفاده از یک ویژگی مناسب معیار ریسک GlueVaR است که می‌توان آنرا به‌صورت ترکیبی خطی از معیارهای ریسک VaR و AVaR بیان کرد. همچنین این سه معیار هم به لحاظ تئوری و هم کاربردی با یکدیگر مقایسه شدند و تحلیل داده‌هایی از بازار سهام نشان دادند که هم به لحاظ تئوری و هم کاربردی، معیار GlueVaR کارایی بیشتری نسبت به دو معیار VaR و AVaR دارد. لذا این معیار را می‌توان به عنوان معیاری کارا به مدیران اقتصادی معرفی کرد.

فهرست منابع

* راعی رضا،سعیدی علی. مبانی مهندسی مالی و مدیریت ریسک، چاپ چهارم، انتشارات سمت؛ ۱۳۸۸
* Acerbi, C. (2002), Spectral measure of risk: A coherent representation of subjective risk aversion, Journal of Banking and Finance, 26: 1505-1518.
* Acerbi, C. and Szekely, B. (2014), Backtesting expected shortfall, Risk Magazine, December, 2014.
* Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J. M. and Heath, D. (1999), Coherent measures of risk . Mathematical Finance, 9:203–228.
* Balbas, A., Garrido, J. and Mayoral, S. (2009), Properties of distortion risk measures. Methodolgy and Computing in Appllied Probability, 11: 385–399.
* Belles-Sampera, J., Guillen, M. and Santolino, M. (2014), Beyond Value-at-Risk: GlueVaR distortion risk measures. Risk Analysis, 34 (1): 121–134.
* Choquket, G. (1954). Theory of capacities. Annales de l'Institute Fourier, 5: 131–295.

* Chun, S. Y., Shapiro, A. and Uryasev, S. (2012), Conditional Value-at-Risk and average Value-at-Risk. Operations Research, 60(4): 739–756.
* Denuit, M., Dhaene, J., Goovaerts, M. and Kaas, R. (2005), Actuarial theory for dependent risks. Measures, Orders and Models. John Wiley and Sons Ltd.
* Gaglianone, W., Lima, L., Linton, O. and Smith, D. (2011), Evaluating Value at Risk via quantile regression, Journal of Bussines Economics and Statistics, 29: 150-160.
* Grant, M. and Boyd, S. (2008), CVX: Matlab software for disciplined convex programming (web page and software). http://stanford.edu/boyd/cvx.
* Lopez, A. (2000), An academic prespective on backtesting and stress-testing, Federal Reserve Bank of San Francisco.
* McNeil, A. j., Frey, R. and Embrechts, P. (2005), Quantitative risk management: Concepts, Techniques and Tools, Princeton and Oxford, Princeton University Press.
* Monetary Authority of Singapore: "Consultative paper on credit stress-testing" 31 January 2002.
* Rockafellar, R. T. and Uryasev, S. (2002), Conditional Value-at-Risk for general loss distributions, Journal of Banking and Finance, 26(7):1443–1471.
* Tang, L., Zhou, Z. and Wu, C. (2012), Weighted composite quantile estimation and variable selection method for ensored regression model. Statistics and Probability Letters, 82: 653–663.
* Zou, H. and Yuan, M. (2008), Composite quantile and the oracle model selection theory, The Annals of Statistics, 36: 1108-1126

یادداشت‌ها

1. Value at Risk
2. Average Value at Risk
3. Conditional Value at Risk
4. Composite quantile estimators
5. Basel committee
6. BASEL I
7. Distortion
8. Choquet
9. Survival function
10. Distorted survival probabilities
11. Coherent
12. Back Testing
13. Stress Test
14. Standard and Poor's 500
15. Violation Rate