



بورسی کارآمدی مدل‌های بهینه سازی؛ ارزش در معرض خطر مشروط و میانگین قدر مطلق انحراف و الگوریتم ازدحام ذرات تحت معیار ریسک CVaR و MAD در تعیین سبد سهام شرکت‌های پذیرفته شده در سازمان بورس اوراق بهادار

داربیوش آدینه‌وند^۱

ابراهیم علی رازینی^۲

محمد خدام^۳

فریدون اوحدی^۴

الهام السادات هاشمی‌زاده^۵

چکیده

انتخاب سبد بهینه سهام یکی از اهداف مهم مدیریت سرمایه است. تکنیک‌ها و ابزارهای متعددی برای حل مساله سبد بهینه سهام وجود دارد. در این پژوهش با استفاده از داده‌های ۱۵ سهم از بازار سهام تهران انتخاب شده‌اند که شامل نمادهای، خیارس، خرامیا، و پاسار، فولاد، اخبار، کگل، فملی، تاپیکو، سپاه، فاذر، فخاس، شبهن، شفن، قمر و قثابت هستند. ابتدا بازده این سهام بصورت روزانه در بازه زمانی ۱۳۹۹/۳/۳۱-۱۳۹۴/۳/۳۱ طی ۵ سال به مدت ۱۱۸۳ روز محاسبه شد و با استفاده از مدل‌های ریسک میانگین قدر مطلق انحراف و ارزش در معرض خطر مشروط، ریسک سبد سرمایه‌گذاری آنها محاسبه می‌شوند و این دو معیار از روش حل کلاسیک با هم مقایسه می‌شوند. خروجی بهینه سازی سبد با هر یک از این ریسک‌ها وزن متفاوتی از هر سهم را نشان می‌دهد. سپس مدل‌های ریسک انحراف مطلق و ارزش در معرض خطر مشروط از روش فرا ابتکاری الگوریتم ازدحام ذرات با هم مقایسه می‌شوند. نتایج حاکی از آن است که روش فرا ابتکاری الگوریتم ازدحام ذرات در مقایسه با روش کلاسیک بازدهی سبد بیشتری در معیار MAD به نمایش گذاشت. لذا این روش بهتری برای بهینه سازی سبد سهام می‌باشد.

کلمات کلیدی

بهینه سازی، الگوریتم ازدحام ذرات، ارزش در معرض خطر مشروط و میانگین قدر مطلق انحراف

۱- گروه حسابداری، واحد کرج، دانشگاه آزاد اسلامی، کرج، ایران. d.adinehvand55@gmail.com

۲- گروه مدیریت، واحد کرج، دانشگاه آزاد اسلامی، کرج، ایران. (نویسنده مسئول) A_Razini@kiau.ac.ir

۳- گروه مدیریت صنعتی واحد کرج، دانشگاه آزاد اسلامی، کرج، ایران. khoddam1355@gmail.com

۴- گروه مهندسی صنایع، واحد کرج، دانشگاه آزاد اسلامی، کرج، ایران. Fohadi31@yahoo.com

۵- گروه ریاضی، واحد کرج، دانشگاه آزاد اسلامی، کرج، ایران. hashemizadeh@kiau.ac.ir

فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، شماره پنجاه و دو، پائیز ۱۴۰۱

مقدمه

بهینه سازی^۱ روند بهبود یک مساله است. یک مهندس یا یک دانشمند ایده‌ی جدیدی را ابداع می‌کند، به وسیله بهینه سازی آن را بهبود می‌بخشد. به عبارت دیگر بهینه سازی عبارت است از اعمال تغییراتی بر روی یک مفهوم اولیه و استفاده از اطلاعات به دست آمده از آن تغییرات در جهت بهبود آن مفهوم یا ایده در صورتی که ایده مورد نظر یا متغیرهای موثر بر آن را بتوان بصورت یک ورودی الکترونیکی درآورد^[۴]. مدیریت سرمایه و دارایی‌های مالی به دنبال انتخاب ترکیبی بهینه از دارایی‌های مالی است، که بتواند تقاضاهای مطلوب و نیازهای سرمایه‌گذاران را برآورده نمایند^[۱۲].

انتخاب ابزار و تکنیک‌های که بتوانند یک سبد بهینه را شکل دهنده مورد علاقه سرمایه‌گذاران است^[۱۴]. هدف اصلی مدل سبد بهینه این است که به سرمایه‌گذاران کمک می‌کند تا سبد مطلوب را مطابق با ترجیحات و شرایط محیطی خود انتخاب نمایند^[۱۳]. در این پژوهش از ابزارهای متنوع بهینه‌سازی ارزش در معرض خطر مشروط، میانگین قدر مطلق انحراف و الگوریتم ازدحام ذرات تحت معیار ریسک CVaR و MAD بکارگیری می‌شود، با این هدف که سرمایه‌گذاران بتوانند با این ابزارها تصمیمات بهتری برای سرمایه‌گذاری اتخاذ نمایند. هر چند استفاده از این ابزارهای جدید و پیچیده ممکن است به صورت مجزا توسط برخی محققین و برای بررسی بعضی موضوعات صورت گرفته باشد اما ما تلاش می‌کنیم اولاً این ابزارها و مدل‌های جدید را بسط دهیم و ثانیاً با مقایسه کارآمدی این مدل‌ها با استفاده از نرم‌افزار متلب (MATLAB R2019) بینش جدیدی برای فرایند تصمیم‌گیری سرمایه‌گذاران ارائه نمائیم. این موارد به عنوان رویکرد جدید و یک نوآوری در استفاده از ابزارها و مدل‌های مذکور تلقی می‌شود و موجب می‌شود تا سرمایه‌گذاران نیز با پی بردن به نتایج آن در فرآیند سرمایه نسبت به محیط واقعی سرمایه‌گذاری آگاهی کسب کنند و بتوانند تصمیمات سرمایه‌گذاری بهتری اتخاذ نمایند.

مبانی نظری و پیشینه پژوهش

سرمایه‌گذاری عبارت از تبدیل وجوده مالی به یک یا چند نوع دارایی که برای مدتی در زمان آتی نگهداری خواهد شد. سرمایه‌گذاران به دنبال اداره و ارتقای ثروت و دارایی خود از طریق سرمایه‌گذاری در یک ترکیب بهینه از دارایی‌های مالی می‌باشند. مفهوم ترکیب بهینه مهم است. برای اینکه ثروت افراد که به صورت دارایی‌های مختلف نگهداری می‌شود باید به صورت واحد ارزشیابی و مدیریت شود. ثروت باید به صورت پرتفلیو، مدیریت و ارزشیابی شود. پرتفلیو در برگیرنده‌ی مجموعه‌ی سرمایه‌گذاری یک سرمایه‌گذار است^[۱]. سرمایه‌گذاران به هنگام سرمایه‌گذاری در دارایی‌های مختلف به طور هم زمان ریسک و بازده آن دارایی‌های را به عنوان یکی از عمدۀ‌ترین عوامل در تصمیمات سرمایه‌گذاری مدنظر

بررسی کارآمدی مدل‌های بهینه‌سازی .../آدینه‌وند، رازینی، خدام، اوحدی و هاشمی‌زاده

قرار می‌دهند. مدیران ریسک بیشتر به دنبال ایجاد تعادل بین ریسک و بازده می‌باشند [۱۵]. نظریه مدرن پرتفوی بر اساس رابطه بازدهی و ریسک محاسبه شده از طریق واریانس و انحراف معیار بازدهی تبیین می‌شود و نظریه فرامدرن پرتفوی بر اساس رابطه بازدهی ریسک نامطلوب به تبیین رفتار سرمایه‌گذار و معیار انتخاب پرتفوی بهینه می‌پردازد. ارزش در معرض خطر حداکثر زیان احتمالی پرتفوی را در یک دوره زمانی مشخص با بیان کمی ارائه می‌دهد. مدل ارزش در معرض خطر یکی از کلیدی‌ترین شاخص‌های اندازه‌گیری ریسک است که تحلیل گران مالی از آن استفاده متعدد می‌کنند [۱۶]. ارزش در معرض خطر بدترین زیان مورد انتظار را تحت شرایط عادی بازار و طی یک دوره زمانی مشخص و در یک سطح اطمینان معین اندازه می‌گیرد [۹]. یکی دیگر از روش‌های اندازه‌گیری ریسک میانگین قدر مطلق انحراف است. در این روش دامنه تغییرات تعریف بسیار تقریبی از پراکندگی به دست می‌دهد [۱۷]. این روش یک مدل برنامه‌ریزی خطی است، که برای تعیین سبد بهینه سهام به محاسبه ماتریس کواریانس دارایی‌ها نیاز ندارد. در واقع این مدل به جای تفاوت توان دوم بازدها از انحراف مطلق بازدها برای تعیین سبد استفاده می‌کند [۳]. همان‌طوری که مشهود است، درجه دوم بودن معیار ریسک در مدل مارکویتز زمانی که تعداد سهام زیاد است محاسبات را دشوار می‌کند. کونو و یاماکی^۲ (۱۹۹۱) برای رفع دشواری‌های درجه دوم بودن معیار ریسک در تعریف مارکویتز معیار انحراف مطلق از میانگین را به عنوان معیار ریسک تعریف کردند [۱۸].

در مباحث مربوط به علوم و مهندسی منظور از بهینه سازی یافتن نقطه کمینه یا بیشینه یکتابع معین، که معمولاً آن را تابع هدف^۳ می‌نامیم است. در یک طبقه‌بندی کلی، مسائل بهینه سازی به دو دسته عمده تقسیم می‌شوند: الف- مسائل بهینه سازی ترکیبی^۴ ب- مسائل بهینه سازی پیوسته^۵ در مسائل بهینه سازی ترکیبی؛ دامنه تعریف مساله دارای ماهیت گسسته است. یعنی جواب‌های ممکن برای مساله بهینه سازی یک مجموعه شمارش‌پذیر تشکیل می‌دهند، ولی در عین حال تابع هدفی که قصد پیدا کردن نقطه بهینه آن را داریم یک تابع پیوسته است. در مسائل بهینه سازی پیوسته؛ پیدا کردن یک نقطه کمینه یا بیشینه سراسری تابع $f(x)$ تحت قیودی از نوع برابری و یا نابرابری است. در حالتهای ساده می‌توان نقطه بهینه سراسری تابع $f(x)$ را بطور تحلیلی با استفاده از گرادیان^۶ تابع هدف به دست آورد. ولی در صورت وجود قیود پیچیده، زیاد بودن تعداد متغیرها، ناپیوسته بودن تابع هدف، تصادفی بودن متغیرها و غیره نمی‌توان با استفاده از روش‌های تحلیلی ساده جواب مساله بهینه‌سازی را محاسبه کرد [۶].

در طبقه‌بندی دیگر روش بهینه سازی به روش بهینه سازی کلاسیک و فراابتکاری بیان شده است [۷].

روش بهینه سازی کلاسیک

روش بهینه سازی کلاسیک همان روش مبتنی بر مشتق ریاضی است. یکی از نقایص روش کلاسیک این است که در مسائل پیچیده، چند بعدی و یا مسائلی که ویژگی‌های گسستگی، مشتق ناپذیری و اغتشاش اطلاعات، فضای حالت ناپیوسته و معادله‌های غیرخطی پیچیده دارند، همانند مساله انتخاب و بهینه سازی سبد، فقط تا حد یافتن بهینه‌های محلی پیش می‌رond و از یافتن بهینه جامع و کلی مساله ناتوان هستند. در این روش برای بروز رفت از جواب‌های محلی تصمیمی گرفته نشده است و همین که به پاسخی به نسبت بهینه می‌رسند، اگرچه ممکن است محلی متوقف کرده و پاسخ را به عنوان بهینه جامع و کلی اعلام می‌نمایند.

روش بهینه سازی فرا ابتکاری

روش بهینه سازی فرا ابتکاری برای حل مشکلات بیان شده که غالباً مسائل بهینه سازی با آنها روبرو است به وجود آمداند. آزمون این روش‌ها در مسائل مختلف فنی و مهندسی، اقتصاد، مالی و غیر نشان داده است که در صورت اجرای درست و انتخاب مناسب پارامترهای داخلی و متناسب با نوع مساله، با استفاده از این روش‌ها می‌تواند به پاسخ‌های مناسب‌تری از پاسخ‌های همتاها کلاسیک‌شان دست یافت. عملکرد بهتر این روش‌ها به ماهیت طراحی آنها باز می‌گردد؛ اصولاً این روش‌ها ایجاد شدند تا کاستی‌های روش‌های کلاسیک را جبران کنند. آنها به گونه‌ای برنامه‌ریزی شده‌اند که تا در صورت امکان از بهینه‌های محلی، به اصطلاح «بیرون بپرند» و در آنها «گرفتار نشوند» و به بهینه‌ی جامع برسند[۵].

پیشینه پژوهش

پس از ارائه مدل پرتفوی مارکویتز تلاش‌های زیادی در جهت توسعه آن مدل صورت پذیرفت. کونو و یاماکاکی (۱۹۹۱) مدل میانگین- انحراف مطلق (MAD) را برای بهینه سازی پرتفوی ارائه کردند، که این مدل به یک برنامه‌ریزی خطی منجر شد. آنها اثبات کردند که این مدل خطی می‌تواند بر دشواری‌های مدل درجه دوم ریسک فائق آید و در عین حال مزایای آن را نیز حفظ نماید[۱۱].

کورا^۷(۲۰۰۹) از روش حرکت جمعی ذرات در مسئله بهینه سازی سبد سهام مقید استفاده می‌نماید. وی در این پژوهش قیمت‌های هفتگی تعداد محدودی از سهام در یک بازه‌ی زمانی ۵ ساله از سال ۱۹۹۲ تا ۱۹۹۷ را انتخاب نموده و با تکنیک مرز کارا رسم می‌نماید و نتیجه گرفت که این تکنیک در بهینه‌سازی پورتفوی بسیار موفق عمل می‌کند[۱۰].

یانگ و همکاران^۸(۲۰۱۳) در پژوهشی با عنوان انتخاب یک مدل بهینه سازی چند دوره‌ای پرتفوی

بررسی کارآمدی مدل‌های بهینه‌سازی .../آدینه‌وند، رازینی، خدام، اوحدی و هاشمی‌زاده

با بکار بردن تحلیل فاصله با استفاده از تئوری تصمیم‌گیری فازی و روش برنامه نویسی چند هدفه، مدلی ارائه دادند که نسبت به الگوریتم ازدحام ذرات بهبود یافته برای نشان دادن پرتفوی بهینه موثرتر است [۱۶].

بابت و همکاران^۹ (۲۰۱۸) در پژوهشی با بهره‌گیری از برنامه‌ریزی عدد صحیح و ارزش در معرض خطر به محاسبه مقدار بهینه برای سبد سهام در کشور پرتوال پرداخته و به این نتیجه رسیدند که با لحاظ ارزش در معرض خطر مقدار بهینه سبد سهام در مقایسه با حالتی که ارزش در معرض خطر در تابع هدف لحاظ نشود، کمتر می‌باشد [۸].

رضا راعی و هدایت علی‌بیکی (۱۳۸۹) در پژوهشی به حل مسئله بهینه سازی پرتفوی (مدل میانگین-واریانس) با استفاده از روش بهینه سازی حرکت جمعی ذرات پرداختند. بدین منظور با استفاده از اطلاعات قیمت ۲۰ سهم پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران در فاصله زمانی مهر ۱۳۸۵ تا شهریور ۱۳۸۷، مرز کارای سرمایه‌گذاری رسم می‌شود. نتایج این پژوهش نشان می‌دهد، روش بهینه‌سازی حرکت جمعی ذرات در بهینه‌سازی پرتفوی سهام با وجود محدودیت‌های بازار موفق است [۲]. فریدون رهنماei رودپشتی و همکاران (۱۳۹۴) در پژوهش خود با عنوان بررسی کارایی بهینه‌سازی پرتفوی بر اساس مدل پایدار با بهینه سازی کلاسیک در پیش‌بینی ریسک و بازده ارائه داده‌اند. آن‌ها در این پژوهش مشخص کردند که بازده پیش‌بینی شده پرتفوی در مدل پایدار تفاوت معناداری با بازده پیش‌بینی شده در مدل کلاسیک ندارد و همچنین ریسک پیش‌بینی شده در مدل پایدار با ریسک پیش‌بینی شده در مدل کلاسیک تفاوت معناداری ندارد. لذا با بررسی بازدهی و ریسک پرتفوی‌های تشکیل شده براساس وزن ارائه شده توسط هر یک از مدل‌ها، مشخص گردید در بازار سرمایه ایران بازده واقعی از هر دو روش تفاوت معناداری با یکدیگر ندارند [۳].

مدل‌های پژوهش

مدل ارزش در معرض خطر مشروط

ارزش در معرض خطر بدترین زیان مورد انتظار را تحت شرایط عادی بازار و طی یک دوره زمانی مشخص و در یک سطح اطمینان معین اندازه می‌گیرد [۹]. لذا معیار وزنی جایگزین برای ریسک، شرطی بودن ارزش در معرض خطر مشروط است. برای متغیرهای تصادفی با توابع توزیع پیوسته، (x) $CVaR_{\alpha}$ مشروط به اینکه $X \geq CVaR_{\alpha}(x)$ باشد. رابطه ریاضی روش ارزش در معرض خطر مشروط برای متغیرهای تصادفی با عملکرد توزیع نایپوسته به شرح ذیل می‌باشد.

$$CVaR_{\alpha}(X) = \int_{-\infty}^{\infty} z dF_X^{\alpha}(z) \quad (1)$$

$$F_X^{\alpha}(z) = \begin{cases} 0 & \text{When } z < VaR_{\alpha}(X). \\ \frac{F_X(z)-\alpha}{1-\alpha} & \text{when } z \geq VaR_{\alpha}(X). \end{cases} \quad (2)$$

$$CVaR_{\alpha}^{+}(X) = E[X | X > VaR_{\alpha}(X)] \quad (3)$$

$$CVaR_{\alpha}(x) = \lambda_{\alpha}(X)VaR_{\alpha}(X) + (1 - \lambda_{\alpha}(X))CVaR_{\alpha}^{+}(x) \quad (4)$$

$$\lambda_{\alpha}(X) = \frac{F_X VaR_{\alpha}(X) - \alpha}{1 - \alpha} \quad (5)$$

برابر است با $\int_{-\infty}^{\infty} z dF_X^{\alpha}(z)$ انتگرال بینهایت برای متغیر z دیفرانسیل F_X^{α} متغیر z است، ($F_X^{\alpha}(z)$ دارای دو بخش است، اول وقتی متغیر z کوچکتر از $VaR_{\alpha}(X)$ باشد، مقدار آن را برابر صفر قرار می‌دهیم، اما اگر متغیر z بزرگتر از $VaR_{\alpha}(X)$ باشد، از معادله $\frac{F_X(z)-\alpha}{1-\alpha}$ استفاده می‌کیم.

مدل میانگین قدر مطلق انحراف

در مدل مارکوپیتز درجه دوم بودن معیار ریسک زمانی که تعداد سهام زیاد است محاسبات را دشوار می‌کند. کونو و یاماکی (۱۹۹۱) برای رفع دشواری‌های درجه دوم بودن معیار ریسک در تعریف مارکوپیتز معیار انحراف مطلق از میانگین را به عنوان معیار ریسک تعریف کردند [۱۱].

$$\text{Minimize } \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T Y_t \quad (6)$$

Subject to:

$$Y_t \geq \sum_{j=1}^N [(r_{tj} X_j) - E_0] : t = 1, 2, \dots, T \quad (7)$$

$$Y_t \geq \sum_{j=1}^N [E_0 - (r_{tj} X_j)] : t = 1, 2, \dots, T \quad (8)$$

$$Y_t \geq 0 : t = 1, 2, \dots, T \quad (9)$$

$$\bar{X}\mu = E_0 \quad (10)$$

$$Y_t \geq \sum_{j=1}^N X_j = 1 \quad (11)$$

بررسی کارآمدی مدل‌های بهینه‌سازی .../آدینه‌وند، رازینی، خدام، اوحدي و هاشمی‌زاده

$$\text{Minimize } \lambda \left[\sum_{t=1}^T |r_t - \bar{r}| / T \right] - 1 \quad (12)$$

در این مدل :

r = بازده سهام، T = دوره، N = تعداد سهام، x_j = مقدار سرمایه‌گذاری در سهام j ام، μ = میانگین بازده هر سهم، E_0 = بازده مورد انتظار سبد سهام، y = بازده مورد انتظار سبد سهام-بازده مشاهده شده (بازده واقعی) سبد سهام

مدل الگوریتم ازدحام ذرات

در مدل الگوریتم ازدحام ذرات ابتدا تعدادی ذره با موقعیت و سرعت تصادفی ایجاد می‌کنیم. در هر تکرار ذرات بر حسب بهترین موقعیت گذشته خود و همسایگانشان حرکت به سوی هدف را اصلاح می‌نماید و پس از تکرارهای متواتی، مساله به جواب بهینه همگرا خواهد شد. اصلاح سرعت و موقعیت هر ذره توسط رابطه‌های (۱۳) و (۱۴) صورت می‌پذیرد.

$$v_i(t+1) = w v_i(t) + c_1 \text{rand}_1(pbest_i(t) - x_i(t)) + c_2 \text{rand}_2(gbest_i(t) - x_i(t)) \quad (13)$$

$$x_i(t+1) = x_i(t) + v_i(t+1) \quad (14)$$

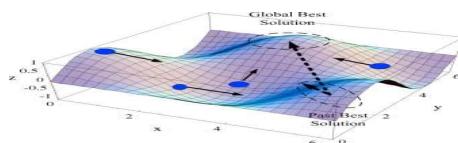
در این معادلات، g مبین شاخص به کار رفته برای ذرهای است که بهترین موقعیت را دارد، t نمایانگر تعداد تکرار، c نشان دهنده شاخص شتاب و نیز r_1 و r_2 اعدادی تصادفی در بازه $(0, 1)$ می‌باشند. ضرایب c_1 (پارامتری مثبت به نام پارامتری شناختی) و c_2 (پارامتری مثبت به نام پارامتری اجتماعی)، شیب حرکت در جستجوی محلی را مشخص می‌کنند و در بازه $(0, 2)$ انتخاب می‌شوند. در بیشتر موارد برای هر دوی آنان از مقدار $1/49$ و یا 2 استفاده شده است [۵]. مدل الگوریتم ازدحام ذرات با به روز کردن نسل‌ها سعی در یافتن راه حل بهینه می‌نماید. در هر گام، هر ذره با استفاده از دو بهترین مقدار به روز می‌شود. اولین مورد بهترین موقعیتی است که تا کنون ذره موفق به رسیدن به آن شده است. موقعیت مذکور با نام $pbest$ شناخته و نگهداری می‌شود. بهترین مقدار دیگری که توسط الگوریتم مورد استفاده قرار می‌گیرد، بهترین موقعیتی است که تا کنون توسط جمعیت ذرات بدست آمده است. این موقعیت با $gbest$ نمایش داده می‌شود. ضریب اینرسی w به صورت خطی کاهش می‌یابد که معمولاً در بازه $(0, 1)$ می‌باشد. در بیشتر آزمایشات از $9/4$. شروع شده و تا $4/4$. کم می‌گردد. با توجه به اینکه w رفته کاهش می‌یابد، ولی ضرایب c_1 و c_2 همواره ثابت هستند. بنابراین با ادامه جستجو از میزان جستجوی سراسری کم شده و جستجوی محلی افزایش می‌یابد تا بهینه‌ترین جواب به دست آید. هر چه شیب کاهشی w

فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، شماره پنجاه و دو، پائیز ۱۴۰۱

کمتر باشد، امکان پیدا کردن جواب بهینه سراسری افزایش پیدا می‌کند. برای جلوگیری از کاهش دفعتی ضریب اینرسی که باعث می‌شود الگوریتم ازدحام ذرات در آخرین مراحل همگرایی به کنده پیش‌رود و در برخی از موارد مانع از پیشروی جستجو شود، از رابطه (۱۵) برای به هنگام سازی ω استفاده شده است.

$$\omega = \frac{0/5(\text{MAX} \times \text{iter})}{\text{MAX}} + 0/4 \quad (15)$$

که در آن مقادیر اولیه و نهایی ضریب اینرسی به ترتیب $/9$ و $/4$ ، $/.$ می‌باشد. میان بیشترین مقدار تعیین شده برای حد تکرارها در جستجوی pso و iter میان تعداد تکرارها تا به حال می‌باشد [۴].



نمودار ۱ : نمایی از بهترین راحل بهینه‌یابی محلی و سراسری را نشان می‌دهد.

حرکت دسته جمعی ذرات

حرکت دسته جمعی ذرات یک روش بهینه سازی احتمالی است که بر مبنای جمعیت کار می‌کند. این توسط دکتر ابرهارت و دکتر کنده (۱۹۹۵) ارائه شد و ایده اصلی آن از رفتار دسته جمعی پرندگان به هنگام جستجوی غذا الهام گرفته شده است. گروهی از پرندگان در فضایی به صورت تصادفی به دنبال غذا می‌گردند. تنها یک تکه غذا در فضای مورد بحث وجود دارد. هیچ یک از پرندگان محل غذا را نمی‌دانند. یکی از بهترین استراتژی‌ها می‌تواند دنبال کردن پرندگانی باشد که کمترین فاصله را تا غذا داشته باشد. این استراتژی در واقع ریشه اصلی الگوریتم ازدحام ذرات است. در الگوریتم ازدحام ذرات هر راه حل که به آن یک ذره گفته می‌شود، معادل یک پرندگان می‌باشد. هر ذره یک مقدار شایستگی دارد که توسط یکتابع شایستگی محاسبه می‌شود. هر چه ذره در فضای جستجو به هدف (غذا در مدل حرکت پرندگان)، نزدیکتر باشد، شایستگی بیشتری دارد. همچنین هر ذره دارای یک سرعت است که هدایت حرکت ذره را بر عهده دارد. هر ذره با دنبال کردن ذرات بهینه در حالت فعلی به حرکت خود در فضای مسئله ادامه می‌دهد.



نمودار ۲ : نمایی از حرکت دسته جمعی پرندگان

بررسی کارآمدی مدل‌های بهینه‌سازی .../آدینه‌وند، رازینی، خدام، اوحدي و هاشمی‌زاده

در الگوریتم pso ذرات به تدریج به سمت بهترین راه حل پیدا شده تا به حال حرکت می‌کنند. اگر این راه حل یک راه حل بهینه باشد ذرات همگی به سمت آن راه حل می‌روند [۴].

روش حل مسائل بهینه سازی پیوسته تحت قيد الگوریتم ازدحام ذرات

یک مساله بهینه سازی تحت قيد را به صورت

$$\max f(x) \quad (16)$$

با قیود نابرابری

$$g_j(x) \leq 0 ; \quad j=1.2....m \quad (17)$$

در نظر بگیرد. برای حل مساله بهینه سازی تحت قيد فوق، ابتدا تابع بدون قيد، معادل، $f(x)$ ، را با اعمال تابع جریمه به قیود مساله ایجاد می‌کنیم. در حالت کلی برای ساختن $f(x)$ از دو نوع تابع جریمه می‌توان استفاده کرد. در اولین نوع، که به تابع جریمه ایستا معروف است، از پارامترهای جریمه ثابتی در طی فرآیند بهینه سازی استفاده می‌شود و مقدار جریمه اعمال شده نیز به میزان نقص قیود مساله بستگی دارد. در دومین نوع، که به تابع جریمه غیر ایستا معروف است، پارامترهای جریمه در طی اجرای الگوریتم با تغییر شماره تکرار عوض می‌شوند. محاسبات عددی متعدد نشان می‌دهند که نتایج بدست آمده از اعمال توابع جریمه غیر ایستا بهتر از نتایج حاصل از اعمال توابع جریمه ایستا هستند. به همین دلیل در موقع حل مسائل بهینه‌سازی کاربردی معمولاً از توابع جریمه غیر ایستا استفاده می‌شوند. در ادامه، با یک روش اعمال تابع جریمه غیر ایستا به مسئله مورد نظر آشنا می‌شویم. برای استفاده از تابع جریمه غیر ایستا، تابع $f(x)$ را می‌توان به صورت زیر در نظر گرفت:

$$F(X) = f(x) + C(i) H(X) \quad (18)$$

که در آن $C(i)$ پارامتر جریمه‌ای است که مقدار آن با تغییر شماره تکرار i تغییر می‌کند و $H(X)$ فاکتور جریمه است. در معادله (۲۰) جملات $H(X)$ و $C(i)$ با استفاده از معادلات زیر تعریف می‌شوند:

$$C(i) = (ci)^\alpha \quad (19)$$

$$H(X) = \sum_{j=1}^m \{\varphi[q_i(x)][q_i(x)]^{\gamma[q_i(x)]}\} \quad (20)$$

$$\varphi[q_i(x)] = a \left(1 - \frac{1}{e^{q_j(x)}}\right) + b \quad (21)$$

$$q_j(x) = \max\{0, g_j(x)\}. \quad j = 1.2. m \quad (22)$$

فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، شماره پنجاه و دو، پائیز ۱۴۰۱

در معادلات (۲۱) و (۲۳) پارامترهای a, b, c برابر با اعداد ثابتی هستند. توجه کنید که در معادلات فوقتابع $(x)_j$ در واقع بیانگر میزان نقض قید زام و $[q_i(x)]_j \gamma$ توان قید نقض شده است. اگر متغیر x قید $0 \leq (x)_j$ را نقض نکند داریم $0 = (x)_j$ و در نتیجه این قید تاثیری در مقدار (X) نخواهد داشت [۶]. در این پژوهش با توجه به اینکه هر ذره نمایانگر یک سبد سهام است و ذرات با بهترین موقعیت مرز کارای سرمایه‌گذاری را شکل می‌دهند. جمعیت اولیه به تعداد ۱۵ ذره می‌باشد، در نظر گرفته می‌شود و الگوریتم بعد از حداقل ۲۰۰ بار تکرار متوقف می‌شود، در هر تکرار بهترین موقعیت مربوط به هر ذره و بهترین موقعیت همسایگی در جمعیت در صورتی که تغییری در مقادیر بازش مشاهده شود، بهنگام می‌شود. اهمیت مربوط به بهترین وضعیت شخصی و وضعیت جمعی در نظر گرفته می‌شود. تابع تکثیر ذرات برای افزایش سرعت تکثیر Repeat استفاده می‌شود، در هر تکرار بهترین موقعیت مربوط به هر ذره و بهترین موقعیت همسایگی در جمعیت در صورتی که تغییری در مقادیر بازش مشاهده شود، بهنگام می‌شود.

پارامترهای الگوریتم ازدحام ذرات به شرح جدول (۱) می‌باشد.

جدول ۱: پارامترهای الگوریتم ازدحام ذرات

۱۵	جمعیت ذرات
.۹ - .۴	وزن اینرسی (ω)
۲۰۰	ماکریم تعداد تکرار (MAXIT)
۲	ضریب یادگیری شخصی (C1)
۲	ضریب یادگیری جمعی (C2)
INF=.	Global Best COST
Repmat	تابع تکثیر
صفر	سرعت اولیه ذرات

سؤالات و فرضیات پژوهش

سؤال: کدام یک از الگوهای "الگوریتم ازدحام ذرات (تحت معیار ریسک CVaR و MAD)، ارزش در معرض خطر مشروط و میانگین قدر مطلق انحراف" از کارآمدی بالاتری در انتخاب سبد بهینه برخوردار است؟

فرضیه: مدل بهینه سازی الگوریتم ازدحام ذرات از مدل‌های ارزش در معرض خطر مشروط و میانگین قدر مطلق انحراف کارآمدتر می‌باشد.

بررسی کارآمدی مدل‌های بهینه‌سازی .../آدینه‌وند، رازینی، خدام، اوحدی و هاشمی‌زاده

روش‌شناسی پژوهش

پژوهش حاضر از منظر داده‌ها کمی است و با توجه به استفاده از داده‌های تاریخی شرکت‌ها از لحاظ طرح تحقیق پس رویدادی است. در این پژوهش ابتدا سری زمانی قیمت معاملاتی سهام ۱۵ شرکت برتر بورس اوراق بهادر تهران در بازه زمانی ۱۳۹۴/۲/۳۱ تا ۱۳۹۹/۲/۳۱ به تعداد ۱۱۸۳ روز از سایت بورس اوراق بهادر (www.tse.ir) در قالب داده‌های اکسل گردآوری شد. سپس با انتقال داده‌ها به نرم‌افزارهای SPSS و EVIEWS10 سری زمانی از نظر هم انباشتگی مورد بررسی قرار گرفت، زیرا زمانی که متغیرهای مورد استفاده در رگرسیون از نوع سری زمانی بوده و مانا نباشند، پدیده‌ای به نام رگرسیون کاذب به وجود می‌آید، اگر تمام متغیرهای به کار رفته در مدل رگرسیونی با هم مانا شوند یعنی باقی مانده‌های حاصل از مدل ایستا باشند، آنگاه پدیده هم انباشتگی به وجود می‌آید. روش‌های متعددی برای آزمون هم انباشتگی وجود دارد. که توسط آزمون ریشه واحد دیکی-فولر بر روی پسماندهای مدل محاسبات انجام می‌شود و اگر سری پسماندها مانا شوند تأییدی بر هم انباشتگی سری زمانی است.

جدول ۲: آزمون هم انباشتگی ریشه واحد دیکی-فولر

Group Unit Root Test on UNTITLED					
Series:	SERIES01, SERIES02, SERIES03, SERIES04, SERIES05, SERIES06, SERIES07, SERIES08, SERIES09, SERIES10, SERIES11, SERIES12, SERIES13, SERIES14, SERIES15	Date:	09/03/24	Time:	00:24
Sample:	1 1184	Excluded Observables:	Individual effects		
Automatic selection of maximum lags	Automatic lag length selection based on SIC: 1 to 10		Newey-West automatic bandwidth selection and Bartlett kernel		
Method	Statistic	Prob. **	Cross-sections	Obs	
Null: Unit root (assumes common unit root process)					
Levin, Lin & Chu t*	-38.4405	0.0000	15	17636	
Null: Unit root (assumes individual unit root process)					
Im-Pesaran Shin W-stat	17.08	0.0000	15	17636	
ADF - Fisher Chi-square	1141.38	0.0000	15	17636	
PP - Fisher Chi-square	1105.66	0.0000	15	17745	

** Probabilities for Fisher tests are computed using an asymptotic Chi-square distribution. All other tests assume asymptotic normality.

ماخذ: محاسبات تحقیق

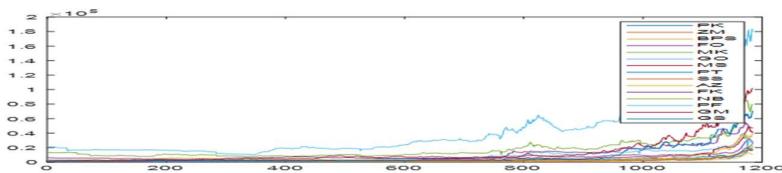
با توجه به جدول (۲) چون احتمال آزمون از 0.5% کمتر است، بنابراین فرض H_0 رد می‌شود و درنتیجه سری زمانی هم انباشتنه است و داده‌ها مانا هستند. پس از اطمینان از ماناگی داده‌ها، برای محاسبه بازدهی از بازده لگاریتمی استفاده شد. محاسبه بازده لگاریتمی قیمت معاملات روزانه سهام کمک خواهد کرد که در صورت عدم همگن بودن داده‌های مورد استفاده، آنها همگن و همنوع گشته و محاسبات آماری و احتمالاتی آنها ساده گردد. بازده لگاریتمی از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$r_t \ln(1 + R_t) \ln \frac{P_t}{P_{t-1}}$$

پس از محاسبه بازدهی، شبیه‌سازی الگوریتم ازدحام ذرات تحت معیار ریسک CVaR و MAD در

فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، شماره پنجم و دو، پائیز ۱۴۰۱

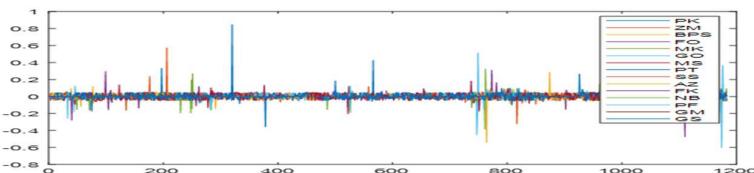
محیط نرم‌افزار متلب پیاده سازی می‌شود و با استفاده از سری زمانی بازده سهام‌ها و پارامترهای ورودی الگوریتم ازدحام ذرات به بهینه سازی سبد سهام پرداخته می‌شود. ابتدا روند قیمت سهام سبد بصورت روزانه در بازه زمانی ۱۳۹۹/۳/۳۱-۱۳۹۴/۳/۳۱ طی ۵ سال به مدت ۱۱۸۳ روز محاسبه و بشرح نمودار شماره (۳) می‌باشد.



ماخذ: محاسبات تحقیق

نمودار ۳: روند قیمت هر سهم در بازه زمانی ۵ ساله

بازده لگاریتمی سبد سهام بصورت روزانه در بازه زمانی ۱۳۹۹/۳/۳۱-۱۳۹۴/۳/۳۱ طی ۵ سال به مدت ۱۱۸۳ روز محاسبه و بصورت نمودار شماره (۴) می‌باشد.



ماخذ: محاسبات تحقیق

نمودار ۴ : بازده لگاریتمی هر سهم

یافته‌های پژوهش

ابتدا با استفاده از نرم‌افزار متلب میزان وزن هر سهم و میزان بازده و ریسک ۱۰ سبد پیشنهادی برای هر سبد بر اساس مدل‌های بهینه سازی "ارزش در معرض خطر مشروط، میانگین قدر مطلق انحراف و الگوریتم ازدحام ذرات" محاسبه گردید.

حل مدل ارزش در معرض خطر مشروط

وزن هر سهم و میزان بازده و ریسک ۱۰ سبد پیشنهادی مدل ارزش در معرض خطر مشروط محاسبه و نتایج آن به شرح جدول (۳) می‌باشد.

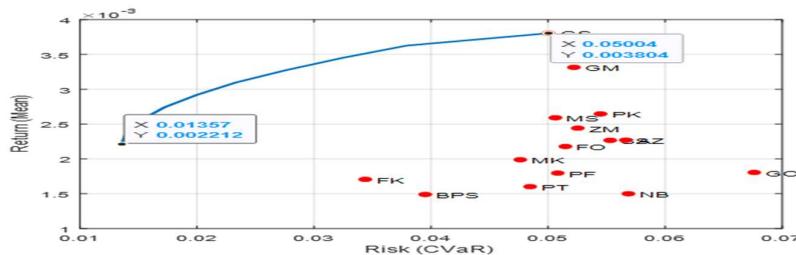
بررسی کارآمدی مدل‌های بهینه‌سازی .../آدینه‌وند، رازینی، خدام، اوحدی و هاشمی‌زاده

جدول ۳ : وزن هر سهم با بازده و ریسک ۱۰ سناریو سبد CVAR

scenario	PKOD1	ZMYD1	BPAS1	FOLD1	MKBT1	GOLG1	MSMI1	PTAP1	SSEP1	AZAB1	FKAS1	NBEH1	PFANI1	GMRO1	GSBE1	Risk	Return	Return/Risk
۱	-0.091	-0.0811	-0.0764	-0.0340	-0.0570	-0.0112	-0.0746	-0.0112	-0.0825	-0.0438	-0.1676	-0.0468	-0.0560	-0.0694	-0.0891	-0.1357	-0.0221	-0.1629
۲	-0.035	-0.0629	-0.0596	-0.0373	-0.0573	-0.0206	-0.0882	-0.0707	-0.0827	-0.0438	-0.1462	-0.0421	-0.0353	-0.1034	-0.1465	-0.1402	-0.0239	-0.1703
۳	-0.018	-0.0705	-0.0488	-0.0416	-0.0629	-0.0104	-0.1088	-0.0260	-0.0829	-0.0473	-0.1018	-0.0244	-0.0417	-0.1332	-0.1878	-0.153	-0.0257	-0.1677
۴	-0.0085	-0.0863	-0.0020	-0.0514	-0.0582	-0.0195	-0.1153	-0.0143	-0.0818	-0.0505	-0.0861	-0.0052	-0.0281	-0.1594	-0.2235	-0.1723	-0.0274	-0.1592
۵	-0.0248	-0.0910	-0.0000	-0.0443	-0.0419	-0.0239	-0.1328	-0.0000	-0.0860	-0.0542	-0.0303	-0.0000	-0.0003	-0.1953	-0.2752	-0.1998	-0.0292	-0.1461
۶	-0.117	-0.0589	-0.0000	-0.0054	-0.0334	-0.0210	-0.1234	-0.0000	-0.0992	-0.0546	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.2230	-0.3577	-0.2330	-0.0310	-0.1329
۷	-0.0181	-0.0377	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.1082	-0.0000	-0.0870	-0.0397	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.2708	-0.4384	-0.2758	-0.0327	-0.1187
۸	-0.0222	-0.0259	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0912	-0.0000	-0.0227	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.2778	-0.5503	-0.2242	-0.0345	-0.1064
۹	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0256	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.2982	-0.6762	-0.3794	-0.0363	-0.0956
۱۰	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-1.0000	-0.05004	-0.0000	-0.0000	-0.0000

مأخذ: محاسبات تحقیق

در جدول (۳) نتایج ۱۰ سبد پیشنهادی با وزن ایده‌آل برای هر سهم ارائه شده است. دومین سبد وزن ایده‌آل هر سهم در سبد با استفاده از نسبت بازده با ریسک سبد دارای بازده ۰/۰۱۷۰۳ می‌باشد که در مقایسه با سایر سبددها بیشترین بازده است.



مأخذ: محاسبات تحقیق

نمودار ۵ : مرز کارا سبد با روش CVAR

در نمودار (۵) مشاهده می‌شود نماد قثابت دارای بازده ۰/۰۰۳۸۰۴ و ریسک ۰/۰۵۰۰۴ در راس مرزکارا می‌باشد. لذا مشاهده می‌شود که با افزایش میزان بازده میزان ریسک هم افزایش یافته است.

حل مدل میانگین قدر مطلق انحراف

وزن هر سهم و میزان بازده و ریسک ۱۰ سبد پیشنهادی مدل بهینه سازی میانگین قدر مطلق انحراف محاسبه و نتایج آن به شرح جدول (۴) می‌باشد.

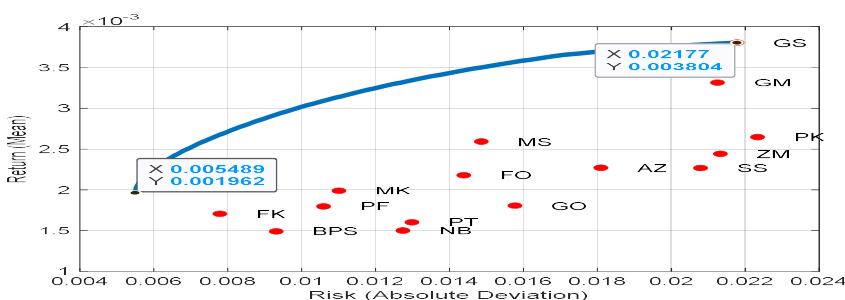
فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، شماره پنجم و دو، پائیز ۱۴۰۱

MAD جدول ۴: وزن هر سهم با بازده و ریسک ۱۰ سناریو سبد

scenario	PKOD1	ZMYD1	BPAS1	FOLD1	MKBT1	GOLG1	MSMI1	PTAP1	SSEP1	AZAB1	FKAS1	NBEH1	PFAN1	GMRO1	GSBE1	Risk	Return	Return/Risk
۱	۰.۰۲۰۴	۰.۰۳۱۵	۰.۱۹۴۹	۰.۰۱۸۰	۰.۰۸۸۴	۰.۰۲۷۷	۰.۰۴۰۸	۰.۰۶۷۴	۰.۰۳۲۷	۰.۰۳۳۹	۰.۲۶۱۹	۰.۰۲۴۱	۰.۰۶۹۴	۰.۳۹۶	۰.۰۴۹۴	۰.۰۶۴	۰.۰۲۰	۰.۳۰۷۲
۲	۰.۰۲۰۵	۰.۰۳۱۶	۰.۱۹۵۱	۰.۰۱۷۹	۰.۰۸۸۴	۰.۰۲۷۸	۰.۰۴۰۶	۰.۰۶۷۵	۰.۰۳۲۶	۰.۰۳۳۹	۰.۲۶۱۸	۰.۰۲۴۰	۰.۰۶۹۴	۰.۰۳۹۵	۰.۰۴۹۴	۰.۰۶۴	۰.۰۲۰	۰.۳۰۷۱
۳	۰.۰۲۱۴	۰.۰۳۳۶	۰.۱۸۸۲	۰.۰۱۸۲	۰.۰۸۸۸	۰.۰۲۷۸	۰.۰۴۲۱	۰.۰۶۷۱	۰.۰۳۳۰	۰.۰۳۴۰	۰.۲۵۵۴	۰.۰۲۲۱	۰.۰۶۸۶	۰.۰۴۳۵	۰.۰۵۶۳	۰.۰۶۴	۰.۰۲۰	۰.۳۱۱۱
۴	۰.۰۳۵۲	۰.۰۵۰۴	۰.۱۳۲۴	۰.۰۲۵۸	۰.۰۹۱۲	۰.۰۲۷۵	۰.۰۷۴۵	۰.۰۴۱۹	۰.۰۳۶۳	۰.۰۳۷۱	۰.۱۸۰۲	۰.۰۱۳۰	۰.۰۶۱۱	۰.۰۷۸۳	۰.۱۱۵۰	۰.۰۶۹	۰.۰۲۳	۰.۳۲۸۱
۵	۰.۰۴۳۱	۰.۰۶۱۸	۰.۰۴۲۵	۰.۰۳۴۷	۰.۰۸۶۸	۰.۰۲۳۳	۰.۱۰۴۰	۰.۰۱۵۰	۰.۰۴۴۷	۰.۰۴۲۷	۰.۱۶۶۲	۰.۰۰۳۱	۰.۰۴۲۹	۰.۱۱۷۵	۰.۱۷۱۸	۰.۰۷۹	۰.۰۲۵	۰.۳۱۸۷
۶	۰.۰۵۴۴	۰.۰۷۹۵	۰.۰۰۲۶	۰.۰۳۴۰	۰.۰۷۰۶	۰.۰۱۸۹	۰.۱۳۵۵	۰.۰۰۴۷	۰.۰۵۹۰	۰.۰۴۲۲	۰.۰۹۲۰	۰.۰۰۲۰	۰.۰۱۳۶	۰.۱۵۳۰	۰.۲۳۸۰	۰.۰۹۴	۰.۰۲۸	۰.۲۹۵۹
۷	۰.۰۷۹۵	۰.۰۹۹۸	۰.۰۰۰۰	۰.۰۰۶۷	۰.۰۵۳۳	۰.۰۰۷۴	۰.۱۷۱۰	۰.۰۰۰۰	۰.۰۲۶۴	۰.۰۴۴۲	۰.۰۰۰۰	۰.۰۰۰۰	۰.۰۰۰۰	۰.۲۱۴۰	۰.۲۹۷۸	۰.۱۱۱۳	۰.۰۳۰	۰.۲۶۹۰
۸	۰.۰۶۴۰	۰.۰۵۹۹	۰.۰۰۰۵	۰.۰۰۲۴	۰.۰۰۹۱	۰.۰۰۴۷	۰.۱۱۰۳	۰.۰۰۱۱	۰.۰۰۳۲	۰.۰۱۶۱	۰.۰۰۳۸	۰.۰۰۰۰	۰.۰۰۰۱	۰.۳۱۲۰	۰.۴۱۲۹	۰.۱۳۸	۰.۰۳۳	۰.۲۳۸۹
۹	۰.۰۱۸۴	۰.۰۰۱۲	۰.۰۰۰۵	۰.۰۰۱۹	۰.۰۰۱۱	۰.۰۰۱۲	۰.۰۰۷۹	۰.۰۰۴۹	۰.۰۰۰۰	۰.۰۰۲۱	۰.۰۰۰۶	۰.۰۰۰۰	۰.۴۰۶۴	۰.۵۵۳۹	۰.۰۱۷۳	۰.۰۳۵	۰.۲۰۵۴	
۱۰	۰.۰۰۲۰	۰.۰۰۰۸	۰.۰۰۱۰	۰.۰۰۰۰	۰.۰۰۰۰	۰.۰۰۰۰	۰.۰۰۰۰	۰.۰۰۰۰	۰.۰۰۰۰	۰.۰۰۰۰	۰.۰۰۰۰	۰.۰۰۰۰	۰.۳۹۲۷	۰.۵۹۶۹	۰.۰۱۷۹	۰.۰۳۶	۰.۲۰۱۱	

مأخذ: محاسبات تحقیق

در جدول ۴) نتایج ۱۰ سبد پیشنهادی با وزن ایدهآل برای هر سهم ارائه شده است. چهارمین سبد دارای بازده ۰/۳۲۸۱ میباشد که در مقایسه با سایر سبدها دارای بیشترین بازده است.



مأخذ: محاسبات تحقیق

نمودار ۶: مرز کارای سبد با روش میانگین قدر مطلق انحراف (MAD)

در نمودار (۶) مشاهده میشود نماد ثبات دارای بازده ۰/۰۰۳۸۰۴ و ریسک ۰/۰۰۲۱۷۷ در راس مرز کارا می باشد. لذا مشاهده میشود با افزایش میزان بازده میزان ریسک سبد هم افزایش یافته است.

حل مدل الگوریتم ازدحام ذرات تحت معیار ریسک CVaR

وزن هر سهم و میزان بازده و ریسک ۱۰ سبد پیشنهادی مدل مدل الگوریتم ازدحام ذرات تحت معیار ریسک CVaR محاسبه و نتایج آن به شرح جدول (۵) میباشد.

بررسی کارآمدی مدل‌های بهینه‌سازی .../آدینه‌وند، رازبینی، خدام، اوحدی و هاشمی‌زاده

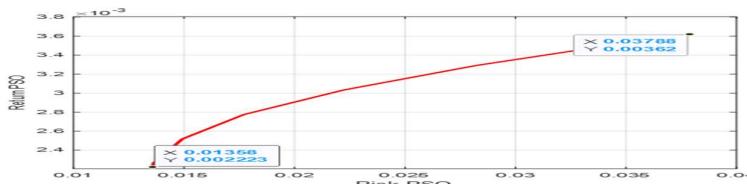
جدول ۵: وزن هر سهم با بازده و ریسک ۱۰ سناریو سبد PSO -CVAR

scenario	PKOD1	ZMYD1	BPAS1	FOLD1	MKBT1	GOLG1	MSMII	PTAPI	SSEP1	AZAB1	FKASI	NBEH1	PFAN1	GMRO1	GSBE1	Risk	Return	Return/Risk
۱	۰,۰۰۹۶	۰,۰۷۹۵	۰,۰۷۷۲	۰,۰۴۴۳	۰,۰۵۷۴	۰,۰۱۱۸	۰,۰۷۵۸	۰,۱۰۲۱	۰,۰۸۳۵	۰,۰۴۴۳	۰,۱۵۷۲	۰,۰۴۶۹	۰,۰۵۷۳	۰,۰۶۸۶	۰,۰۹۴۵	۰,۱۳۶	۰,۰۰۲۲	۰,۱۶۳۷
۲	۰,۰۰۵۸	۰,۰۸۱۱	۰,۰۸۰۷	۰,۰۴۳۸	۰,۰۶۰۴	۰,۰۱۰۹	۰,۰۷۵۸	۰,۱۰۲۶	۰,۰۸۵۰	۰,۰۴۴۷	۰,۱۴۵۶	۰,۰۴۷۸	۰,۰۶۴۷	۰,۰۶۷۵	۰,۰۹۳۶	۰,۱۳۶	۰,۰۰۲۲	۰,۱۶۳۳
۳	۰,۰۰۰۷۹	۰,۰۷۷۱	۰,۰۷۴۰	۰,۰۴۴۹	۰,۰۵۸۴	۰,۰۱۲۰	۰,۰۷۶۰	۰,۱۰۲۶	۰,۰۸۴۵	۰,۰۴۴۸	۰,۱۵۶۲	۰,۰۴۷۲	۰,۰۶۲۶	۰,۰۶۷۵	۰,۰۹۴۳	۰,۱۳۶	۰,۰۰۲۲	۰,۱۶۳۵
۴	۰,۰۰۰۴۳	۰,۰۷۹۹	۰,۰۷۰۸	۰,۰۴۳۷	۰,۰۶۲۶	۰,۰۱۰۹	۰,۰۷۸۲	۰,۱۰۴۰	۰,۰۸۵۵	۰,۰۴۴۹	۰,۱۳۷۳	۰,۰۴۷۰	۰,۰۵۶۹	۰,۰۷۴۶	۰,۱۰۷۲	۰,۱۳۶	۰,۰۰۲۳	۰,۱۶۶۱
۵	۰,۰۰۰۳۳	۰,۰۷۵۷	۰,۰۴۷۵	۰,۰۴۰۹	۰,۰۶۳۰	۰,۰۱۳۷	۰,۰۱۰۹	۰,۰۲۲۸	۰,۰۸۴۵	۰,۰۴۸۷	۰,۱۰۶۳	۰,۰۴۶۲	۰,۰۴۶۲	۰,۱۲۶۴	۰,۱۷۱۹	۰,۱۴۹	۰,۰۰۲۵	۰,۱۶۸۷
۶	۰,۰۱۶۰	۰,۰۸۷۴	۰,۰۰۰۰۰	۰,۰۴۶۴	۰,۰۵۹۲	۰,۰۲۰۲	۰,۱۱۵۵	۰,۰۱۲۹	۰,۰۸۳۴	۰,۰۵۰۹	۰,۰۷۳۹	۰,۰۱۹	۰,۰۲۳۷	۰,۱۷۵۷	۰,۲۳۳۰	۰,۱۷۷	۰,۰۰۲۸	۰,۱۶۷
۷	۰,۰۰۵۶۱	۰,۰۸۲۴	۰,۰۰۱۰	۰,۰۲۲۶	۰,۰۱۵۵	۰,۰۰۸۲	۰,۱۴۰۷	۰,۰۰۱۰	۰,۰۸۰۴	۰,۰۵۷۴	۰,۰۰۸۱	۰,۰۰۰۰۰	۰,۰۰۰۴	۰,۲۲۰۷	۰,۳۰۵۴	۰,۰۲۲۲	۰,۰۰۳۰	۰,۱۶۶۵
۸	۰,۰۰۳۸۴	۰,۰۲۷۱	۰,۰۰۰۴	۰,۰۰۱۳	۰,۰۰۹۶	۰,۱۱۵	۰,۰۸۴۷	۰,۰۰۰۰۰	۰,۰۵۹۰	۰,۰۳۸۹	۰,۰۰۱۶	۰,۰۰۰۱	۰,۲۶۹۹	۰,۴۵۷۵	۰,۰۲۸۲	۰,۰۰۳۳	۰,۱۶۷	
۹	۰,۰۰۰۳۸	۰,۰۰۰۶۲	۰,۰۰۰۰۰	۰,۰۰۱۴	۰,۰۰۴۰	۰,۰۰۰۰۰	۰,۰۳۰۲	۰,۰۰۱۱	۰,۰۱۳۰	۰,۰۰۵۲	۰,۰۰۰۳	۰,۰۰۰۰۰	۰,۳۳۹۲	۰,۵۹۵۶	۰,۰۳۵۶	۰,۰۰۳۵	۰,۰۹۹۸	
۱۰	۰,۰۰۰۳۳	۰,۰۰۰۱	۰,۰۰۰۰۰	۰,۰۰۱۰	۰,۰۰۱۲	۰,۰۰۰۱۶	۰,۰۰۰۰۰	۰,۰۰۱۵	۰,۰۰۳۵	۰,۰۰۱۵	۰,۰۰۰۰۰	۰,۰۰۱	۰,۳۳۳۱	۰,۵۵۳۱	۰,۰۳۷۹	۰,۰۰۳۶	۰,۰۹۵۶	

مأخذ: محاسبات تحقیق

در جدول (۵) نتایج ۱۰ سبد پیشنهادی با وزن ایده‌آل برای هر سهم ارائه شده است. پنجمین سبد دارای بازده ۰/۱۶۸۷ می‌باشد که در مقایسه با سایر سبدها دارای بیشترین بازده است.

نمودار ۷: مرز کارا سبد با روش PSO -CVAR



مأخذ: محاسبات تحقیق

در نمودار (۷) مشاهده می‌شود سبد دارای بازده ۰/۰۰۳۶۲ و ریسک ۰/۰۳۷۸۸ در راس مرز کارا می‌باشد. لذا مشاهده می‌شود با افزایش میزان بازده میزان ریسک سبد هم افزایش یافته است.

حل مدل الگوریتم ازدحام ذرات تحت معیار ریسک MAD

وزن هر سهم و میزان بازده و ریسک ۱۰ سبد پیشنهادی بر اساس روش ارزش در معرض خطر مشروط محاسبه و نتایج آن به شرح جدول (۶) می‌باشد.

فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، شماره پنجم و دو، پائیز ۱۴۰۱

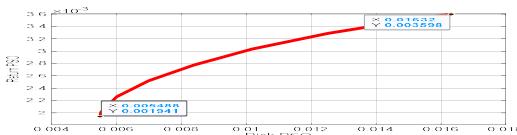
جدول ۶: وزن هر سهم و بازده و ریسک ۱۰ سنا رو پیشنهادی سبد- الگوریتم ازدحام ذرات PSO-MAD

scenario	PKODI	ZMYDI	BPASI	FOLDI	MKBTI	GOLGI	MSMII	PTAPI	SSEPI	AZAB1	FKASI	NBEH1	PFANI	GMROI	GSBE1	Risk	Return	Return/Risk
۱	۰.۰۰۵	۰.۰۲۱	۰.۱۳۲	۰.۰۴۹	۰.۱۱۳	۰.۰۳۸	۰.۰۲۵	۰.۰۲۷	۰.۰۳۳	۰.۰۵۳	۰.۲۷۳	۰.۰۵۸	۰.۹۵	۰.۰۳۵	۰.۰۳۲	۰.۰۰۵	۰.۰۰۲	۰.۳۵۴
۲	۰.۰۰۴	۰.۰۲۱	۰.۱۳۵	۰.۰۴۹	۰.۱۱۰	۰.۰۳۸	۰.۰۲۳	۰.۰۳۸	۰.۰۳۳	۰.۰۵۴	۰.۲۷۶	۰.۰۵۷	۰.۹۶	۰.۰۳۴	۰.۰۲۲	۰.۰۰۵	۰.۰۰۲	۰.۳۵۳
۳	۰.۰۱۱	۰.۰۲۷	۰.۱۲۴	۰.۰۵۶	۰.۱۱۱	۰.۰۴۰	۰.۰۳۳	۰.۰۳۸	۰.۰۳۱	۰.۰۵۳	۰.۲۲۹	۰.۰۶۱	۰.۹۷	۰.۰۴۳	۰.۰۴۶	۰.۰۰۶	۰.۰۰۲	۰.۳۶۴
۴	۰.۰۲۲	۰.۰۴۹	۰.۰۷۰	۰.۰۷۲	۰.۱۲۷	۰.۰۳۹	۰.۰۷۴	۰.۰۰۷	۰.۰۳۶	۰.۰۴۹	۰.۱۳۳	۰.۰۴۷	۱.۰۰	۰.۰۷۹	۰.۰۹۵	۰.۰۰۶	۰.۰۰۲	۰.۳۷۵
۵	۰.۰۳۲	۰.۰۷۰	۰.۰۱۵	۰.۰۶۵	۰.۱۰۳	۰.۰۳۱	۰.۱۰۷	۰.۰۰۱	۰.۰۴۲	۰.۰۴۸	۰.۱۱۷	۰.۰۱۵	۰.۰۷۶	۰.۱۲۰	۰.۱۵۶	۰.۰۰۷	۰.۰۰۳	۰.۳۶۰
۶	۰.۰۶۱	۰.۰۷۴	۰.۰۰۱	۰.۰۴۷	۰.۰۷۹	۰.۰۲۲	۰.۱۶۴	۰.۰۰۰	۰.۰۵۲	۰.۰۴۶	۰.۰۴۴	۰.۰۰۰	۰.۰۳۶	۰.۱۵۷	۰.۲۱۷	۰.۰۰۸	۰.۰۰۳	۰.۳۳۱
۷	۰.۱۰۱	۰.۰۸۸	۰.۰۰۰	۰.۰۳۴	۰.۰۴۴	۰.۰۰۷	۰.۱۴۵	۰.۰۰۲	۰.۰۳۰	۰.۰۲۷	۰.۰۰۴	۰.۰۰۱	۰.۰۰۰	۰.۲۱۷	۰.۳۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۳	۰.۲۹۸
۸	۰.۱۱۵	۰.۰۳۴	۰.۰۰۰	۰.۰۱۱	۰.۰۰۶	۰.۰۰۰	۰.۰۹۲	۰.۰۰۱	۰.۰۱۲	۰.۰۱۵	۰.۰۰۰	۰.۰۰۱	۰.۰۰۶	۰.۲۸۴	۰.۴۲۵	۰.۰۱۳	۰.۰۰۳	۰.۲۶۳
۹	۰.۰۳۲	۰.۰۰۰	۰.۰۰۲	۰.۰۰۴	۰.۰۰۱	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۴	۰.۰۰۵	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۳۹۰	۰.۵۶۲	۰.۰۱۶	۰.۰۰۴	۰.۲۲۶	
۱۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۳	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۴	۰.۰۰۴	۰.۰۰۰	۰.۰۰۱	۰.۰۰۵	۰.۰۰۰	۰.۰۰۲	۰.۰۰۱	۰.۰۰۰	۰.۲۱۸	۰.۷۶۳	۰.۰۱۸	۰.۰۰۴	۰.۲۰۷

مأخذ: محاسبات تحقیق

در جدول (۶) نتایج ۱۰ سبد پیشنهادی با وزن ایدهآل برای هر سهم ارائه شده است. چهارمین سبد دارای بازده ۰/۳۷۵ میباشد که در مقایسه با سایر سبدها دارای بیشترین بازده است.

نمودار ۸: مرز کارا سبد با روش PSO -MAD



مأخذ: محاسبات تحقیق

در نمودار (۸) مشاهده میشود سبد دارای بازده ۰/۰۰۳۵۹۸ و ریسک ۰/۰۱۶۳۲ در راس مرز کارا می باشد. لذا با افزایش میزان بازده میزان ریسک سبد هم افزایش یافته است..

جدول ۷: انتخاب کارآمدترین مدل بهینه سبد سهام

scenario	PKODI	ZMYDI	BPASI	FOLDI	MKBTI	GOLGI	MSMII	PTAPI	SSEPI	AZAB1	FKASI	NBEH1	PFANI	GMROI	GSBE1	Risk	Return	Return/Risk
CVAR	۰.۰۰۳۵	۰.۰۶۲۹	۰.۰۵۹۶	۰.۰۳۷۳	۰.۰۵۷۳	۰.۰۲۰۶	۰.۰۸۸۲	۰.۰۷۰۷	۰.۰۸۲۷	۰.۰۴۳۸	۰.۱۴۶۲	۰.۰۴۲۱	۰.۰۳۵۳	۰.۱۴۶۵	۰.۱۴۰	۰.۰۰۲۴	۰.۱۷۰۳	
MAD	۰.۰۳۵۲	۰.۰۵۰۴	۰.۱۳۲۴	۰.۰۲۵۸	۰.۰۹۱۲	۰.۰۲۷۵	۰.۰۷۴۵	۰.۰۴۱۹	۰.۰۳۶۳	۰.۰۳۷۱	۰.۱۸۰۲	۰.۰۱۳۰	۰.۰۶۱۱	۰.۰۷۸۳	۰.۱۱۵۰	۰.۰۰۶۹	۰.۰۰۲۳	۰.۳۲۸۱
PSO-CVAR	۰.۰۰۳۳	۰.۰۷۵۷	۰.۰۴۷۵	۰.۰۴۰۹	۰.۰۶۳۰	۰.۰۱۳۷	۰.۱۴۹۱	۰.۰۳۲۸	۰.۰۸۴۵	۰.۰۴۸۷	۰.۱۰۶۳	۰.۰۳۴۲	۰.۰۴۶۲	۰.۱۲۶۴	۰.۱۷۱۹	۰.۱۴۹	۰.۰۰۲۵	۰.۱۶۸۷
PSO-MAD	۰.۰۱۵۲	۰.۰۴۲۵	۰.۰۹۶۸	۰.۰۶۱۰	۰.۱۰۷۶	۰.۰۴۰۳	۰.۰۶۵۲	۰.۰۰۷۴	۰.۰۳۱۰	۰.۰۴۵۵	۰.۲۱۸۸	۰.۰۴۳۵	۰.۰۸۷۲	۰.۰۶۲۶	۰.۰۷۴۳	۰.۰۰۵۷	۰.۰۰۲۲	۰.۳۷۶۴

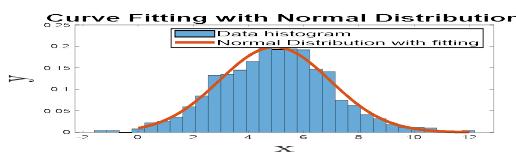
مأخذ: محاسبات تحقیق

در جدول (۷) نتایج مدل های بهینه سازی ارزش در معرض خطر مشروط، میانگین قدر مطلق انحراف و الگوریتم ازدحام ذرات تحت معیارهای ریسک CVaR و MAD با استفاده از نرم افزار متلب را نشان می دهد. بر اساس داده های جدول روش الگوریتم ازدحام ذرات تحت معیارهای ریسک MAD دارای

بررسی کارآمدی مدل‌های بهینه‌سازی .../آدینه‌وند، رازینی، خدام، اوحدی و هاشمی‌زاده

بیشترین بازده به میزان ۳۷۶۴/۰ می‌باشد.

آزمون نرمال بودن



ماخذ: محاسبات تحقیق

نمودار ۹: توزیع نرمال داده‌های پژوهش

مشخص شدن نوع توزیع ریسک و بازدهی سبدها برای آزمون نمودن فرضیه‌ها الزامی است. از این‌رو ابتدا با استفاده از نرم‌افزار متلب نمودار نرمال داده‌های مورد پژوهش مطابق نمودار (۹) ترسیم شد و سپس با استفاده از نرم‌افزار SPSS آزمون کولموگروف-اسمیرنف و شاپیرو-ویلک بر روی ریسک و بازدهی الگوریتم ازدحام ذرات تحت معیار ریسک CVaR-MAD انجام شد. بر اساس داده‌های جدول (۸) بازدهی سبد به روش الگوریتم چند هدفه تحت معیار ریسک بر اساس داده‌های جدول (۹) ریسک سبد به روش الگوریتم ژنتیک تحت معیار ریسک MAD، CVaR دارای توزیع نرمال است. زیرا سطح معناداری آن نیز کوچکتر از سطح خطای آزمون (۰/۰۵) است.

جدول ۸: آزمون نرمال بودن بازده سبد بر اساس آماره کولموگروف-اسمیرنف و شاپیرو-ویلک

Tests of Normality						
Return	Kolmogorov-Smirnova			Shapiro-Wilk		
	Statistic	Df	Sig.	Statistic	Df	Sig.
PSO-CVAR	0,169	100	.	0,862	100	.
PSO-MAD	0,139	100	.	0,896	100	.

a. Lilliefors Significance Correction

ماخذ: محاسبات تحقیق

جدول ۹: آزمون نرمال بودن ریسک سبد بر اساس آماره کولموگروف-اسمیرنف و شاپیرو-ویلک

Tests of Normality						
Risk	Kolmogorov-Smirnova			Shapiro-Wilk		
	Statistic	Df	Sig.	Statistic	Df	Sig.
PSO-CVAR	0,214	100	0,000	0,792	100	0,000
PSO-MAD	0,162	100	0,002	0,955	100	0,002

a. Lilliefors Significance Correction

ماخذ: محاسبات تحقیق

آزمون فرضیه

آزمون t زوجی بازدهی الگوریتم ازدحام ذرات تحت معیار ریسک cvar, mad: با توجه به توزیع نرمال بازده سبد برای آزمون فرضیه‌ها از آزمون t زوجی استفاده می‌شود. تبیین پس آزمایی مدل جهت بررسی بازدهی آنها با استفاده از آزمون مقایسه‌ای t زوجی، بازده مدل الگوریتم ازدحام ذرات تحت معیار ریسک ارزش در معرض خطر مشروط با بازده مدل الگوریتم ازدحام ذرات تحت معیار ریسک میانگین قدر مطلق انحراف با هم مقایسه گردید. نتایج آن به شرح جدول شماره (۱۰) نمایش داده شد.

جدول ۱۰: آزمون t زوجی بازدهی الگوریتم ازدحام ذرات تحت معیار ریسک cvar, mad

Paired Samples Statistics					
Return		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1 Return	PSO-CVAR	.۰۰۲۷۶۲۲	۱۰۰	.۰۰۰۵۲۸	.۰۰۰۰۵۲۸۴
	PSO-MAD	.۰۱۱۴۱۸۴	۱۰۰	.۰۰۴۵۹۷	.۰۰۰۴۵۹۶۷

Paired Samples Correlations				
Return		N	Correlation	Sig.
Pair 1	PSO-CVAR & MAD	۱۰۰	.۹۷۶	.۰۰۰

Paired Samples Test						
Return	Paired Differences				t	Df (2-tailed)
	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference		
				Lower		
Pair 1	Return	-۰.۰۰۸۶۵۶	۰.۰۰۴۰۸۳۶	.۰۰۰۰۴۰۸۴	-۰.۰۰۹۴۶۶۵	-۰.۰۰۷۸۴۵۹
					-۲۱.۱۹۸	.۹۹

مأخذ: محاسبات تحقیق

با توجه به خروجی جدول شماره (۱۰)، چون سطح معناداری کوچکتر از سطح خطای آزمون، یعنی 0.05 شده است، فرضیه صفر را می‌شود. به عبارت دیگر خروجی نشان می‌دهد که تفاوت معناداری میان بازده‌های به دست آمده بر اساس الگوریتم ازدحام ذرات تحت معیار MAD با سایر مدل‌ها وجود دارد.

آزمون t زوجی ریسک الگوریتم ازدحام ذرات تحت معیار ریسک cvar, mad: با توجه به توزیع نرمال ریسک سبد برای آزمون فرضیه‌ها از آزمون t زوجی استفاده می‌شود. تبیین پس آزمایی مدل جهت بررسی ریسک آنها با استفاده از آزمون مقایسه‌ای t زوجی ریسک مدل الگوریتم ازدحام ذرات تحت معیار ریسک ارزش در معرض خطر مشروط با ریسک مدل الگوریتم ازدحام ذرات تحت معیار ریسک میانگین قدر مطلق انحراف با هم مقایسه گردید. نتایج آن به شرح جدول شماره (۱۱) می‌باشد.

بررسی کارآمدی مدل‌های بهینه‌سازی ... / آدینه‌وند، رازینی، خدام، اوحدی و هاشمی‌زاده

جدول (۱۱) آزمون t زوجی ریسک الگوریتم ازدحام ذرات تحت معیار ریسک $cvar$, mad

Paired Samples Statistics					
Risk		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1	PSO-CVAR	.۰۲۰۹۹۷۲	۱۰۰	.۰۰۹۴۲۴۵۱	.۰۰۹۴۲۴۵
Risk	PSO-MSD	.۰۰۲۸۹۱	۱۰۰	.۰۰۵۳۵۴	.۰۰۵۳۵۴

Paired Samples Correlations				
Risk		N	Correlation	Sig.
Pair 1	PSO-CVAR & MAD	۱۰۰	.۸۹۱	.۰۰۰

Paired Samples Test									
RISK		Paired Differences				t	Df	Sig. (2-tailed)	
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
Pair 1	Risk	.۰۰۱۸۱۰۶۲۸	.۰۰۰۸۹۵۰۲۴	.۰۰۰۸۹۵۰۲	.۰۰۱۶۳۳۰۳۶	.۰۰۱۹۸۸۲۲۱	۲۰.۲۳	.۹۹	.

مأخذ: محاسبات تحقیق

با توجه به خروجی جدول شماره (۱۱) چون سطح معناداری کوچکتر از سطح خطا آزمون، یعنی 0.05 شده است، فرضیه صفر را می‌شود. به عبارت دیگر خروجی نشان می‌دهد که تفاوت معناداری میان ریسک‌های به دست آمده بر اساس الگوریتم ازدحام ذرات تحت معیار MAD با سایر مدل‌ها وجود دارد.

بحث و نتیجه‌گیری

در این پژوهش بررسی کارآمدی روش‌های بهینه سازی سبد سرمایه‌گذاری با استفاده از روش‌های ارزش در معرض خطر مشروط و میانگین قدر مطلق انحراف مورد بررسی قرار گرفت. سپس با استفاده از مدل الگوریتم ازدحام ذرات تحت معیار ریسک CVaR و MAD مورد آزمون قرار گرفت. پس از اجرای الگوریتم و آزمودن آن مشخص گردید که بازدهی ریسک مدل الگوریتم ازدحام ذرات تحت معیار ریسک MAD در مقایسه با سایر روش‌های دیگر تفاوت معناداری دارند. همچنین مشخص گردید ترکیب سهامی که با الگوریتم ازدحام ذرات تحت معیار ریسک MAD بهینه گردید، دارای بازدهی بیشتر و ریسک کمتر نسبت به سایر روش‌های بهینه سازی است. لذا با در نظر گرفتن این موضوع که در تعیین کارایی، مدلی کارآمدتر است که دارای بازدهی بیشتر و ریسک کمتر باشد، در نتیجه الگوریتم ازدحام ذرات تحت معیار ریسک MAD در تعیین سبد بهینه سهام کارآمدتر است. پیشنهاد می‌شود در پژوهش‌های آتی بهینه سازی سبد سهام با استفاده از روش‌های ارزش در معرض خطر مشروط و میانگین قدر مطلق انحراف با مدل الگوریتم فرالبتکاری ژنتیک انجام و نتایج آن با این پژوهش مقایسه شود.

فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، شماره پنجم و دو، پائیز ۱۴۰۱

منابع

- ۱) راعی رضا و سعیدی علی. مبانی مهندسی مالی و مدیریت ریسک. چاپ هفتم. تهران: نشر سمت؛ ۹۲.
- ۲) راعی رضا و علی بیکی هدایت. بهینه سازی پرتفوی سهام با استفاده از روش حرکت تجمعی ذرات. تحقیقات مالی، ۱۳۸۹، ۱۲(۲۹)، ۲۱-۴۰.
- ۳) رهنما رودپشتی فریدون و نیکو مرام هاشم و طلوعی اشلقی عباس و حسین زاده لطفی فرهاد و بیات مرضیه. بررسی کارایی بهینه سازی پرتفوی بر اساس مدل پایدار با بهینه سازی کلاسیک در پیش بینی ریسک و بازده پرتفوی. مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، ۱۳۹۴، ۶(۲۲)، ۲۹-۵۹.
- ۴) شاهحسینی هادی شهریار و موسوی میرکلائی سیدمحمد رضا و ملاجعفری مرتضی. الگوریتم‌های تکاملی مبانی، کاربردها، پیاده‌سازی، چاپ دوم . تهران: انتشارات علم و صنعت، ایران؛ ۱۳۹۶.
- ۵) کریمی آرزو. بهینه سازی سبدسهام با استفاده از الگوریتم ژنتیک چند هدفه (NSGA II) و ماکریم نسبت شارپ. مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، ۱۴۰۰، ۱۲(۴۶)، ۳۸۹-۴۱۰.
- ۶) مریخ بیات شاهرخ. الگوریتم‌های بهینه سازی الهام گرفته از طبیعت، چاپ دوم. تهران: نشر نص؛ ۹۳.
- ۷) مولایی محمدعلی و طالی آرش. بررسی کاربرد الگوریتم ابتکاری- ترکیبی ژنتیک وندر- مید در بهینه سازی پرتفوی. دو فصلنامه جستارهای اقتصادی، ۱۳۸۹، ۱۴، ۱۷۷.
- 8) Babat, O., Vara, J. & Zuluaga, L. (2018), Computing Near-Optimal Value at Risk Portfolio Using Integer Programming Techniques, European Journal of Operational Research, 266(1): 304-315.
- 9) Campbell, R., Huisman, R. & Koedijk, K. (2001), Optimal portfolio selection in a Value-at-Risk framework, Journal of Banking & Finance, vol. 25(9), pp. 1789-1804.
- 10) Cura Tunchan (2009). Particle swarm optimization approach to portfolio optimization. Nonlinear Analysis: Real World Applications, 10:2396– 2406.
- 11) H. Konno, H. Yamazaki (1991). Mean-absolute deviation portfolio in optimization model and its application to Tokyo stock market, Management Science 37: 519–531.
- 12) Maringer, Dietmar G. 2005. Portfolio Management with Heuristic Optimization. <https://www.springer.com/gp/book/9780387258522#aboutAuthors>
- 13) Markowitz, H. (1952), Portfolio Selection, Journal of Finance, vol. 7, no. 1, pp. 77-91.
- 14) Raei, R., Bahrani Jahromi, M .(2012) Portfolio optimization using a hybrid of fuzzy ANP, VIKOR and TOPSIS, Management Science Letters, 2012, 2, P. 2473–2484. Doi: 10.5267/j.msl.2012.07.019.

بررسی کارآمدی مدل‌های بهینه‌سازی .../آدینه‌وند، رازبینی، خدام، اوحدی و هاشمی‌زاده

- 15) T.G.Willadsen, A.Bebe, R.K-Rasmussen, D. E.Jarbøl.(2016) “The role of diseases, risk factors and symptoms in the definition of multimorbidity—a systematic review” Scandinavian Journal of Primary Health Care Volume 34,PP.1-10. DOI: 10.3109/02813432.2016.1153242
- 16) Yong, L., Zhang, W, Zhang, P. (2013) “A multi-period portfolio selection optimization model by using interval analysis” Economic Modelling, Volume 33, PP. 113-119

: یادداشت‌ها

-
- 1-Optimization
 - 2 - Konno and Yamazaki
 - 6- Objective function
 - 4 -Combinatorial Optimization
 - 5 -Continuous Optimization
 - 6 - Gradient
 - 7 - Cura Tunchan
 - 8 - Yong, L., Zhang, W, Zhang, P
 - 9 - Babat, O., Vara, J. & Zuluaga, L