

## بررسی رفتار کمانش سازه‌های فضایی تک لایه گنبدی شکل ژئودزیک و شبکه‌ای

ضیاءالدین زمانزاده\*

گروه عمران، واحد بستان آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، بستان آباد، ایران

صادق چوپانی

گروه عمران، واحد بستان آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، بستان آباد، ایران

zia.zamanzadeh@gmail.com

تاریخ دریافت: ۹۶/۰۷/۲۰ تاریخ پذیرش نهایی: ۹۶/۱۰/۱۶

### چکیده:

در این مقاله سعی شده رفتار کمانش دو نوع سازه فضایی گنبدی شکل شبکه‌ای و ژئودزیک مورد بررسی قرار گیرد. برای این منظور سه هدف اصلی دنبال شده است، ابتدا تحلیل‌های کمانشی خطی و غیرخطی هندسی با استفاده از نرم‌افزار مبتنی بر روش المان محدود انجام گرفته و نتایج بدست آمده مورد بررسی قرار گرفته و صحت سنجی مدل المان محدود تحلیلی به کار گرفته شده با مقایسه نتایج بدست آمده با نتایج مدل‌های مقالات موجود انجام گرفته است. سپس با تعریف فاکتور لاغری گنبد، بعد از بررسی نتایج تحلیل‌های کمانشی غیرخطی که برای گنبدها با فاکتورهای لاغری مختلف بدست آمده، محدوده‌هایی که در آن کمانش کلی، کمانش محلی و کمانش اعضا منحصراً به فرد سازه‌ها اتفاق می‌افتد تعیین شد. آخرین و مهمترین هدف بدست آوردن روابطی برای تخمین بار کمانش بحرانی سازه‌های فضایی گنبدی شکل تک لایه ژئودزیک و شبکه‌ای می‌باشد. برای نیل به این سه هدف مدل‌سازی هندسی سازه‌ای که قادر باشد با دقت بالا رفتار مدل واقعی را نشان دهد، توسط برنامه‌نویسی در محیط MatLab انجام شده و مختصات گره‌های گنبدها بدست آمده است.

**کلید واژگان:** سازه‌های فضایی، گنبد ژئودزیک، کمانش خطی، کمانش غیرخطی

## ۱- مقدمه

سازه‌های فضایی تک‌لایه برای پوشش فضاهای بزرگ بدون ستونهای میانی با کاربری‌های متنوع مانند سالن‌های ورزشی، تالار سخنرانی و آشپانه‌های هواپیماها استفاده می‌شوند [۱]. با توجه به سختی خمشی کمی که این نوع از سازه‌ها دارند نیاز به بررسی منطقی رفتار کمانش این نوع از سازه‌ها خود را به خوبی نشان می‌دهد [۲]. به همین دلیل اهمیت بررسی و تحقیق در مورد کمانش انواع مختلف سازه‌های فضایی و روشهای تحلیلی برای بررسی رفتار این نوع از سازه‌ها برای محققین کاملاً محرز می‌باشد. از تحقیقاتی که در گذشته در این مورد صورت گرفته، می‌توان به تخمین بارهای کمانشی گنبدهای تک‌لایه سهموی بیضوی، تحت بارگذاری قائم با استفاده از تحلیلهای کمانشی خطی [۳] و یا ارائه روشهای تحلیلی بهینه برای تعیین بارهای کمانشی بحرانی قابهای فضایی مشبک اشاره کرد [۴]. صفاری و منصوری در سال ۲۰۱۱ روش دو نقطه‌ای برای تحلیل غیرخطی سازه‌های خرپایی ارائه نمودند [۵]. علاوه بر این، برای تحلیل غیر خطی سازه‌های فضایی، صفاری و همکاران از تابع اسپلین مکعبی استفاده کردند که با تسریع نرخ همگرایی در تحلیل غیر خطی همراه بود [۶]. همچنین تحقیقاتی در مورد پایداری سازه‌های فضایی با استفاده از الگوریتم ژنتیک صورت گرفته است [۷]. مطالعات گذشته نشان می‌دهد تحقیقات بسیار محدودی در مورد رابطه هندسی بین پیکربندی سازه‌ای و نیروهای داخلی اعضاء سازه صورت گرفته است [۸]. برای سازه‌های فضایی گنبدی شکل سه نوع کمانش مطرح می‌باشد: الف) کمانش کلی، ب) کمانش محلی، ج) کمانش اعضاء منحصر به فرد [۲]. در این مقاله ابتدا به بررسی و مقایسه نتایج تحلیلهای کمانشی خطی و تحلیلهای زمانبر کمانشی غیرخطی پرداخته شده است سپس با تعریف فاکتور لاغری به عنوان پارامتر هندسی گنبدها، تغییر شکل گنبدها و نتایج تحلیلهای کمانشی غیر خطی مورد بررسی قرار گرفته‌اند به طوری که بتوان محدوددهای را که بر حسب فاکتور لاغری در آن کمانش کلی، کمانش محلی و کمانش اعضاء منحصر به فرد اتفاق می‌افتد تعیین کرد. در نهایت روابطی برای تخمین بار کمانش بحرانی سازه‌های فضایی گنبدی شکل ژئودزیک و شبکه‌ای به دست آمده به طوری که فقط با در دست داشتن مشخصات هندسی این نوع از گنبدها و مشخصات اعضاء این گنبدها به راحتی و بدون اینکه نیازی به تحلیلهای زمانبر غیرخطی یا محاسبات پیچیده ریاضی باشد، بتوان بار بحرانی کمانش این گنبدها را تعیین کرد.

## ۲- مدل آنالیز

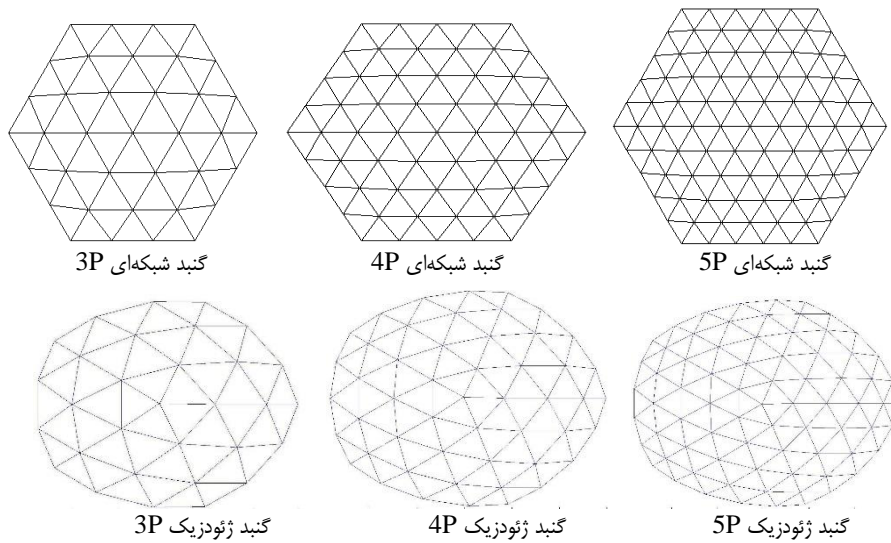
شکل ۱-۲، تاشه گنبدهای ژئودزیک و شبکه‌ای با گره‌های گیردار را نشان می‌دهد.

هر دو نوع گنبد در سه فرکانس مطابق شکل ۱-۲ مورد بررسی قرار گرفته‌اند. فاکتور لاغری  $S$ ، به عنوان پارامتر هندسی گنبدها تعریف شده است [۲].

$$S = \frac{L}{\sqrt{R}} \sqrt{\frac{A}{I}} \quad (1)$$

به طوریکه  $R$  شعاع گنبد،  $L$  طول اعضاء،  $I$ ،  $A$  نیز به ترتیب ممان اینرسی اعضاء و سطح مقطع اعضاء می‌باشند. بنابراین مدل سازی هندسی سازه‌ها توسط برنامه‌نویسی در محیط MatLab انجام شده و مختصات گره‌های گنبدها بدست آمده است.

با توجه به اینکه هدف اصلی رسیدن به یک رابطه جامع از مقادیر بدست آمده ضرایب بحرانی کمانش بر حسب فاکتور لاغری گنبد بود بنابراین گنبدها با شعاعها و فرکانسهای مختلفی با ایستی بررسی می‌شدند. در رابطه فاکتور لاغری برای اینکه به ازاء هر شعاع فقط یک مقدار فاکتور لاغری در هر فرکانس گنبد وجود داشته باشد، مقادیر سطح مقطع اعضاء، ممان اینرسی اعضاء و طول اعضاء ثابت در نظر گرفته شدند. حال مشکل اساسی در تغییر فرکانس گنبد می‌باشد که با تغییر طول مواجه می‌شویم برای حل این مشکل در رابطه فاکتور لاغری به ازاء یک شعاع معین با ثابت نگه داشتن مقدار سطح مقطع اعضاء در هر سه نوع فرکانس گنبد، به ازاء تغییر طول، با تغییر قطر داخلی و خارجی المانهای لوله‌ای مقدار ممان اینرسی اعضاء را طوری تغییر می‌دهیم که فقط یک مقدار فاکتور لاغری به ازاء فرکانسهای مختلف در یک شعاع معین وجود داشته باشد.



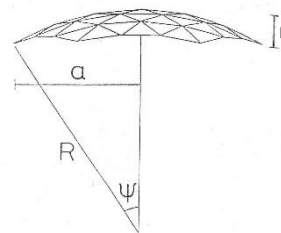
شکل ۱-۲- تاشه گنبدهای شبکه‌ای و ژئودزیک

جدول ۱-۲- مشخصات اعضاء

model	E(MPa)	A(cm <sup>2</sup> )	I(cm <sup>4</sup> )	L(cm)
3P	2.06×10 <sup>5</sup>	17.7	758.03	348.6
4P	2.06×10 <sup>5</sup>	17.7	240.03	261.5
5P	2.06×10 <sup>5</sup>	17.7	98.31	209.2

جدول ۲-۲- مشخصات و ابعاد گنبدها

S	ψ(deg)	R(cm)	a(cm)	H(cm)
1.67	9	6658.3	1041.7	82.0
1.93	12	4994.3	1038.5	109.2
2.37	18	3330.7	1029.2	163.0
2.73	24	2498.9	1016.4	216.0
3.06	30	2000.0	1000.0	268.0
3.35	36	1667.6	980.2	318.5
3.62	42	1430.3	954.7	367.4
3.86	48	1252.5	930.8	414.4



شکل ۱-۲- معرفی پارامترهای هندسی گنبد

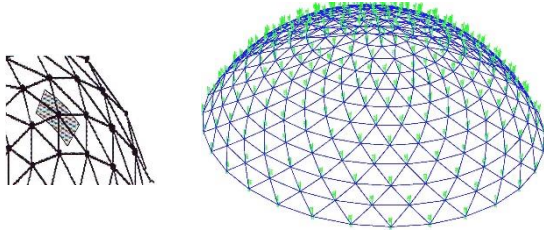
به این ترتیب با در دست بودن سطح مقطع اعضاء و ممان اینرسی اعضاء به راحتی می‌توان قطر داخلی و خارجی این المانها را تعیین کرد. مشخصات اعضاء گنبد در جدول ۱-۲ نمایش داده شده است. در این جدول I: ممان اینرسی A: سطح مقطع L: طول و E: مدول الاستیسیته اعضاء لوله‌ای می‌باشد. جدول ۲-۲ نیز بیانگر مشخصات و ابعاد گنبدهای به کار رفته نظیر R به عنوان شعاع گنبد، H به عنوان ارتفاع گنبد و ψ به عنوان نصف زاویه باز برای دهانه 2a و S فاکتور لاغری گنبد می‌باشد.

### ۳- روش آنالیز

به منظور تعیین بار کمانشی گنبدها از دو روش تحلیلهای المان محدود استفاده شده است. اولین روش تحلیلهای مقدار ویژه خطی و روش دوم تحلیلهای غیر خطی هندسی کمانشی می‌باشد [۲].

تحلیل کمانشی خطی براساس قرار دادن بارهای استاتیکی فرضی با مقادیر دلخواه اما متناسب با نیروهای خارجی حقیقی و در محل آن نیروها انجام می‌پذیرد و در ادامه با انجام تحلیل فوق بر روی چنین سازه‌هایی ضرایب بار بدست می‌آید که مبین مقدار نیروی تحملی سازه تا لحظه کمانش می‌باشد. این نکته بدان مفهوم است که با ضرب ضرایب فوق با ذکر علامت در بارگذاری فرضی انجام شده به مقدار بار کمانش دست پیدا می‌کنیم. این نوع تحلیل بر پایه حصول ضرایب در لحظه منفرد شدن ماتریس سختی که به منزله بروز ناپایداری کمانشی می‌باشد صورت می‌گیرد. تحلیل کمانشی خطی از دو جزء تحلیل استاتیکی خطی و تحلیل مقدار مشخصه تشکیل شده است که نهایتاً این دو آنالیز مدهای کمانشی سازه را بدست خواهد داد. روش به کارگیری تحلیل کمانشی غیر خطی هندسی نیز به این صورت می‌باشد که مقدار بار اعمالی به سازه به تدریج افزایش می‌یابد. تا جایی که می‌توان نیرویی را که سازه با افزایش بسیار کوچکی در مقدار آن دچار تغییر شکل بزرگ می‌شود بدست آورد [۹].

خاصیت غیرخطی در ذات این آنالیز وجود دارد که باعث در نظر گرفتن عیوب سازه‌ای (هندسی) نیز می‌شود. این روش تحلیل، از روش مقدار ویژه به مراتب دقیق‌تر است. چرا که این روش از به کارگیری تغییر شکلهای بزرگ غیرخطی و شرایط استاتیکی در پروسه تحلیل استفاده می‌کند. بار یکنواخت به صورت عمودی به هر گره مطابق شکل ۱-۳، اعمال شده است.

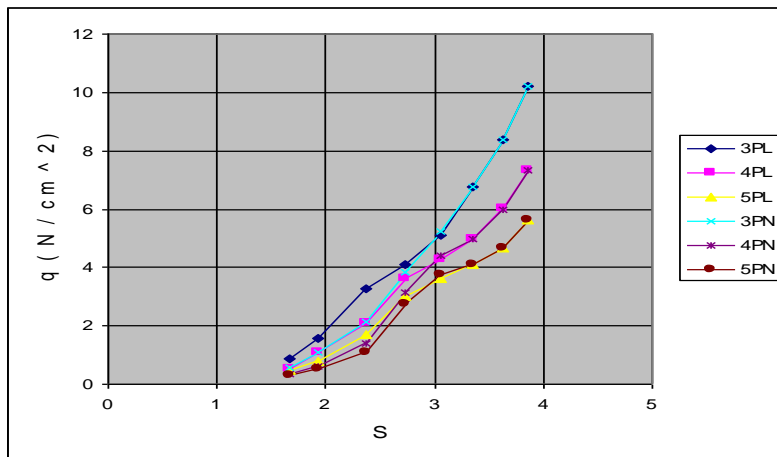


شکل ۱-۳- گنبد بارگذاری شده با توجه به سطح بارگیر هر گره

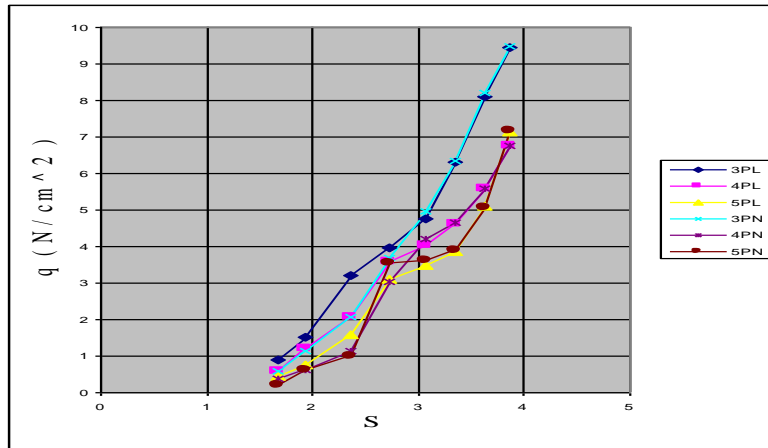
### ۴- بار کمانش بحرانی و تغییر شکل گنبدها

شکل ۱-۴، بارهای کمانشی بحرانی بدست آمده از تحلیلهای کمانشی خطی و غیرخطی هندسی را برای دو نوع گنبد ژئودزیک و شبکه‌ای در سه فرکانس 3P، 4P و 5P نشان می‌دهد. با افزایش مقدار فاکتور لاغری بار کمانش بحرانی نیز افزایش پیدا می‌کند. مقادیر بار کمانشی مدهای 4P و 3P کوچکتر از مقادیر بار کمانشی مدل 3P می‌باشند.

تغییر شکل گنبدها نیز در شکل ۲-۴، نشان داده شده‌اند. برای سازه های فضایی گنبدی شکل سه نوع کمانش مطرح می‌باشد (الف) کمانش کلی، (ب) کمانش محلی، (ج) کمانش اعضاء منحصر به فرد.



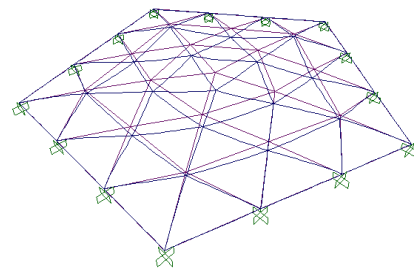
شکل ۱-۴- الف- بارهای کمانشی گنبدهای شبکه‌ای



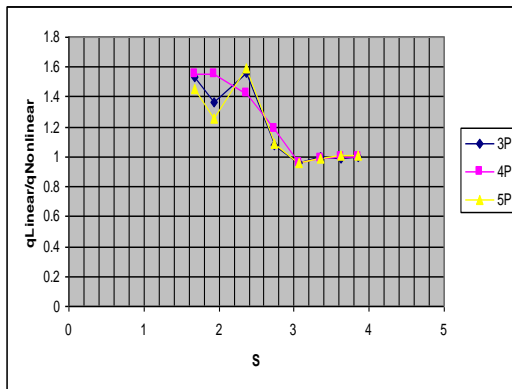
شکل ۱-۴-ب- بارهای کمانشی گنبد‌های ژئودزیک

نسبت بار کمانش بدست آمده از تحلیل‌های خطی به بار کمانش به دست آمده از تحلیل‌های غیرخطی در شکلهای ۳-۴-الف و ۳-۴-ب، نشان داده شده است. برای گنبد‌های ژئودزیک  $S < 3$ ، بار کمانش خطی، ۱٫۲ تا ۱٫۶۱ برابر بزرگتر از بار کمانش غیر خطی می‌باشد. این مساله برای گنبد‌های شبکه‌ای  $S < 3$ ، ۱٫۴ تا ۱٫۷ می‌باشد. این در حالی است که در مورد هر دو نوع گنبد شبکه‌ای و ژئودزیک به ازاء مقادیر فاکتور لاغری  $S > 3$ ، نسبت بار کمانش خطی به بار کمانش غیرخطی تقریباً برابر ۱٫۰ می‌باشد. این مساله نشان می‌دهد برای گنبد‌های  $S > 3$ ، بارهای کمانش بدست آمده از تحلیل‌های خطی تخمین خوبی برای بارهای کمانش غیرخطی می‌باشند ولی برای گنبد‌های  $S < 3$ ، انجام تحلیل‌های غیر خطی کمانش برای تخمین بار کمانش بحرانی، ضروری است.

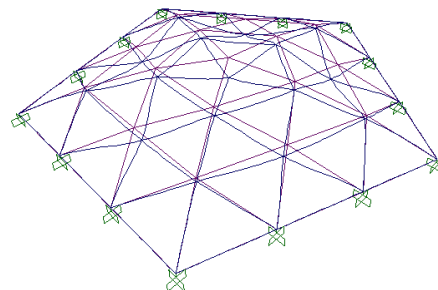
با توجه به تغییر شکل گنبد‌ها، کمانش کلی برای گنبد (3P 3P-9)  $(\psi=9^\circ)$  model, و 3P-12 در هر دو نوع گنبد ژئودزیک و شبکه‌ای قابل مشاهده است. با افزایش فاکتور لاغری کمانش محلی و در نهایت کمانش اعضاء منحصر به فرد نیز خود را نشان می‌دهد. تفاوتها در شکلهای تغییر یافته مدل‌های 4P و 5P کمتر از تغییر شکلهای گنبد‌های مدل 3P به ازاء مقادیر مختلف S می‌باشند.



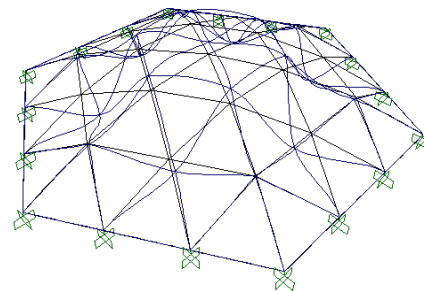
شکل ۲-۴-الف- تغییر شکل گنبد مدل (3P-9)



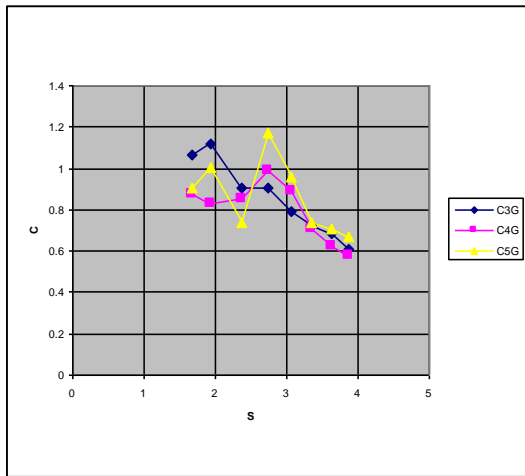
شکل ۳-۴-الف- نسبت بار کمانش خطی به غیرخطی برای گنبد‌های ژئودزیک



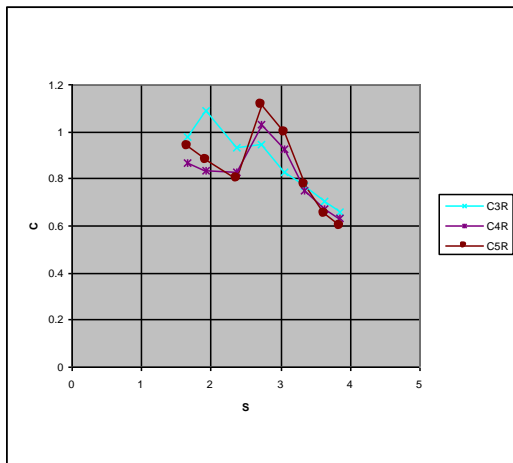
شکل ۲-۴-ب- تغییر شکل گنبد مدل (3P-24)



شکل ۲-۴-ج- تغییر شکل گنبد مدل (3P-42)



شکل ۵-۱-الف- برآزش منحنی از مقادیر C، گنبد ژئودزیک



شکل ۵-۱-ب- برآزش منحنی از مقادیر C، گنبد شبکه‌ای

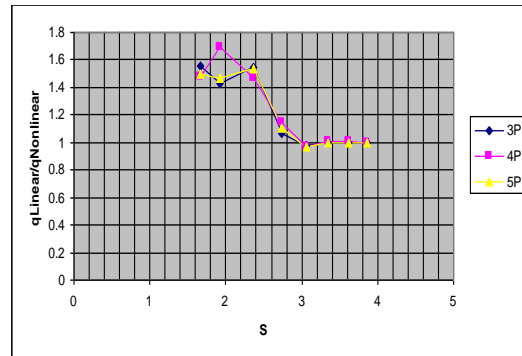
با استفاده از ریاضیات و عملیات آماری بهترین تابعی که می‌توان برای منحنی‌های فوق نوشت عبارتند از:

برای گنبد ژئودزیک:

$$\begin{cases} C = 0.947067 & S < 3 \\ C = 0.316226S^2 - 2.496532S + 5.55259 & S \geq 3 \end{cases} \quad (3)$$

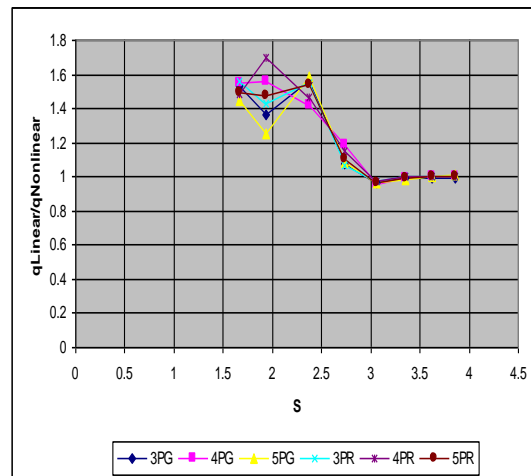
برای گنبد شبکه‌ای:

$$\begin{cases} C = 937058 & S < 3 \\ C = 0.317413S^2 - 2.5551699S + 5.76457 & S \geq 3 \end{cases} \quad (4)$$



شکل ۴-۳-ب- نسبت بار کمانش خطی به غیرخطی برای گنبد‌های شبکه‌ای

در شکل ۴-۳-ج، نیز نتایج نسبت بار کمانشی بدست آمده از تحلیل‌های کمانشی خطی به بار کمانشی بدست آمده از تحلیل‌های کمانشی غیرخطی، در مورد دو گنبد شبکه‌ای و ژئودزیک مقایسه شده‌اند.



شکل ۴-۳-ج- مقایسه نتایج qLinear/qNonlinear دو نوع گنبد ژئودزیک و شبکه‌ای

## ۵- تخمین ضریب بحرانی کمانش

رابطه بار کمانش به صورت زیر در مراجع ۷ و ۹ بیان شده است.

$$q = 4CE\sqrt{AI} / R^2L \quad (2)$$

با توجه به در دست داشتن تمامی مقادیر مشخصات هندسی گنبد‌ها و اعضاء گنبد‌ها، به ازاء هر مقدار بار کمانشی بدست آمده یک مقدار ضریب بحرانی کمانش وجود خواهد داشت. با در نظر گرفتن این مساله که گنبد‌ها در سه فرکانس بررسی شده‌اند، به ازاء هر فاکتور لاغری سه مقدار ضریب بحرانی کمانش وجود خواهد داشت. شکل‌های ۵-۱-الف و ۵-۱-ب برآزش منحنی از مقادیر بدست آمده ضرایب بحرانی کمانش بر حسب فاکتور لاغری گنبد‌ها به ترتیب در مورد گنبد ژئودزیک و گنبد شبکه‌ای را نشان می‌دهند.

- rigidly jointed single layer reticulated domes with random initial imperfection." International journal of space structures. Vol. 7, No. 4, pp. 265-273
- 3- Kato, S., Ueki, T. and Nakazawa, S., 2006. "Estimation of Buckling Loads of Elliptic Paraboloidal Single Layer Lattice Domes under Vertical Loads." International journal of space structures. Vol. 21, No. 4, pp.173-182
- 4- Chen, P. Kawaguchi, M. 2006. "Optimization for Maximum Buckling Load of a Lattice Space frame with Nonlinear Sensitivity Analysis." International journal of space structures. Vol. 21, No. 2, pp. 111-118
- 5- Saffari H, Mansouri I. 2011. "Non-linear analysis of structures using two-point method" International Journal of Non-Linear Mechanics, 46 pp. 834-40.
- 6- Saffari H, Shojaee S, Rostami S, Malekinejad M. 2014. "Application of cubic spline on large deformation analysis of structures." International Journal of Steel Structures, 14 pp. 165-172
- 7- El-Lishani, S., nooshin, H. and Disney, P., 2005. Investigating the Statical Stability of Pin-jointed Structures Using Genetic Algorithm. International journal of space structures. Vol. 20, No.1, pp. 53-68
- 8- Block P., Fivet C. and Van Mele T. 2016. "Reciprocal diagrams: Innovative applications of past theories" International Journal of Space Structures 31(2-4) pp. 84
- 9- LIND, N.C., 1969. Local Instability Analysis of Triangular Dome Framework. The Structural Engineer.47(8), pp. 317-324.

### ۶- رابطه تخمینی بار کمانشی

با قرار دادن روابط ۳ و ۴ در رابطه ۲ که در قسمت ۵ مطرح شد، می توان بار کمانش گنبدهای ژئودزیک و شبکه‌ای را از روابط زیر تخمین زد.

برای گنبد ژئودزیک:

$$q = \begin{cases} 3.788E\sqrt{AI} / R^2 L & S < 3 \\ (1.264904S^2 - 9.9861S + 22.21036)E\sqrt{AI} / R^2 L & S \geq 3 \end{cases} \quad (5)$$

برای گنبد شبکه‌ای:

$$q = \begin{cases} 3.748E\sqrt{AI} / R^2 L & S < 3 \\ (1.269652S^2 - 10.2206S + 23.05831E\sqrt{AI} / R^2 L & S \geq 3 \end{cases} \quad (6)$$

### ۷- نتیجه گیری

از بررسی رفتار کمانش دو نوع سازه فضایی گنبدی شکل ژئودزیک و شبکه‌ای نتایج زیر قابل ذکر هستند:

- ۱- با توجه به اشکال تغییر شکل یافته گنبدهای مورد بحث در این مقاله، برای هر دو نوع گنبد شبکه‌ای و ژئودزیک به ازاء  $S < 2.5$ ، کمانش کلی، برای گنبدهای  $2.5 \leq S < 3.5$ ، بیشتر کمانش محلی و برای گنبد های  $S \geq 3.5$ ، کمانش اعضاء منحصر به فرد نیز خود را به خوبی نشان می دهند.
- ۲- با افزایش مقدار فاکتور لاغری گنبدها مقدار بار کمانشی نیز افزایش پیدا می کند.
- ۳- مقدار بار کمانشی برای گنبدهای مورد بحث بدون نیاز به انجام محاسبات ریاضی و تحلیلهای پیچیده فقط با در دست داشتن مشخصات هندسی گنبدها و اعضاء گنبدها از روابط ۵ و ۶ بدست می آید.
- ۴- برای گنبدهای  $S > 3$ ، بارهای کمانش بدست آمده از تحلیلهای خطی تخمین خوبی برای بارهای کمانش غیرخطی می باشند ولی برای گنبدهای  $S < 3$ ، انجام تحلیلهای غیرخطی کمانش برای تخمین بار کمانش، ضروری است.

### مراجع

- 1- Sadegi, A., 2004. "Horizontal Earthquake Loading and Linear/Nonlinear seismic Behaviour of Double Layer Barrel Vaults." International journal of space structures. Vol. 19 No. 1, pp. 21-37
- 2- Suzuki, T., Ogawa, T. and Irakashi, K. 1992. "Elastic Buckling analysis of

# Investigating the Buckling Behaviour of Single Layer Geodesic and Reticulated Space Structures

Ziaaddin Zamanzadeh

Department of Civil Engineering, Islamic Azad University, Bostanabad Branch, Bostanabad, Iran

Sadegh Chopani

Department of Civil Engineering, Islamic Azad University, Bostanabad Branch, Bostanabad, Iran

## Abstract:

The present paper investigates the buckling behaviour of single layer geodesic and reticulated dome form of space structures. For this purpose, three aims have been pursued. Initially, the results of linear and non-linear buckling analysis have been compared by finite element method. Correctness of the utilized finite element method has been checked by results of previous articles, then with description of slenderness factor of dome as geometrical parameter of dome, by investigating the results of non-linear buckling analysis that resulted for domes with different slenderness factors, the rage that general buckling, dimple buckling and member buckling can occur have been determined. The ultimate aim is earning relations for estimating critical buckling load of single layer geodesic and reticulated dome form of space structures. By using these relations, buckling loads of domes could be estimated accurately without any need to time-consuming non-linear analysis and complicated mathematical calculations. In order to achieve to these three goals, the geometrical modelling of structures has been performed by programming at MatLab and coordinates of dome's joints have been determined.