فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار
دوره پانزده، شماره پنجاه و نه، تابستان ۱۴۰۳
نوع مقاله: علمی پژوهشی
صفحات: ۱۸۸-۱۶۸

ارزش‌گذاری اوراق اختیار معامله به روش درخت دوجمله‌ای تحت عدم قطعیت نایتی و هزینه معاملات در بورس اوراق بهادار تهران

مسلم پیمانی[۱]
مصطفی سرگلزایی[۲]
امیرحسین مصفا[۳]

تاریخ دریافت مقاله :۱۴۰۲/۰۷/۲۷ تاریخ پذیرش مقاله : ۱۴۰۲/۰۹/۳۰

چکیده

اوراق اختیار معامله یکی از مهم‌ترین ابزارهای مشتقه است که امروزه در اکثر بورس‌های جهان در حال معامله هستند. از مسائل اساسی در حوزه این اوراق، ارزش‌گذاری آن است و مدل دوجمله‌ای یکی از روش‌های رایج است، ولی یکسری مشکلاتی مانند عدم وجود هزینه معاملات و عدم قطعیت نایتی دارد که در این پژوهش این مشکلات حل‌شده است. هدف این پژوهش مقایسه مدل دوجمله‌ای تحت عدم قطعیت نایتی و هزینه معاملات با مدل بلک، شولز و مرتون است. این پژوهش با استفاده از این دو مدل به ارزش‌گذاری اوراق اختیار معاملات که از ابتدای سال ۱۳۹۷ الی پایان سال ۱۴۰۱ منتشرشده، پرداخته است. پس از تخمین قیمت‌های نظری هر یک از مدل‌ها به مقایسه آن با قیمت‌های بازار پرداخته و مقدار خطای پیش‌بینی هر یک از آن‌ها را با استفاده از جذر میانگین مربعات خطا RMSE محاسبه می‌شود. نتایج به‌دست‌آمده نشان می‌دهد در حالت کلی مدل بلک، شولز و مرتون دارای خطای کمتری نسبت به مدل دوجمله‌ای تحت عدم قطعیت نایتی و هزینه معاملات است. با حذف هزینه معاملات از مدل مورد پژوهش خطای این مدل کاهش می‌یابد، در داده‌های نماد-روزی که در سود هستند این مدل خطای کمتری نسبت به مدل بلک، شولز و مرتون دارد.

کلمات کلیدی

اوراق اختیار معامله، مدل درخت دوجمله‌ای، عدم قطعیت نایتی، هزینه معاملات، بورس اوراق بهادار تهران.

۱-دانشیار، گروه مالی و بانکداری، دانشکده مدیریت و حسابداری، دانشگاه علامه طباطبائی، تهران، ایران. m.peymany@gmail.com
۲- استادیار، گروه مالی و بانکداری، دانشکده مدیریت و حسابداری، دانشگاه علامه طباطبائی، تهران، ایران. mostafa.sargolzaei@atu.ac.ir
۳-دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مالی و مدیریت ریسک، دانشگاه علامه طباطبائی، تهران، ایران. (نویسنده مسئول)
amirhoseinmosafa@yahoo.com

مقدمه

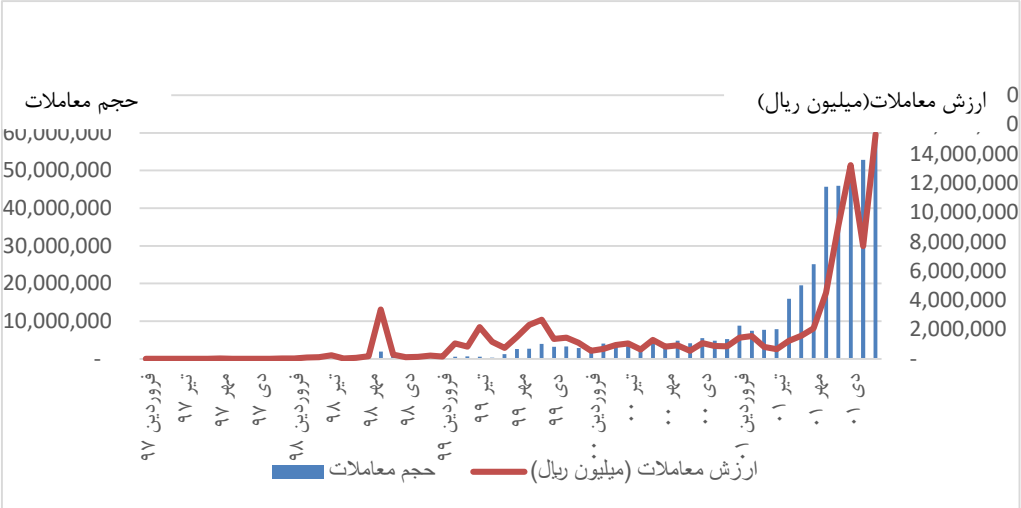
تغییرات گسترده سالیان اخیر در حوزه‌های مالی، اقتصادی و فناوری اطلاعات که با تغییرات نرخ‌های اوراق بهادار، ارز و شوک‌های اقتصادی همراه بوده است سبب به وجود آمدن ابزارهای جدید پولی و مالی مانند اوراق مشتقه شده است (خوزین و دنکوب، ۱۳۹۰). اوراق مشتقه قراردادهای مالی هستند که ارزش و بازده آن‌ها با تغییرات ارزش سهام، ارز، نرخ سود، شاخص سهام و سایر دارایی‌ها مرتبط است (ماه آورپور، مشایخ و رحمانی، ۱۴۰۰). اوراق اختیارمعامله[۱] قراردادی دوطرفه است که یک‌طرف آن با پرداخت مبلغی، اختیار معامله را خریداری می‌کند و اختیار یا حق خرید یا فروش یک دارایی پایه را به دست می‌آورد. از آن‌سو فروشنده اختیار معامله مبلغی را به‌عنوان قیمت اختیار معامله از طرف خریدار دریافت می‌کند و متعهد می‌شود که در صورت اعمال اختیار از طرف خریدار اقدام به انتقال دارایی پایه کند. در این نوع قرارداد حداکثر زیانی که خریدار متحمل می‌شود همان وجهی است که به فروشنده اختیار، پرداخت کرده است (کشتکاری و علومی یزدی، ۱۳۹۲). به‌صورت کلی دو نوع اوراق اختیار معامله وجود دارد، اوراق اختیارخرید[۲] که دارنده آن حق خرید دارایی پایه را در سررسیدی مشخص و قیمتی معین دارد و اوراق اختیارفروش[۳] که دارنده آن حق فروش دارایی پایه را در سررسیدی مشخص و قیمتی معین دارد. تاریخ و قیمت تعیین‌شده در قرارداد تحت عنوان تاریخ اعمال[۴] و قیمت اعمال[۵] نامیده می‌شود. در هریک از این قراردادها، خریدار اختیار معامله مبلغی را به‌عنوان قیمت اختیار[۶] به‌طرف مقابل پرداخت می‌کند و تعیین این قیمت یکی از مباحث مهم بازارهای مالی است (امیری، ۱۳۹۹). مدل دوجمله‌ای که یک روش برای ارزش‌گذاری اختیار معامله است که کاکس، راس و رابینستین[۷] در سال ۱۹۷۹ و همچنین رندلمن و بارتر[۸] در سال ۱۹۷۹ پیشگام معرفی این روش بوده‌اند. این روش مبتنی بر تشکیل یک سبد بدون ریسک از طریق ترکیب سهام و اختیار معامله این سهام است، چنین پرتفویی باید بازدهی برابر نرخ سود بدون ریسک داشته باشد (جبور، کرامین و یانگ[۹]، ۲۰۰۱). البته در برخی از منابع مدل دوجمله‌ای با تشکیل یک سبد بدون ریسک با ترکیب سهام پایه و اوراق قرضه با نرخ سود بدون ریسک پیش می‌رود (جلوداری ممقانی، ۱۳۹۵). ازجمله مهم‌ترین مفروضات مدل دوجمله‌ای می‌توان به فرض‌های عدم وجود هزینه معاملاتی و نبود عامل عدم قطعیت نایتی برای راحتی محاسبه اشاره کرد، درحالی‌که در مدل دوجمله‌ای تحت عدم قطعیت نایتی و هزینه معاملات این موارد در نظر گرفته‌شده است. این مقاله به دنبال ارزش‌گذاری اختیار خریدها با روش جدید هست تا با رفع برخی از محدودیت‌های مدل بلک، شولز و مرتون، بتواند امکان ارزش‌گذاری اختیارخریدها را با استفاده از این مدل جدید ارزیابی کند. بدین منظور در بخش‌های بعدی پس از مرور مبانی نظری پژوهش به بررسی مدل درخت دوجمله‌ای تحت عدم

قطعیت نایتی و هزینه معاملات، تأثیر پارامترها بر این مدل و پیشینه تحقیق پرداخته خواهد شد و پس از ارائه روش‌شناسی پژوهش و نتایج درنهایت نتیجه‌گیری‌ها و پیشنهادها بیان خواهد شد.

مبانی نظری پژوهش

اولین معاملات اختیار معامله در آمریکا و اروپا در اوایل قرن ۱۸ صورت گرفت. سپس اولین بورس اختیار معامله در سال ۱۹۷۳ در بورس شیکاگو (CBOT) به نام بورس اختیار معامله شیکاگو (CBOE) شکل گرفت. بعدازاین اتفاق چندین بورس سهام و بورس‌های معاملات آتی به مبادله اختیار معامله اقدام نمودند. بورس شیکاگو برای اولین بار موفق به ایجاد یک بازار ساختاریافته با قراردادهای سازمان‌یافته شد. در سال ۱۹۷۵ در بورس سهام فیلادلفیا (PHLX) و بورس سهام آمریکا (AMEX) معاملات اوراق اختیار معامله شروع شد. با توجه به استقبال معامله‌گران از اختیار معامله، حجم معاملات اوراق اختیار معامله در اوایل دهه ۱۹۸۰ از حجم معاملات روزانه سهام در بورس نیویورک پیشی گرفت. همچنین در آمریکا در دهه ۱۹۸۰ بازارهایی برای معاملات اختیار معامله بر روی شاخص سهام، ارز و قراردادهای آتی به وجود آمد (هال، ۲۰۲۱).

تاریخچه اختیار معاملات در ایران با کارهای پژوهشی اولیه در امکان‌سنجی پیاده‌سازی اختیارمعامله در اواخر دهه ۱۳۸۰ شمسی شروع شد. در سال ۱۳۹۰ موافقت کمیته فقهی در شرعی بودن ابزار اختیار معامله و تصویب دستورالعمل اولیه معاملات قراردادهای اختیار معامله انجام شد. برای نخستین بار در ۲۵ مرداد ۹۱ بر روی سهام شرکت پتروشیمی کرمانشاه قراردادهای اختیار فروش تبعی منتشر شد. با توجه به ریزش بازار در اوایل سال ۱۳۹۳، در تیرماه ۱۳۹۳ به‌صورت هم‌زمان بر روی ۲۹ سهم فعال در بورس اوراق بهادار تهران، اوراق اختیار فروش تبعی با هدف حمایت از سهامداران تعریف و به بازار عرضه شد. درنهایت در تاریخ ۱۷ آذر ۱۳۹۵ دستورالعمل معاملات قرارداد اختیار معامله در بورس اوراق بهادار تهران و فرابورس ایران توسط هیئت مدیره سازمان بورس و اوراق بهادار به تصویب رسید. در ۲۸ آذرماه ۱۳۹۵، قراردادهای استانداردشده اختیارمعامله سهام برای اولین بار در ایران و از طریق بورس اوراق بهادار تهران معرفی و بر روی سه سهم پایه شرکت‌های ملی صنایع مس ایران، فولاد مبارکه اصفهان و ایران‌خودرو با سررسید بهمن‌ماه ۱۳۹۵ عرضه شد. آمار معاملات اختیار معامله از ابتدای سال ۱۳۹۷ شروع به رشد کرده است و از متوسط حجم معاملات ماهانه ۸۰,۳۳۴ واحد و متوسط ارزش معاملات ماهانه ۸,۲۷۸ میلیون ریال در سال ۱۳۹۷ به متوسط حجم معاملات ماهانه ۲۹,۳۵۰,۰۰۰ واحد و متوسط ارزش معاملات ماهانه ۴,۹۳۴,۰۰۰ میلیون ریال در سال ۱۴۰۱ رسیده است.



نمودار ۱- آمار معاملات اوراق اختیار معامله (ارزش معاملات و حجم معاملات) از فروردین ۱۳۹۷ الی اسفند ۱۴۰۱ در بورس اوراق بهادار تهران (منبع: یافته‌های پژوهشگر)

با توجه به رشد روزافزون معاملات اختیارمعامله در بورس اوراق بهادار تهران، موضوع ارزش‌گذاری این اوراق نیز به یکی از مهم‌ترین مباحث این اوراق تبدیل‌شده است. مدل‌های مختلفی برای قیمت‌گذاری اختیارمعامله‌ها ارائه‌شده است که عبارت‌اند از مدل‌های اولیه مانند مدل درخت دوجمله‌ای، مدل بلک،شولز و مرتون، مدل نوسانات تصادفی هستون، روش شبیه‌سازی مونت کارلو، مدل پرش انتشار، روش تفاضلات متناهی، مدل‌هال و وایت[۱۰]، مدل اسکات[۱۱]، مدل استین[۱۲] و... که در این تحقیق هدف بررسی عملکرد مدل درخت دوجمله‌ای تحت عدم قطعیت نایت و هزینه معاملات است که این عملکرد با مدل بلک، شولز و مرتون نیز مورد مقایسه قرار می‌گیرد.

مدل درخت دوجمله‌ای تحت عدم قطعیت نایتی و هزینه معاملات:

فرانک نایت[۱۳] اقتصاددان اهل آمریکا در سال ۱۹۲۱ میلادی کتاب خود را تحت عنوان ریسک، عدم قطعیت و سود منتشر کرد. او نخستین فردی بود که به‌طور خاص میان عدم قطعیت و ریسک تمایز قائل شد که پیامدهای متفاوتی برای عملکرد مکانیسم بازار دارد و به همین دلیل مسیر جدیدی در مطالعات اقتصادی ایجاد شد. تفاوت بین عدم قطعیت نایت و ریسک در این است که ریسک دارای توزیع احتمال شناخته‌شده است، درحالی‌که عدم قطعیت توزیع احتمال شناخته‌شده‌ای ندارد و توسط مجموعه‌ای از معیارهای احتمال شناخته می‌شود و به‌طورکلی عدم قطعیت بر مفهوم شانس تکیه دارد (باسیلی[۱۴]، ۲۰۰۱). ریسک در موقعیت‌هایی اعمال می‌شود که ما از نتایج این موقعیت‌ها اطلاعی نداریم ولی می‌توانیم

شانس را به‌دقت اندازه‌گیری کنیم، مانند احتمال آمدن هرکدام از اعداد روی تاس ولی در عدم قطعیت ما نمی‌توانیم تمام اطلاعات موردنیاز خود را برای تعیین احتمال دقیق در وهله اول بدانیم (نایت، ۱۹۲۱). کاربرد عدم قطعیت تا قبل از بحران مالی جهانی ۲۰۰۸-۲۰۰۷ نسبتاً محدود بود و بیشتر از کنجکاوی نظری روی آن مطالعاتی انجام می‌شد، اما بعد از بحران مالی جهانی توجهات به عدم قطعیت نایتی بیشتر شد و مطالعات بیشتری ازلحاظ عملی روی آن صورت گرفته است. با توجه به اینکه ریسک، عاملی است که می‌تواند از تجربیات گذشته مانند قیمت سهام و رشد اقتصادی برای پیش‌بینی آینده استفاده کرد. ولی در عدم قطعیت نایتی با توجه به عوامل اقتصادی و اطلاعات گذشته نمی‌توان آینده را به‌صورت کامل پیش‌بینی کرد (نیشیمورا و اوزاکی[۱۵]، ۲۰۱۷). عدم قطعیت نایتی معمولاً با عدم توزیع احتمال شناخته می‌شود که باعث عدم اندازه‌گیری آن می‌شود، بعضی از اقتصاددانان معتقدند که عدم قطعیت نایتی دارای توزیع احتمال ذهنی است و همچنین عدم قطعیت منبع اصلی رفتارهای اقتصادی است، آن‌ها معتقدند بدون عدم قطعیت، هیچ نیازی به علم اقتصاد وجود نخواهد داشت چون‌که هیچ پیشرفت اقتصادی، نوآوری و سودی وجود نخواهد داشت، درنتیجه آن‌ها اعتقاددارند که عدم قطعیت نایتی باید به یکی از مفروضات اصلی تمام تفکرات اقتصادی و مالی تبدیل شود. همانند بحران مالی ۲۰۰۷ و رکود جهانی پس‌ازآن که تقریباً هیچ‌کس این رکود را ندیده بود و تئوری‌های اقتصادی غالب قادر به توضیح آن نبودند. نایت دانش بشری را به سه بخش تقسیم کرد: اطمینان، ریسک و عدم قطعیت و همچنین بیان می‌کند که اقتصاد به‌طور خاص به دو مورد ریسک و عدم قطعیت توجه دارد. به‌این‌ترتیب بود که نایت عدم قطعیت را در مقابل ریسک و نه مستقل تعریف کرد و بر اساس این فرض بود که گفت دانش بشری به‌ویژه در مورد آینده و همچنین در مورد حال و گذشته ناقص است. از نظر نایت، هر موقعیتی که در آن احتمالات پیشینی یا آماری قابل دستیابی باشد، ریسک است، درحالی‌که موقعیت‌های عدم قطعیت آن‌هایی هستند که در آن هیچ محاسبه احتمال عینی را نمی‌توان اعمال کرد و فقط می‌توان از تخمین‌ها و قضاوت‌های شخصی استفاده کرد (کوهن[۱۶]، ۲۰۱۷). به‌صورت کلی می‌توان گفت که ریسک به موقعیتی اطلاق می‌شود که در آن‌یک شخص از پیامدهای احتمالی برخی اقداماتی که انجام خواهد داد اطلاع دارد و می‌تواند احتمال وقوع آن نتایج را تخمین بزند ولی عدم قطعیت به موقعیتی اطلاق می‌شود که در آن‌یک شخص نتایج احتمالی را پیش‌بینی می‌کند اما نمی‌تواند به‌طور قابل اعتماد احتمال وقوع آن نتایج را تخمین بزند (پودولنی[۱۷]، ۲۰۰۳).

مدل‌های اولیه مانند مدل بلک، شولز و مرتون دارای مفروضاتی است که در دنیای واقعی وجود ندارد و ازجمله این مفروضات می‌توان به عدم وجود هیچ‌گونه هزینه معاملاتی و پیروی قیمت سهام از توزیع

خاص اشاره نمود. درحالی‌که موارد ذکرشده در مدل دوجمله‌ای تحت عدم قطعیت نایت و هزینه معاملات وجود ندارد. مدل دوجمله‌ای تحت عدم قطعیت نایتی و هزینه معاملات با اضافه کردن یک عامل عدم قطعیت η به نوسانات بازده دارایی پایه پیش می‌رود و این عامل عدم قطعیت موجب عدم قطعیت در u ضریب بالارونده قیمت دارایی پایه و d ضریب پایین‌رونده قیمت دارایی پایه می‌شود. در مدل دوجمله‌ای ساده نوسانات برابر σ است. با واردکردن عدم قطعیت به نوسانات، نوسان به σe^I تبدیل می‌شود که I در آن‌یک متغیر تصادفی است که نشان‌دهنده عدم قطعیت با انحراف معیار η است. با قرار دادن ضریب عدم قطعیت در نوسانات، u و d به‌صورت زیر تغییر می‌کند (لین، هان و لی، ۲۰۲۱).

$$u = \exp\left(\sigma e^I \sqrt{\Delta t}\right) \quad , \quad d = \exp(-\sigma e^I \sqrt{\Delta t}) \tag{۱}$$

$$\Delta t = \frac{T}{n} \tag{۲}$$

T زمان باقی‌مانده تا سررسید به‌صورت کسری از سال و n معرف تعداد دوره‌های یک درخت دوجمله‌ای می‌باشد.

با توجه به مدل دوجمله‌ای ساده بدون عدم قطعیت نایت، یک اختیار خرید اروپایی را می‌توان از طریق مجموعه‌ای از سهام پایه و اوراق قرضه بدون ریسک مدل‌سازی کرد. مقدار سهام با موقعیت خرید برابر با Δ که Δ عددی بین صفر و یک است و مقدار اوراق قرضه بدون ریسک برابر B با موقعیت فروش. در زمان ۱، ارزش اختیار خرید در دو حالت بالا رفتن و پایین رفتن قیمت سهام برابر مقادیر زیر است:

$$Max(Su - K\,, 0) = Su\Delta_0 + (1+r)B_0 \tag{۳}$$

$$Max(Sd - K\,, 0) = Sd\Delta_0 + (1+r)B_0 \tag{۴}$$

S در این روابط بیانگر قیمت فعلی سهام پایه، K بیانگر قیمت اعمال اختیارمعامله، Δ_0 برابر مقدار سهام در زمان صفر، B_0 بیانگر مقدار اوراق قرضه بدون ریسک در زمان صفر و r نیز نرخ سود بدون ریسک می‌باشد. حال با اضافه کردن عدم قطعیت به مدل، ضریب بالارونده به u^* و ضریب پایین‌رونده به d^* تبدیل می‌شود، که در این صورت ارزش اختیار خرید به‌صورت زیر خواهد بود:

$$\Delta_0 Su^* + B_0(1+r) \quad , \quad \Delta_0 Sd^* + B_0(1+r) \tag{۵}$$

بنابراین خطای مدل ساده و مدل تحت عدم قطعیت نایتی به‌صورت زیر خواهد بود:

$$\Delta_0 S(u - u^*) \quad , \quad \Delta_0 S(d - d^*) \tag{۶}$$

سرمایه‌گذار باید u^* و d^* را انتخاب کند که RMSE را به حداقل برساند، بنابراین u^* و d^* به‌صورت زیر خواهد بود:

$$u^* = E(u) \quad , \quad d^* = E(d) \tag{۷}$$

حالا ما متغیر تصادفی I را داریم که مستقل است و به‌صورت یکسان توزیع‌شده است که از توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس η^2 پیروی می‌کند، درنتیجه ما داریم:

$$u^* = E(u) = E\left[1 + \sigma\sqrt{\Delta t}e^I + o(\sqrt{\Delta t})\right] \tag{۸}$$

$$d^* = E(d) = E\left[1 - \sigma\sqrt{\Delta t}e^I + o(\sqrt{\Delta t})\right] \tag{۹}$$

با توجه به اینکه مقدار $o(\sqrt{\Delta t})$ مقدار بی‌نهایت کوچک است، از آن چشم‌پوشی می‌کنیم:

$$u^* = 1 + \sigma\sqrt{\Delta t}E(e^I) = 1 + \sigma\sqrt{\Delta t}e^{\frac{\eta^2}{2}} \tag{۱۰}$$

$$d^* = 1 - \sigma\sqrt{\Delta t}E(e^I) = 1 - \sigma\sqrt{\Delta t}e^{\frac{\eta^2}{2}} \tag{۱۱}$$

رابطه ۱۰ و ۱۱ را می‌توان به‌صورت زیر بازنویسی کرد:

$$u^* = \exp(\sigma\sqrt{\Delta t}e^{\frac{\eta^2}{2}}) \quad , \quad d^* = \exp(-\sigma\sqrt{\Delta t}\, e^{\frac{\eta^2}{2}}) \tag{۱۲}$$

در زمان t، مرتبه اول لحظه نوسان[۱۸]" یک‌لحظه آماری در مکانیک "(لحظه مرتبه اول متغیر تصادفی X برابر امید ریاضی E(X) است) و مرتبه دوم لحظه نوسان[۱۹](لحظه مرتبه دوم متغیر تصادفی X برابر var(X) است) $\sigma_t = \sigma\, e^{It}$ به‌صورت زیر است:

$$E(\sigma_t) = E(\sigma e^{It}) = \sigma\, e^{\eta^2/2} \tag{۱۳}$$

$$var(\sigma_t) = var(\sigma\, e^{It}) = \sigma^2(e^{2\eta^2} - e^{\eta^2}) \tag{۱۴}$$

با حل دو رابطه بالا می‌توان به فرمول عامل عدم قطعیت η رسید:

$$\eta = \sqrt{\ln(1 + \frac{Var(\sigma_t)}{E^2(\sigma_t)})} \tag{۱۵}$$

$E(\sigma_t)$ و $var(\sigma_t)$ را می‌توان با استفاده از داده‌های تاریخی تخمین زد و سپس با استفاده از رابطه ۱۵ عامل عدم قطعیت (η) را محاسبه کرد. با توجه به اینکه با افزایش دوره‌های (n) مدل دوجمله‌ای می‌توان خطای این مدل را کاهش داد ولی با افزایش تعدیل برای بهینه‌سازی پرتفوی بدون ریسک برای پوشش مستمر، سرمایه‌گذاران با مقدار قابل‌توجه و غیرقابل‌اغماض هزینه معاملات مواجه خواهند شد، درنتیجه باید هزینه معاملات را نیز در مدل دوجمله‌ای تحت عدم قطعیت نایتی در نظر بگیریم. با در نظر گرفتن هزینه معاملات در قیمت‌گذاری اوراق اختیار معامله ضریب‌های بالارونده و پایین‌رونده قیمت به‌صورت زیر خواهد بود:

$$\bar{u}^* = (1+k)\exp(\sigma\sqrt{\Delta t}\, e^{\eta^2/2}) \quad (۱۶)$$

$$\bar{d}^* = (1-k)\exp(-\sigma\sqrt{\Delta t}\, e^{\eta^2/2}) \quad (۱۷)$$

k در این رابطه معرف هزینه معاملات دارایی پایه است.

با توجه به روابط بالا درخت دوجمله‌ای را تشکیل خواهد شد و قیمت فعلی اختیار خرید به دست خواهد آمد. به‌صورت کلی در زمان صفر قیمت دارایی پایه را $S_{0,1}$ در نظر گرفته می‌شود و همچنین قیمت اختیارمعامله که در حال حاضر در بازار در حال معامله است را V_0 در نظر گرفته می‌شود، سپس زمان تا سررسید اختیار معامله را به n دوره مساوی تقسیم می‌شود. در دوره اول قیمت مورد انتظار ممکن است در صورت افزایش به S_0u و در صورت کاهش به S_0d برسد. همچنین میدانیم که (u-1)*100 درصد افزایش قیمت سهام را نشان می‌دهد و $u > 1$ است. همچنین (1-d)*100 درصد کاهش قیمت سهام را نشان می‌دهد و $d < 1$ است. در دوره n ام نیز قیمت سهام در بالاترین حالت ممکن به Su^n و در پایین‌ترین حالت ممکن نیز به Sd^n می‌رسد. در آخرین گره ممکن قیمت اختیارخرید را با استفاده از رابطه ۱۸ محاسبه می‌شود و سپس با روش بازگشتی اختیارخریدهای ماقبل گره آخر با استفاده از رابطه ۱۹ محاسبه می‌شود. درنهایت به همین ترتیب به عقب برگشته تا بتوان اختیارخرید را در زمان حال ارزش‌گذاری کرده و $C_{0,1}$ را به دست بیاورند و با قیمت بازاری اختیارخرید (V_0) مقایسه کنند.

بدین ترتیب در آخرین گره موجود قیمت اختیار خرید به‌صورت زیر محاسبه خواهد شد:

$$C_{n,1} = Max(S_{n,1} - K, 0) \quad (۱۸)$$

و در گره‌های ماقبل آخر قیمت اختیار خرید به‌صورت زیر محاسبه خواهد شد:

$$C_{n-1,1} = e^{-r\Delta t}(PC_{n,1} + (1-P)C_{n,2}) \quad (۱۹)$$

در رابطه ۱۹، P را به‌صورت زیر داریم (احتمال بالا رفتن قیمت سهام در فضای ریسک خنثی را با P و احتمال پایین آمدن قیمت سهام در این فضا را با (1-P) نشان می‌دهند)

$$P = \frac{e^{r\Delta t} - d^*}{u^* - d^*} \quad (۲۰)$$

تأثیر پارامترها بر مدل قیمت‌گذاری دوجمله‌ای تحت عدم قطعیت نایتی و هزینه معاملات

با افزایش و کاهش قیمت سهام پایه به ترتیب قیمت اختیار خرید افزایش و کاهش می‌یابد، درواقع قیمت سهام پایه و قیمت اختیارخرید دارای رابطه مستقیم هستند. همچنین با افزایش عدم قطعیت

قیمت اختیارخرید نیز افزایش پیدا می‌کند. اگر اختیارخرید کاملاً در سود[۲۰] یا کاملاً در زیان[۲۱] باشد، می‌توان از تأثیر عدم قطعیت بر قیمت اختیار خرید چشم‌پوشی کرد و عدم قطعیت بیشترین تأثیر را در اختیارخرید بی‌تفاوت[۲۲] دارد. با افزایش و کاهش قیمت اعمال، قیمت اختیار خرید به ترتیب کاهش و افزایش می‌یابد، درواقع قیمت اختیار خرید با قیمت اعمال رابطه عکس دارد. همچنین با افزایش هزینه معاملات، قیمت اختیار خرید نیز افزایش می‌یابد. در کل می‌توان گفت هزینه معاملات بیشترین تأثیر را بر روی اختیارخرید بی‌تفاوت (ارزش ذاتی صفر) دارد و می‌توان تأثیر هزینه معاملات بر روی اختیارخریدهای کاملاً در سود یا کاملاً در زیان را نادیده گرفت. با افزایش نوسانات، عدم قطعیت تأثیر بیشتری بر قیمت اختیار خرید می‌گذارد، درواقع می‌توان نتیجه گرفت که عدم قطعیت در بازارهایی که نوسانات بیشتری دارند، تأثیر بیشتری بر قیمت اختیارخرید می‌گذارد. همچنین رابطه بین عدم قطعیت و قیمت اختیارخرید رابطه غیرخطی است زیرا افزایش عدم قطعیت، قیمت اختیارخرید با نرخ تندتری افزایش پیدا می‌کند.

پیشینه تحقیق

لوییس بشیلیه[۲۳] ریاضیدان فرانسوی در آغاز قرن بیستم بود. او در رساله دکتری خود که در سال ۱۹۰۰ دفاع کرد، مدلی از قیمت سهام تحت فرآیند تصادفی که اکنون به نام حرکت براونی نامیده می‌شود، مدل‌سازی کرد. بشیلیه بر اساس مشاهدات خود از بورس اوراق بهادار پاریس، این نظریه را مطرح کرد که سطح مشخصی از تصادفی بودن، زیربنای نوسانات قیمت سهام را تشکیل می‌دهد. او استدلال می‌کرد که قیمت‌ها به‌صورتی که نمی‌توان پیش‌بینی کرد بالا یا پایین می‌روند. احتمال منفی شدن قیمت سهام را می‌توان به‌عنوان یکی از مشکلات مدل او دانست. مدل او در توسعه سایر مدل‌ها بخصوص مدل بلک، شولز و مرتون نقش عمده‌ای داشت، به همین دلیل او را پدر علم ریاضیات مالی می‌نامند.

افراد زیادی در سال‌های ۱۹۶۰ الی ۱۹۷۰ تلاش کردند تا مدل جدید برای قیمت‌گذاری اوراق اختیار معامله ارائه دهند که ازجمله آن‌ها، اسپرنکل[۲۴] که در سال ۱۹۶۱ فرض کرد که قیمت سهام از توزیع لگ نرمال پیروی می‌کند، همین فرض باعث شد تا احتمال منفی شدن قیمت سهم در مدل بشیلیه رفع شود. بونس[۲۵] نیز در سال ۱۹۶۴، اهمیت صرف ریسک را درک کرد و به مدل خود اضافه کرد و درنهایت مدلی شبیه به مدل اسپرنکل ارائه داد.

ساموئلسون[۲۶] (۱۹۶۵) با بسط مدل بشیلیه قیمت سهام را با فرض حرکت براونی هندسی مدل‌سازی کرد، او به این نتیجه رسید که با توجه به ریسک متفاوت سهام و اختیار معامله نرخ بازده مورد آن‌ها با یکدیگر متفاوت است.

مرتون[۲۷] و ساموئلسون در سال ۱۹۶۹، مقاله‌ای را ارائه دادند و فرض کردند که قیمت اختیار معامله تابعی از قیمت سهام است.

بلک و شولز (۱۹۷۳) آن‌ها سبد بدون ریسک متشکل از دارایی پایه و اختیار معامله تشکیل دادند و با استفاده از نظریه آربیتراژ و در نظر گرفتن شرایطی ایده آل برای سهام و اختیار معامله، مدلی جدید برای قیمت‌گذاری اختیار معامله‌های اروپایی ارائه دادند.

مرتون در سال ۱۹۷۶ مدل انتشار پرش مرتون را ارائه داد، از نظر تجربی بازده سهام تمایل به داشتن دم پهن دارد درواقع ممکن است قیمت سهام به دلیل انتشار اطلاعات مهم جدید تغییرات ناگهانی یا پرش داشته باشد. مدل مرتون یک جزء پرش را بر روی جزء انتشار قرار می‌دهد.

واسیچک[۲۸] (۱۹۷۷) یک مدل ریاضی به وجود آورد که برای تخمین مسیرهای بالقوه تغییرات نرخ سود آتی در اقتصاد مالی مورداستفاده قرار می‌گیرد، درواقع یک نوع مدل‌سازی است که به تصمیم‌گیری سرمایه‌گذاران کمک می‌کند. حرکت نرخ سود به‌عنوان عاملی متشکل از ریسک بازار، زمان و ارزش تعادلی است و نرخ سود به‌مرورزمان به سمت میانگین بازمی‌گردد. این مدل با در نظر گرفتن نوسانات فعلی بازار، ارزش متوسط نرخ سود بلندمدت و یک عامل ریسک بازار، نشان می‌دهد که نرخ‌های سود در پایان یک دوره زمانی معین به کجا می‌رسند.

در سال ۱۹۷۹ کاکس، راس و رابینستین مدل قیمت‌گذاری دوجمله‌ای اختیار معامله را ارائه دادند، که در این مدل قیمت سهام با نسبت مشخصی بالا و پایین می‌رود و سپس با یک روش برگشتی قیمت فعلی اختیار معامله را به دست می‌آید، از این روش می‌توان برای قیمت‌گذاری اوراق اختیار معامله اروپایی و آمریکایی استفاده کرد.

هستون در سال ۱۹۹۳ مدل جدیدی به نام مدل نوسانات تصادفی هستون ارائه کرد، در این مدل دارایی پایه و نوسانات هرکدام جداگانه دارای یک فرآیند انتشار بودند و از این مدل برای ارائه مدل‌های پیشرفته‌تر استفاده شد.

کلاینرت و کوربل[۲۹] در سال ۲۰۱۶ نشان دادند که قیمت‌گذاری اختیارمعامله‌ها با کمک معادله دیفرانسیل دو کسری پوشش مطمئن‌تری نسبت به قیمت‌گذاری به روش بلک، شولز و مرتون در برابر افت شدید قیمت سهام می‌دهد.

مهردوست و صابر (۱۳۹۲) با توجه به خبرهای گوناگون که باعث تغییرات شدید در قیمت دارایی‌های پایه موجود در بازار سرمایه می‌شود در پژوهش خود به معرفی مدل تلاطم هستون پرشی پرداخته‌اند.

این مدل به دلیل انعطاف‌پذیری بالاتر و همچنین پوشش تغییرات ناگهانی قیمت نسبت به مدل هستون می‌تواند در بازارهای مالی مانند سهام، طلا و بازار نفت مورداستفاده قرار گیرد و نتایج بهتری را در اختیار ما قرار دهد. هدف اصلی این مقاله معرفی این مدل و استخراج یک روش ارزش‌گذاری اختیار معامله اروپایی با استفاده از آن است. در این تحقیق از داده‌های واقعی استفاده‌نشده است.

سفیدفرد، (۱۳۹۷) در پایان‌نامه خود با توجه به گسترش مشقات مالی بخصوص اختیار معامله برای مدیریت ریسک که قیمت‌گذاری اختیار معامله به یکی از مسائل مهم و چالشی در ریاضیات مالی تبدیل‌شده است. او در این پایان‌نامه خود قیمت‌گذاری اختیار معامله‌ها را با روش دوجمله‌ای انجام داده است. به‌صورتی که قیمت پایانی ۱۰ شرکت بورس اوراق بهادار تهران در طول دوره سه‌ساله را دریافت و سپس قیمت اختیار معامله‌ها و سود و زیان حاصل از اعمال آن‌ها را محاسبه نموده است. در این پژوهش اطلاعات اختیار معامله‌ها به‌صورت مثال فرضی در نظر گرفته‌شده است.

زینل زاده، (۱۳۹۴) در پایان‌نامه خود از روش مدل دوجمله‌ای ضمنی برای قیمت‌گذاری اختیار معاملات استفاده کرده و برای انجام این کار ابتدا یک تابع نوسانات ضمنی را بر اساس قیمت توافقی که از قیمت اختیار معامله‌های بازار و درون‌یابی آن‌ها به دست می‌آید، در نظر گرفته است و سپس براساس آن اختیار معامله‌ها را قیمت‌گذاری کرده است.

کیمیاگری و همکاران (۱۳۹۶) در پژوهش خود به قیمت‌گذاری اختیار معامله‌ها بر روی شاخص اس اند پی ۵۰۰ پرداخته‌اند. به دلیل اهمیت پارامتر نوسانات بازده شاخص در این پژوهش برای مدل‌سازی نوسانات از مدل‌های سری زمانی گارچ مانند EGARCH، GARCH و GJR-GARCH استفاده‌شده است، سپس بهترین خروجی را به‌عنوان ورودی مدل‌های ناپارامتری و بلک شولز مورداستفاده قرار داده‌اند. در این مقاله، دو مدل براساس شبکه‌های عصبی و عصبی فازی ارائه‌شده است و عملکرد آن‌ها روی داده‌های واقعی اختیار معامله شاخص اس اند پی ۵۰۰ مورد سنجش قرارگرفته است که نتایج به‌دست‌آمده نشان می‌دهد مدل‌های شبکه عصبی فازی و عصبی نتایج بهتری نسبت به مدل بلک شولز می‌دهد.

لطفی آسف، (۱۳۹۸) در پایان‌نامه خود با توجه به نوسانات بازارهای مالی، عدم قطعیت و بی‌ثباتی در قیمت‌گذاری اختیار معامله، استفاده از مدل نوسانات فازی برای قیمت‌گذاری واقعی به‌جای ریسک پیشنهاد کرده است. درنتیجه در این پژوهش روش جدیدی برای قیمت‌گذاری اختیار معامله با استفاده از معادله دیفرانسیل بلک شولز طبق تئوری مجموعه فازی ارائه‌شده است. پژوهشگر در این پژوهش به این نتیجه رسیده است که خطای پیش‌بینی ارزش اختیار معامله زمانی که ضریب نوسان با استفاده از

روش تقریب ضمنی بارادیا-کرستوفایدز-سالکین به‌دست‌آمده بسیار کمتر از زمانی است که ضریب نوسانات با استفاده از داده‌های سهام در طول یک سال به دست می‌آید.

امیری، (۱۳۹۹) در پژوهش خود به قیمت‌گذاری اختیار معامله سکه طلا با مدل‌های بلک-شولز، بونس و دوجمله‌ای در بورس کالا ایران پرداخته است. نوسانات دارایی پایه بر اساس مدل گارچ برآورد شده است و در مدل‌های قیمت‌گذاری مورداستفاده قرارگرفته است. نتایج نشان می‌دهد که در اختیار خریدها قیمت نظری محاسبه‌شده مدل بلک-شولز بالاتر از همه مدل‌ها است و در اختیار فروش قیمت نظری پیش‌بینی‌شده مدل بلک-شولز کمتر از سایر مدل‌ها است.

ملک محمدی، (۱۳۹۹) در پایان‌نامه خود به بررسی عملکرد سه مدل قیمت‌گذاری اوراق اختیار معامله، مدل بلک شولز، مدل دارای انتشار پرش مرتون و مدل تلاطم تصادفی هستون بر روی اختیار معامله‌های موجود در بورس تهران پرداخته است. نتایج حاصله نشان می‌دهد به ترتیب روش‌های بلک شولز، مدل تلاطم تصادفی هستون و مدل دارای انتشار پرش مرتون قیمت اختیار معامله را بهتر پیش‌بینی می‌کنند.

مرادی نیک، (۱۴۰۱) در پایان‌نامه خود به بررسی دو مدل قیمت‌گذاری دوجمله‌ای و بلک شولز پرداخته است. او در مطالعه خود به مقایسه روش بلک شولز با تلاطم یک‌ساله، شش‌ماهه، استفاده از نوسانات ضمنی پر معامله‌ترین اختیار معامله هر سررسید برای هر نماد، استفاده از نوسانات ضمنی روز قبل و روش درخت دوجمله‌ای پرداخته است. نتایج به‌دست‌آمده با معیار RMSE نشان می‌دهد مدل بلک شولز با استفاده از تلاطم ضمنی در هر دو روش نتایج دقیق‌تری را نسبت به قیمت واقعی پیش‌بینی می‌کند.

با توجه به رشد روزافزون بازارهای مشتقات در دنیا و همچنین به دلیل نوپا بودن بازار اختیارمعامله در ایران، نیاز به انجام پژوهش‌ها در این حوزه احساس می‌شود. اگرچه در دنیا پژوهش‌های فراوانی انجام‌شده است ولی در ایران حجم پژوهش‌ها کم بوده و در اکثر پژوهش‌ها از داده‌های غیرواقعی و یا داده‌های واقعی محدود استفاده‌شده است. ولی در این پژوهش از تمام داده‌های اختیار خریدهای منتشرشده از ابتدای سال ۱۳۹۷ تا انتهای سال ۱۴۰۱ استفاده‌شده است که می‌تواند منجر به دقیق‌تر و واقعی‌تر شدن نتایج حاصله بشود. همچنین در مدل مورد پژوهش هم هزینه معاملات و هم عدم قطعیت ناتی در نظر گرفته‌شده است که در هیچ‌کدام از پژوهش‌های داخلی، این متغیرها در نظر گرفته نشده است.

سؤال پژوهش

عملکرد مدل ارزش‌گذاری اوراق اختیار معامله به روش درخت دوجمله‌ای تحت عدم قطعیت نایتی و هزینه معاملات در بورس اوراق بهادار تهران و مقایسه آن با مدل بلک، شولز و مرتون؟

روش‌شناسی پژوهش

این پژوهش به لحاظ هدف از نوع کاربردی است و همچنین با توجه به اینکه در این پژوهش از داده‌های عددی استفاده‌شده است، می‌توان گفت که این تحقیق از نوع کمی است. این پژوهش بدون دخالت در متغیرها و وقوع رویدادها تنها به دنبال شناخت بیشتر شرایط موجود و کمک به فرآیند تصمیم‌گیری است، درنتیجه می‌توان گفت پژوهش از نوع توصیفی است و از نظر بعد زمانی نیز پژوهش ما از نوع گذشته‌نگر است.

این پژوهش به دنبال بررسی عملکرد مدل ارزش‌گذاری دوجمله‌ای تحت عدم قطعیت نایت و هزینه معاملات در بورس اوراق بهادار تهران است. بدین منظور روش نمونه‌گیری در این پژوهش حذف سیستماتیک با استفاده از چندین فیلتر است. ابتدا لیست کل اوراق اختیارخریدهای موجود در بورس اوراق بهادار تهران را که از ابتدای سال ۱۳۹۷ تا انتهای سال ۱۴۰۱ منتشرشده‌اند را از سایت شرکت مدیریت فناوری بورس تهران [۳۰]استخراج می‌شود. در بین این سال‌ها ۴۵۸۰ اختیار خرید بر روی ۵۳ نماد نماد بورسی منتشرشده است. از این تعداد فقط ۲۶۵۹ اختیارخرید دارای حداقل یک معامله در کل روزهای معاملاتی خود بین سال ۱۳۹۷ الی ۱۴۰۱ هستند. شرط بعدی این است که این اوراق اختیارخرید حداقل ۵۰ روز در طول دوره معاملاتی خود معامله شده باشند که از بین این اوراق فقط ۴۸۸ اختیارخرید دارای این شرط می‌باشند، همچنین از این تعداد ۱۸ اختیارخرید بر روی صندوق‌های قابل معامله در بورس هستند که آن‌ها را نیز حذف می‌شوند. درنتیجه ۴۷۰ اختیارخرید بر روی ۲۸ نماد بورسی، دارای حداقل ۵۰ روز معاملاتی در طول دوره معاملاتی خود هستند. سپس باید اختیار خریدهایی که نسبت تعداد روزهایی که نماد معامله شده است به تعداد کل روزهای معاملاتی آن اختیار حداقل برابر ۰/۶ باشد انتخاب شود. از بین این اوراق اختیار خرید فقط ۳۸۰ اختیار خرید بر روی ۲۶ نماد بورسی دارای این شرط هستند. کل این ۳۸۰ اختیار خرید دارای ۲۷,۹۸۱ نماد-روز معاملاتی هستند. سپس باید روزهای باقی‌مانده تا سررسید اختیار خریدها کمتر از ۵ روز معاملاتی نباشد، پس از اعمال این شرط ۲۶,۸۸۴ نماد-روز معاملاتی باقی می‌ماند. آخرین غربال این است که اگر اختیار خریدهایی در روز معاملاتی قیمت پایانی کمتر از ۱۰ ریال داشته باشند، آن روز معاملاتی را حذف می‌شود، که بعد از اعمال این شرط کل روزهای معاملاتی ۳۸۰ اختیار خرید موجود برابر ۲۵,۸۵۲ نماد-روز معاملاتی می‌شود که ارزش‌گذاری

اختیار خریدها با دو مدل بر روی این ۲۵,۸۵۲ داده موجود انجام می‌شود. از این فیلترها به‌منظور حذف اختیار خریدهای کم معامله شده، حذف داده‌های پرت و همچنین حذف معاملات غیرعادی استفاده می‌شود. همچنین برای استخراج نرخ سود بدون ریسک ابتدا داده‌های اوراق اسناد خزانه اسلامی را از سایت فرابورس ایران[۳۱] دریافت کرده و سپس به‌صورت روزانه نرخ میانگین بازدهی تا سررسید اوراق اسناد خزانه اسلامی‌های معامله شده در آن روز را محاسبه‌شده و از این نرخ در مدل‌ها استفاده می‌شود.

روش تجزیه‌وتحلیل داده‌ها

در مدل بلک، شولز و مرتون ابتدا باید برای هر اختیارخرید داده‌های قیمتی دارایی پایه آن را استخراج کنیم و سپس بازدهی لگاریتمی روزانه دارایی پایه را محاسبه کنیم. سپس با استفاده از بازدهی لگاریتمی محاسبه‌شده، نوسانات بازدهی سهم پایه را محاسبه می‌کنیم. برای محاسبه انحراف معیار بازدهی سالانه سهام، ابتدا بازدهی لگاریتمی روزانه سهام را محاسبه می‌کنیم سپس با توجه به اینکه انحراف معیار در بازه ۱۸۰ روزه کمترین خطا را دارد (افشار، ۱۴۰۱)، ابتدا انحراف معیار روزانه بازدهی سهام را در بازه ۱۸۰ روزه محاسبه می‌کنیم و سپس برای محاسبه انحراف معیار سالانه بازدهی سهام عدد حاصل را در ریشه دوم تعداد روزهای معاملاتی سالانه بورس اوراق بهادار تهران (۲۴۰ روز) ضرب می‌کنیم. درنهایت با استفاده از داده‌های سایت بورس اوراق بهادار تهران پارامترهای مربوط به مدل بلک،شولز و مرتون مانند قیمت سهام، قیمت اعمال، انحراف معیار بازدهی لگاریتمی دارایی پایه و تعداد روزهای باقی‌مانده تا سررسید اوراق اختیار معامله را جمع‌آوری می‌کنیم و نرخ سود بدون ریسک را با استفاده از داده‌های قیمت اسناد خزانه اسلامی موجود در سایت فرابورس ایران محاسبه می‌کنیم. سپس اوراق اختیار معامله‌ها را به روش مدل بلک، شولز و مرتون ارزش‌گذاری می‌کنیم.

در مدل دوجمله‌ای تحت عدم قطعیت نایت و هزینه معاملات ابتدا طول عمر اختیار معامله را به n دوره مساوی تقسیم می‌کنیم. سپس برای محاسبه عدم قطعیت η از مدل GARCH(1,1) برای تخمین واریانس شرطی روزانه و نوسانات شرطی استفاده می‌کنیم. مدل‌های GARCH به واریانس شرطی این امکان را می‌دهد که به مقادیر وقفه خود نیز وابسته باشند درنهایت ما میانگین ($E(\sigma_t)$) و واریانس ($Var(\sigma_t)$) نوسانات شرطی سالانه را به دست می‌آوریم که با استفاده از این دو عامل می‌توان عدم قطعیت را محاسبه کرد.

$$GARCH(1,1) = \sigma_t = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 \qquad (۲۱)$$

در رابطه فوق مقدار واریانس برازش شده به‌عنوان تابعی موزون از میانگین بلندمدت (وابسته به مقدار

α_0)، اطلاعات موجود در خصوص نوسانات دوره قبل $\alpha_1 u_{t-1}^2$ و مقدار برازش شده واریانس توسط مدل در دوره قبل $\beta\sigma_{t-1}^2$ است. درنهایت مانند روش تجزیه‌وتحلیل داده‌های مدل بلک، شولز و مرتون داده‌های موردنیاز روابط مدل دوجمله‌ای تحت عدم قطعیت نایت و هزینه معاملات که در فصل دو به آن‌ها اشاره‌شده قیمت اختیارخرید را تخمین زده. همان‌گونه که در فصل دوم اشاره شد k هزینه معاملاتی که در مدل دوجمله‌ای تحت عدم قطعیت نایتی و هزینه معاملات وجود دارد مربوط به هزینه معاملات دارایی پایه یعنی همان سهام است. اضافه کردن هزینه معاملات به مدل ارزش‌گذاری اختیارخرید، باعث بالا رفتن قیمت نظری اختیار خرید می‌شود. درواقع هزینه معاملات رابطه مستقیم با قیمت نظری اختیار خرید دارد و با بالا رفتن هزینه معاملات، قیمت نظری اختیارخرید نیز افزایش پیدا می‌کند. همچنین برای سنجش میزان خطا مدل دوجمله تحت عدم قطعیت نایتی و هزینه معاملات، یکبارهم هزینه معاملات را صفر می‌گذاریم تا با توجه به خطای مدل ببینیم که پیش‌بینی مدل بهتر می‌شود یا بدتر.

جدول ۱-تغییرات هزینه معاملات دارایی پایه(سهام) از ابتدای سال ۱۳۹۷ الی انتهای سال ۱۴۰۱

تاریخ	هزینه معاملات خرید	هزینه معاملات فروش
از ۱۳۹۷/۰۱/۰۱الی ۱۳۹۷/۰۶/۰۲	۰/۰۰۴۶۴	۰/۰۰۹۷۵
از ۱۳۹۷/۰۶/۰۳ الی ۱۳۹۷/۱۲/۲۹	۰/۰۰۴۶۴	۰/۰۰۵۷۵
از ۱۳۹۸/۰۱/۰۱ الی ۱۳۹۹/۰۴/۳۱	۰/۰۰۴۶۴	۰/۰۰۹۷۵
از ۱۳۹۹/۰۵/۰۱ الی ۱۴۰۱/۱۲/۲۹	۰/۰۰۳۷۱۲	۰/۰۰۸۸

منبع: بورس اوراق بهادار تهران

بررسی سؤال پژوهش

در این پژوهش دو مدل درخت دوجمله‌ای تحت عدم قطعیت نایتی و هزینه معاملات و بلک، شولز به‌وسیله عدد جذر میانگین مربعات خطا *RMSE* باهم مقایسه می‌شود. هرچقدر عدد جذر میانگین مربعات خطا برای یک مدل کمتر باشد آن مدل قیمت نظری نزدیک‌تری به قیمت بازار را تخمین زده است و درنتیجه آن مدل بهتر است. همان‌طور که در جدول ۱-۵ نشان داده شد، میانگین خطای *RMSE* مدل بلک، شولز و مرتون برابر عدد ۰/۶۰۷ و میانگین خطای *RMSE* مدل درخت دوجمله‌ای تحت عدم قطعیت نایتی و هزینه معاملات برابر ۰/۸۳ است. درنتیجه می‌توان گفت مدل بلک، شولز و مرتون قیمت اوراق‌اختیار خرید را به‌صورت واقعی‌تر پیش‌بینی می‌کند. علت عملکرد ضعیف‌تر مدل دوجمله‌ای تحت عدم قطعیت ناتی و هزینه معاملات را می‌توان به‌صورت زیر بیان کرد. هر چه میزان هزینه معاملات و همچنین عامل عدم‌قطعیت نایتی بالا می‌رود، مدل قیمت بالاتری را برای اختیارخریدها به دست می‌آورد

زیرا هزینه معاملات و عامل عدم قطعیت نایتی به‌صورت مستقیم بر ضریب‌های مدل تأثیر می‌گذارد و باعث بالا رفتن ضریب بالارونده و پایین آمدن ضریب پایین‌رونده می‌شود و چون ما تعداد دوره‌های مدل دوجمله‌ای را برابر ۳۰ (n=۳۰) قرار داده‌ایم تأثیر این عوامل مضاعف‌تر شده و قیمت بالاتر یا پایین‌تری ارائه می‌دهد. درواقع هر چه تعداد دوره‌های مدل دوجمله‌ای، هزینه معاملات و عامل عدم قطعیت پایین‌تر باشد، مدل قیمت دقیق‌تری را پیش‌بینی می‌کند و باعث می‌شود که خطا مدل دوجمله‌ای تحت عدم قطعیت نایت و هزینه معاملات پایین‌تر بیاید.

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

هدف از این پژوهش، گسترش علم ارزش‌گذاری اوراق‌اختیارمعامله در بازار نوپا و درحال گسترش اوراق اختیارمعامله در بورس اوراق بهادار تهران است. همچنین علاقه‌مندان و پژوهشگران این حوزه می‌توانند با در اختیار داشتن نتایج این پژوهش به انجام مطالعات تکمیلی‌تر و کاربردی‌تر در این حوزه بپردازند. ازلحاظ کاربردی نیز می‌تواند نتایج این پژوهش در تصمیم‌گیری به معامله‌گران، سرمایه‌گذاران و مدیران نهادهای مالی و سرمایه‌گذاری کمک کند.

در این پژوهش دو مدل درخت دوجمله‌ای تحت عدم قطعیت نایتی و هزینه معاملات و بلک، شولز به‌وسیله عدد جذر میانگین مربعات خطا RMSE باهم مورد مقایسه قرار می‌گیرند. هرچقدر عدد جذر میانگین مربعات خطا برای یک مدل کمتر باشد آن مدل قیمت نظری نزدیک‌تری به قیمت بازار را تخمین زده است و درنتیجه آن مدل بهتر است.

جدول ۲- مقایسه میانگین خطای مدل درخت دوجمله‌ای تحت عدم قطعیت نایتی و هزینه معاملات و مدل بلک، شولز و مرتون

مدل	میانگین *RMSE* کلی	میانگین *RMSE* در سود	میانگین *RMSE* در زیان
مدل بلک، شولز و مرتون	۰/۶۰۷	۰/۲۷۳	۰/۸۹۵
مدل درخت دوجمله‌ای تحت عدم قطعیت نایتی و هزینه معاملات	۰/۸۳	۰/۲۹۵	۱/۲۵۶
مدل درخت دوجمله‌ای تحت عدم قطعیت نایتی و بدون هزینه معاملات	۰/۶۵۷	۰/۲۷	۰/۹۷۶

منبع: یافته‌های پژوهشگر

با توجه به جدول ۲ می‌توان نتیجه گرفت که در کل مدل بلک، شولز و مرتون بهتر از مدل درخت دوجمله‌ای تحت عدم قطعیت نایتی و هزینه معاملات قیمت اوراق‌اختیارخرید را پیش‌بینی می‌کند،

درنتیجه مدل بلک، شولز و مرتون قابلیت اتکا و پیش‌بینی بهتر دارد و برای قیمت‌گذاری اوراق‌اختیارخرید در بازار بورس اوراق بهادار تهران بهتر است از این مدل استفاده شود. همچنین با حذف هزینه معاملات از مدل دوجمله‌ای تحت عدم قطعیت نایتی و هزینه معاملات، می‌بینیم که خطای مدل کاهش قابل‌توجهی پیدا کرده است. می‌توان مشاهده کرد که تمامی مدل‌ها اختیارهای در سود را نسبت به اختیارهای در زیان، بهتر و دقیق‌تر پیش‌بینی می‌کنند و در اختیارهای در سود مدل دوجمله‌ای تحت عدم قطعیت نایتی و بدون هزینه معاملات دارای خطای کمتری نسبت به مدل بلک، شولز و مرتون است ولی در اختیارهای در زیان مدل بلک، شولز و مرتون دارای خطای کمتری نسبت به مدل‌های دیگر است.

انجام این پژوهش با یکسری محدودیت‌هایی مانند عمق کم بازار، کم حجم بودن معاملات روزانه و کم بودن تعداد شرکت‌هایی که روی سهامشان اختیار معامله منتشرشده، مواجه بوده است.

برای تحقیقات آتی هم پیشنهاد می‌شود که مدل‌های جدید مورد بررسی قرار بگیرد تا بتوان با مقایسه این مدل‌ها با مدل بلک، شولز و مرتون به مناسب‌ترین مدل را برای قیمت‌گذاری اوراق اختیار معامله در بورس اوراق بهادار تهران برسند. همچنین پیشنهاد می‌شود هزینه معاملات و عامل عدم قطعیت نایتی را به مدل بلک، شولز و مرتون، مدل هستون و مدل پرش انتشار مرتون اضافه کنند و نتایج را مورد بررسی قرار دهند و در آخر پیشنهاد می‌شود این پژوهش بر روی اوراق اختیارمعامله موجود در فرابورس ایران و بورس کالا نیز انجام شود.

منابع

۱) افشار، علی. (۱۴۰۱). مقایسه روش‌های مختلف تخمین نوسان در ارزش‌گذاری اوراق اختیار معامله. پایان‌نامه کارشناسی ارشد. دانشگاه علامه طباطبائی.

۲) امیری، مهدیه. (۱۳۹۹). قیمت‌گذاری قراردادهای اختیارمعامله با روش‌های بلک- شولز،بونس و دوجمله‌ای (مطالعه موردی: قراردادهای اختیار معامله سکه طلا در بورس کالای ایران)، فصلنامه بورس اوراق بهادار، ۱۳(۵۰)، ۱۴۱-۱۷۰.

۳) جلوداری ممقانی، م. (۱۳۹۵). نظریه‌ی آربیتراژ زمان پیوسته. تهران: انتشارات دانشگاه علامه طباطبائی.

۴) خوزین، علی و دنکوب، مرتضی. (۱۳۹۰). اولویت‌بندی عوامل مؤثر در به‌کارگیری اوراق مشتقه در بورس اوراق بهادار تهران، فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، ۲(۷)، ۱۴۵-۱۶۵.

۵) زینل زاده، وحیده. (۱۳۹۴). قیمت‌گذاری اختیار معامله با درخت دوجمله‌ای ضمنی. پایان‌نامه کارشناسی ارشد. دانشگاه علم و فرهنگ تهران.

۶) سفیدفرد، فهیمه. (۱۳۹۷). قیمت‌گذاری اختیار معامله به روش درخت دوجمله‌ای. پایان‌نامه کارشناسی ارشد. دانشگاه شهید باهنر کرمان.

۷) کشتکاری، معصومه و علومی یزدی، حمیدرضا. (۱۳۹۲). ساختار و چالش‌های حقوقی قرارداد اختیار معامله، مجله مطالعات فقه و حقوق اسلامی، ۵(۸)، ۱۲۳.

۸) کیمیاگری، علی‌محمد؛ حاجی‌زاده، احسان؛ دستخوان، حسین و رمضانی، مجید. (۱۳۹۶). ارائه یک مدل ترکیبی جدید به‌منظور قیمت‌گذاری قراردادهای اختیار اروپایی. نشریه بین‌المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید; ۲۸ (۱) :۹۹-۸۷.

۹) لطفی آصف، هاجر. (۱۳۹۸). بررسی مدل بلک-شولز برای قیمت‌گذاری اختیار معامله با استفاده از نظریه فازی. پایان‌نامه کارشناسی ارشد. دانشگاه علم و فرهنگ تهران.

۱۰) ماه آورپور، راضیه؛ مشایخ، شهناز و رحمانی، علی. (۱۴۰۰). شناسایی چالش‌های پیاده‌سازی استانداردهای بین‌المللی حسابداری ابزارهای مشتقه: با تأکید بر الزامات افشا، فصلنامه بورس اوراق بهادار، ۱۴(۵۵)، ۱۶۰-۱۸۶.

۱۱) مرادی نیک، هادی. (۱۴۰۱). بررسی مدل‌های قیمت‌گذاری اختیار معامله: مطالعه موردی معاملات اختیار بورس تهران. پایان‌نامه کارشناسی ارشد. دانشگاه تهران.

۱۲) ملک محمدی، سارا. (۱۳۹۹). مقایسه عملکرد مدل‌های ارزش‌گذاری اوراق اختیار معامله در بورس اوراق بهادار تهران. پایان‌نامه کارشناسی ارشد. دانشگاه علامه طباطبائی.

۱۳) مهردوست، فرشید و صابر، نغمه. (۱۳۹۳). قیمت‌گذاری اختیار معامله تحت مدل هستون مضاعف با پرش. مجله مدل‌سازی پیشرفته ریاضی, ۳(۲), ۴۵-۶۰.

۱۴) نیسی، ع. و پیمانی فروشانی، م. (۱۳۹۸). مدل‌سازی مالی با استفاده از نرم‌افزار MATLAB. تهران: انتشارات دانشگاه علامه طباطبائی.

۱۵) نیسی، عبدالساده; ملکی، بهروز و رضائیان، روزبه. (۱۳۹۵). تخمین پارامترهای مدل قیمت‌گذاری اختیار معامله اروپایی تحت دارایی‌پایه با تلاطم تصادفی با کمک رهیافت تابع زیان. مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، ۹۱-۱۱۵.

16) Basili, M. (2001). Knightian uncertainty in financial markets: An assessment. Economic Notes, 30(1), 1-26.

17) Black, F., & Scholes, M. (1973). The pricing of options and corporate liabilities. Journal of political economy, 81(3), 637-54.

18) Cox, J. C., Ross, S. A., & Rubinstein, M. (1979). Option pricing: A simplified approach. Journal of financial Economics, 7(3), 229-263.

19) Heston, S. L. (1993). A closed-form solution for options with stochastic volatility with applications to bond and currency options. The review of financial studies, 6(2), 327-343.

20) Hull, J. C. (2021). Option, Futures, and Other Derivatives: Eleventh Edition . New York: Pearson.

21) Jabbour, G. M., Kramin, M. V., & Young, S. D. (2001). Two-state option pricing: Binomial models revisited. Journal of Futures Markets: Futures, Options, and Other Derivative Products, 21(11), 987-1001.

22) Kleinert, H., & Korbel, J. (2016). Option pricing beyond Black–Scholes based on double-fractional diffusion. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 449, 200-214.

23) Knight, F. H. (1921). Risk, uncertainty and profit (Vol. 31). Houghton Mifflin.

24) Köhn, J. (2017). Uncertainty in economics. Berlin, Germany: Springer. Retrieved June, 20, 2021.

25) Lin, Z., Han, L., & Li, W. (2021). Option replication with transaction cost under Knightian uncertainty. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 567, 125680.

26) Merton, R. C. (1976). Option pricing when underlying stock returns are discontinuous. Journal of financial economics, 3(1-2), 125-144.

27) Nishimura, K. G., & Ozaki, H. (2017). Economics of pessimism and optimism. Springer, 10, 978-4.

28) Podolny, J. M., & Hsu, G. (2003). Quality, exchange, and Knightian uncertainty. In The Governance of Relations in Markets and Organizations (Vol. 20, pp. 77-103). Emerald Group Publishing Limited.

29) Vasicek, O. (1977). An equilibrium characterization of the term structure. Journal of financial economics, 5(2), 177-188.

30) Wu, H. F. (2019). From constant to stochastic volatility: Black-Scholes versus Heston option pricing models.

یادداشت‌ها

1 Options
2 Call Option
3 Put Option
4 Strike date
5 Strike price
6 Premium
7 Cox, Ross, and Rubinstein
8 Rendleman and Bartter
9 George M. Jabbour, Marat V. Kramin and Stephen D. Young
10 Hull and White
11 Scott
12 Stein
13 Frank Knight
14 Basili
15 Nishimura & Ozaki
16 Kohn
17 Podolny
18 First-order moment of volatility
19 Second-order moment of volatility
20 In the money
21 Out of the money
22 At the money
23 Louis Bachelier
24 Sprenkle
25 Boness
26 Samuelson
27 Merton
28 Vasicek
29 Kleinert & Korbel
30 www.tsetmc.com
31 www.ifb.ir

Option Pricing by Binomial Model under Knightian Uncertainty and Transaction Cost in Tehran Stock Exchange

Moslem Peymany[1]
Mostafa Sargolzaei[2]
Amirhosein Mosafa[3]

Receipt: 19/10/2023 Acceptance: 21/12/2023

Abstract

Options are one of the most important derivatives that are trading in most major stock exchanges in today's world. One of the basic issues in the field of these bonds is valuation and the Binomial model one of the common methods, but it has a number of problems such as the absence of transaction costs and Knightian uncertainty, which have been solved in this research. The purpose in this research is to compare the binomial model under Knightian uncertainty and transaction cost with the Black-Scholes-Merton model. By using these two models, in this research priced options were published since 1397 until the end of 1401. After estimating the theoretical prices of each of the models, it is compared with the market prices, and the amount of prediction error of each of them is calculated using the root mean square error (RMSE). The obtained results show that the Black-Scholes-Merton model has less error than the binomial tree model under Knightian uncertainty and transaction cost. By removing the transaction cost from research model, the error of this model is reduced, and in the symbol-day data that are in the money, this model has a lower error than the Black-Scholes-Merton model.

Keywords

Option, Binomial Model, Knightian Uncertainty, Transaction Cost, Tehran Stock Exchange.

1-Associate Prof., Department of Finance and Banking, Allameh Tabataba'i University, Tehran, Iran. m.peymany@gmail.com
2-Assistant Prof., Department of Finance and Banking, Allameh Tabataba'i University, Tehran, Iran. mostafa.sargolzaei@atu.ac.ir
3- Master's student, Department of Financial Engineering and Risk Management, Allameh Tabataba'i University, Tehran, Iran. (Corresponding Author) amirhoseinmosafa@yahoo.com