

## بررسی کیفیت چاپگرها با استفاده از روش ماره

### سماواتی کتایون\*

تاریخ ارسال: ۱۴۰۱/۰۸/۲۲ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۰۶/۰۲

**چکیده:** فریزهای ماره‌ی حاصل از برهم نهی توری‌های خطی، به شکل خطی هستند. اما، هنگامی که عیوب جمعی جزئی در یک یا هر دو توری رخ دهد، فریزهای ماره‌ی خطی تغییر می‌کنند و به طور کلی با توابع درجه دوم توصیف می‌شوند. در این مقاله نقص‌های خاصی را در توصیف فریزهای ماره در نظر می‌گیریم. این مطلب به ما اجازه می‌دهد تا با تنظیم پارامترهای نقص در ضرایب توابع به دست آمده، شکل‌ها و اندازه‌های فریزهای ماره را طراحی کنیم. برازش تابع بر روی فریزهای ماره که توسط توری‌های معیوب تشکیل شده‌اند، پارامترهای عیوب را به دست می‌دهند. این تکنیک برای ارزیابی کیفیت چاپگر در چاپ شبکه‌های خطی استفاده می‌شود. نتایج نشان می‌دهد که تغییرات بسیار جزئی در پارامترهای شبکه قابل تشخیص هستند. رویکرد معرفی شده می‌تواند در مطالعه اثرات فیزیکی قابل تبدیل به تغییرات پارامترهای توری، به کار برود.

**واژه‌های کلیدی:** تحلیل فریز، روش ماره، اندازه‌گیری فاز، چاپگر.

### ۱. مقدمه

هنگامی که دو ساختار تناوبی یا شبه تناوبی مسطح روی هم قرار می‌گیرند، به شرطی که شرایط خاصی وجود داشته باشد، یک ساختار تناوبی یا شبه تناوبی جدید به نام الگوی ماره با دوره تناوب بسیار بزرگ‌تر از دوره‌های ساختارها ظاهر می‌شود. از سال ۱۸۷۸ که ریلی این روش را برای مطالعه عیوب توری‌ها به کار برد، موضوع به طور گسترده‌ای در تئوری و در آزمایش با کاربردهای متعددی توسعه یافته است [۴-۱]. چندین روش مختلف برای فرمول‌بندی فریزهای ماره موجود است [۱، ۳، ۵]. در فرمول‌بندی‌های ارائه شده معمولاً فرض می‌شود که توری‌های برهم‌نهی شده بدون نقص هستند و پارامترهای توری‌ها معلوم هستند. اما در روش برداری که در مقالات قبلی ارائه دادیم با استفاده از بردارهای معرفی شده برای

توصیف توری‌ها و فریزهای ماره، نشان دادیم که در تقریب اول، رد فریزهای ماره را می‌توان با توابع درجه دوم نشان داد. در واقع، فریزهای ماره بر حسب بسط بردارهای توری‌ها در تقریب مرتبه اول بیان می‌شوند [۶]. اخیراً از این رویکرد برای توصیف تکینگی‌ها در فریزهای ماره استفاده شده است [۷، ۸].

در این گزارش نقص‌های خاصی را در توری‌ها در نظر می‌گیریم. به طور خاص تغییرات کوچک در گام‌های توری، در زوایای بین خطوط متوالی توری، و در انحنای خطوط توری در نظر گرفته می‌شود و فریزهای ماره‌ی مرتبط با این نوع تغییرات را مطالعه می‌کنیم. بنابراین، به طور واضح پارامترهای نقص را در توصیف توابع درجه دومی که فریزهای ماره را نشان می‌دهند، لحاظ می‌کنیم. در ادامه، مقاله به شرح زیر تنظیم شده است:

در بخش ۲ بردار توری را برای یک توری که سه عیب ذکر شده را متحمل می‌شود فرمول‌بندی می‌کنیم و توابع درجه دوم مورد نیاز را برای فریزهای ماره مربوطه به دست

\* استادیار، گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه آزاد اسلامی

واحد تهران شمال k\_samavati@iau-tnb.ac.ir

که در آن:

$$k_{0x} = k_{2x}(0) - k_{1x}(0), \quad k_{0y} = k_{2y}(0) - k_{1y}(0)$$

$$\gamma_{xx} = \frac{\partial k_{2x}}{\partial x} - \frac{\partial k_{1x}}{\partial x}, \quad \gamma_{yy} = \frac{\partial k_{2y}}{\partial y} - \frac{\partial k_{1y}}{\partial y} \quad (۴)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial k_{2x}}{\partial y} - \frac{\partial k_{1x}}{\partial y}, \quad \gamma_{yx} = \frac{\partial k_{2y}}{\partial x} - \frac{\partial k_{1y}}{\partial x}$$

در معادلات بالا  $k_{iy} (i=1,2)$  و  $k_{ix} (i=1,2)$  مولفه‌های بردارهای توری‌ها را نشان می‌دهند.

حال سعی می‌کنیم عیوب یک توری، شامل تغییرات جمعی و آهسته در گام توری، تغییرات آهسته در زاویه بین خطوط توری‌ها و همینطور، وجود انحنای جزئی در خطوط توری را در توصیف بردار توری لحاظ کنیم. با در نظر گرفتن معادلات (۳) و (۴) بدیهی است که ماهیت درجه دو بدون معادله فریزهای ماره در صورت معیوب بودن یک یا هر دو توری تغییر نمی‌کند. بنابراین در ادامه‌ی بحث برای ساده‌تر شدن محاسبات، عیوب را فقط به یک توری مرتبط می‌کنیم. بردار توری با خطوط عمود بر محور  $x$  و با گام متغیر  $q_0, q_0 + \sigma, q_0 + 2\sigma, \dots, q_0 + N\sigma$  (در مقایسه با  $q_0$  بسیار کوچک است)، به صورت زیر نوشته می‌شود [۶]:

$$\vec{k}_p = \frac{2\pi\hat{x}}{q_0 \left(1 + \frac{\sigma}{2q_0^2}x\right)} \quad (۵)$$

برای یک توری با زاویه  $\beta$  بین خطوط متوالی آن بردار توری می‌شود:

$$\vec{k}_a = \frac{2\pi}{q_0 + \frac{\beta}{2}y} \left[ \hat{x} \cos\left(\frac{\frac{\beta}{2}x}{q_0 + \frac{\beta}{2}y}\right) - \hat{y} \sin\left(\frac{\frac{\beta}{2}x}{q_0 + \frac{\beta}{2}y}\right) \right] \quad (۶)$$

برای یک توری با خطوط کمی خمیده و گام‌های مساوی،  $q_0$ ، مطابق شکل ۱، جهت بردار توری با تغییر  $y$ ، به آهستگی تغییر می‌کند. با در نظر گرفتن شکل ۱، بردار توری را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

می‌آوریم. در بخش ۳ این تکنیک را بر روی توری‌های چاپ شده توسط چاپگر اعمال می‌کنیم و عیوب توری را به دست می‌آوریم که این پارامترها بیانگر کیفیت دستگاه‌های چاپگر هستند و برای ارزیابی دستگاه‌های چاپگر قابل استفاده هستند. نتایج و نکات پایانی در بخش ۴ ارائه شده است.

## ۲. فرمول‌بندی فریزهای ماره حاصل از برهم-

### نهی توری‌های خطی معیوب

در این رویکرد به هر توری یک بردار مرتبط می‌کنیم که اندازه و جهت آن دارای تغییرات بسیار آهسته و هموار در مقیاس فریزهای ماره است. بردار توری به صورت موضعی بر خطوط توری عمود است و بزرگی آن برابر با معکوس گام موضعی توری‌ها است. بنابراین، دو توری استفاده شده در ایجاد فریزهای ماره را با بردارهای زیر نشان می‌دهیم.

$$\vec{k}_1 = \frac{2\pi}{q_1(x,y)} \hat{k}_1, \quad \vec{k}_2 = \frac{2\pi}{q_2(x,y)} \hat{k}_2 \quad (۱)$$

که در آن  $\hat{k}_i (i=1,2)$  به ترتیب نشان دهنده گام‌ها و بردارهای واحد توری‌ها هستند که به طور موضعی بر خطوط توری‌های مربوطه عمود هستند. هنگامی که دو توری روی هم قرار می‌گیرند، فاز عبارت فریزهای ماره توسط رابطه زیر داده می‌شود [۶]:

$$\varphi(\vec{r}) = (\vec{k}_2 - \vec{k}_1) \cdot \vec{r} + \varphi_0 \quad (۲)$$

که در آن  $\vec{r}$  بردار مکان در صفحه توری‌ها است. برای بردارهای توری با تغییرات آهسته، اگر بردارها را در تقریب مرتبه اول بسط دهیم و در معادله (۲) جایگزین کنیم، به معادله زیر می‌رسیم:

$$\varphi(x,y) = k_{0x}x + k_{0y}y + \gamma_{xx}x^2 + (\gamma_{xy} + \gamma_{yx})xy + \gamma_{yy}y^2 + \varphi_0, \quad (۳)$$

$$+ \hat{y} \sin \left[ \frac{-\frac{\beta}{2}x}{q_0 + \frac{\sigma}{2q_0}x + \frac{\beta}{2}y} + \frac{y}{R} \right]. \quad (10)$$

با برهم‌نهی توری با برداری مطابق با رابطه (۱۰) بر روی یک توری خطی دیگر با بردار توری بین خطوط توری و محور  $y$  است، فریزهای ماره‌ای به دست می‌آیند که هر سه نوع عیب بر آن تحریر (مدوله) شده است. برای به دست آوردن تابع درجه دوم متناظر، لازم است مشتق‌های مولفه‌های بردار  $(\vec{k}_2 - \vec{k}_1)$  را در تقریب مرتبه اول محاسبه و در معادله (۳) جایگذاری کنیم. که منجر به معادله درجه دوم زیر می‌شود:

$$\varphi(x, y) = \frac{2\pi}{q_0} \left[ \frac{-\sigma}{2q_0^2} x^2 - \frac{\beta}{q_0} xy + \frac{1}{R} y^2 + x(1 - \cos \theta) - y \sin \theta \right] + \varphi_0 \quad (11)$$

برای حالتی که در مبدأ دستگاه مختصات یک فریز ماره روشن داشته باشیم، رد فریزهای ماره تاریک در معادله زیر صدق می‌کنند:

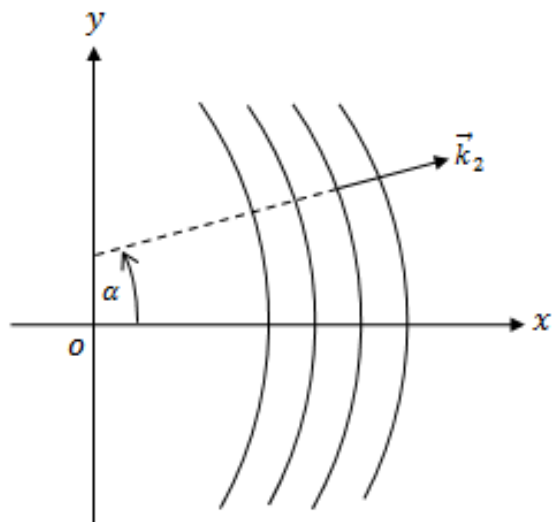
$$\frac{1}{q_0} \left[ \frac{-\sigma}{2q_0^2} x^2 - \frac{\beta}{q_0} xy + \frac{1}{R} y^2 + x(1 - \cos \theta) - y \sin \theta \right] = \left( m + \frac{1}{2} \right), \quad (12)$$

که در آن:  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

معادله (۱۲) بسیار جالب و مهم است، چون ضرایب جملات درجه دوم به طور واضح عیوب مربوط به توری را نشان می‌دهند. از یک طرف، با برازش توابع درجه دوم بر فریزهای ماره، عیوب تأثیرگذار را تشخیص می‌دهیم و این موضوع درک بهتری از علل فیزیکی را فراهم می‌کند. از سوی دیگر با تنظیم پارامترهای عیوب در ضرایب معادله (۱۲) می‌توانیم فریزهای ماره را با شکل‌ها و اندازه‌های دلخواه تولید کنیم [۹]. این مطلب در عمل برای بهینه‌سازی نوری که از آشکارساز عبور می‌کند و در کاربردهای تکنیک ماره در اندازه‌شناسی بسیار مفید است.

$$\vec{k}_c = \frac{2\pi}{q_0} \left[ \hat{x} \cos \left( \frac{y}{R} \right) + \hat{y} \sin \left( \frac{y}{R} \right) \right], \quad (7)$$

که در آن،  $R$  شعاع خطوط توری و در مقایسه با  $y$  بسیار بزرگ است.



شکل ۱. برای توری با خطوط منحنی، جهت بردار توری با تغییر مختصات آن تغییر می‌کند.

حال توری را در نظر می‌گیریم که متحمل هر سه نوع عیب مورد بحث باشد. با در نظر گرفتن معادلات (۵)، (۶) و (۷) گام چنین توری به شرح زیر است:

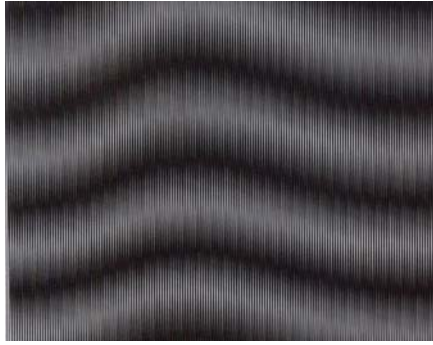
$$q = q_0 + \frac{\sigma x}{2q_0} + \frac{\beta}{2} y. \quad (8)$$

همچنین با در نظر گرفتن معادلات (۵)، (۶) و (۷) زاویه بین بردار توری و محور  $x$  برابر است با:

$$\delta = \frac{\frac{\beta}{2}x}{q_0 + \frac{\sigma}{2q_0}x + \frac{\beta}{2}y} + \frac{y}{R}. \quad (9)$$

با استفاده از معادلات (۸) و (۹) بردار توری به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\vec{k}_2 = \frac{2\pi}{q_0 + \frac{\sigma}{2q_0}x + \frac{\beta}{2}y} \left[ \hat{x} \cos \left( \frac{\frac{\beta}{2}x}{q_0 + \frac{\sigma}{2q_0}x + \frac{\beta}{2}y} + \frac{y}{R} \right) + \hat{y} \sin \left( \frac{\frac{\beta}{2}x}{q_0 + \frac{\sigma}{2q_0}x + \frac{\beta}{2}y} + \frac{y}{R} \right) \right]$$



شکل ۳. فریزهای ماره حاصل از برهم نهی توری به کار رفته در شکل ۲، بر روی یک توری مشابه دیگر که توسط دستگاه لیتوگرافی بر روی طلق شفاف ایجاد شده است.

با برآزش معادله (۱۱) بر روی قسمت منحنی شکل فریزهای ماره در شکل ۲، پارامترهای انحراف توری چاپ شده از حالت خطی را به صورت زیر دست آوردیم:

$$\sigma = 4.8 \times 10^{-5} \text{ mm}, \quad \beta = 2.1 \times 10^{-4} \text{ درجه و}$$

$$R = 1.4 \times 10^4 \text{ mm} \text{ است.}$$

تغییرات در مقدار گام و در زاویه بین خطوط بسیار کوچک است، در حالی که شعاع انحنای خطوط بسیار بزرگ است. این شکل‌ها نشان می‌دهند که انحرافات بسیار جزئی از خطوط مستقیم با این روش قابل تشخیص هستند. با کاهش زاویه بین توری‌های روی هم قرار داده شده،  $\theta$ ، انحرافات به سرعت بالا می‌روند و این نشان می‌دهد که حساسیت در همسایگی تکینگی، یعنی  $\theta = 0$ ، بسیار بالا است.

این روش را می‌توان در ارزیابی تصاویر حاصل از سیستم‌های تصویربرداری دیگر نیز به کار برد و انحراف تصویر از تصویر ایده‌آل را به دست آورد.

#### ۴. نتیجه‌گیری

- یک توری خطی با عیوب کم با برداری نشان داده می‌شود که اندازه و جهت این بردار به آرامی تغییر می‌کند. روی هم قرار دادن چنین توری‌هایی منجر به فریزهای ماره‌ای می‌شوند که با توابع درجه دوم توصیف می‌شوند.

- در توصیف توری با بردار، با در نظر گرفتن عیوب خاص، شامل تغییرات در گام توری، تغییرات

### ۳. ارزیابی چاپگرها

معادله (۱۱) این امکان را به ما می‌دهد تا انحرافات بسیار کوچک از خطی بودن توری‌های به ظاهر خطی که روی هم قرار داده شده‌اند را ارزیابی کنیم. این انحرافات می‌توانند در فرآیند ساخت توری یا در فرآیند تصویربرداری از یک توری به دلیل اثرات فیزیکی متفاوت رخ دهد. در این بخش از معادله (۱۱) برای آزمایش کیفیت چاپگر در چاپ شبکه خطی یا ترسیم خطوط مستقیم استفاده می‌کنیم. برای این منظور ما یک کامپیوتر را برنامه‌ریزی کردیم تا یک توری بکشد و به چاپگر نیاز داشتیم تا آن را روی کاغذ چاپ کند. ابتدا یک توری را روی کاغذ چاپ کردیم، سپس همان کاغذ را حدود ۱۸۰ درجه (۱۷۸٫۵ درجه) چرخاندیم و مجدد توری دیگری را روی همان تصویر توری قبلی چاپ کردیم. در واقع، چرخش ۱۸۰ درجه‌ای کاغذ، بردارهای توری را در جهت مخالف قرار می‌دهد و این کار باعث افزایش انحراف فریزهای ماره می‌شود. الگوی ماره حاصل از برهم‌نهی توری‌های مشابه چاپ شده با بردارهای توری تقریباً مخالف در شکل ۲ نشان داده شده است. فریزهای ماره حاصل در شکل ۳ از قرار دادن یک توری تولید شده توسط چاپگر بر روی یک توری مشابه تولید شده توسط لیتوگرافی بر روی یک طلق شفاف به دست آمده است. توری ایجاد شده با لیتوگرافی عملاً عالی و بدون نقص است. با مقایسه شکل ۲ و شکل ۳ می‌بینیم که انحرافها در فریزهای ماره شکل ۲ بزرگتر هستند.



شکل ۲. فریزهای ماره که از روی هم قرار دادن دو توری مشابه چاپ شده توسط چاپگر به دست می‌آیند، زاویه بین بردارهای توری‌ها ۱۷۸٫۵ درجه است.

3. I. Amidror, *The Theory of the Moiré Phenomenon, Volume II: Aperiodic Layers* (Springer, Verlag London Limited, 2007).
4. Jianming Wen, Yong Zhang, and Min Xiao, "The Talbot effect: recent advances in classical optics, nonlinear optics, and quantum optics," *Advances in Optics and Photonics* **5**, 83-130 (2013).
5. G. Oster, M. Wasserman, and C. Zwerling, "Theoretical Interpretation of Moiré patterns," *J. Opt. Soc. Am. A* **54**, 169-175 (1964).
6. M. T. Tavassoly and K. Samavati, "Formulation of the moiré fringes formed by superimposing linear gratings with slowly varying parameters" *Appl. Opt.* **53**, 6612-6618 (2014).
7. S. Rasouli and M. Yeganeh, "Formulation of the moiré patterns formed by superimposing of gratings consisting topological defects: moiré technique as a tool in singular optics detections" *J. Opt.* **17**, 105604 (2015).
8. M. Yeganeh and S. Rasouli, "Investigation of the moiré patterns of defected radial and circular gratings using the reciprocal vectors approach" *J. Opt. Soc. Am. A* **33**, 416-425 (2016).
9. K. Samavati, M. T. Tavassoly and H. Ghomi, "Representation of image distortion by Moiré fringes at phase singularity state" *Appl. Opt.* **56**, 324-329 (2017).

در زوایای خطوط و تغییرات در انحنای خطوط، برای فریزهای ماره به توابع درجه دوم می‌رسیم. ضرایب این توابع درجه دو مرتبط با پارامترهای عیوب توری هستند.

- توابع به دست آمده اجازه می‌دهد تا شکل‌ها و اندازه‌های فریزهای ماره را با انتخاب مناسب پارامترهای نقص طراحی کنند.

- این روش برای مطالعه اثرات فیزیکی که می‌توانند به تغییرات پارامترهای توری تبدیل شوند مناسب است.

- این روش برای تشخیص تغییرات بسیار جزئی در پارامترهای توری ارائه می‌شود.

- یوب بسیار جزئی در چاپگرها به راحتی توسط این روش قابل محاسبه است.

### مراجع

1. K. Patorski, M. Kujawinska, *Handbook of the moiré fringe technique* (Elsevier, Amsterdam, 1993).
2. O. Kafri, I. Glatt, *The physics of moiré metrology* (John Wiley and Sons, New York, 1990).

## Examining the quality of printers by the moiré technique

Katayoon Samavati

### Abstract

**T**he moiré fringes of superimposed linear gratings are linear. But, when minor collective defects occur in one or both of the gratings the moiré fringes are modified and, in general, are described by quadratic functions. In this report we consider particular defects in the description of moiré fringes. This permits to design the shapes and the sizes of the moiré fringes by adjusting the defects' parameters in the coefficients of the derived functions. Fitting the derive function on the traces of moiré fringes formed by the defected gratings yields the defects' parameters that are in excellent agreement with those were used in the grating fabrication. The technique is used to evaluate the quality of a printer in printing linear networks. The results show that very minute changes in the networks' parameters are detectable. The introduced approach is useful in the study of physical effects that can be converted into changes of grating parameters.

**Keywords:** fringe analysis, moiré techniques; phase measurement, printers